

«Живучесть» щеточного контакта электрических машин

ДЕЕВА В.С., СЛОБОДЯН М.С., СЛОБОДЯН С.М.

Рассмотрена проблема точной оценки «живучести» щёток электрических машин. Предложена стохастическая модель износа щёток при скольжении по коллектору машины, учитывающая особенности работы коллекторно-щеточного узла.

Ключевые слова: электрическая машина, щеточный контакт, коллектор, случайная модель

Анализ коммутации узлом токосъема. Процесс коммутации цепи передачи тока узлом подвижного токосъема обусловлен [1–8] принципом работы коллекторных машин и аппаратов. Как в любой динамической системе с временной многофакторной вариацией поля параметров, изменение одного из них или совместно нескольких, наиболее чувствительных, может заметно влиять на стабильность процесса передачи тока и при определённых условиях приводить к росту коммутационной напряжённости и развитию детерминированной хаотической неустойчивости процесса передачи тока скользящим по поверхности коллектора контактным элементом. Требование высокой коммутационной устойчивости – один из факторов, определяющих постоянное внимание к проблеме повышения надёжности и ресурса электрических машин. Для достижения высокой коммутационной устойчивости особенно важно обеспечить непрерывность контакта при передаче тока узлом скользящего токосъема в условиях динамической неустойчивости профиля контактной поверхности коллектора и нестабильности параметров ряда узлов. Устойчивость процесса коммутации – фактор «безыскровой» работы электрических машин.

Если для простейшего анализа рассматривать динамику процесса коммутации в электрических машинах (типичная передача тока скользящим элементом контактной пары), описываемую нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка [1–3], используемым практически всеми исследователями в качестве основы при изучении процесса коммутации, то упрощение уравнения приведет к очевидному результату:

$$e_k(t) = du_{щ}(i) - i(t)R_s,$$

где $e_k(t)$ – коммутируемая ЭДС, наводимая в секции (при ее взаимодействии с магнитным полем) в зоне коммутации; $du_{щ}(i) = [Du_H(i) - Du_C(i)]$ – разность значений переходного падения напряжения

The problem of accurately estimating the durability of electric machine brushes is considered. A stochastic model for the wear of brushes as they slide over the machine commutator's segment is proposed that takes into account the specific features relating to operation of the commutator-and-brush unit.

Key words: electrical machine, brush contact, commutator, random model

на пространственном интервале размера скользящего элемента – щётки (между набегающим и сбегающим краями); $i(t)$ – коммутируемый ток; R_s – сопротивление коммутируемой секции (нагрузки).

Идеальной коммутации соответствуют наилучшая коммутационная устойчивость машин, когда $di/dt \neq 0$, и предельно малый размер щётки (игольчатый электрод), когда $Du_H(i) \neq Du_C(i)$. Тогда дифференциальное уравнение процесса коммутации вырождается в уравнение закона Ома: $i(t)R_s = e_k(t)$. Если первое условие – достижение высокой коммутационной устойчивости – считать целью, то второе – минимизация $du_{щ}(i)$, а в идеале обеспечение $Du_H(i) = Du_C(i)$, – фактором достижения этой цели.

В [1–4] показано, что наиболее сложным в уравнениях контура коммутации электрических машин является учет характера распределения электрической проводимости в контактном слое. В зависимости от структуры поверхностей скользящих относительно друг друга тел в контактном пространстве узла токосъема могут возникать следующие виды контактного взаимодействия: прямой контакт неравномерных поверхностей соприкасающихся тел; контакт поверхностей через слой смеси фракций деструкции (разрушения) элементов поверхностей этих тел; симбиоз двух вышеприведённых случаев контакта. При всех видах контакта имеются области его полного отсутствия. Поэтому контактное пространство щётки, скользящей по кольцу коллектора, с позиции динамического взаимодействия является вероятностной системой. Её характеристики определены физико-механическими свойствами структур поверхностных слоёв и динамикой контакта тел.

Ввиду стохастичности дискретности структуры контактного поля деструкция поверхностных слоёв идёт не в сплошном двумерном поле, а только в отдельных частях контактного соприкосновения: в областях прямого контакта поверхностей сопрягае-

мых тел и частично в областях наиболее крупных по дисперсности фракций разрушения обоих тел щёточно-коллекторного узла. По данным экспериментов, интегральная площадь контакта прямого сопряжения поверхностей — это малая часть ($\sim 10^{-2}$, 10^{-4}) от общего поля перекрытия поверхностей контактного соприкосновения тел [1, 6–8]. Деструкция — разрушение поверхностных слоёв контактно-сопрягаемых подвижных тел — является весьма медленным во времени процессом, функционально зависящим от многих параметров, в том числе от модуля упругости материала тел и т.п.

