

# Устойчивость, точность и быстродействие самообучающихся мехатронных электроприводов циклического действия<sup>1</sup>

НИКОЛЬСКИЙ А.А.

Рассмотрены особенности самообучающихся электроприводов, предназначенных для точного воспроизведения повторяющихся движений. Способность к самообучению обеспечивается применением в контуре управления особого линейного динамического звена – периодического интегратора (ПИ). Его присутствие определяет специфику итерационных процессов самообучения с точки зрения устойчивости, сходимости, предельно достижимой точности и возможных способов коррекции динамических свойств объекта управления. Показано, что все базовые ПИ могут быть представлены единой структурой. При этом область допустимого по условиям устойчивого самообучения расположения на комплексной плоскости годографа комплексного коэффициента усиления объекта управления зависит от вида ПИ и может быть уже, шире или равна области гиперустойчивости. При использовании ПИ причинного типа для коррекции могут быть точно реализованы операции идеального дифференцирования высокого порядка, чистого опережения, учета распределённости параметров мехатронных узлов и т.п. Предложенные способы коррекции сравниваются между собой по точности и темпу сходимости процесса самообучения. Проведенный анализ влияния помех показал, что в циклических самообучающихся системах необходимо принимать специальные меры, исключая эффект накопления случайных возмущений в ПИ.

**Ключевые слова:** самообучающиеся электроприводы, циклические системы управления, устойчивость, точность, быстродействие

Самообучающиеся системы точного воспроизведения циклически повторяющихся движений (приводы манипуляторов, подачи режущего инструмента станков при обработке серийных деталей и т.п.), названные модифицированными системами с памятью, были предложены в СССР в 1980 г. [1]. В дальнейшем они получили развитие как самообучающиеся (Self-learning) периодические или циклические системы (Repetitive control system) в США, Японии, России [2–6]. В отличие от традиционных следящих и программных систем такие системы в процессе работы самостоятельно, итерационным путем, корректируют программу управле-

*Specific features of self-educating electric drives intended for precisely reproducing repeating motions are considered. The ability for self-education is achieved by using a special linear dynamic section called a periodic integrator (PI) in the control loop. The presence of this section determines the specific features of iterative self-education processes from the viewpoint of stability, convergence, maximally attainable accuracy, and possible methods for correcting the dynamic properties of a controlled plant. It is shown that all basic PIs can be represented by a unified structure. The permissible domain in which the controlled plant's complex gain loci can lie in a complex plane from the considerations of stable self-education depends on the kind of PI and can be narrower, wider than, or equal to the hyperstability domain. With using a cause-type PI for correction, the operations of ideal high-order differentiation, pure leading, consideration of distributed nature of the parameters of mechatronic units, and so forth, can be exactly realized. The proposed correction methods are compared with each other in accuracy and convergence rate of the self-education process. The influence of interference was analyzed, and it has been shown from this analysis that special measures must be taken in cyclic self-educating systems to exclude the effect caused by accumulation of random disturbances in the PI.*

**Key words:** self-educating electric drives, cyclic control systems, stability, accuracy, speed of response

ния для следующего цикла, основываясь на информации об имеющих место текущих ошибках.

Способность циклической системы к самообучению обеспечивается применением в контуре управления особого линейного динамического звена – периодического интегратора (P-интегратор, ПИ), называемого также блоком запоминания, генератором периодических сигналов [1, 4, 5]. Особенности ПИ определяют специфику итерационных процессов самообучения с точки зрения устойчивости, темпа сходимости, точности, возможностей коррекции объекта и пр. На рис. 1 показана обобщенная структура самообучающейся системы с ПИ произвольного вида, где обозначено:  $X_{ж}$ ,  $X$ ,  $f$  – приведенные к выходу системы задающее воздействие, перемещение рабочего органа и возмущение

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 13-08-00246.

