4. **Гринберг Г.А.** Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. – М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1948.

5. **Астахов Ю.Н., Веников В.А., Зуев Э.Н.** Повышение пропускной способности за счет рационального размещения проводов двухцепных линий электропередачи. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1965, № 6.

6. **Мисриханов М.Ш., Попов В.Д., Якимчук Н.Н., Медов Р.В.** Взаимовлияние двухцепных воздушных линий и их воздействие на режим электрических систем. — Электрические станции, 2001, № 2.

7. **Евдокунин Г.А., Чуйков Ю.В., Щербачев О.В.** О целесообразном расположении фаз двухцепных воздушных линий для снижения пофазной несимметрии. – Электрические станции, 1980, № 3.

[06.09.12]

Авторы: ***Шишков Евгений Михайлович*** *окончил электротехнический факультет Самарского государственного технического университета (СамГТУ) в 2011 г. по специальности «Электрические системы и сети». Аспирант, ассистент кафедры «Электрические станции» СамГТУ.*

Ведерников Александр Сергеевич *окончил электротехнический факультет СамГТУ в 2000 г. по специальности «Электрические системы и сети». Защитил кандидатскую диссертацию «Метод квадратичного кумулятивного осреднения в расчетах резкопеременных графиков электрических нагрузок» в СамГТУ в 2004 г. Заведующий кафедрой «Электрические станции» СамГТУ.*

Гольдштейн Валерий Геннадьевич *окончил электротехнический факультет Куйбышевского политехнического института в 1963 г. по специальности «Электрические станции, сети и системы». В 2004 г. защитил докторскую диссертацию «Электромагнитная совместимость систем электроснабжения нефтяной промышленности при внешних и внутренних импульсных электромагнитных воздействиях» в СамГТУ. Профессор кафедры «Автоматизированные электроэнергетические системы» СамГТУ.*

* * *

Сопротивление заземлителя в многослойной земле с границами произвольной формы

ШИШИГИН С.Л.

*Приведены результаты расчета матрицы собственных и взаимных сопротивлений заземлителя **R** в многослойной земле с границами произвольной формы методом зеркальных изображений и методом интегральных уравнений совместно. Влияние границ выражено в виде вносимого сопротивления, поэтому размерность матрицы **R** в однородной и неоднородной среде не меняется. Матрица **R** используется для расчета сопротивления эквипотенциального заземлителя и в цепной модели неэквипотенциального заземлителя как один из параметров.*

Ключевые слова: *заземлитель, многослойный грунт, вносимое сопротивление, границы слоев, расчет*

*Results from calculating the matrix of self and mutual resistances **R** of a grounding electrode placed in multilayer soil with arbitrarily shaped boundaries through a simultaneous use of the mirror image method and the method of integral equations are presented. The influence of boundaries is expressed in terms of introduced resistance; therefore, the dimension of matrix **R** remains unchanged in uniform and nonuniform medium. The matrix **R** is used for calculating the resistance of an equipotential grounding electrode and in the chain model of a nonequipotential grounding electrode as one of its parameters.*

Key words: *grounding electrode, multilayer soil, introduced resistance, layer boundaries, calculation*

Системы заземления играют важную роль в обеспечении электробезопасности и электромагнитной совместимости в электроэнергетике, что предъявляет высокие требования к точности расчетов [1]. К настоящему времени в нашей стране и за рубежом разработаны эффективные методы расчета заземляющих устройств в различных режимах работы, а также математические модели земли. Тем не менее, давние положения [2] о том, что основная погрешность расчета заземлителей обусловлена неадекватностью математической модели земли, справедливы и поныне.

