

Топологические формулы для анализа электрических цепей на основе активных контуров и сечений

ГОРШКОВ К.С., ФИЛАРЕТОВ В.В.

Предложены топологические формулы, обобщающие топологические правила Кирхгофа. Достоинствами формул являются: 1) группировка параметров не только независимых источников, но и резисторов; 2) однократное нахождение каждого активного контура, содержащего как источники, так и ветвь с искомым током.

Ключевые слова: линейная электрическая цепь, принцип наложения, топологическая формула, активный контур

Принцип наложения в явной и неявной формах.

Наиболее кратко выражение для тока или напряжения j -й ветви линейной электрической цепи (ЛЭЦ) записывается через матричное решение методом Крамера системы уравнений, составленной по законам Кирхгофа,

$$Q_j = D_j / D, \quad (1)$$

где Q_j — символьное выражение отклика; D — определитель матрицы системы уравнений; D_j — определитель той же матрицы, в которой j -й столбец заменен на матрицу-столбец правой части.

При разложении определителя D_j по элементам j -го столбца получается традиционное выражение принципа наложения [1]:

$$Q_j = \sum_{i=1}^n N_{ji} x_i / D, \quad (2)$$

где x_i — напряжение или ток i -го источника соответствующего воздействия (всего n источников); N_{ji} — числитель передаточной функции от ветви i к ветви j ; переменные Q_j , x_i , N_{ji} , D представлены в комплексной или операторной форме.

В соответствии с формулой (2) общая реакция схемы на приемнике напряжения или тока находится вычислением реакций каждого отдельного источника и последующим алгебраическим суммированием этих реакций. При этом источники, не участвующие в возникновении некоторого отклика, исключаются из схемы в соответствии с их физическими свойствами, т.е. источники ЭДС заменяются идеальным проводником (стягиваются), а источники тока удаляются из схемы.

Числитель N_{ji} каждой схемной функции в выражении (2) получается при $x_k = 0$ ($k \neq i$), т.е. в результате нейтрализации всех (кроме i -го) независимых источников. Это не позволяет учесть структур-

Topological formulas generalizing the Kirchhoff topological rules are proposed. The proposed formulas have the following advantages: (1) The parameters of not only independent sources, but also of resistors are grouped, and (2) each active loop containing both sources and the branch with the sought current are found only once.

Key words: linear electric circuit, superposition principle, topological formula, active loop

ную природу процессов, которые происходят в электрической цепи. Например, то, что слагаемое искомого отклика порождается источниками, образующими некоторый контур с ветвью отклика. Важно, что в последнем случае оставшиеся источники схемы оказываются нейтрализованными естественным образом, поскольку не могут влиять на работу рассматриваемого контура.

В выражении (2) каждое воздействие встречается единственный раз, т.е. присутствует в явном виде. Однако первоначально [2, 3] была предложена запись отклика в общей форме (1) с неоднократным (неявным) присутствием каждого воздействия (при разложении определителя матрицы числителя по элементам, выбираемым произвольно). Кирхгоф применял группировку слагаемых числителя D_j относительно произведений сопротивлений схемы, соответствующих ее деревьям. При этом параметры источников ЭДС появляются в формируемом символьном выражении отклика многократно [4].

Неявный метод наложения при выполнении установленных правил [5] позволяет существенно уменьшить сложность формируемых выражений. В [6] показано, что и топологическое правило Кирхгофа, предусматривающее неявное наложение источников, может быть усовершенствовано для многократного сокращения числа операций. Настоящая статья посвящена оптимальной реализации и обобщению классических правил Кирхгофа для сокращения объема выкладок и результатов при анализе электрических цепей с произвольным числом воздействий.