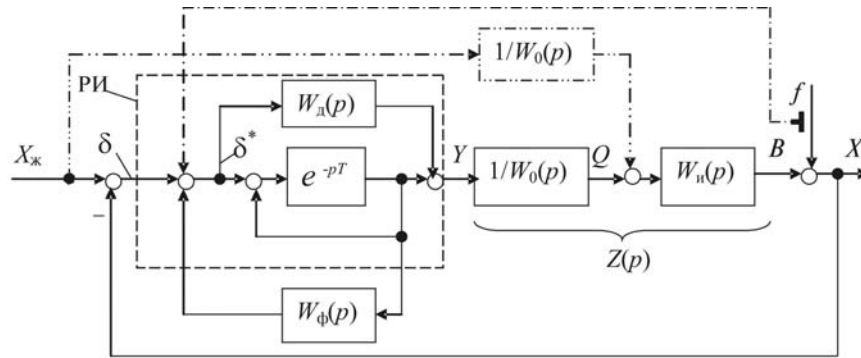


Рис. 1. Структурная схема самообучающейся системы

ние;  $Y, Q, B$  – сигналы на выходе РИ, на выходе последовательного корректирующего устройства и объекта управления соответственно;  $d$  – ошибка системы;  $w$  – круговая частота,  $c^{-1}$ ;  $p = d/dt = jw$  – оператор дифференцирования или переменная Лапласа,  $c^{-1}$ ;  $e^{-pT}$  – звено чистого запаздывания на время цикла  $T$ , описывающее формирование сигнала  $Y$  на выходе РИ с использованием значений ошибки  $d$  в соответствующие моменты времени предыдущего цикла;  $W_d(p)$  – передаточная функция дополнительного звена, выполняющего при отсутствии РИ функции регулятора контура управления, которое может входить и в структуру РИ, очерченную пунктиром;  $W_n(p)$  – передаточная функция объекта регулирования контура самообучения (например следящий привод подачи станка), замкнутого своими внутренними обратными связями (например по перемещению  $X$  и скорости его изменения);  $1/W_0(p), W_\phi(p)$  – передаточные функции последовательного корректирующего элемента и фильтра, используемых для обеспечения устойчивости процесса самообучения [6].

Ниже для краткости изложения вместо указания, что, например,  $W_\phi(p)$  есть передаточная функция фильтра, будут использоваться формулировки типа «фильтр  $W_\phi(p)$ » или «звено  $W_\phi(p)$ ». Для обозначения комплексных коэффициентов усиления (ККУ) ниже применяется формальная замена  $p$  на  $jw$  в соответствующих передаточных функциях.

Первоначально доказывалась работоспособность систем с РИ и объектами  $Z(p)$ , отвечающими критерию гиперустойчивости  $\text{Re}[Z(jw)] > 0$  [1], при асимптотическом стремлении периодической ошибки управления к нулю. Позже были получены критерии устойчивости самообучения для дискретных [3] и непрерывных [6] систем, определяющие область допустимого расположения на комплексной плоскости годографа ККУ  $Z(jw)$  объекта. Поскольку большинство объектов указанным критериям не отвечают, предлагались методы необходимой коррекции их динамических свойств в целях

обеспечения устойчивости процесса самообучения [3, 5, 6].

В статье рассматриваются остающиеся до настоящего времени дискуссионными вопросы выбора целесообразных структур РИ, оценки эффективности различных методов коррекции, оценки предельно достижимой точности и быстродействия процесса самообучения, а также влияния на него случайных возмущений.

**Устойчивость самообучения с различными видами РИ.** Основой любого РИ является звено запаздывания на время цикла  $T$ , охваченное положительной обратной связью. Передаточная функция РИ в общем случае имеет вид [4]:

$$W_{\text{ри}}(p) = W_d(p) + e^{-Tp} / (1 - e^{-Tp}). \quad (1)$$

Используя подстановку  $jw = p$  и формулу Эйлера  $e^{-jT\omega} = \cos(\omega T) - j\sin(\omega T)$ , можно показать, что соответствующий (1) ККУ

$$W_{\text{ри}}(jw) = a(w) + jb(w) = 0,5[2a(w) - 1] + j\{b(w) - 0,5\sin(\omega T) / [1 - \cos(\omega T)]\}, \quad (2)$$

где  $W_d(jw) = a(w) + jb(w)$ ;  $a(w) = 0,5[2a(w) - 1]$ ;  $b(w) = b(w) - 0,5\sin(\omega T) / [1 - \cos(\omega T)]$ .