Двухслойная модель земли с удельным сопротивлением верхнего слоя r_1, нижнего слоя r_2 и мощностью (толщиной) верхнего слоя h, введенная в практику проектирования еще в прошлом веке [2], фактически остается стандартом сегодняшнего дня. Существует два основных подхода к расчету заземлителей в двухслойной земле: на основе решения уравнения Лапласа для потенциала точечного источника с последующим интегрированием по длине стержня [2] и методом зеркальных изображений (МЗИ), который сразу оперирует со стержнями, поэтому более эффективен [3, 4]. В этом случае стержень отражается одновременно от двух границ, что приводит к бесконечному числу источников и бесконечным рядам при расчете электрического поля в однородной среде. Ограничение членов ряда достигается математическими методами ускорения сходимости. Векторная форма записи расчетных выражений делает их компактными и адаптированными к возможностям современных компьютеров.

С возрастанием требований к точности расчетов двухслойная модель земли все менее соответствует потребностям практики. При экспериментальном определении структуры земли методом вертикального электрического зондирования (ВЭЗ) число слоев обычно превышает два [5]. Следует добавить также слой сезонных изменений и насыпного грунта. Рекомендуемые в [1] методы приведения многослойной земли к эквивалентной двухслойной на стадии интерпретации данных ВЭЗ или приближенных аналитических расчетов [5] сопряжены с дополнительной погрешностью. Замена нескольких слоев земли одним может быть точна лишь в двух частных случаях, когда проводимость подстилающего слоя существенно меньше или существенно больше остальных слоев [6]. Таким образом, переход к многослойным моделям, повышающим достоверность расчета заземлителей, — требование практики, подкрепленное в настоящее время необходимыми вычислительными ресурсами.

В основу методики расчета заземлителей в многослойном грунте положена задача об электрическом поле точечного источника, описываемого уравнением Лапласа. При расположении источника и расчетной точки в k-м слое потенциал равен [2]:

$$\varphi(z,r)=\varphi_0+\int\limits_0^{\infty} J_0(\lambda r)\left(a_k e^{\lambda z}+b_k e^{-\lambda z}\right)d\lambda, \qquad (1)$$

где z, r — координаты цилиндрической системы с центром в источнике; φ_0 — потенциал точечного источника в однородной среде; a_k, b_k — коэффициенты, подлежащие определению для каждого слоя с учетом граничных условий.

Возможно лишь численное решение задачи. Более того, к численному интегрированию приходится прибегать повторно для расчета потенциала стержня, что приводит к громоздким выражениям, примеры которых для трех- и пятислойной земли приведены в [7]. Таким образом, расчет электрического поля стержня в многослойной земле на основе решения уравнения Лапласа — весьма трудоемкая процедура.

Заманчивая идея моделирования многослойной земли с помощью зеркальных изображений, число которых равняется числу слоев, реализована в методе комплексных изображений (complex image method) [8]. Подынтегральная функция (1) здесь аппроксимируется по методу Прони — в виде суммы экспонент, число которых равняется числу слоев и каждой из которых соответствует точечный источник, в общем случае комплексный и с комплексной координатой. Но для каждого уровня глубины погружения источника коэффициенты аппроксимации разные, поэтому расчет вертикальных (особенно глубинных) заземлителей весьма трудоемкий. Исследования метода, выполненные К.Н. Зубовым, также выявили недостаточную точность — не менее 10–15% при решении тестовых задач. В итоге данный метод представляет скорее теоретический интерес.

Расчеты электрических полей точечных источников в многослойных средах типичны для задач электроразведки, в частности для интерпретации данных ВЭЗ [6]. Коэффициенты в (1), которые в рассмотренных ранее методах рассчитывались численно или приближенно, представлены в виде рекуррентной функции (формула Пекериса):

$$R_i(m)=\frac{R_{i+1}(m)+\mathrm{th}(mh_i)\cdot\rho_i/\rho_{i+1}}{\rho_i/\rho_{i+1}+R_{i+1}(m)\,\mathrm{th}(mh_i)},\quad R_n(m)=1,$$

где $i=1,\dots,n$ — номер слоя; m — аналог λ в (1).

