* * *

Гармонический анализ мгновенной мощности пассивного двухполюсника

КУВШИНОВ А.А.

Методом гармонического анализа обосновано разложение мгновенной мощности пассивного двухполюсника на две ортогональные составляющие, одна из которых обладает четной симметрией и определяет необратимое потребление электроэнергии, а другая обладает нечетной симметрией и определяет пассивную часть энергетического процесса. Предложено оценивать эффективность энергетического процесса с помощью коэффициентов, учитывающих свойства симметрии ортогональных составляющих. Приведены примеры гармонического анализа мгновенной мощности линейного и нелинейного двухполюсников.

Ключевые слова: *пассивный двухполюсник, гармоники мгновенной мощности, ортогональные составляющие, четная симметрия, нечетная симметрия*

A harmonic analysis method is applied for substantiating decomposition of the instantaneous power of a passive two-pole network into two orthogonal components. One of these components has an even symmetry and determines irreversible consumption of electric energy, and the other one has an odd symmetry and determines the passive part of the energy process. It is proposed to estimate the energy process effectiveness using coefficients that take into account the symmetry properties of orthogonal components. Examples of harmonic analysis of the instantaneous power of linear and nonlinear two-pole networks are given.

Key words: *passive two-pole network, instantaneous power harmonic components, orthogonal components, even symmetry, odd symmetry, compensation*

Мгновенная мощность является физической величиной, в которой содержится полная информация о всех составляющих – активной и пассивных – энергетического процесса, протекающего между источником и потребителем (пассивным двухполюсником) электроэнергии. Это фундаментальное свойство используется в энергопотоковых методах определения составляющих энергетического процесса, основанных на интегрировании мгновенной мощности на интервалах знакопостоянства [1]. Однако для этого предварительно требуется определить пределы интегрирования, что является в общем случае достаточно сложной задачей.

Избежать указанной трудности можно используя математический аппарат тригонометрических рядов Фурье. Процедура интегрирования мгновенной мощности в этом случае сохраняется, поскольку используется для определения коэффициентов Фурье. Но пределы интегрирования известны и определяются периодом изменения мгновенной мощности. В связи с этим гармонический анализ мгновенной мощности пассивного двухполюсника как инструмент оценки эффективности энергетического процесса заслуживает внимания.

Тем не менее в литературе такой подход практически не нашел отражения. Можно, например, отметить публикацию [2], в которой для оценки уровня гармоник и соответственно пульсаций мгновенной мощности вводится «коэффициент неизменности мощности». Величина последнего определена как отношение среднего и среднеквадратичного значений мгновенной мощности, т.е. как величина, обратная коэффициенту формы, который является общепринятой характеристикой любого периодического процесса. Поэтому введение нового термина вряд ли оправдано.

В данной статье методом гармонического анализа мгновенной мощности решаются задачи оценки как эффективности энергопотребления пассивным двухполюсником, так и возможной степени компенсации пассивных составляющих энергетического процесса. Актуальность указанных задач в условиях постоянного увеличения доли нелинейных потребителей только возрастает.

Декомпозиция мгновенной мощности на ортогональные составляющие. Для проведения гармонического анализа достаточно чтобы функция мгновенной мощности была кусочно-гладкой на отрезке $[0,T_p]$, т. е. либо непрерывной, если обладает непрерывной производной, либо разрывной, но с конечным числом разрывов первого рода (здесь T_p – период изменения мгновенной мощности). Указанное допущение не ограничивает общности проводимого анализа и позволяет представить функцию мгновенной мощности тригонометрическим рядом Фурье:

$$p(t)=u(t)i(t)=\frac{1}{2}P_{0(c)}+\sum_{k=1}^{\infty}P_{K(c)}\cos k\omega_p t+\sum_{k=1}^{\infty}P_{K(s)}\sin k\omega_p t, \qquad (1)$$

где $u(t)$, $i(t)$ – мгновенные значения напряжения и тока пассивного двухполюсника; $\omega_p=2\pi/T_p$ – круговая частота основной гармоники мгновенной мощности; $k=0,1,2,...$ – номер гармоники мгновенной мощности; $P_{K(c)}$, $P_{K(s)}$ – амплитуды косинусных и синусных составляющих k-й гармоники мгновенной мощности, определяемые интегральными выражениями:

$$P_{K(c)}=\frac{2}{T_p}\int_0^{T_p}p(t)\cos(k\omega_p t)dt,\quad k=0,1,2,...;$$
$$P_{K(s)}=\frac{2}{T_p}\int_0^{T_p}p(t)\sin(k\omega_p t)dt,\quad k=0,1,2,.... \qquad (2)$$