Чаще всего рассматриваются дополнительные звенья с  $b=0$  и  $a = \text{const} = k$ , для которых из (2) получим:

$$W_{\text{ри}}(jw) = a + jb(w) = 0,5[2k - 1] + j0,5\sin(\omega T) / [1 - \cos(\omega T)]. \quad (3)$$

Выбирая  $k=0, k=1$  или  $k=0,5$ , из (3) получаем ККУ трех базовых видов РИ: первого – «причинного», второго – «непричинного» [7] и третьего – «комбинированного» [5]. Все базовые РИ представимы единой структурой с разными коэффициентами  $k$  звена  $W_d$ , их ККУ (3) различаются только

действительной частью:  $a = -0,5$ ,  $a = 0,5$  и  $a = 0$  соответственно.

В структуре самообучающейся системы РИ занимает обычное место регулятора. Замкнутый контур самообучения циклической системы структурно подобен внешнему контуру управления следящей системы с особым линейным регулятором (РИ) и превалярующими периодическими воздействиями. Структура системы с РИ адекватно описывает итерационный процесс самообучения и не содержит каких-либо элементов, выводящих ее за рамки особых (термин А.А. Воронова) линейных систем управления [8]. К таким системам частотные критерии устойчивости Найквиста и Михайлова применимы в классической формулировке.

Устойчивость процесса самообучения с РИ обеспечивается при выполнении определенных ограничений, налагаемых на свойства ККУ скорректированного объекта управления  $Z(j\omega) = c(\omega) + jd(\omega)$ . Согласно критерию Найквиста [8] на границе устойчивости в системе с РИ, имеющим ККУ  $W_{\text{ри}}(j\omega) = a(\omega) + jb(\omega)$ , и с объектом управления, имеющим ККУ  $Z(j\omega)$ , должны выполняться соотношения:

$$\begin{aligned} a(\omega)c_{\Gamma}(\omega) - b(\omega)d_{\Gamma}(\omega) &= -1; \\ b(\omega)c_{\Gamma}(\omega) + a(\omega)d_{\Gamma}(\omega) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $c_{\Gamma}(\omega) = \text{Re}[Z(j\omega)]$  и  $d_{\Gamma}(\omega) = \text{Im}[Z(j\omega)]$  отвечают границе устойчивости.

Искомые точки границы устойчивости  $c_{\Gamma}(\omega)$  и  $d_{\Gamma}(\omega)$  из (4):

$$\begin{aligned} c_{\Gamma}(\omega) &= -a(\omega) / [a^2(\omega) + b^2(\omega)]; \\ d_{\Gamma}(\omega) &= b(\omega) / [a^2(\omega) + b^2(\omega)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Варьируя  $\omega$  в широких пределах ( $0 \infty$ ), получаем на комплексной плоскости кривую  $d_{\Gamma}(\omega) = f[c_{\Gamma}(\omega)]$  в виде геометрического места точек  $\{c_{\Gamma}(\omega); jd_{\Gamma}(\omega)\}$ , отвечающую границе области устойчивого самообучения (ОУС). Если граница ОУС  $d_{\Gamma}(\omega) = f[c_{\Gamma}(\omega)]$  примет вид замкнутого контура на комплексной плоскости, то для устойчивого самообучения достаточно, чтобы годограф объекта управления  $Z(j\omega) = c(\omega) + jd(\omega)$  целиком вписывался в этот контур.