Тогда потенциал на поверхности земли и кажущееся удельное сопротивление равны:

$$\varphi(r)=\frac{\rho_1 I}{2\pi}\left[\frac{1}{r}+\int\limits_0^{\infty}\left(R_1(m)-1\right)J_0(mr)\,dm\right];$$

$$\rho_k(r)=\rho_1\left[1+r^2\int\limits_0^{\infty}\left(R_1(m)-1\right)J_1(mr)\,dm\right],$$

где J_0, J_1 — функции Бесселя.

Подынтегральные выражения (с увеличением m) становятся осциллирующими, поэтому для вычисления подобных интегралов используются специальные квадратурные формулы. Расчеты усложняются при произвольном расположении источников и расчетных точек, поэтому эффективность методов электроразведки для расчета заземлителей неочевидна.

Расчеты заземлителей в многослойных средах проводятся методом оптической аналогии (МОА) — разновидности МЗИ [2]. Точечный источник тока уподобляется источнику света, который отражается и преломляется в системе полупрозрачных зеркал, расположенных на границе слоев. Этот процесс описывается двумя рекуррентными формулами для лучей (бликов), направленных вверх и вниз. В расчете учитываются только блики, видимые наблюдателем, т.е. распространяющиеся в слое с расчетной точкой. Чтобы не «промахнуться», переходят к целочисленной толщине слоев. Источник должен находиться на границе слоев, иначе вводится фиктивная граница. В варианте метода [9] это ограничение снято — роль точечного источника выполняют два его первых блика, что уменьшает число шагов рекуррентных формул, но удваивает процесс поиска зеркальных источников и требует дополнительного суммирования его результатов. В отличие от двухслойного грунта рекуррентные формулы нельзя априорно представить в виде ряда с последующим применением методов ускорения сходимости, что приводит к большому числу бликов, особенно в грунте со скальным основанием, где отражения происходят почти без затухания. Но, будучи разновидностью МЗИ, он позволяет сразу оперировать стержнями вместо заимствованной из электроразведки и закрепленной в [2] более затратной методики расчета потенциала точечного источника с последующим интегрированием полученного решения по длине стержня. Таким образом, МОА – наиболее эффективное средство расчета заземлителей в многослойных горизонтально и вертикально слоистых средах. Далее МОА включаем в рамки МЗИ.

Рассмотренные модели исключают такие существенные факторы, как слои с наклонными горизонтами, негоризонтальность поверхности земли, локальные неоднородности, трещины в горных породах и т.д. Практика расчетов заземлителей в подобных средах фактически отсутствует, но потребность уже установлена руководящими документами [1].

Аналогичные задачи электростатики и электроразведки постоянным током в кусочно-неоднородных средах решаются методом интегральных уравнений (МИУ) [6, 10, 11]. Этот метод применим и для расчета эквипотенциального заземлителя, но крайне неэффективен для реального, неэквипотенциального заземлителя (на высоких частотах, при импульсных воздействиях) с его сложной математической моделью [3] из-за существенного увеличения числа элементов при дискретизации границ раздела сред. Требуется модификация МИУ, чтобы размерность матрицы сопротивлений в однородной и неоднородной среде оставалась неизменной независимо от числа элементов границ раздела сред аналогично МЗИ.

Сопротивление заземлителя в МЗИ может быть представлено как сумма собственного сопротивления и дополнительного сопротивления, вносимого зеркальными источниками $R_1 = R_0 + \Delta R_1$. Эту идею об учете влияния вторичных источников на границе раздела сред в виде вносимых сопротивлений реализуем и в МИУ, что позволит применить его совместно с МЗИ. Тогда сопротивление заземлителя в неоднородной земле

$$R_2 = R_1 + \Delta R_2 = R_0 + \Delta R_1 + \Delta R_2,$$

где R_0 – сопротивление заземлителя в однородной среде; R_1 – сопротивление заземлителя в многослойной горизонтально-слоистой земле (существующий уровень); ΔR_1 – вносимое сопротивление от горизонтальных границ (рассчитывается МЗИ); ΔR_2 – вносимое сопротивление от границ раздела сред произвольной формы (будет найдено МИУ).