Для повышения точности оценки состояния скользящей по поверхности коллектора щётки, лучшего учёта влияния фактора скольжения и более точного приближения оценок реальной нестабильности процесса коммутации тока в коллекторном токосъёме ниже на основе марковской модели эволюции проведён анализ динамики контактного пространства, образованного парой «щётка—коллектор», позволяющий оценивать в реальном времени состояние и живучесть щётчного узла токосъёма электрических машин.

Сущность модели. Существуют четыре состояния механического и электрического контакта: разомкнутое; замыкание; замкнутое; размыкание. Практически на всех стадиях смены состояния происходит механический износ поверхностей, что сказывается на живучести контакта, определяемой долговечностью существования объёма элементов контактной пары.

С позиций живучести в наиболее тяжелых условиях находится щётчный узел как подвижной электрический контакт, выполняющий размыкание и замыкание электрической цепи, в которой протекает сильный ток. На стадиях «замыкание—скольжение—размыкание» образуются электрические дуги с температурой плавления материала элементов контакта, частично изменяющие структуру поверхности соединения. Контроль и диагностика живучести такой контактной пары актуальна для оценки состояния коллекторных машин и аппаратов.

Рассматриваемая ниже математическая модель динамики щётчного контакта электрических машин ориентирована на компьютерное и имитационное моделирование контактного пространства с дискретными фракциями. Сущность математической модели контактного пространства — математический и имитационный алгоритм, каждая компьютерная реализация которого является адекватной имитацией совокупности эмиссии фракций износа моделируемого контактного пространства. Содержание и связь событий в модели, их временная динамика соответствуют содержанию и по-

следовательности протекания процессов в реальной контактной системе. При этом предполагаем, что на каждое событие — эмиссию фракций разрушения элементов контактной пары — модель реагирует мгновенно в некоторый момент времени.

Контактные пространства отличает сложность и разнообразие способов взаимодействия поверхностей контактной пары и алгоритмов протекания процессов. Выбор параметров контактного пространства в процессе оптимизации щётчного узла токосъёма затрудняет отсутствие математического аппарата для их анализа.

Модель контактного пространства можно представить совокупностью формализованных описаний процессов, каждое из которых представляет собой симбиоз алгоритмов, состоящий из операторов и описательной части. Изменение реального контактного пространства представлено в модели совокупным поведением дискретных процессов, совмещённых в непрерывно меняющемся условном времени. Основой лаконичного описания функционирования контактного пространства служит аппарат процессов Маркова, являющийся эквивалентом соответствующих реальных процессов.

Структура контактного пространства. Анализ физики и механики явлений в щётчном контакте электрических машин показывает, что для общности анализа областей соприкосновения поверхностей элементов контактной пары «щётка—пластина коллектора», как и при скольжении на кольце коллектора [6–8], можно принять деление на два логических множества областей контакта, проводящих и не проводящих ток. Случайный процесс, основанный [9, 10] на показательном законе описания событий, может быть применен для исследования физико-механических явлений, протекающих в контактном пространстве любого вида динамического взаимодействия.

Одну из областей контактного слоя (область основного контакта), частично образованную прямым соприкосновением проводящих ток неравномерностей поверхности элементов контактной пары, будем считать полным контактным множеством. Другая часть этого множества обусловлена контактом поверхностей этих элементов через буферную (проводящую ток) прослойку, образованную фракциями разрушения разной дисперсности, но в большей части частицами износа обоих элементов пары. Вторая область — пространство прилегающих друг к другу областей воздушного зазора (т.е. областей, в которых контакт поверхностей элементов пары отсутствует). Зона отсутствия контакта — пустое множество.