Выражение (1) является декомпозицией функции $p(t)$ на две составляющие:

$$p(t)=p_c(t)+p_s(t), \qquad (3)$$

одна из которых определяет четную часть $p_c(t)$ –

$$p_c(t)=\frac{1}{2}P_{0(c)}+\sum_{k=1}^{\infty}P_{K(c)}\cos k\omega_p t, \qquad (4)$$

а другая – нечетную часть $p_s(t)$ мгновенной мощности:

$$p_s(t)=\sum_{k=1}^{\infty}P_{K(s)}\sin k\omega_p t. \qquad (5)$$

Отметим, что четная $p_c(t)$ и нечетная $p_s(t)$ составляющие мгновенной мощности ортогональны на интервале $[0,T_p]$. Четная составляющая $p_c(t)$ симметрична относительно оси ординат и определяет значение активной мощности:

$$P=\frac{1}{2}P_{0(c)}=\frac{1}{T_p}\int_0^{T_p}p(t)dt, \qquad (6)$$

а также уровень пульсаций мгновенной мощности относительно среднего значения P. С учетом (6) четная составляющая $p_c(t)$ функции мгновенной мощности записывается в более удобном виде:

$$p_c(t)=P+\sum_{k=1}^{\infty}P_{K(c)}\cos k\omega_p t. \qquad (7)$$

Гармонические ряды вида (4), (7) обладают свойством знакопостоянства и принимают на интервале $[0,T_p]$ только положительные значения при условии монотонного убывания косинусных составляющих $P_{K(c)}$ гармоник мгновенной мощности при $k\to\infty$ [3]. Таким свойством обладают все физически реализуемые кусочно-гладкие функции. Поэтому четная составляющая $p_c(t)$ мгновенной мощности характеризует процесс необратимого потребления электрической энергии пассивным двухполюсником. Пульсации мгновенной мощности относительно среднего значения P, а следовательно и неравномерность необратимого потребления, определяются косинусными составляющими $P_{K(c)}$ гармоник мгновенной мощности.

Нечетная составляющая $p_s(t)$ симметрична относительно начала координат, не имеет постоянной составляющей и характеризует уровень колебаний мгновенной мощности относительно нулевого значения. При $p_s(t)\geq 0$ скорость поступления энергии в пассивный двухполюсник возрастает, поскольку $p_c(t)$ и $p_s(t)$ имеют одинаковые знаки, а при $p_s(t)<0$ напротив уменьшается. Если при этом $|p_s(t)|>|p_c(t)|$, то знак мгновенной мощности становится отрицательным. В этом случае нечетная составляющая $p_s(t)$ характеризует полигармонический обменный процесс между источником электроэнергии и пассивным двухполюсником, интенсивность которого на различных частотах определяется амплитудой синусных составляющих $P_{K(c)}$ гармоник мгновенной мощности.

Взаимосвязь гармоник мгновенной мощности, напряжения и тока. Определение составляющих энергетического процесса при несинусоидальных режимах предполагает проведение процедуры ортогонализации напряжения и тока. В качестве одной из ортогональных составляющих может рассматриваться основная гармоника, а в качестве другой – вся совокупность высших гармоник напряжения и тока пассивного двухполюсника [4]. Такая процедура ортогонализации не затрагивает отдельные гармоники и поэтому недостаточна для установления взаимосвязи с гармониками мгновенной мощности. Требуется более глубокая ортогонализация, которой соответствует представление напряжения и тока пассивного двухполюсника тригонометрическими рядами вида (1) и соответственно двумя составляющими — четной и нечетной:

$$u(t)=\sum_{n=1}^{\infty} U_{n(c)}\cos n\omega t+\sum_{n=1}^{\infty} U_{n(s)}\sin n\omega t=$$

$$=u_c(t)+u_s(t); \qquad (8)$$

$$i(t)=\sum_{l=1}^{\infty} I_{l(c)}\cos l\omega t+\sum_{l=1}^{\infty} I_{l(s)}\sin l\omega t=i_c(t)+i_s(t), \qquad (9)$$