Сущность ΔR_1 и ΔR_2 одинакова: они обусловлены токами, наведенными на границах раздела сред электрическим полем заземлителя вследствие различных удельных сопротивлений сред.

В статье приведены вывод формулы вносимого сопротивления заземлителя от границ раздела сред произвольной формы на основе МИУ, результаты тестирования формулы на модельных задачах, а также результаты апробации методики совместного применения МИУ и МЗИ.

Вносимое сопротивление заземлителя на основе МИУ. Пусть заземлитель с током I_1 (первичный ток в терминах МИУ) расположен в однородной среде с удельным сопротивлением ρ_1 при наличии локальных неоднородностей с удельными сопротивлениями ρ_2, ρ_3,..., ρ_n, ограниченных произвольной поверхностью S (рис. 1). Неоднородная среда приводится к однородной (рис. 1,*б*) из условия неизменности потенциала и напряженности электрического поля [9]. Для этого по аналогии с электростатикой на поверхности S вводятся наведенные (вторичные) токи I_2 с поверхностной плотностью J, удовлетворяющие интегральному уравнению

$$\frac{J(P)}{2} - k\int_S J(Q)\frac{dG(P,Q)}{dn}dS_Q = 0, \qquad (2)$$

где $G(P,Q)$ – ядро интегрального уравнения, имеющее смысл потенциала в точке P от единичного точечного источника в точке Q (взаимного сопротивления при $\rho_1 = 1$); $dG(P,Q)/dn$ – производная ядра в направлении нормали к границе в точке P, имеющая смысл напряженности; J – плотность стекающего тока; k – коэффициент отражения (в частности на границе со второй областью $k = (\rho_2 - \rho_1)/(\rho_1 + \rho_2)$).

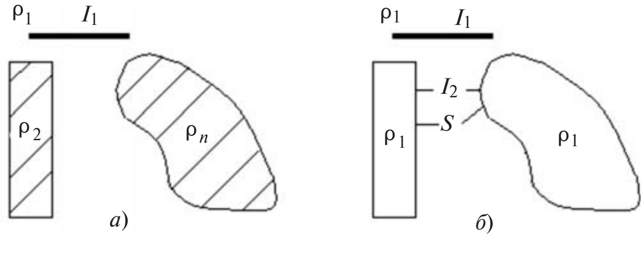

Рис. 1. Приведение кусочно-неоднородной среды к однородной среде

Разобьем заземлитель на M линейных элементов длиной l_i, током I_i с плотностью $J_i = I_i / l_i = \mathrm{const}$, где $i = 1, \ldots, M$, а поверхность S — на N элементов прямоугольной формы площадью S_j, током I_j с плотностью $J_j = I_j / S_j = \mathrm{const}$, где $j = M+1, \ldots, M+N$.

Тогда для p-го элемента поверхности S интегральное уравнение заменяется алгебраическим:

$$\sum_{i=1}^{M} \frac{dR_{pi}}{dn} I_i + \sum_{j=M+1}^{M+N} \frac{dR_{pj}}{dn} I_j - \frac{I_p}{2kS_p} = 0,$$

$$M < p \le M+N,\ k \ne 0,$$

где R_{pi}, R_{pj} — взаимные сопротивления между элементами при $\rho_1 = 1$.

Это же уравнение в матричной форме:

$$\mathbf{D}_{12}\mathbf{I}_1 + \mathbf{D}_{22}\mathbf{I}_2 = 0,$$

где индекс «1» относится к заземлителю, индекс «2» к поверхности S.

Отсюда получим связь между вторичными и первичными токами:

$$\mathbf{I}_2 = -\mathbf{D}_{22}^{-1}\mathbf{D}_{12}\mathbf{I}_1.$$

Потенциал элементов заземлителя с учетом вторичных токов равен:

$$\varphi_1 = \mathbf{R}_{11}\mathbf{I}_1 + \mathbf{R}_{12}\mathbf{I}_2 = (\mathbf{R}_{11} - \mathbf{R}_{12}\mathbf{D}_{22}^{-1}\mathbf{D}_{12})\mathbf{I}_1 =$$

$$= (\mathbf{R}_{11} + \Delta\mathbf{R})\mathbf{I}_1,$$

где $\mathbf{R}_{11}$ — матрица сопротивлений заземлителя; $\mathbf{R}_{12}$ — матрица взаимных сопротивлений заземлителя и поверхности S;

$$\Delta\mathbf{R} = -\mathbf{R}_{12}\mathbf{D}_{22}^{-1}\mathbf{D}_{12} \qquad (3)$$

— матрица вносимого сопротивления заземлителя.