Контактное пространство пары «щётка–пластина» может находиться в любом ij -м конечном (счётном) или бесконечном числе состояний. Примем, что m есть максимальное в среднем число состояний, которое определяется минимальным дисперсным размером отторгаемых контактной парой дискретных фракций износа $V_{\text{дф}}$ и объёмом наименьшего элемента. Для элемента прямоугольной формы (произведение размеров)

$$\langle m \rangle = \sup\{V_{\text{э}} / V_{\text{дф}}\} = (a_{\text{э}} b_{\text{э}} c_{\text{э}}) / \langle V_{\text{э}} \rangle. \quad (1)$$

Поскольку в общем случае величина $\langle m \rangle$ может принимать как целые, так и дробные значения, для оценок счётного числа состояний m возможно принятие целой части числа (entier) $\langle m \rangle$, для дробных значений – округление в большую сторону $m = \text{entier}\langle m \rangle + 1$. Здесь скобки $\langle \dots \rangle$ – усреднение по множеству размеров фракций разрушения элементов контактной пары. При неправильной геометрии фракций средний размер фракции определится интегральной формулой вычисления объёма. При наличии в цепи передачи тока нескольких контактных пар счётное число состояний m увеличивается пропорционально количеству (счётного числа) контактных пар.

Обоснование марковского подхода. Эмиссия дискретных фракций разрушения (износа) – отрыв от объёма среды плотноупакованной структуры конденсированного тела одного из элементов контактной пары, – приводящая к переходу контактного множества из одного состояния в другое, происходит не в фиксированные, а в произвольные моменты времени. Это и определяет стохастичность траектории изменения состояния контактного пространства, условия передачи энергии в контактном слое «щётка–коллектор» и вероятностный характер процесса коммутации узлом скользящего токосъёма.

Случайный процесс скачкообразного изменения состояния контактного пространства и множества на действительной оси непрерывного времени будет, следуя классическому понятию [9, 10], марковским, если для любого момента времени контактного взаимодействия пары элементов токосъёма условная вероятность всех состояний контактного множества \mathbf{C} в будущем (при $t > t_0$) зависит только от того, в каком состоянии c_j находится контактное множество \mathbf{C} в настоящем (при $t = t_0$), и не зависит от того, через какие состояния c_j оно прошло на интервале $t < t_0$, когда и каким путём контактное множество \mathbf{C} пришло в настоящее состояние. Кратко: будущее марковского контактно-

го множества зависит от прошлого только через его настоящее.

Привлекательность применения теории марковских процессов к анализу «живучести» скользящего токосъёма заключается в том, что она основана на сравнительной простоте математического описания обобщённого состояния контактного взаимодействия тел и является в большей или меньшей степени некоторым достаточно хорошо совпадающим с практикой асимптотическим приближением к реальному. При марковском анализе удобно принять, что переходы – скачки изменения – контактного множества \mathbf{C} обусловлены эмиссией фракций разрушения элементов тел в контактное пространство. Это подтверждается экспериментальными данными [1, 3].

Следуя теории марковских случайных процессов, для контактного пространства с дискретными состояниями при непрерывном времени изменения состояний примем, что поток фракций износа элементов контактной пары, переводящий контактное множество из одного состояния в другое, является пуассоновским, не всегда, а значит не обязательно, установившимся. Плотность его распределения описывается в общем случае показательным законом, в простейшем случае [10] законом Пуассона с отсутствием последствия. Именно это обстоятельство и позволяет при оценке настоящего состояния контактного множества c_i в момент t не выяснять, как и когда оно оказалось в этом состоянии. Переход контактного множества \mathbf{C} из состояния c_i в c_j происходит под воздействием пуассоновского потока эмиссии фракций разрушения с интенсивностью $l_{ij}(t)$. Первая же фракция разрушения контактной пары (щётки или коллектора), пополнившая контактное множество или, наоборот, покинувшая его, скачком изменяет состояние c_i множества на c_j . Ветвь графа смены состояний контактного множества \mathbf{C} имеет вид: $c_i \xrightarrow{l_{ij}(t)} c_j$, где стрелка с указанием интенсивности потока показывает направление смены состояния.

Анализ одиночного контактного цикла. Рассмотрим физический процесс контактного разрушения щётки, содержащей m фракций (определяется формулой (1)), при скольжении по поверхности пластин коллектора, который можно анализировать при следующих предположениях.

Интенсивность простейшего пуассоновского потока фракций износа в контактное пространство «щётка–коллектор» равна l , где $l = l_i = \sum_{i=1}^n l_{ij} - \text{const}$ на всех интервалах времени контакта. Время контакта щётки с каждой пластиной коллектора на