Топологические правила Кирхгофа и Фойснера. Топологический метод Кирхгофа [2, 3] непосредственно предназначается для нахождения тока в электрической схеме, образованной сопротивле-

ниями и содержащей источники ЭДС. Согласно правилу Кирхгофа для нахождения числителя отклика в неявной форме перечисляются все подсхемы, элементы каждой из которых образуют единственный контур, содержащий как источники ЭДС, так и ветвь с искомым током. Каждая подсхема соответствует одному из слагаемых числителя. Это слагаемое находится как произведение сопротивлений схемы, не вошедших в рассматриваемую подсхему, и веса контура этой подсхемы. При анализе практических схем затруднителен перебор из всех сопротивлений схемы по числу независимых контуров без единицы, а число выбранных подсхем многократно превышает число контуров.

Существенно сократить объем выкладок позволяет контурное правило Фойснера [7, 8], согласно которому не требуется перечислять все подсхемы с контурами, а предусматривается для каждого из n слагаемых числителя выявление всех контуров, проходящих через ветвь отклика j -й и i -й независимый источник.

Принципиальное отличие правила Фойснера заключается в представлении каждого слагаемого N_{ji} в виде суммы слагаемых, соответствующих контурам. Каждое слагаемое записывается в виде произведения двух сомножителей. Один из них находится как определитель схемы, полученной из исходной схемы в результате: 1) удаления всех ветвей рассматриваемого контура; 2) объединения всех его узлов в один узел. Полученный определитель называется определителем замыкания.

На рис. 1 изображена схема Кирхгофа. Запишем для этой схемы выражения для числителя тока шестой ветви I_6 в неявной и явной форме по правилам Кирхгофа и Фойснера соответственно:

$$N_6 = Z_1 Z_2 (E_4 - E_5 + E_6) + Z_2 Z_3 (E_4 - E_5 + E_6) + Z_2 Z_5 (E_1 + E_4 - E_3 + E_6) + Z_1 Z_4 (E_2 - E_3 + E_6) + Z_1 Z_3 (E_4 - E_5 + E_6) + Z_1 Z_5 (E_2 - E_3 + E_6) + Z_3 Z_4 (E_2 - E_1 - E_5 + E_6) + Z_4 Z_5 (E_2 - E_3 + E_6); \quad (3)$$

$$N_{6E} = (Z_2 Z_5 - Z_3 Z_4) E_1 + [Z_1 (Z_4 + Z_5) + Z_4 Z_5 + Z_3 Z_4] E_2 - [Z_1 (Z_4 + Z_5) + Z_4 Z_5 + Z_2 Z_5] E_3 + [Z_1 (Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3 + Z_2 Z_5] E_4 - [Z_1 (Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_4] E_5 + [Z_1 (Z_2 + Z_3) + Z_2 Z_3 + Z_1 (Z_4 + Z_5) + Z_4 Z_5 + Z_2 Z_5 + Z_3 Z_4] E_6. \quad (4)$$

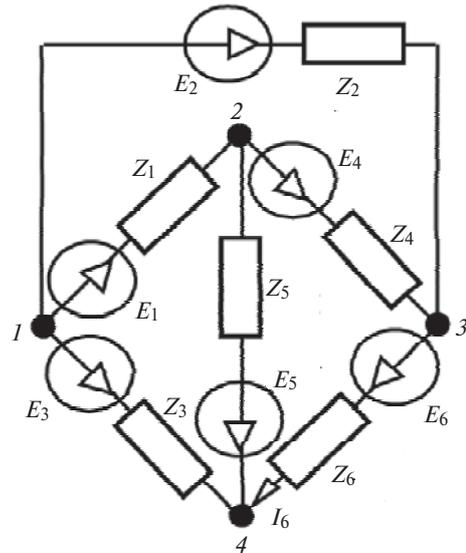


Рис. 1. Схема Кирхгофа

Неявное наложение воздействий. Как видно из (3), при наложении воздействий по Кирхгофу существует избыточность, поскольку вес активного контура в общем случае учитывается в формуле для отклика неоднократно (многократно). Например, сомножители $E_4 - E_5 + E_6$ и $E_2 - E_3 + E_6$ участвуют в выражении трижды. Другие два сомножителя в виде алгебраической суммы источников $E_1 + E_4 - E_3 + E_6$ и $E_2 - E_1 - E_5 + E_6$ встречаются по одному разу. Четыре вида сомножителя обусловлены тем, что в схеме на рис. 1 четыре контура проходят через ветвь с искомым током.