Докажем, что при  $W_{\text{д}}(j\omega) = k + jb(\omega)$  граница ОУС имеет форму окружности радиусом  $r = |1/[2k-1]|$  с координатами центра  $\{1/[2k-1]; j0\}$ . Очевидно, для такой окружности выполняется соотношение  $[c_{\Gamma}(\omega) - r]^2 + d_{\Gamma}^2(\omega) = r^2$  или  $d_{\Gamma}^2(\omega) = 2c_{\Gamma}(\omega)r - c_{\Gamma}^2(\omega)$ . Подставляя в последнее выражение значения  $c_{\Gamma}$  и  $d_{\Gamma}$  из (5), после простых

преобразований получаем доказываемое соотношение:

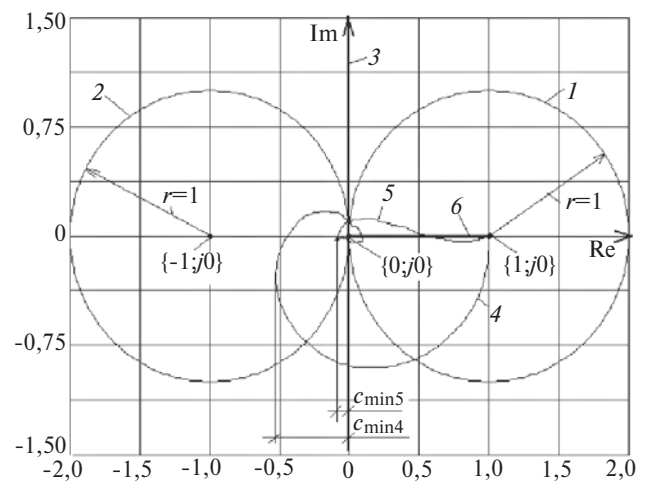
$$r = |1/[2a(\omega)]| = |1/(2k-1)|. \quad (6)$$

Согласно (6) граница ОУС определяется исключительно действительной частью ККУ дополнительного звена  $W_{\text{д}}(j\omega) = a(\omega) + jb(\omega)$  и не зависит от его комплексной части. Свойством постоянства  $a(\omega) = k$  обладают не только пропорциональное  $W_{\text{д}}(p) = k$ , но и интегральное и пропорционально-интегральное  $W_{\text{д}}(p) = k + 1/T_{\text{д}}p$  дополнительные звенья. Следовательно, все базовые РИ с дополнительным звеном  $W_{\text{д}}(p) = k$  (где  $k = 0$ ;  $k = 1$  или  $k = 0,5$ ) обладают такими же ОУС, что и РИ с дополнительным звеном  $W_{\text{д}}(p) = k + 1/T_{\text{д}}p$ .

На рис. 2 показаны границы ОУС для объектов с РИ первого ( $k = 0$ , кривая 1), второго ( $k = 1$ , кривая 2), третьего ( $k = 0,5$ , прямая 3) видов. Отметим, что окружность 1 ограничивает разрешенную область расположения годографа  $Z(j\omega) = c(\omega) + jd(\omega)$  скорректированного объекта, окружность 2 – область, в которую этот годограф не должен заходить, а прямая 3 отделяет разрешенную правую полуплоскость от запрещенной левой.

**Особенности систем с различными видами РИ.** На рис. 2 наглядно показано, что ОУС, являющаяся зоной допустимого расположения годографа скорректированного объекта управления, в зависимости от вида применяемого РИ может быть уже (кривая 1), шире (кривая 2) или равной (прямая 3) области гиперустойчивости  $\text{Re}[Z(j\omega)] > 0$ .