где $\omega=(2\pi/T)$, T — круговая частота и период повторения основной гармоники напряжения (тока) соответственно; n, l — порядковый номер гармоник напряжения и тока соответственно; $U_{n(c)}$, $U_{n(s)}$ — амплитуды косинусных и синусных составляющих n-й гармоники напряжения; $I_{l(c)}$, $I_{l(s)}$ — амплитуды косинусных и синусных составляющих l-й гармоники тока; $u_c(t)$, $u_s(t)$ — четная и нечетная составляющие напряжения пассивного двухполюсника; $i_c(t)$, $i_s(t)$ — четная и нечетная составляющие тока пассивного двухполюсника.

С учетом (8), (9) левая часть выражения (1) для определения мгновенной мощности примет вид

$$p(t)=[u_c(t)i_c(t)+u_s(t)i_s(t)]+[u_c(t)i_s(t)+u_s(t)i_c(t)]. \qquad (10)$$

Известно, что произведение двух четных или двух нечетных функций есть функция четная, а произведение четной и нечетной функций есть функция нечетная. Поэтому выражение (10) позволяет определить четную и нечетную составляющие мгновенной мощности через аналогичные составляющие напряжения и тока:

$$p_c(t)=u_c(t)i_c(t)+u_s(t)i_s(t); \qquad (11)$$

$$p_s(t)=u_c(t)i_s(t)+u_s(t)i_c(t). \qquad (12)$$

Как видно из (11), (12), четная составляющая $p_c(t)$ мгновенной мощности определяется произведением синфазных составляющих напряжения и тока, а нечетная составляющая $p_s(t)$ — произведением ортогональных составляющих напряжения и тока пассивного двухполюсника.

Совместное решение (8), (9) и (11) позволяет выразить четную часть мгновенной мощности через синусные и косинусные составляющие гармоник напряжения и тока:

$$P_c(t)=\sum_{\substack{l,n=1\\ l=n}}^{\infty}\frac{1}{2}[U_{n(c)}I_{n(c)}+U_{n(s)}I_{n(s)}]+$$

$$+\sum_{\substack{l,n=1\\ l=n}}^{\infty}\frac{1}{2}[U_{n(c)}I_{n(c)}-U_{n(s)}I_{n(s)}]\cos(2n\omega t)+$$

$$+\sum_{\substack{l,n=1\\ l\neq n}}^{\infty}\frac{1}{2}[U_{n(c)}I_{n(c)}\mp U_{n(s)}I_{n(s)}]\cos(n\pm l)\omega t, \qquad (13)$$

где знак минус в квадратных скобках соответствует комбинационным гармоникам порядка $(n+l)$, а знак плюс — комбинационным гармоникам порядка $(n-l)$.

Постоянная составляющая выражения (13), как видно из сравнения с (7), определяет величину активной мощности пассивного двухполюсника:

$$P=\sum_{\substack{l,n=1\\ l=n}}^{\infty}\left[\frac{U_{n(c)}I_{n(c)}}{2}+\frac{U_{n(s)}I_{n(s)}}{2}\right]=\sum_{\substack{l,n=1\\ l=n}}^{\infty}\frac{U_nI_n}{2}\cos\varphi_n, \qquad (14)$$

где $U_n=\sqrt{U_{n(c)}^2+U_{n(s)}^2}$, $I_n=\sqrt{I_{n(c)}^2+I_{n(s)}^2}$ — амплитуды одноименных гармоник n-го порядка напряжения и тока пассивного двухполюсника; $\varphi_n=\psi_{u(n)}-\psi_{i(n)}$ — фазовый сдвиг n-й гармоники тока относительно n-й гармоники напряжения; $\psi_{u(n)}=\arccos(U_{n(c)}/U_n)$, $\psi_{i(n)}=\arccos(I_{n(c)}/I_n)$.