Таким образом, вносимое сопротивление заземлителя, обусловленное наведенными (вторичными) токами на границах раздела сред произвольной формы, определено матричным выражением (3). Методику его применения изучим на тестовой задаче с известным аналитическим решением.

Найдем вносимое сопротивление точечного заземлителя, расположенного на расстоянии t от плоской границы раздела сред (рис. 2). Точное решение, полученное МЗИ, известно:

$$\Delta R = \frac{\rho_1 k}{4\pi 2t};\quad k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}.$$

Зададим на плоскости сетку с квадратными ячейками со стороной a и в центре каждой ячейки введем точечный источник вторичного тока. Для единственного элемента заземлителя в формуле (3)

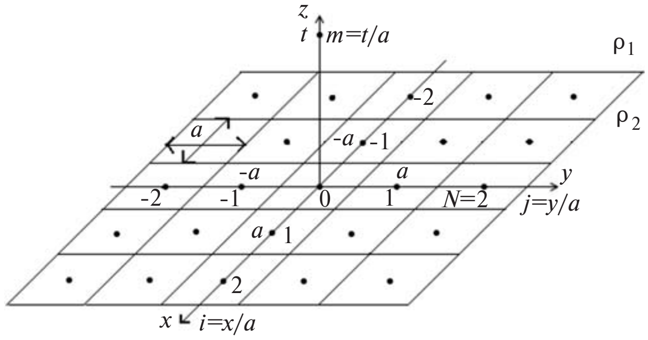

Рис. 2. Точечный заземлитель над плоской границей раздела сред

$\mathbf{R}_{12}$ будет вектор-строка, $\mathbf{D}_{21}$ — вектор-столбец, $\mathbf{D}_{22}$ — диагональная матрица, поэтому матричные операции в (3) заменяются скалярными, что можно показать на примере:

$$(a_0\ a_1\ a_2)\begin{pmatrix} b_0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & b_2 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \sum_n \frac{a_n c_n}{b_n}.$$

Тогда вносимое сопротивление (3) получается суммированием влияний каждой ячейки:

$$\Delta R = \sum_{i=-N}^{N}\sum_{j=-N}^{N} \frac{R_{12}(i,j)D_{21}(i,j)}{D_{22}(i,j)} =$$

$$= \frac{\rho_1 k}{4\pi a}\frac{m}{2\pi}\sum_{i=-N}^{N}\sum_{j=-N}^{N} \frac{1}{(i^2+j^2+m^2)^2},$$

где

$$R_{12}(i,j) = \frac{\rho_1 k}{4\pi a}\frac{1}{\sqrt{i^2+j^2+m^2}};$$

$$D_{21}(i,j) = \frac{1}{4\pi a^2}\frac{m}{(i^2+j^2+m^2)^{3/2}};$$

$D_{22}(i,j) = -1/2ka^2$; $i = x/a$; $j = y/a$ — координаты центра ячейки с вторичным током; $m = t/a$ — координата точечного заземлителя; N — номер крайней ячейки (рис. 2).

Сопоставление этого выражения с точным решением при вариации размера и числа ячеек показало, что оптимальный размер ячейки близок к расстоянию до заземлителя $a = t$. В этом случае погрешность не превышает 3% уже при 49 элементах дробления.