Несмотря на указанный недостаток неявная формула (3) с 16 умножениями является существенно более экономной, чем явная формула (4) с 26 умножениями (при равном числе аддитивных операций). Избыточность этого правила Фойснера проявляется в том, что один и тот же контур может находиться несколько раз для получения отклика от нескольких источников. Это видно из выражения (4): например, в нем контур без R_3 и R_4 повторяется (заново находится) 4 (!) раза, поскольку произведение $R_3 R_4$ учитывается в числе слагаемых при E_1, E_2, E_5 и E_6 .

Сочетание достоинств правил Кирхгофа и Фойснера обеспечивается при замене перечисления контуров между каждым источником ЭДС и ветвью отклика перечислением всех контуров (активных контуров), проходящих через ветвь отклика. При этом определитель замыкания умножается не на одну ЭДС, а на сумму ЭДС, входящих в рассматриваемый контур [6]. Ниже обсуждаются усовершенствованные и обобщенные топологические правила, которые лишены недостатков правил Кирхгофа и Фойснера.

В дальнейшем будем использовать идеальные элементы схемы – ветвь тока и ветвь напряжения

(приемники тока и напряжения) [9]. Ветвь тока является идеальным проводником, а ветвь напряжения — разомкнутой ветвью. Напряжение на ветви тока и ток через ветвь напряжения равны нулю.

Правило активных контуров для схем с источниками ЭДС. 1. В схеме перечисляются все контуры, содержащие источники ЭДС и проходящие через ветвь напряжения. Вес контура равен произведению проводимостей резисторов, входящих в контур, и суммы ЭДС, взятых с полюсом (минусом) при совпадении (несовпадении) их ориентации с ветвью напряжения.

2. Для каждого контура находится определитель замыкания, соответствующий схеме, полученной из исходной схемы в результате: 1) удаления всех ветвей контура; 2) объединения его узлов в один узел; 3) нейтрализации оставшихся вне этого контура источников ЭДС.

3. Числитель отклика получается как сумма произведений весов контуров на соответствующие им определители замыкания. При разложении определителей замыкания используются формулы для выделения параметров элементов и подсхем [7, 8, 10] в сочетании с правилами оптимальной свертки [5]. В качестве примера рассмотрим нахождение числителя тока I_6 для схемы на рис. 1. Здесь имеется четыре уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа, которые содержат напряжение ветви Z_6 : 1) $U_6 = E_4 - E_5 + E_6$; 2) $U_6 = E_2 - E_3 + E_6$; 3) $U_6 = E_1 - E_3 + E_4 + E_6$; 4) $U_6 = -E_1 + E_2 - E_5 + E_6$.