Косинусные составляющие $P_{K(c)}$ гармоник k-го порядка мгновенной мощности определяются соотношением

$$P_{K(c)}=\begin{cases}0{,}5[U_{n(c)}I_{n(c)}-U_{n(s)}I_{n(s)}] & \text{для } k=2n,\ n=l;\\ 0{,}5[U_{n(c)}I_{l(c)}\mp U_{n(s)}I_{l(s)}] & \text{для } k=n\pm l,\ n\neq l.\end{cases} \qquad (15)$$

Как видно, каждая из косинусных составляющих $P_{K(c)}$ гармоник мгновенной мощности как канонических порядков $k=2n$, так и комбинационных $k=n\pm l$ образована произведением синфазных составляющих гармоник напряжения и тока. Таким образом, соотношение (15) подтверждает активный характер косинусных составляющих $P_{K(c)}$ гармоник мгновенной мощности.

Нечетная составляющая мгновенной мощности находится совместным решением (8), (9) и (12):

$$p_s(t)=\frac{1}{2}\sum_{\substack{l,n=1\\ l=n}}^{\infty}[U_{n(s)}I_{n(c)}+U_{n(c)}I_{n(s)}]\sin(2n\omega t)+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\substack{l,n=1\\ l\neq n}}^{\infty}[U_{n(s)}I_{l(c)}\pm U_{n(c)}I_{l(s)}]\sin(n\pm l)\omega t, \qquad (16)$$

где знак плюс в квадратных скобках соответствует комбинационным гармоникам порядка $(n+l)$, знак минус — комбинационным гармоникам порядка $(n-l)$.

Определение синусных составляющих $P_{K(s)}$ гармоник мгновенной мощности осуществляется путем сравнения выражения (16) с декомпозицией (5):

$$P_{K(s)} = \begin{cases} 0{,}5[U_{n(s)} I_{n(c)} + U_{n(c)} I_{n(s)}] & \text{для } \ k = 2n, \ n = l; \\ 0{,}5[U_{n(s)} I_{l(c)} \pm U_{n(c)} I_{l(s)}] & \text{для } \ k = n \pm l, \ n \neq l. \end{cases} \tag{17}$$

Как видно, каждая из синусных составляющих гармоник мгновенной мощности как канонических порядков $k = 2n$, так и комбинационных порядков $k = n \pm l$ образована произведением ортогональных составляющих гармоник напряжения и тока. Таким образом, соотношение (17) подтверждает пассивный характер синусных составляющих $P_{K(s)}$ гармоник мгновенной мощности.

Коэффициенты эффективности мгновенной мощности. Наряду с активной мощностью в качестве дополнительной интегральной характеристики заслуживает внимания эффективное значение мгновенной мощности

$$P_{\text{эфф}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T [p(t)]^2\, dt, \tag{18}$$

которое определяется по гармоническим составляющим (2), (6) с помощью теоремы Парсеваля:

$$P_{\text{эфф}}^2 = P^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} P_{K(c)}^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} P_{K(s)}^2 = P_C^2 + P_S^2, \tag{19}$$

где $P_C = \sqrt{P^2 + \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} P_{K(c)}^2}$ — эффективное значение четной составляющей мгновенной мощности; $P_S = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty} P_{K(s)}^2}$ — эффективное значение нечетной составляющей мгновенной мощности.

Эффективное значение четной составляющей P_C характеризует неравномерность необратимого потребления электроэнергии пассивным двухполюсником, уровень пульсаций которого характеризуется коэффициентом четности

$$K = \sqrt{2}\,\frac{\sqrt{P_C^2 - P^2}}{P} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} P_{K(c)}^2}}{P}. \tag{20}$$

Эффективное значение нечетной составляющей P_S служит количественной характеристикой пассивной части полигармонического энергетического процесса, интенсивность которого на отдельных частотах определяется синусными составляющими $P_{K(s)}$ гармоник мгновенной мощности. Относительный уровень пассивной части энергетического процесса характеризуется коэффициентом нечетности

$$K_{\text{н}} = \sqrt{2}\,\frac{P_S}{P} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} P_{K(s)}^2}}{P}, \tag{21}$$

значение которого может изменяться в диапазоне $[0, \infty]$.