Таким образом, решение получено при ограниченном числе ячеек сетки, что связано с очень быстрым $(1/r^4)$ затуханием влияния вторичных токов с увеличением расстояния между ними r и точкой наблюдения. Отсюда влияние ближайших ячеек следует вычислять наиболее точно, что достигается фокусировкой сетки из условия $a = t$, а также повышением точности интегрирования. Для этого ячейки с вторичными токами моделируются стержнями, что обеспечивает требуемую точность. Не менее важно, что использованием стержней в качестве вторичных источников достигается единообразие алгоритмов расчета заземлителей в неоднородных средах. Формулы производных ядра интегрального уравнения (2) для стержневых элементов получены в [4].

Рассмотрим тестовые задачи.

Задача 1. Негоризонтальная граница раздела сред. Найдем сопротивление горизонтального стержня длиной 10 м при негоризонтальной границе земля—воздух с переменной высотой выступа h (рис. 3). При $h=0$ имеем однородную модель земли, где сопротивление стержня $R=12{,}9$ Ом. Тот же результат дает разработанный метод. В другой крайней точке h ® ¥ стержень расположен внутри бесконечного угла, что дает аналитическое решение $R=17{,}1$ Ом. При $h=100$ м значение $R=16{,}7$ Ом отличается на 2,5%. Таким образом, численное решение достоверно и получено с достаточно высокой точностью.

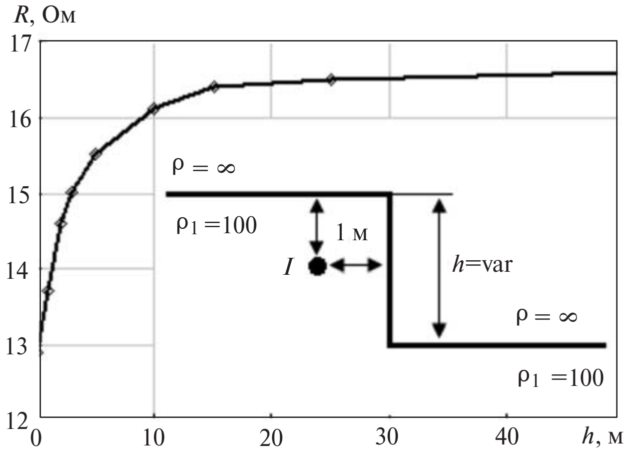

Рис. 3. Сопротивление горизонтального стержня длиной 10 м, диаметром 20 мм в однородном грунте с негоризонтальной границей

Задача 2. Наклонная граница раздела сред. Найдем сопротивление горизонтального стержня, расположенного в двухслойной земле с наклонной границей раздела сред (рис. 4,*а*). Часть границы принята горизонтальной, где расчеты заземлителя с использованием двухслойной модели земли при r= 100/500 Ом×м считаем точными. Имеем: $R=20{,}3$ Ом (точное значение 20,5 Ом) для $h=2$ м; $R=14{,}4$ Ом (точное значение 14,6 Ом) для $h=5$ м, т.е. погрешность в крайних точках составляет 1%. При перемещении стержня в направлении координаты x изменяется толщина верхнего слоя, что приводит к почти пропорциональному изменению сопротивления стержня (рис. 4,*б*) и согласуется с качественными представлениями о процессе растекания тока. Таким образом, и в этой задаче численное решение достоверно и получено с высокой точностью.

