

Расчет электродинамических, тепловых и механических характеристик массивных стержней ротора асинхронного двигателя

ФИСЕНКО В.Г.

Предложен метод расчета взаимосвязанных процессов вытеснения тока, нагрева и внутренних механических напряжений в массивных стержнях короткозамкнутых роторов мощных асинхронных двигателей. На примере двигателя 4АН315М2У3 мощностью 250 кВт показано, что при его пуске перепад температуры по высоте массивного стержня ротора уже через 3,5 с достигает 200 °С; возникшие при этом механические напряжения превышают предел прочности алюминия.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, короткозамкнутый ротор, массивные стержни, расчет характеристик

При тяжелых условиях пуска мощных асинхронных двигателей (АД) с короткозамкнутыми роторами возникают большие перепады температуры по высоте роторных стержней, связанные с неравномерностью распределения в них плотности тока. Неравномерный нагрев стержней приводит к возникновению больших механических напряжений, деформаций и даже повреждению роторов. Совместный учет этих неблагоприятных факторов, действующих при пуске АД, является весьма актуальной задачей.

Для расчета взаимосвязанных процессов вытеснения тока и нагрева решается система из двух уравнений диффузии относительно плотности тока в стержне d и распределения в нем температуры Q :

$$\mu_0 g \frac{\partial d}{\partial t} = \tilde{N}^2 d; \quad (1)$$

$$cg \frac{\partial Q}{\partial t} = l \tilde{N}^2 Q + p, \quad (2)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; g – удельная электропроводность стержня, $(\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$; t – время, с; c – удельная теплоёмкость, $\text{Вт}\cdot\text{ж}/(\text{кг}\cdot\text{С})$; g – плотность материала стержня, $\text{кг}/\text{м}^3$; l – удельная теплопроводность, $\text{Вт}/(\text{С}\cdot\text{м})$; p – удельные потери, $\text{Вт}/\text{м}^3$;

$$p = d^2 / g. \quad (3)$$

Взаимосвязь электромагнитных и тепловых процессов осуществляется через удельные потери

A method for calculating the interconnected processes of current displacement, heating, and occurrence of internal mechanical stresses in the bulky rods used in the short-circuited rotors of large induction motors is proposed. It is shown, taking a Type 4AN315M2U3 motor as an example, that during its startup, the difference of temperatures over the height of a bulky rotor rod reaches 200C already after 3.5 s of the process, and the developed mechanical stresses exceed the strength limit of aluminum.

Key words: induction motor, short-circuited rotor, bulky rods, calculation of characteristics

(3) и удельную электропроводность материала g , зависящую от изменения температуры Q :

$$g = g_0 / (1 + a(Q - Q_0)), \quad (4)$$

где g_0 – удельная электропроводность при начальной температуре Q_0 ; a – температурный коэффициент удельного сопротивления, $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Расчет внутренних механических напряжений стержня основан на решении дифференциального уравнения упругой линии балки (стержня) при малых перемещениях:

$$\tilde{N}^2 y_c = M(EJ_x)^{-1}, \quad (5)$$

где y_c – прогиб упругой линии стержня вдоль оси Z , м; M – изгибающий момент в поперечном сечении стержня относительно оси X , Нж; E – модуль упругости материала стержня, Па; J_x – момент инерции сечения стержня относительно оси X , м^4 .

Связь теплового и механического напряжённого состояний возникает из-за теплового расширения стержня и неравномерности его нагрева:

$$l = l_0 (1 + b(Q - Q_0)), \quad (6)$$

где l , l_0 – длина стержня при температуре Q и Q_0 соответственно; b – температурный коэффициент линейного расширения, $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Так как стержень жёстко закреплён и только тепловые деформации невозможны, в нём возникают внутренние механические напряжения.

Для реализации задачи (1), (2) с учётом соотношений (3), (4) примем следующие допущения: электромагнитное поле считаем плоскопараллельным; пренебрегаем тепловыми потоками вдоль стержня, теплоотдачей с поверхности ротора, радиальными тепловыми потоками зубцов и значениями их теплоемкости; не учитываем влияние потерь в стали на процесс нагрева; значения теплоемкости и теплопроводности не зависят от нагрева.