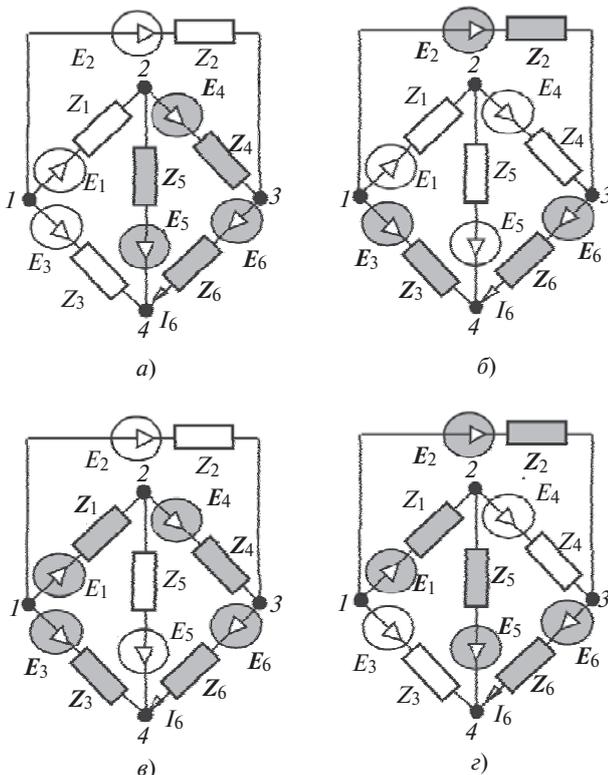


Рис. 2. Активные контуры схемы Кирхгофа (содержат выделенные элементы)

Следовательно, существуют четыре активных контура, которые представлены на рис. 2, а–г.

При нахождении тока I_6 приемник тока включается последовательно с резистором Z_6 . Сопротивления, входящие в контур, не учитываются в его весе. Первый, второй, третий и четвертый контуры, показанные на рис. 2, а–г, имеют вес $(E_4 - E_5 + E_6)$, $(E_2 - E_3 + E_6)$, $(E_1 - E_3 + E_4 + E_6)$, $(-E_1 + E_2 - E_5 + E_6)$ соответственно.

Определитель замыкания некоторого активного контура соответствует схеме, полученной в результате удаления всех ветвей этого контура и объединения всех его узлов в один узел, а также нейтрализации внешних по отношению к контуру источников. Для первого контура (рис. 2, а) такая схема представляет собой параллельное соединение ветвей Z_1, Z_2, Z_3 и имеет определитель $Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2Z_3$. Для второго контура (рис. 2, б) схема замыкания является параллельным соединением ветвей Z_1, Z_4, Z_5 . Определитель этой схемы равен $Z_1(Z_4 + Z_5) + Z_4Z_5$. Схемы замыкания для третьего (рис. 2, в) и четвертого (рис. 2, г) контуров состоят из двух замкнутых в одном узле резисторов Z_2, Z_5 и Z_3, Z_4 соответственно. Определители этих схем равны Z_2Z_5 и Z_3Z_4 .

Отсюда находится искомым числитель для тока I_6 :

$$\begin{aligned} N_{6E} = & [Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2Z_3](E_4 - E_5 + E_6) + \\ & + [Z_1(Z_4 + Z_5) + Z_4Z_5](E_2 - E_3 + E_6) + \\ & + Z_2Z_5(E_1 - E_3 + E_4 + E_6) + \\ & + Z_3Z_4(E_2 - E_1 - E_5 + E_6). \end{aligned} \quad (5)$$

Неявная формула (5) содержит 10 операций умножений и 17 аддитивных операций вместо 16 и 25 операций в выражении (3) и вместо 26 и 25 операций в выражении (4) соответственно. Для нахождения напряжения на сопротивлении Z_6 используются те же самые контуры, но идущие в обход этого сопротивления. При этом параметр Z_6 войдет множителем во все определители замыкания.

Как видно, разложение числителя по контурам, которые могут содержать несколько источников ЭДС, с одной стороны, упрощает разложение Кирхгофа, в котором повторяются одинаковые контуры. С другой стороны, рассмотренное разложение реализует выражение (1), в то время как разложение Фойснера следует использовать совместно с формулой (2). Далее рассматривается дуальное топологическое правило.

Правило активных сечений для схем с источниками тока. 1. В схеме перечисляются все сечения с источниками тока и ветвью тока. Вес сечения ра-

вен произведению сопротивлений резисторов, входящих в сечение, и суммы источников тока, взятых с полюсом (минусом) при совпадении (несовпадении) их ориентации с ветвью тока.

2. Для каждого сечения находится определитель размыкания, соответствующей схеме, полученной из исходной в результате удаления всех ветвей сечения и нейтрализации источников тока, не входящих в активное сечение.