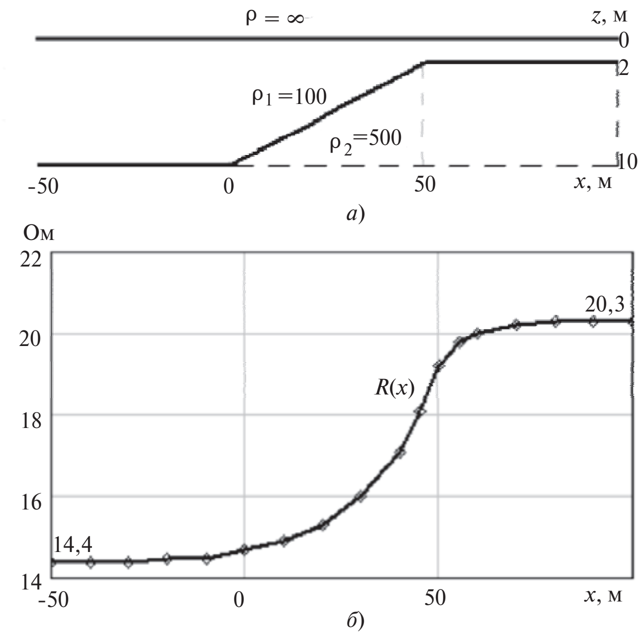

Рис. 4. Сопротивление горизонтального стержня длиной 10 м, диаметром 20 мм при глубине погружения 1 м в двухслойном грунте с негоризонтальной границей в функции положения по оси x

Задача 3. Горизонтальная неоднородность земли. При проектировании заземлителей возможна ситуация, когда эквивалентное удельное сопротивление земли неоднородно по одному или двум направлениям. Покажем возможность решения подобных задач с помощью разработанного метода. Примем двухслойную модель земли с переменным удельным сопротивлением нижнего слоя r $_2$, изменяющимся (в нашем примере) линейно от 200 до

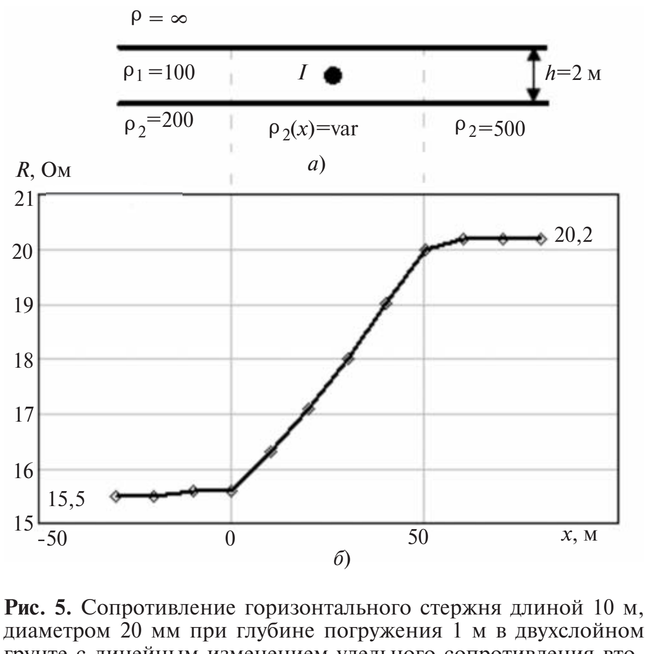

Рис. 5. Сопротивление горизонтального стержня длиной 10 м, диаметром 20 мм при глубине погружения 1 м в двухслойном грунте с линейным изменением удельного сопротивления второго слоя земли

500 Ом×м (рис. 5,*а*). Функция $\rho_2(x)$ или $\rho_2(x, y)$ ведет к переменному коэффициенту отражения $k(x)$ в интегральном уравнении (2), но не меняет формулу (3), поэтому изменений алгоритма не требует. Расчеты показывают (рис. 5,*б*), что сопротивление горизонтального стержня в подобной земле практически повторяет функцию $\rho_2(x)$. Погрешность расчета в крайних точках, определяемая в двухслойной земле, составляет 1%, т.е. решение достоверно. Заметим, что и двухслойная модель с наклонной границей, рассмотренная в предыдущей задаче, также применима для моделирования горизонтальной неоднородности эквивалентного удельного сопротивления земли.

Задача 4. Заземлитель в многослойной горизонтально-слоистой земле. Найдем сопротивление горизонтального стержня длиной 10 м, диаметром 20 мм при глубине погружения 1 м в многослойной земле и сопоставим с результатами по МОА. Примем мощность (толщину) каждого слоя равной 2 м, удельные сопротивления слоев: $\rho_1 = 100$ Ом×м, $\rho_2 = 300$ Ом×м, $\rho_3 = 500$ Ом×м и т.д. с шагом 200 Ом×м. Применение разработанного метода вновь дает достоверное решение с высокой точностью (см. таблицу).