При $K_{\text{н}} = 0$ кривая мгновенной мощности обладает четной симметрией, а энергетический процесс является полностью активным. При $K_{\text{н}} \to \infty$ доля пассивных составляющих в энергетическом процессе увеличивается. В предельном случае, когда $P = 0$ и $P_{K(c)} = 0$, коэффициент нечетности $K_{\text{н}} = \infty$, кривая мгновенной мощности приобретает нечетную симметрию ($K = 0$), а энергетический процесс становится полностью пассивным.

Равенство (19) и выражения (20), (21) позволяют ввести и более универсальную характеристику эффективности энергетического процесса, основанную на учете свойств симметрии ортогональных составляющих мгновенной мощности, в виде обобщенного коэффициента симметрии

$$K_{\text{о.с}} = \frac{1}{\sqrt{K^2 + K_{\text{н}}^2}}. \tag{22}$$

Этот коэффициент изменяется от максимального значения $K_{\text{о.с}} = 1$ при активном характере энергетического процесса, когда $P_{K(s)} = 0$ и функция мгновенной мощности обладает четной симметрией, до минимального значения $K_{\text{о.с}} = 0$ при пассивном характере энергетического процесса, когда $P = 0$, $P_{K(c)} = 0$ и функция мгновенной мощности обладает нечетной симметрией. Уменьшение коэффициента симметрии $K_{\text{о.с}}$ сопровождается такой деформацией кривой мгновенной мощности, в результате которой изменяется вид симметрии. Утрачивается четная симметрия за счет уменьшения вплоть до равенства нулю значений косинусных составляющих $P_{K(c)}$ гармоник мгновенной мощности, но возникает нечетная симметрия за счет увеличения синусных составляющих $P_{K(s)}$ гармоник мгновенной мощности.

Компенсируемая часть мгновенной мощности. Предварительно следует отметить, что функция мгновенной мощности пассивного двухполюсника в случае только необратимого поглощения электроэнергии условно считается эталонной — для удобства дальнейшего анализа. Тогда при синусоидальном напряжении «эталонную» форму мгновенной мощности описывает выражение

$$p_{\text{эт}}(t) = P(1 - \cos\omega_p t), \tag{23}$$

а при несинусоидальном напряжении — выражение (7), которое с учетом (23) принимает вид

$$p'_{\text{эт}}(t) = p_{\text{эт}}(t) + \sum_{k=2}^{\infty} P_{K(c)} \cos k\omega_p t. \qquad (24)$$

Выражение (24) позволяет заключить, что «эталонная» форма в общем случае определяется четной частью $p_{(c)}(t)$ мгновенной мощности, т.е. $p'_{\text{эт}}(t) = p_c(t)$. Тогда разложение (1) можно записать в виде

$$p(t) = p'_{\text{эт}}(t) + p_s(t), \qquad (25)$$

показывающем, что компенсация пассивных составляющих энергетического процесса возможна путем исключения синусных составляющих $P_{K(s)}$ гармоник мгновенной мощности.

Условием полной компенсации пассивных составляющих мгновенной мощности служит равенство

$$p(t) = p_{\text{эт}}(t), \qquad (26)$$

которое выполняется только в том случае, если $P_{K(s)} = 0$ для всех $k \geq 1$, а $P_{K(c)} = 0$ для всех $k \geq 2$. При выполнении условия (26) показатели эффективности энергетического процесса принимают значения: $K = 1$, $K_{\text{н}} = 0$, $K_{\text{о.с}} = 1$.

Более «мягким» является условие частичной компенсации пассивных составляющих мгновенной мощности, для выполнения которого достаточно обеспечить только $P_{K(s)} = 0$ при всех $k \geq 1$:

$$p(t) = p'_{\text{эт}}(t). \qquad (27)$$

При выполнении этого условия коэффициент нечетности $K_{\text{н}} = 0$, но коэффициент четности K' как видно из (20), имеет повышенное значение ($K' > K$), т.е. процесс необратимого потребления электрической энергии характеризуется повышенным уровнем пульсаций.

Полученные теоретические результаты иллюстрируются примерами гармонического анализа мгновенной мощности линейного и нелинейного двухполюсников, имеющих широкое практическое применение.