3. Находится числитель отклика как сумма произведений определителей размыкания на соответствующий вес сечений.

Дуальные различия обобщенных правил заключаются в том, что в учитываемых контурах ни одна из ветвей не должна замыкаться накоротко, а в учитываемых сечениях, наоборот, необходимо замкнуть узлы его соединения со схемой внутри каждой подсхемы, изолированной сечением. Определитель размыкания сечения раскрывается аналогично определителю замыкания контура. Размыкание сечения, в отличие от замыкания контура, может привести к получению несвязной схемы. Чтобы восстановить связность схемы, следует объединить ее подсхемы в одном из узлов. В простейшем случае, при размыкании сечения, охватывающего один узел, также возникают две компоненты, одной из которых является изолированный узел. Им можно пренебречь, поскольку его добавление ко второй компоненте не изменяет схему.

Используем правило сечений для схемы Кирхгофа с источниками тока на рис. 3.

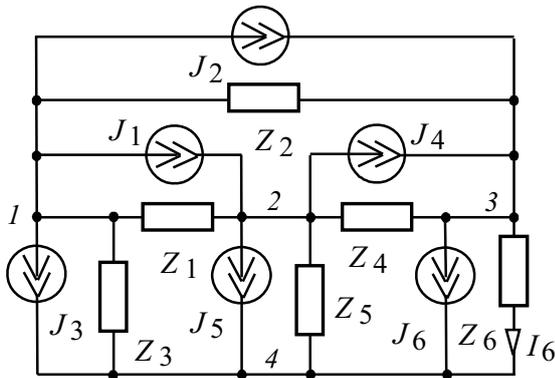


Рис. 3. Схема рис. 1 с источниками тока

Для этой схемы можно составить четыре уравнения по первому закону Кирхгофа относительно тока I_6 : $I_6 = J_2 + J_4 - J_6$; $I_6 = -J_3 - J_5 - J_6$; $I_6 = J_1 + J_2 - J_5 - J_6$; $I_6 = -J_1 - J_3 + J_4 - J_6$. Следовательно, существуют четыре активных сечения, которые представлены на рис. 4, а–г соответственно.

Для образования первого сечения необходимо удалить резисторы Z_2 и Z_4 , а также стянуть ре-

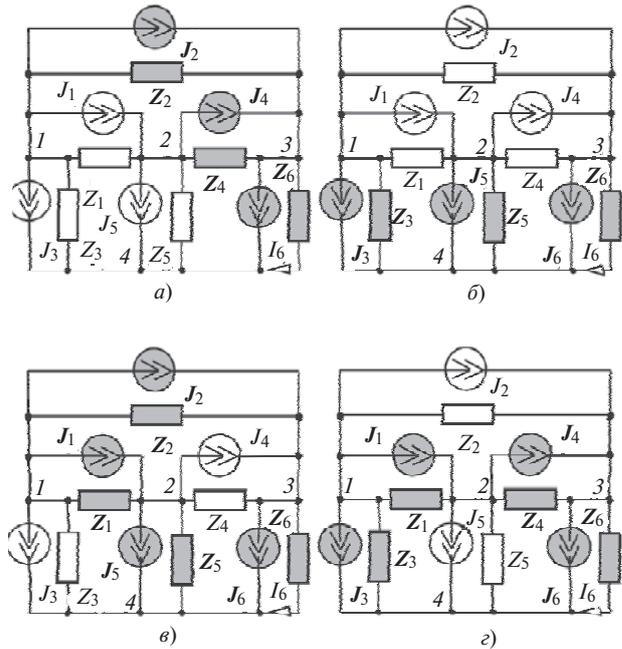


Рис. 4. Активные сечения схемы Кирхгофа (содержат выделенные элементы)

зистор Z_6 . Отсюда получаем вес этого сечения: $Z_2 Z_4 (J_2 + J_4 - J_6)$. Третье сечение получается при стягивании резистора Z_6 и удалении резисторов Z_1 , Z_2 и Z_5 . Вес этого сечения $Z_1 Z_2 Z_5 (J_1 + J_2 - J_5 - J_6)$. Аналогично получается вес второго и четвертого сечений: $Z_3 Z_5 (-J_3 - J_5 - J_6)$ и $Z_1 Z_3 Z_4 (-J_1 - J_3 + J_4 - J_6)$.