уровне среднего значения (математическое ожидание) определяется режимом работы (числом оборотов в минуту $n_{об}$) и конструктивными особенностями (числом пластин коллектора $n_{пл}$; числом пар полюсов электрической машины $p_{пп}$):

$$\bar{T}_{плi} = 60 / (p_{пп} n_{об} n_{пл}). \tag{2}$$

Если принять $\bar{T}_ж$ – среднюю длительность «жизни» щётки (паспортное значение), то среднее число фракций, эмитируемых за время контакта щётки с каждой пластиной, при средней интенсивности потока эмиссии фракций $\bar{l} = m / \bar{T}_ж$ составит:

$$\bar{l}_i = m \bar{T}_{ni} / \bar{T}_ж = \bar{l} \bar{T}_{ni}. \tag{3}$$

Итак, из полного объёма фракций (1) с интенсивностью стационарного пуассоновского потока l любая дискретная фракция может попадать в контактное пространство «щётка–коллектор» и участвовать в изменении состояния контактного множества. Время пребывания фракции в полном контактном множестве (для приближения Пуассона) распределено по показательному закону с параметром g , а время её аннигиляции (перехода в пустое множество, разрушения до малых размеров, удаления из контактного пространства, возврата за счёт адгезии в структуру щётки) или покидания – с параметром m . Траекторию смены состояний контактного пространства в интервале единичного цикла взаимодействия щётки с пластиной коллектора можно представить в виде простого графа (рис. 1), где S – произвольные смежные состояния контактного множества C .

Определим вероятности состояний контактного пространства (полного контактного множества), если в начальный момент оно уже существовало с вероятностью 1, т.е. контакт щётки с коллектором был обеспечен. При этом примем: C_1 – начальное состояние контактного множества (контакт пары «щётка–коллектор» обеспечен); C_2 – произошла

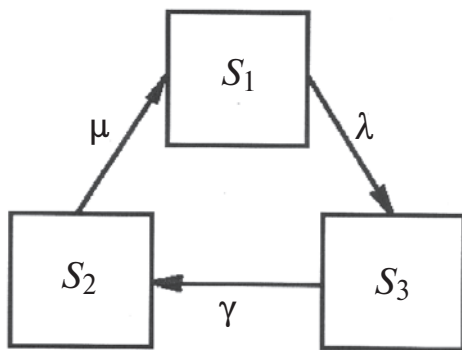


Рис. 1. Смежные произвольные состояния контактного множества

эмиссия (или принудительная подача) в контактное пространство дискретных фракций с интенсивностью l , формирующих контактное множество; C_3 – раздробленные (до пренебрежения учёта их участия) фракции за счёт адгезии, принудительной подачи или заменившие их транзитные фракции с интенсивностью m стремящиеся восстановить начальное состояние.

В соответствии с логикой следования потока фракций вероятности изменения дискретных состояний контактного множества на оси непрерывного времени отразит следующая система дифференциальных уравнений Колмогорова как однородного марковского процесса [9, 10]:

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = mp_3(t) - lp_1(t); \\ \dot{p}_2(t) = lp_1(t) - gp_2(t); \\ \dot{p}_3(t) = gp_2(t) - mp_3(t) \end{cases} \tag{4}$$

с начальными условиями: $p_1(0) = 1; p_2(0) = p_3(0) = 0$. Тогда с учётом несовместности действия разных траекторий фракций справедливо условие нормировки – равенства единице полной вероятности всех событий:

$$p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) = 1$$

или

$$\frac{d}{dt} p_i(t) = 1 \quad (0 \leq p_i(t) \leq 1; t \geq 0), \tag{5}$$

которым можно заменить любое из уравнений (4).

Используя свойства преобразования Лапласа [9] для решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова путём замены изображения вероятности состояния $p_i(t)$ на функцию $p_i(x)$, с учётом которой изображение условия (5) меняет вид $\sum_{i=1}^n \dot{p}_i(x) = x^{-1}$, система (4) вырождается [9] в систему алгебраических уравнений оценки вероятности состояний:

$$\begin{cases} xp_2(x) = lp_1(x) - gp_2(x); \\ xp_3(x) = gp_2(x) - mp_3(x), \\ \sum_{i=1}^3 p_i(x) = x^{-1} \end{cases}$$

и имеет решение

$$\begin{cases} p_2(x) = x^{-1} [l(x+m)] / p(x); \\ p_3(x) = gp_2(x) / (x+m), \end{cases} \tag{6}$$

где $p(x) = x^2 + Ax + B = (x - x_1)(x - x_2)$ ($A = l + m + g; B = lm + lg + gm$) – квадратное уравнение с детерминантом при $p(x) = 0$, равным $D = B - A^2 / 4 = 0,25(4B - A^2)$.

Для положительных значений параметров пуассоновского потока фракций ($l > 0; m > 0; g > 0$) анализ поведения детерминанта говорит о возможности принятия им любых значений на числовой оси $- \infty \dots + \infty$: $D \neq 0, D = 0, D \infty$.