Принятые допущения вполне оправданы при малой длительности переходного процесса (не более 1,5 мин).

Задача решается при условии заданного закона изменения во времени полного тока стержня. Для получения одномерной пространственной дискретизации уравнений (1), (2) был использован метод разбиения расчетной области по высоте на элементарные слои [1], что позволило для стержней сложной формы свести двумерные уравнения диффузии к одномерным. В результате имеем систему из двух матричных уравнений относительно значений контурного тока \bar{i} и температуры \bar{Q} элементарных слоёв:

$$[L] \frac{d\bar{i}}{dt} = \bar{U} - [R]\bar{i}; \quad (7)$$

$$[C] \frac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{P} - [L]\bar{Q}, \quad (8)$$

где $[L]$ – диагональная матрица индуктивностей элементарных слоёв стержня; \bar{U} – вектор напряжений, обусловленный граничными условиями (полным током стержня $i_{ст}$ и активным сопротивлением верхнего элементарного слоя R_n);

$$\bar{U} = \text{colon}(0,0,\dots,0,i_{ст}R_n); \quad (9)$$

$[R]$ – трёхдиагональная матрица активных сопротивлений контуров, образованных соседними элементарными слоями; $[C]$ – диагональная матрица теплоемкостей элементарных слоёв стержня; \bar{P} – вектор потерь в элементарных слоях:

$$\bar{P} = \bar{P}_3 + [L]_z \bar{Q}_{z0}; \quad (10)$$

\bar{P}_3 – вектор электрических потерь, выделяемых в элементарных слоях; $[L]_z$ – диагональная матрица теплопроводностей элементарных слоёв между осями стержня и зубца; \bar{Q}_{z0} – вектор начального распределения температуры по высоте зубца; $[L]$ – матрица теплопроводностей:

$$[L] = [L]_n + (1 - k_Q)[L]_z; \quad (11)$$

$[L]_n$ – трёхдиагональная матрица теплопроводностей между соседними слоями по высоте стержня;

k_Q – коэффициент, определяющий характер граничных условий для температуры зубцов \bar{Q}_z и ярма Q_a в соответствии с выражениями:

$$\bar{Q}_z = k_Q \bar{Q} + \bar{Q}_{z0}; \quad (12)$$

$$Q_a = k_Q Q_1 + Q_{a0}, \quad (13)$$

где Q_1 – температура расположенного на дне паза первого элементарного слоя стержня; Q_{a0} – начальная температура ярма.

Значения k_Q лежат в диапазоне $0 \leq k_Q \leq 1$. При $k_Q = 0$ имеем граничные условия первого рода, при $k_Q = 1$ и при нулевых значениях \bar{Q}_{z0} и Q_{a0} – граничные условия второго рода, отражающие отсутствие теплоотдачи стержня. При k_Q , отличном от 0 и 1, моделируются смешанные граничные условия, когда температура на границе (оси зубца) определяется не только заданным начальным значением, но и его изменением, в зависимости от температуры внутри рассчитываемой области (паза). В этом случае возможен приближенный учет изменения температуры зубцов за счет их нагрева потерями, выделяющимися в стержне. В расчётах рекомендуется брать коэффициент $k_Q = 0,5$, в первом приближении наиболее точно отражающий реальные условия теплоотдачи стержня.

Уравнениям (7), (8) соответствуют электрическая и тепловая схемы замещения стержня, изображенные на рис. 1. Наиболее эффективным способом решения (7), (8) с учётом трехдиагональной структуры матриц $[R]$ и $[L]$ следует признать метод прогонки [2].

Неявная временная дискретизация уравнений (5), (6) относительно неизвестных величин i_j и Q_j для рассматриваемого j -го момента времени имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} [R]_j + \frac{1}{h} [L]_z \bar{Q}_{z0} = \bar{U}_j + \frac{1}{h} [L]_z \bar{i}_{j-1}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [L]_j + \frac{1}{h} [C]_z \bar{Q}_{z0} = \bar{P}_j + \frac{1}{h} [C]_z \bar{Q}_{j-1}, \quad (15)$$

где h – шаг интегрирования по времени.