Определитель размыкания некоторого сечения соответствует схеме, полученной в результате удаления из исходной схемы как ветвей сечения, так и ветвей, использованных при образовании сечения. Для первого сечения такая схема представляет собой треугольник ветвей Z_1, Z_3, Z_5 (рис. 4, а). Его определитель $Z_1 + Z_3 + Z_5$. Для второго сечения схема с определителем размыкания является треугольником ветвей Z_1, Z_2, Z_4 (рис. 4, б). Определитель этой схемы $Z_1 + Z_2 + Z_4$. Следует отметить, что в обеих схемах присутствуют изолированные узлы (узел 3 и узел 4 соответственно). Перед нахождением определителя компонента несвязной схемы в виде изолированного узла не учитывается.

Схемы размыкания для третьего и четвертого сечений получаются из схемы на рис. 4, в и г путем удаления резисторов Z_1, Z_2, Z_5, Z_6 и Z_1, Z_3, Z_4, Z_6 соответственно. Каждая из полученных схем состоит из двух изолированных друг от друга резисторов Z_3, Z_4 и Z_2, Z_5 соответственно. Эти схемы несвязные, поэтому при нахождении определителя их компоненты следует соединить в одном из узлов (любом). Определители полученных схем тождественно равны единице.

Отсюда находится искомый числитель для тока I_6 :

$$\begin{aligned}
N_{6J} = & (Z_1 + Z_3 + Z_5)Z_2Z_4(J_2 + J_4 - J_6) + \\
& + (Z_1 + Z_2 + Z_4)Z_3Z_5(-J_3 - J_5 - J_6) + \\
& + Z_1Z_2Z_5(J_1 + J_2 - J_5 - J_6) + \\
& + Z_1Z_3Z_4(-J_1 - J_3 + J_4 - J_6). \quad (6)
\end{aligned}$$

Для завершения приведенных решений разложим знаменатель откликов (определитель схем на рис. 1 или 3) по контуру $Z_4Z_5Z_6$ [7]:

$$\begin{aligned}
D = & [Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2Z_3](Z_4 + Z_5 + Z_6) + \\
& + Z_4Z_5(Z_2 + Z_3) + Z_4Z_6(Z_1 + Z_3) + \\
& + Z_5Z_6(Z_1 + Z_2) + Z_4Z_5Z_6. \quad (7)
\end{aligned}$$

Выражение (6) при явном представлении параметров источников тока имеет вид:

$$\begin{aligned}
N_{6J} = & (Z_1Z_2Z_5 - Z_1Z_3Z_4)J_1 + [(Z_1 + Z_3 + Z_5)Z_2Z_4 + \\
& + Z_1Z_2Z_5]J_2 - [(Z_1 + Z_2 + Z_4)Z_3Z_5 + Z_1Z_3Z_4]J_3 + \\
& + [(Z_1 + Z_3 + Z_5)Z_2Z_4 + Z_1Z_3Z_4]J_4 - \\
& - [(Z_1 + Z_2 + Z_4)Z_3Z_5 + Z_1Z_2Z_5]J_5 - \\
& - [(Z_1 + Z_3 + Z_5)Z_2Z_4 + (Z_1 + Z_2 + Z_4)Z_3Z_5 + \\
& + Z_1Z_2Z_5 + Z_1Z_3Z_4]J_6. \quad (8)
\end{aligned}$$

Как видно, и для схемы на рис. 3 неявная формула (6) имеет преимущество перед явной формулой (8) – 12 умножений и 17 аддитивных операций вместо 34 и 25 операций соответственно.