Таблица

Число слоев	Результаты расчета сопротивления, Ом		Погрешность δ, %
	$R_{МИУ}$	$R_{МОА}$	
2	17,5	17,6	1,0
3	19,3	19,5	1,0
4	20,4	20,7	1,5
5	21,1	21,5	2,0
6	21,6	22,1	2,5

Совместное использование МИУ и МЗИ. Как показали тестовые задачи, МИУ позволяет проводить расчеты в неоднородных средах с границами произвольной формы и произвольным законом изменения удельного сопротивления вдоль границ. Однако его применение в традиционных задачах с горизонтальными бесконечно протяженными границами более трудоемко по сравнению с МЗИ. Отсюда идея их совместного применения для расчета заземлителей в многослойной земле с горизонтальными и негоризонтальными границами. На негоризонтальных границах вводятся вторичные токи интегральным уравнением (1), которые далее отражаются от горизонтальных границ в МЗИ подобно первичным источникам. В результате рассмотренные ранее *задачи 1—3* могут быть эффективно решены в двух и многослойной земле, а *задача 4* может иметь локальные неоднородности.

Вывод. Многослойный грунт с горизонтальными бесконечно протяженными границами, дополненный границами произвольной формы — следующий шаг в повышении адекватности математической модели земли, отвечающий требованиям практики и подкрепленный возможностями современных компьютеров. Матрица сопротивлений элементов заземлителя **R** в подобной земле представляет сумму матрицы сопротивления в однородной среде и матрицы вносимого сопротивления от границ раздела сред, которая рассчитывается методом зеркальных изображений для учета горизонтальных границ и методом интегральных уравнений по (3) — для границ произвольной формы. Найденная матрица **R** используется для расчета сопротивления эквипотенциального заземлителя и входит в качестве одного из параметров в цепную модель неэквипотенциального заземлителя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **СТО 56947007-29.130.15.114—2012.** Стандарт организации. Руководящие указания по проектированию заземляющих устройств подстанций напряжением 6—750 кВ. – Введ. 03.02.2012. – М.: МЭИ, 2012.
2. **Бургсдорф В.В., Якобс А.И.** Заземляющие устройства электроустановок.– М.: Энергоатомиздат, 1987.
3. **Шишигин С.Л.** Математические модели и методы расчета заземляющих устройств. – Электричество, 2010, № 1.
4. **Шишигин С.Л.** Векторная форма записи потенциала стержневого заземлителя в однородной и двухслойной земле. – Электричество, 2007, № 7.
5. **Коструба С.И.** Измерение электрических параметров земли и заземляющих устройств. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
6. **Матвеев Б.К.** Электроразведка. – М.: Недра, 1990.
7. **Takahashi T., Kawase T.** Calculation of earth resistance for a deep-driven rod in a multi-layer earth structure. — IEEE Trans. Power Del., 1991, vol.6, No 2.
8. **Chow Y.L., Yang J.J., Srivastava K.D.** Complex images of a ground electrode in layered soils. — J. Appl.Phys, 1992, 71 (2).
9. **Нестеров С.В.** Применение интегральных уравнений для расчета заземлителя произвольной конфигурации в неоднородном грунте. – Сб. докл. Второй Российской конф. по заземляющим устройствам. — Новосибирск: Сибир. энергет. академия, 2005.
10. **Тозони О.В.** Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: Энергия, 1975.
11. **Колечицкий Е.С.** Расчет электрических полей устройств высокого напряжения. – М.: Энергоатомиздат,1983.

[03.09.12]

*А в т о р : **Шишигин Сергей Леонидович** в 1982 г. закончил электроэнергетический факультет Вологодского политехнического института. В 2010 г. в СПбГПУ защитил докторскую диссертацию «Разработка методов анализа и синтеза электромагнитных полей электротехнических устройств с сильными токами». Заведующий кафедрой электротехники Вологодского государственного технического университета.*