Пример 1. Выражение для мгновенной мощности линейного двухполюсника при синусоидальных напряжении $u(t) = \sqrt{2}U \sin\omega t$ и токе $i(t) = \sqrt{2} I \sin(\omega t \pm \varphi)$ можно записать в форме

$$p(t) = P + P_{1(C)} \cos\omega_p t + P_{1(S)} \sin\omega_p t,$$

соответствующей разложению (1), в котором значения

$$P = UI\cos\varphi; \quad P_{1(C)} = -UI\cos\varphi; \quad P_{1(S)} = \pm UI\sin\varphi$$

определены из (14), (15) и (17) соответственно, причем $\omega_p = 2\omega$.

Как видно, четная составляющая мгновенной мощности линейного двухполюсника

$$p_c(t) = P + P_{1(C)} \cos\omega_p t = P(1 - \cos\omega_p t)$$

всегда положительна, имеет среднее значение, равное активной мощности P, и «эталонную» форму согласно (23).

Нечетная составляющая мгновенной мощности линейного двухполюсника

$$p_s(t) = (\pm UI\sin\varphi)\sin\omega_p t = Q\sin\omega_p t$$

есть знакопеременная функция со средним значением, равным нулю, амплитуда которой Q является реактивной мощностью пассивного двухполюсника. Эффективное значение нечетной составляющей мгновенной мощности согласно (19) равно $P_S = Q/\sqrt{2}$ и определяет с точностью до постоянного множителя реактивную мощность пассивного двухполюсника.

Коэффициенты эффективности мгновенной мощности, определяемые по (21)–(23), принимают значения:

$$K = 1; \quad K_{\text{н}} = \frac{\sqrt{P_{1(S)}^2}}{P} = \operatorname{tg}\varphi;$$

$$K_{\text{о.с}} = \frac{P}{\sqrt{P_{1(C)}^2 + P_{1(S)}^2}} = \cos\varphi.$$

Как видно, коэффициент нечетности $K_{\text{н}}$ и обобщенный коэффициент симметрии $K_{\text{о.с}}$ совпадают соответственно с коэффициентом реактивной мощности ($\operatorname{tg}\varphi$) и коэффициентом мощности ($\cos\varphi$). Коэффициент четности K не зависит от параметров пассивного двухполюсника и сохраняет неизменное значение $K = 1$, поскольку $P_{1(C)}$ и P отличаются только знаками.

Пример 2. Однофазный мостовой управляемый выпрямитель питает от источника синусоидального напряжения $u(t) = U_m \sin\omega t$ активно-индуктивную нагрузку идеально сглаженным выпрямленным током $I_d = \text{const}$. При мгновенной коммутации вентилей от источника синусоидального напряжения потребляется ток, кривая которого имеет форму меандра и описывается уравнением

$$i(t) = I_d \operatorname{sign}[\sin(\omega t - \alpha)],$$

где α – угол включения вентилей выпрямителя.

Необходимо добавить, что действующее значение потребляемого тока равно выпрямленному току I_d, а действующее значение основной гармоники потребляемого тока составляет $I_{(1)} = 4I_d/\sqrt{2}\pi$. Фазовый сдвиг основной гармоники потребляемого тока относительно синусоидального питающего напряжения равен углу включения α вентилей мостового выпрямителя [5].

Однофазный мостовой выпрямитель является нелинейным пассивным двухполюсником, мгновенная мощность которого изменяется с частотой $\omega_p = 2\omega$ и определяется выражением

$$p(t) = U_m I_d \sin\omega t \times \mathrm{sign}[\sin(\omega t - \alpha)] =$$

$$= \begin{cases} P_m \sin\omega t & \text{при } \alpha < \omega t < (\pi + \alpha); \\ -P_m \sin\omega t & \text{при } (\pi + \alpha) < \omega t \le (2\pi + \alpha), \end{cases}$$

где $P_m = U_m I_d$ — амплитудное значение мгновенной мощности.

По формулам (2), (3), (6) определяются амплитудные значения косинусных и синусных составляющих k-й гармоники мгновенной мощности и активная мощность:

$$P_{K(c)} = -\frac{4P_m}{\pi(4k^2 - 1)}\cos\alpha;$$

$$P_{K(s)} = \frac{2}{\pi}\frac{4k}{4k^2 - 1}P_m \sin\alpha; \quad P = \frac{2}{\pi}P_m \cos\alpha.$$

Тогда согласно (4), (5) четная и нечетная составляющие мгновенной мощности будут определяться как

$$p_c(t) = P\left[1 - 2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos k\omega_p t}{4k^2 - 1}\right];$$

$$p_s(t) = \frac{8}{\pi}P_m \sin\alpha \sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{4k^2 - 1}\sin k\omega_p t.$$

Четная составляющая мгновенной мощности всегда положительна, поскольку максимальное значение суммы в выражении для $p_c(t)$ составляет $\sum_{k=1}^{\infty}(4k^2 - 1)^{-1} = 0{,}5$ [6].