Сравнивая выражения (4) и (8), можно заметить, что коэффициенты при параметрах первых пяти источников совпадают с учетом соотношения $E = ZJ$. Различия в коэффициентах разложений по источникам ЭДС и по источникам тока обусловлены нахождением в двух рассматриваемых случаях различных токов (рис. 1 и 3).

Для дальнейшего подтверждения правильности всех сформированных выражений приравняем к нулю параметры первых пяти источников схем на рис. 1 и 3. Соответствующие выражения для токов I_6 подставим в уравнение $I_{6E} = I_{6J} + J_6$. Отсюда получаем выражения: $E_6 N_{6E} / D = J_6 + J_6 N_{6J} / D$; $E_6 N_{6E} = J_6 D + J_6 N_{6J} = J_6 (D + N_{6J}) = Z_6 J_6 N_{6E}$; $Z_6 J_6 N_{6E} = J_6 (D + N_{6J})$; $Z_6 N_{6E} = D + N_{6J}$ и $Z_6 N_{6E} - N_{6J} = D$. Суммируя последние коэффициенты при E_6 и J_6 в выражениях (4) и (8) соответственно, убеждаемся, что результат равен выражению (7).

Поскольку в основе правила контуров лежит второй закон Кирхгофа, а в основе правила сечений – первый закон, то использование этих правил для анализа схем, содержащих как источники ЭДС, так и тока, невозможно. Вместе с тем в отличие от топологических правил Кирхгофа не существует препятствий для использования правил при задании резисторов как сопротивлений, так и проводимостями.

Физические основы топологических правил. Сформулированные выше топологические правила можно представить единой формулой:

$$X = \sum_{k=1}^n \frac{D_k a_k}{D} A_k, \quad (9)$$

где X – искомый отклик напряжения или тока; D_k – определитель замыкания k -го контура или определитель размыкания k -го сечения; a_k – произведение проводимостей k -го контура или сопротивлений k -го сечения; A_k – вес k -го контура или сечения (сумма ЭДС контура или сумма токов источников сечения); D – определитель схемы.

Множители в виде дроби при параметрах A_k в выражении (9) отражают вклад того или иного активного контура или сечения в искомое значение отклика, что может быть использовано для выявления существенных или несущественных активных контуров и сечений. Число активных контуров (сечений) равно числу составляющих отклика при неявном наложении источников ЭДС (тока), и нахождение отклика начинается с перечисления активных контуров (сечений) в схеме.

Вес активного контура или сечения имеет физический смысл. При нахождении числителя последовательное соединение источников ЭДС и ветви напряжения образует многомерный источник напряжения, управляемый нуллатором [10]. Дуальная схема-сечение в виде параллельного соединения источников тока и ветви тока является многомерным источником тока, управляемым нуллатором. Определители многомерных источников в виде последовательного (параллельного) соединения равны алгебраической сумме ЭДС (токов источников) [11].

Физический смысл коэффициентов a_k заключается в следующем. Контур (сечение) становится активным при задании: 1) сопротивлениям значенных, равных нулю (бесконечности); 2) проводимостям бесконечно больших (нулевых) значений. Поэтому a_k образуется произведением проводимостей для контура или произведением сопротивлений для сечения.

Чтобы работа активного контура (сечения) не нарушалась, его узлы не могут (должны) замыкаться накоротко другими ветвями схемы. Это значит,

что оставшаяся часть схемы не может образовывать деревьев (должна образовывать деревья), поскольку в них имеются пути между каждой парой узлов. Следовательно, сомножителем при весе некоторого контура (сечения) является определитель схемы, полученной в результате замыкания (размыкания) этого контура (сечения).