В соответствии с (14), (15) имеем следующий алгоритм расчета нестационарных электромагнитных и тепловых процессов в массивном стержне.

1. Приблизительно принимаем, что вектор температур \bar{Q}_j на текущем шаге равен вектору \bar{Q}_{j-1} на предыдущем шаге;

2. Зная \bar{Q}_j , формируем матрицу $[R]_j$;

3. По заданному текущему значению полного тока стержня $i_{ст}$ определяем вектор \bar{U}_j ;

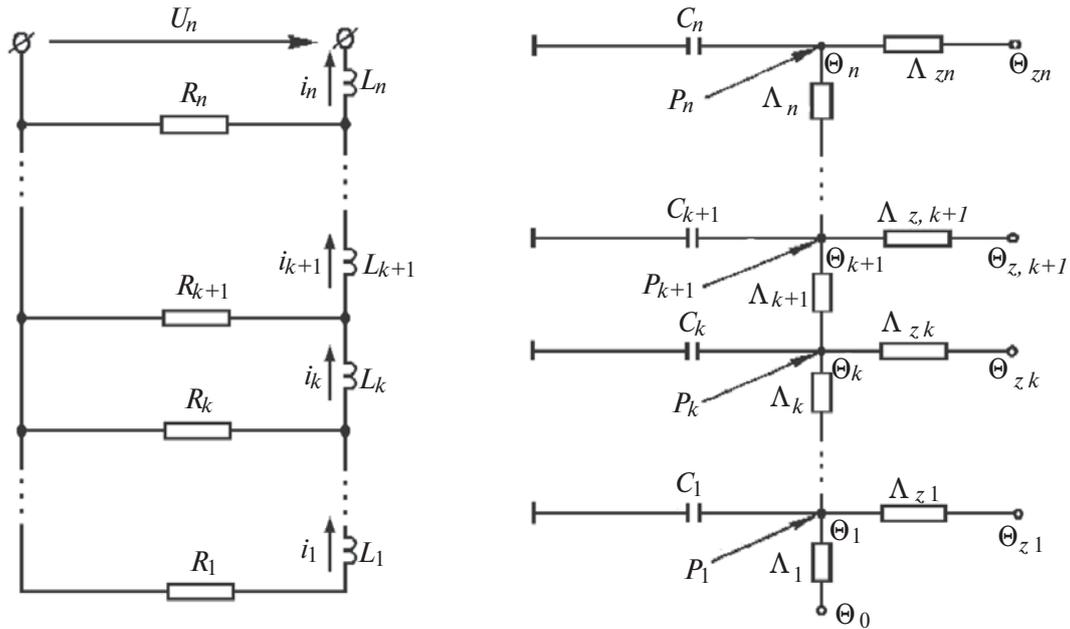


Рис. 1. Электрическая и тепловая схемы замещения стержня

4. Зная \bar{i}_{j-1} на предыдущем шаге и вектор \bar{U}_j на текущем шаге, решаем матричное уравнение (14) и находим распределение токов по элементарным слоям на текущем шаге \bar{i}_j ;

5. По найденному вектору токов \bar{i}_j определяем в соответствии с (10) текущий вектор потерь в элементарных слоях \bar{P}_j ;

6. Зная \bar{P}_j и \bar{Q}_{j-1} , определяем в результате решения уравнения (15) вектор температур слоев \bar{Q}_j на данном шаге;

7. Повторяем расчет с п. 2 до тех пор, пока расхождения в значениях тока \bar{i}_j и температуры \bar{Q}_j на двух последних итерациях не будут превышать заданной погрешности;

8. Даем приращение по времени и повторяем расчет с п. 1 для следующего шага интегрирования.

Краевая задача (5) решается на половину длины стержня при граничных условиях $u_c(0)$ и $u_c(1/2)$, найденных по уже известному из решения (7), (8) распределению температуры в стержне и линейному тепловому расширению (6) его элементарных слоёв.