Интенсивность пассивной части энергетического процесса определяет эффективное значение P_S нечетной составляющей мгновенной мощности:

$$P_S = \sqrt{\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\infty}P_{K(s)}^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{cosec}(\pi/2)P_m \sin\alpha =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}P_m \sin\alpha.$$

Полученное значение P_S интересно сравнить с традиционно определяемым значением реактивной мощности, потребляемой управляемым выпрямителем [5]:

$$Q = \frac{U_m}{\sqrt{2}}I_{(1)}\sin\alpha = \frac{2}{\pi}P_m \sin\alpha.$$

Как видно,

$$P_S = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}Q \approx 1{,}11Q,$$

а некоторое превышение объясняется тем, что P_S в отличие от Q учитывает все частотные составляющие пассивной части полигармонического энергетического процесса.

При $\alpha = 0$ активная мощность нелинейного двухполюсника максимальна: $P = (2/\pi)P_m$. Синусные составляющие гармоник мгновенной мощности $P_{K(s)} = 0$, поэтому $K_{\text{н}} = 0$ и $p_s(t) = 0$, а мгновенная мощность характеризуется четной симметрией $p(t) = p_c(t)$ и всегда положительна.

При $\alpha = \pi/2$ активная мощность $P = 0$ и косинусные составляющие гармоник мгновенной мощности $P_{K(c)} = 0$. В этом случае $K_{\text{н}} = \infty$ и мгновенная мощность характеризуется нечетной симметрией, поскольку $p(t) = p_s(t)$, а эффективное значение нечетной составляющей мгновенной мощности достигает максимального значения: $P_S = P_m/\sqrt{2}$.

Выводы. 1. Гармонический анализ позволяет осуществлять декомпозицию мгновенной мощности пассивного двухполюсника на две ортогональные составляющие, одна из которых является четной и всегда положительной функцией, а другая — нечетной и знакопеременной функцией.

2. Четная составляющая мгновенной мощности определяет активную мощность и уровень пульсаций необратимого потребления электроэнергии пассивным двухполюсником.

3. Эффективное значение нечетной составляющей служит интегральной характеристикой пассивной части мгновенной мощности, которая может быть компенсирована путем минимизации синусных составляющих гармоник мгновенной мощности. При компенсации восстанавливается четная симметрия функции мгновенной мощности, а степень компенсации оценивается величиной обобщенного коэффициента симметрии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Солодухо Я.Ю.** Тенденция компенсации реактивной мощности. Ч.1: Реактивная мощность при несинусоидальных режимах работы. — ЭП. Сер. 05. Полупроводниковые силовые приборы и преобразователи на их основе. Обзорная информация, 1987, вып. 2.

2. **Ерихов М.М.** Коэффициент неизменности мощности в цепях несинусоидального тока. — Электричество, 1994, № 5.

3. **Заездный А.М.** Гармонический синтез в радиотехнике и электросвязи, изд. 2-е. — Л.: Энергия, 1971.

4. **Цицикян Г.Н.** Работы Кваде и некоторые замечания по понятиям электрической мощности. — Электричество, 2000, № 8.

5. **Розанов Ю.К.** Основы силовой электроники. — М.: Энергоатомиздат, 1992.

6. **Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.** Интегралы и ряды. — М.: Наука, 1981.

[31.01.12]

А в т о р : ***Кувшинов Алексей Алексеевич*** *окончил электротехнический факультет Тольяттинского политехнического института в 1975 г. В 2004 г. в Ульяновском государственном техническом университете защитил докторскую диссертацию «Логико-алгебраическое моделирование и синтез интеллектуальных систем электропитания электронных и вычислительных средств в элементном базисе универсальных и силовых реляторов». Профессор кафедры «Электроснабжение и электротехника» Тольяттинского государственного университета.*