Следуя [9,10], для (6) с отрицательным детерминантом $D \infty$, приводящим к двум различным отрицательным корням $x_1 x_2 = B, x_1 + x_2 = -A, x_{1,2} = (-A \pm \sqrt{A^2 - 4B})/2$, можно получить соотношения для оценки вероятностей состояния множества контактного пространства:

$$\begin{aligned} p_1(t) &= 1 - p_2(t) - p_3(t); \\ p_2(t) &= l[(e^{x_1 t} - e^{x_2 t}) / (x_1 - x_2)] + \\ &+ \frac{l m}{x_1 x_2} [1 + (x_2 e^{x_1 t} - x_1 e^{x_2 t}) / (x_1 - x_2)]; \\ p_3(t) &= \frac{l m}{x_1 x_2} [1 + (x_2 e^{x_1 t} - x_1 e^{x_2 t}) / (x_1 - x_2)]. \end{aligned} \quad (7)$$

При $t \rightarrow \infty$, когда контактное пространство в своём подобии асимптотически приближается к свойствам контактного множества на контактном кольце коллектора, для примера при $m = g = 1; l = 3$, имеем $p_2(t) = p_3(t) = 3/7; p_1(t) = 1/7$ или $\lim_{t \rightarrow \infty} p_1(t) = p_1 = 1/7; \lim_{t \rightarrow \infty} p_2(t) = p_2 = 3/7; \lim_{t \rightarrow \infty} p_3(t) = p_3 = 3/7$. Другие ситуации: $l = 0$, когда $p_2(t) = p_3(t) = 0, p_1(t) = 1$, эмиссии и износа нет; щётка в исходном состоянии; $m = 0$ – фракции не возвращаются в полное множество: $p_3(t) = 0; p_1(t) = 1 - p_2(t); g = 0$ – фракция без задержки покидает контактное множество.

Эргодичность контактного пространства. Контактное пространство коллектора представляет собой простейшее эргодическое пространство. Все потоки фракций, переводящих пространство из одного состояния в другое, – пуассоновские (простейшие), а все случайные состояния – транзитивные.

Следуя этому определению, обобщённой форме записи системы однородных вероятностных уравнений с постоянными коэффициентами

$$p_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} p_j - \lambda_i p_i \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

и считая контактное множество на коллекторе простейшим, эргодическим, получим простую систему для оценки предельных вероятностей финального состояния контактного пространства: $\{p_1 = m p_3 / l; p_2 = l p_1 / g; p_3 = g p_1 / m\}$ или с условием нормировки:

$$\{p_1 = m p_3 / l; p_2 = l p_1 / g; p_1 + p_2 + p_3 = 1\}. \quad (8)$$

Из (8) следует, что $p_3 = l p_1 / m$ и условие нормировки приобретает вид: $p_1 + (l/g)p_1 + (l/m)p_1 = 1$ или $p_1 [(gm + lm + lg) / gm] = 1$. Для $m = g = 1; l = 1$, имеем $p_1 = p_2 = p_3 = 1/3; l = 3: p_1 = 1/7, p_2 = p_3 = 3/7; l = 5: p_1 = 1/11; p_2 = p_3 = 5/11$ и т.д., т.е. процессы с p_2 и p_3 близки. Видим, что пределы вероятностей состояния контактного пространства при $t \rightarrow \infty$ и получаемые предельные вероятности финального состояния контактного пространства в пределе аутентичны. Предельную (при $t \rightarrow \infty$) вероятность финального состояния контактного пространства для $g = 0$ отражает рис. 2.

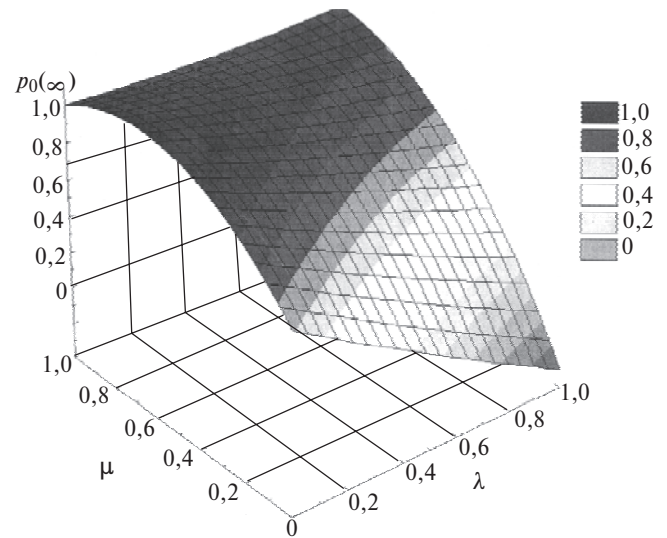


Рис. 2. Вероятность финального состояния контактного пространства ($g = 0$)