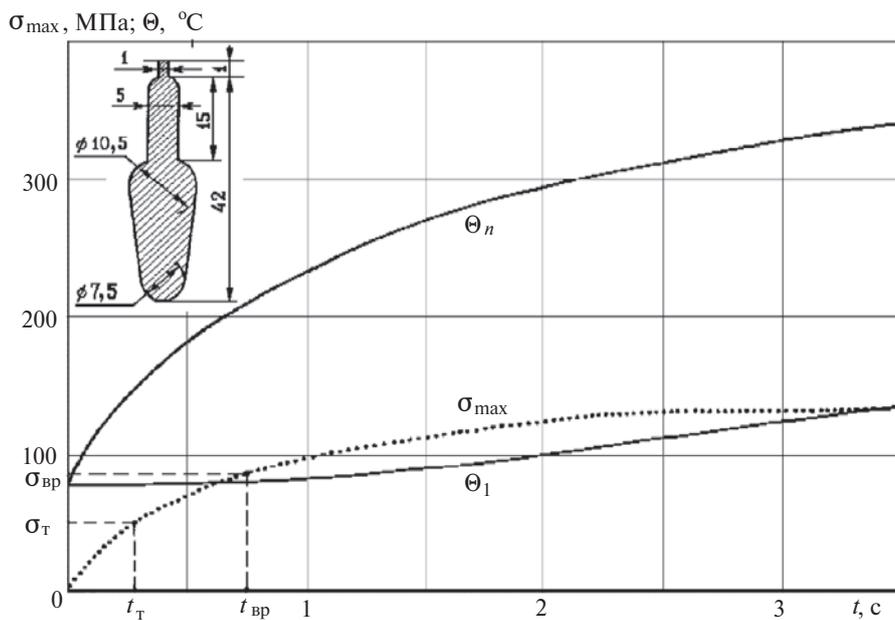


Рис. 2. Результаты расчета нагрева и внутренних механических напряжений стержня ротора двигателя 4АН315М2У3

При условии $M = \text{const}$ решение (5) значительно упрощается, и выражение для максимального внутреннего напряжения стержня принимает вид:

$$s_{\max} = \frac{h_{\text{H}} M}{J_x} = \frac{E}{1 + \frac{\frac{1}{b} + Q_1 - Q_0}{Q_n - Q_1} \frac{h_{\text{СТ}}}{h_{\text{H}}}}, \quad (16)$$

где h_{H} — высота от дна паза до нейтральной линии сечения стержня, м; $h_{\text{СТ}}$ — высота стержня, м; Q_0 , Q_1 , Q_n — начальная температура и значения температуры нижнего и верхнего элементарных слоёв стержня.

В соответствии с изложенным были рассчитаны вытеснение тока, нагрев и внутренние механические напряжения в массивном стержне бутылочной формы высотой 42 мм двигателя 4АН315М2У3 мощностью 250 кВт с сильным проявлением вытеснения тока (коэффициент увеличения активного сопротивления в момент пуска $K_R = 3,5$). Результаты расчёта представлены на рис. 2. Был рассчитан затяжной пуск при нагрузке для случая учета теплоотдачи при $k_Q = 0,5$ (пуск без нагрузки — 0,58 с).

Как видно из рис. 2, перепад температур Q_n и Q_1 между верхним и нижним слоями стержня через 3,5 с нагрева достигает 200 °С, что объясняется высокими плотностями тока в верхних слоях стержня, превышающими 400 А/мм². При этом уже в момент времени $t = 0,35$ с возникают пластические деформации в стержне (предел текучести алюминия $s_T = 50$ МПа), а при $t = 0,75$ с происходит надрыв стержня у дна паза (предел прочности алюминия $s_{\text{вр}} = 85$ МПа).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Клоков Б.К.** Расчёт вытеснения тока в стержнях произвольной конфигурации. — Электротехника, 1969, № 9.
2. **Самарский А.А.** Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971.

Автор: Фисенко Валерий Григорьевич окончил электромеханический факультет Московского энергетического института в 1972 г. Защитил кандидатскую диссертацию «Разработка метода расчета переходных процессов асинхронных двигателей с учетом вытеснения тока и двусторонней зубчатости сердечников» в 1990 г. Доцент кафедры электромеханики НИУ «МЭИ».