Независимость активного контура (сечения) от остальной части схемы проявляется в том, что относительно бесконечно малого (большого) внутреннего сопротивления источников ЭДС (тока) сопротивления, соединяющие узлы контура (сечения) в оставшейся подсхеме, имеют бесконечно большие (малые) значения. Следовательно, активный контур (сечение) не зависит от параметров других элементов схемы. Таким образом, фундаментальным является утверждение, что только активные контуры и сечения схемы делают вклад в отклик. В этом заключается физический смысл топологических правил. Назначение оставшейся части схемы состоит в создании условий для образования активных контуров или сечений.

Выводы. 1. Кирхгоф вначале предложил неявный принцип наложения, при котором для нахождения частичного вклада в схеме оставляется не один источник (остальные нейтрализуются), а столько источников, сколько входит в единственный контур. При этом влияние оставшихся источников нейтрализуется не принудительно, а естественно, поскольку этот контур не зависит от остальных элементов схемы. С точки зрения физических основ суперпозиции традиционный явный принцип наложения представляется формальным и оторванным от реальной схемы, поскольку один из источников в действительности не может функционировать в отрыве от других источников схемы. Все источники работают совместно в заданной схеме соединений, которая создает контуры для падения напряжения и сечения для прохождения тока.

2. Неявный принцип наложения отражает природу возникновения отклика и поэтому является более наглядным. Предложенные топологические формулы (9) приводят к компактным выражениям, которые позволяют представить работу электрической цепи или энергетической системы, обнаружить критические контуры и сечения, сформулировать требования, выполнение которых обеспечивает повышение надежности. Из наиболее значимых слагаемых, относящихся к активным контурам или сечениям, может быть сформулировано упро-

щенное выражение, удобное для оценочных расчетов электрических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ионкин П.А., Даревский А.И., Кухаркин Е.С. и др.** Теоретические основы электротехники, т. 1. — М.: Высшая школа, 1976.
2. **Kirchhoff G.R.** Über die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Vertheilung galvanischer Ströme geführt wird. — Annalen der Physik, 1847, Bd. 72.
3. **Кирхгоф Г.Р.** Избранные труды. — М.: Наука, 1988.
4. **Курганов С.А., Филаретов В.В.** Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях. — Электричество, 2005, № 1.
5. **Филаретов В.В.** Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей. — Электричество, 1995, № 4.
6. **Филаретов В.В.** Наложение воздействий активных контуров и сечений в электрических цепях. — Международ. сб. науч. тр. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей»/Под ред. В.В. Филаретова. — Ульяновск: УлГТУ, 2010, вып. 8.
7. **Feussner W.** Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern. — Annalen der Physik, 1902, Bd 9, № 13.
8. **Feussner W.** Zur Berechnung der Stromstärke in netzformigen Leitern. — Annalen der Physik, 1904, Bd 15, № 12.
9. **Филаретов В.В.** Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров. — Электричество, 1998, № 5.
10. **Filaretov V.V., Korotkov A.S.** Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation. — Proc. of the 8-th International Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design, Wroclaw, 23–24 September 2004.
11. **Горшков К.С., Филаретов В.В.** Схемно-символьный анализ электрических цепей с многомерными управляемыми источниками. — Международ. сб. науч. тр. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей»/Под ред. В.В. Филаретова. — Ульяновск: УлГТУ, 2008, вып. 6.

[13.10.11]

А в т о р ы : Горшков Константин Сергеевич окончил радиотехнический факультет Ульяновского государственного технического университета (УГТУ) по специальности «Проектирование и технология радиоэлектронных средств» в 2006 г. В 2010 г. защитил кандидатскую диссертацию «Структурный синтез и символьный допусковый анализ электрических цепей методом схемных определителей» в Московском энергетическом институте (МЭИ). Доцент кафедры «Электроснабжение» УГТУ.

Филаретов Владимир Валентинович окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института (ныне УГТУ) по специальности «Радиотехника» в 1982 г. В 2002 г. защитил докторскую диссертацию «Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода» в МЭИ. Профессор кафедры «Электроснабжение» УГТУ.