Смысл понятия предельной вероятности контактного пространства. Предельная вероятность состояния p_i при марковском процессе образования контактного пространства с дискретными состояниями и непрерывным временем имеет смысл, аналогичный предельным вероятностям для однородной цепи Маркова:

$$p_i = \bar{t}_i / \bar{t}_i, \quad (9)$$

где \bar{t}_i – среднее (математическое ожидание) время однократного пребывания контактного пространства C в состоянии $c_i; \bar{t}_i$ – среднее время цикла траектории блуждания контактного множества C относительно состояния c_i . Если учесть время пребывания C вне c_i , то (9) приобретёт вид: $p_i = \bar{t}_i / (\bar{t}_i + \bar{t}_{1, c_i})$, где \bar{t}_{1, c_i} – среднее значение времени однократного пребывания контактного множества C вне состояния c_i . Другими словами, предельная вероятность p_i есть отношение времени пребывания простейшего эргодического контактного множества C в состоянии c_i к сумме математи-

ческих ожиданий значений времени \bar{t}_i и $\bar{\tau}_{1 c_i}$. Устанавливает их взаимосвязь система: $\{\bar{t}_i = \bar{\tau}_{1 c_i} p_i / (1 - p_i); \bar{\tau}_{1 c_i} = \bar{t}_i (1 - p_i) / p_i\}$.

Иначе, пуассоновский однородный поток фракций, переводящий контактное множество C не из конечного состояния c_i , является простейшим с интенсивностью l_i . При этом интервал времени \bar{t}_i от любой точки на оси времени до ближайшего акта смены состояния пространства под действием простейшего потока фракций распределён по показательному закону с параметром, равным интенсивности этого потока: $\bar{t}_i = l_i^{-1}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лившиц П.С. Скользящий контакт электрических машин. — М.: Энергия, 1974.
2. Карасёв М.Ф., Беляев В.П., Козлов В.Н. и др. Оптимальная коммутация машин постоянного тока. — М.: Транспорт, 1967.
3. Плохов И.В. Комплексная диагностика и прогнозирование технического состояния узлов скользящего токосъёма турбогенераторов: Автореф. дис. ... докт. техн. наук, СПбГТУ, 2001.
4. Качин С.И., Качин О.С. Моделирование процессов износа электрических щёток универсальных электродвигателей с учётом механических факторов. — Электричество, 2009, № 12.
5. Мышкин Н.К., Кончиц В.В., Браунович М. Электрические контакты. — М.: Издат. Группа URSS, 2008.
6. Слободян М.С., Слободян С.М. Модель динамики электрического контакта. — Приборы и системы: управление, контроль, диагностика. — 2010, № 2.
7. Боровиков Ю.С., Наурызбеков Д.К., Слободян С.М. Стохастическая модель «живучести» скользящего контакта электрических машин. — Электричество, 2009, № 12.
8. Деева В.С., Слободян С.М. Физическая модель разрушения скользящего токосъёма. — Инженерная физика, 2011, № 6.
9. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и её инженерные приложения. — М.: Академия, 2009.
10. Вероятность и математическая статистика/Под ред. Ю.В. Прохорова — М.: Большая российская энциклопедия, 1999.

[25.10.12]

А в т о р ы: Деева Вера Степановна окончила в 2000 г. Томский политехнический университет (ТПУ). Аспирант кафедры «Электрические сети и электротехника» Национального исследовательского ТПУ (НИТПУ).

Слободян Михаил Степанович окончил машиностроительный факультет ТПУ в 2002 г. В 2007 г. защитил кандидатскую диссертацию в Алтайском государственном техническом университете им. И.И. Ползунова. Старший научный сотрудник НИТПУ.

Слободян Степан Михайлович окончил Томский институт радиоэлектроники и электронной техники в 1968 г. В 2006 г. защитил докторские диссертации: в Алтайском государственном университете — по экспериментальной физике и Сибирском федеральном университете — по радиотехнике. Профессор кафедры «Электрические сети и электротехника» НИТПУ.