Достаточным условием работоспособности системы с базовыми РИ второго ( $W_{\text{д}}(p) = 1$ ) и третьего



**Рис. 2.** Границы устойчивого самообучения для базовых РИ различных видов: 1 – граница ОУС для РИ первого вида; 2 – то же для РИ второго вида; 3 – то же для РИ третьего вида; 4 – годограф нескорректированного объекта управления; 5 – годограф объекта с коррекцией одним звеном опережения; 6 – годограф объекта с комплексно-сопряженной коррекцией

( $W_d(p) = 0,5$ ) видов является гиперустойчивость скорректированного объекта  $\text{Re}[Z(j\omega)] > 0$ . Для таких циклических систем в работах [9, 10] в рамках общей теории гиперустойчивости используются методы синтеза алгоритмов адаптивной самонастройки параметров. Обеспечение гиперустойчивости решается стабилизацией объекта с помощью глубоких обратных связей.

Мехатронные электродинамические и пьезоэлектрические приводы станков некруглого точения характеризуются стабильными динамическими характеристиками — единичным (с учетом приведения к выходной координате) статическим коэффициентом передачи, небольшой девиацией низкочастотной части годографа ККУ. При этом нет необходимости в адаптивной самонастройке контурного коэффициента передачи. В то же время свойства этих объектов неблагоприятны с точки зрения применения традиционных видов коррекции. Они не допускают охвата обратными связями необходимой для обеспечения гиперустойчивости глубины, поскольку их описание включает элементы запаздывания, связанного с вихревыми токами и поверхностным эффектом, распределенность параметров и сегнетогистерезис [11].

Базовый РИ первого вида ( $W_d(p) = 0$ ) обладает ОУС (кривая 1, рис. 2), более узкой, чем область гиперустойчивости, но в отличие от прочих позволяет использовать для коррекции объекта управления не только сигналы, наблюдаемые в текущий момент времени, но и сигналы, наблюдавшиеся в аналогичный момент времени предыдущего цикла. При этом имеется достаточно большой временной интервал для выполнения невозможных при других РИ операций над сигналами, например: идеального дифференцирования высокого порядка, чистого опережения, применения неминимально-фазовой коррекции, точного учета распределенности параметров мехатронных узлов и т.п.

**Методы последовательной коррекции объектов самообучения.** Таким образом, применение РИ первого типа открывает теоретическую возможность идеальной последовательной коррекции объекта управления вида  $W_0(p) = W_{\text{и}}(p)$ , когда  $Z(j\omega) = W_{\text{и}}(j\omega) / W_0(j\omega) = 1$ . Рассмотрим общий подход к синтезу корректирующего звена  $1/W_0(p)$  для устойчивого объекта  $W_{\text{и}}(p)$  на основе его экспериментальных переходных характеристик  $h(t)$  (рис. 3).

Аппроксимируя опытную кривую  $h(t)$  большим числом ступенчатых функций, можно получить выражение передаточной функции нескорректированного объекта в виде

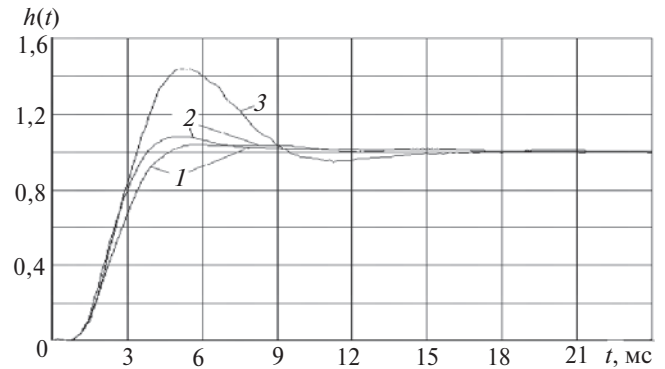


Рис. 3. Экспериментальные переходные характеристики  $h(t)$  нескорректированных объектов управления

$$W_{\text{и}}(p) = \sum_{i=1}^n \dot{a}_i s_i e^{-pt_i} \quad (n \in \mathbb{N}), \quad (7)$$

где  $s_i = h(t_i) - h(t_{i-1})$  — значения ступенчатых приращений аппроксимирующей функции в моменты времени  $t_i$ .

Идеальное звено последовательной коррекции объекта (7) имеет вид

$$W_0^{-1}(p) = W_{\text{и}}^{-1}(p) = (1/s_i) e^{pt_i} / [1 + \sum_{i=1}^n (\dot{a}_i / s_1) e^{p(t_1 - t_i)}]. \quad (8)$$

Звено (8) содержит опережающий элемент и ряд элементов запаздывания  $e^{p(t_1 - t_i)}$  (при  $t_i > t_1$ ). Желаемое опережение на время  $t_1$  достигается простым расщеплением звена запаздывания в РИ первого типа на две составляющих  $e^{pT} = e^{-p(T - t_1)} e^{-pt_1}$ . Как сам РИ, так и рассмотренная коррекция в цифровом виде легко реализуемы при любом числе  $n$  путем простых операций с массивами данных.

Однако на практике «идеальная» коррекция (8) неприменима. И связано это вовсе не с ее нереализуемостью, а с нестационарностью (хотя и небольшой в рассматриваемом случае) динамических свойств, связанной с нагревом оборудования, изменением параметров. Так, в приводах некруглого точения динамические характеристики привода при холостых движениях резца (по воздуху) и движениях при резании (в металле) не вполне совпадают. Например, если коррекция (8) выполнена для кривой 1, а реально процессы отвечают другой, хотя и близкой к ней по форме, кривой 2 на рис. 3, то вместо ожидаемого после коррекции  $Z(j\omega) = 1$  получим скорректированный объект, годограф которого в области высоких частот далеко выходит за границы ОУС. Объясняется это тем, что «идеальная» коррекция в области высоких частот приводит

к большим ошибкам, вызванным многократным усилением малых значений ККУ при их неточном экспериментальном определении.

Обеспечить робастность самообучения позволяють два рассмотренных ниже способа приближенной последовательной коррекции объекта в сочетании с применением фильтров  $W_{\phi}(j\omega)$ .

*Первый способ* основан на грубой аппроксимации опытного процесса  $h_{и}(t)$  единственной ступенчатой функцией  $h_{и}(t) \approx h_0(t) = s_1(t - t_1)$ , где  $s_1 = 1$  [6]. Это частный случай коррекции (8) при  $s_1 = 1$  и  $s_i = 0$  для всех  $i > 1$ :

$$W_0^{-1}(p) = e^{pt_i}. \quad (9)$$

Коррекция с помощью звена опережения (9) имеет исключительно фазовый характер и сводится к повороту каждой точки годографа ККУ объекта  $W_{и}(j\omega) = l(\omega) + j\pi(\omega) = A(\omega)e^{-j\tau(\omega)}$  на угол  $\tau(\omega) = t_1\omega$  при сохранении модуля  $A(\omega)$ . Выбирать время опережения  $t_1$  следует так, чтобы наибольшая часть годографа ККУ (на частотах от 0 до  $\omega_{\max}$ ) объекта  $Z(j\omega) = W_{и}(j\omega) / W_0(j\omega)$ , скорректированного по (9), переместилась в ОУС. При этом можно ориентироваться на переходную характеристику  $h(t)$ , выбирая  $t_1$ , при котором достигается максимум производной  $dh(t)/dt$ . На рис. 2 приведены годографы ККУ исходного объекта  $W_{и}(j\omega)$  (кривая 4) и объекта  $Z(j\omega)$  (кривая 5) после коррекции (9).

Робастность системы с коррекцией (9) основана на том, что для грубой аппроксимации многих переходных функций (например кривых 1–3 на рис. 3) может быть использована одна и та же ступенчатая кривая. Применение одинаковой упреждающей коррекции к таким объектам позволяет сосредоточить в ОУС низкочастотную ( $\omega < \omega_{\max}$ ) часть годографов их ККУ. Высокочастотная ( $\omega > \omega_{\max}$ ) часть, хотя и может выходить за границы ОУС в окрестностях начала координат комплексной плоскости, но при небольших значениях модуля  $A(\omega)$  порядка 0,1, 0,01 и менее. При этом для смещения высокочастотной части годографа в ОУС применяются фильтры  $W_{\phi}(p)$ , показанные на рис. 1 и рассмотренные ниже.

*Второй способ* приближенной последовательной коррекции основан на выборе корректирующего звена, ККУ которого  $1/W_0(j\omega) = l_0(\omega) - j\pi_0(\omega)$  комплексно сопряжен с ККУ исходного объекта  $W_{и}(j\omega) = l(\omega) + j\pi(\omega)$ . Выбирая параметры корректирующего звена  $l_0(\omega) = l(\omega)$  и  $\pi_0(\omega) = \pi(\omega)$ , для ККУ скорректированного объекта получаем:

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &= W_{и}(j\omega) / W_0(j\omega) = c(\omega) = \\ &= l^2(\omega) + \pi^2(\omega) = |W_{и}(j\omega)|^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Очевидно, квадратичная форма (10) не содержит ни отрицательной действительной, ни комплексной составляющих. Годограф ККУ (10) имеет вид линии  $b$  на рис. 2, лежащей на действительной оси в правой части комплексной плоскости, т.е., по определению, внутри ОУС. Отметим, что коррекция (10) применима лишь к слабо колебательным объектам с  $|W_{и}(j\omega)|_{\max} < 2^{1/2}$ . В противном случае годограф скорректированного объекта выйдет за границы ОУС. Рассмотрим ККУ объекта (7):

$$W_{и}(j\omega) = \prod_{i=1}^n (s_i) e^{-j\omega t_i} = l(\omega) + j\pi(\omega), \quad (11)$$

где

$$l(\omega) = \prod_{i=1}^n s_i \cos(\omega t_i); \quad \pi(\omega) = - \prod_{i=1}^n s_i \sin(\omega t_i).$$

Комплексно-сопряженная с (11) функция, отвечающая ККУ искомого последовательного корректирующего звена:

$$1/W_0(j\omega) = \prod_{i=1}^n (s_i) e^{j\omega t_i} = l_0(\omega) + j\pi_0(\omega), \quad (12)$$

где

$$l_0(\omega) = \prod_{i=1}^n s_i \cos(\omega t_i); \quad \pi_0(\omega) = \prod_{i=1}^n s_i \sin(\omega t_i).$$

Корректирующее звено (12) может быть реализовано в виде параллельного соединения  $n$  блоков опережения на время  $t_i$  с весовыми коэффициентами  $s_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Структурная схема, включающая звено (12) и РИ, представлена на рис. 4. Оперережение на время  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) достигается расщеплением звена запаздывания в РИ на  $n$  составляющих.

Если звено коррекции (12) лишь приближенно отвечает исходному объекту (11):  $l_0(\omega) \approx l(\omega)$  и  $\pi_0(\omega) \approx \pi(\omega)$ , то ККУ скорректированного объекта:

$$\begin{aligned} Z(j\omega) &= W_{и}(j\omega) / W_0(j\omega) = c(\omega) + jd(\omega) = \\ &= \{l(\omega)l_0(\omega) + \pi(\omega)\pi_0(\omega)\} + j\{l_0(\omega)\pi(\omega) + l(\omega)\pi_0(\omega)\}, \end{aligned} \quad (13)$$

также лишь приближенно будет отвечать свойствам (10). В этом случае ККУ скорректированного объекта будет содержать отличную от нуля комплексную часть, а его действительная часть в высокочастотной области может принимать небольшие отрицательные значения.

В табл. 1 рассмотренные выше способы последовательной коррекции сравниваются по показателям  $\omega_{\max}$  и  $c_{\min}$ . Показатель  $\omega_{\max}$  характеризует ширину полосы частот от 0 до  $\omega_{\max}$ , на которых (при отсутствии фильтра  $W_{\phi}$ ) процесс самообуче-

Таблица 1

Функция $h(t)$ объекта $W_{\text{и}}(j\omega)$ до коррекции	Значения $w_{\text{max}} / c_{\text{min}}$ объекта без коррекции	Опытная переходная функция $h_0(t)$ , примененная для коррекции	Значения $w_{\text{max}} / c_{\text{min}}$ при коррекции по		
			(9), $T_0 = 1,8 \times 10^3$	(9), $T_0 = 2,5 \times 10^3$	(13), $n = 500$
Кривая 1, рис. 3	$600 \text{ с}^{-1} / -0,53$	Кривая 1, рис. 3	$>10000 \text{ с}^{-1} / 0$	$2690 \text{ с}^{-1} / -0,104$	$>10000 \text{ с}^{-1} / 0$
Кривая 2, рис. 3	$650 \text{ с}^{-1} / -0,696$		$5160 \text{ с}^{-1} / -0,0096$	$2670 \text{ с}^{-1} / -0,084$	$5060 \text{ с}^{-1} / -0,000112$
Кривая 3, рис. 3	$585 \text{ с}^{-1} / -0,987$		$3900 \text{ с}^{-1} / -0,079$	$2650 \text{ с}^{-1} / -0,094$	$3270 \text{ с}^{-1} / -0,0017$

ния стремится к безошибочному  $d(j\omega) \approx 0$  воспроизведению циклического задания  $X_{\text{ж}}(j\omega)$ . Показатель  $c_{\text{min}} < 0$  равен наибольшему отклонению высокочастотного участка годографа ККУ скорректированного объекта от ОУС с выходом его в левую комплексную полуплоскость. На рис. 2 показаны значения  $c_{\text{min}4}$  для нескорректированного объекта управления, имеющего переходную характеристику вида кривой 1 на рис. 3, а также значение  $c_{\text{min}5}$  для этого же объекта после коррекции (9) с помощью звена опережения на время  $t_1 = 0,0025 \text{ с}$ .

**Самообучение с различными видами фильтров  $W_{\text{ф}}(p)$ .** Как видно из табл. 1, при обоих способах приближенной последовательной коррекции  $c_{\text{min}} < 0$ . В этом случае критерий устойчивости требует применения специальных фильтров  $W_{\text{ф}}(p)$ , включаемых в цепь обратной связи в РИ. При наличии фильтра  $W_{\text{ф}}(p)$  объектом управления для РИ становится уже не реальный объект  $Z(p)$  с ККУ  $Z(j\omega)$ , для которого  $c_{\text{min}} < 0$ , а искусственный объект  $Z^*(p)$  с ККУ  $Z^*(j\omega) = Z(j\omega) \cdot W_{\text{ф}}(j\omega)$ , для которого  $c_{\text{min}}^* < 0$ . Фильтр  $W_{\text{ф}}(j\omega) = R(\omega) + j0$  позволяет создать искусственный объект с ККУ  $Z^*(j\omega) = Z(j\omega) \cdot R(\omega)$ , все точки годографа которого находятся в ОУС и получены смещением «по горизонтали» соответствующих точек годографа скорректированного объекта  $Z(j\omega)$  на величину  $R(\omega) \in c_{\text{min}} < 0$ .

По «окончании» самообучения, когда число циклов в пределе стремится к бесконечности, в системе с объектом  $Z(j\omega)$ , отвечающим критерию (6), и при отсутствии фильтра достигается нулевая ошибка  $d_y(p) = 0$ . Напротив, в системе с фильтром будет наблюдаться отличная от нуля установившаяся периодическая ошибка самообучения [6]:

$$d_y(p) = - X_{\text{ж}}(p) W_{\text{ф}}(p) / [Z(p) - W_{\text{ф}}(p)], \quad (14)$$

тем большая, чем больше значение  $|c_{\text{min}}|$  необходимой деформации годографа ККУ реального объекта  $Z(j\omega)$ . Это значение и, соответственно, ошибка (14) при втором способе приближенной коррекции значительно меньше, чем при первом.

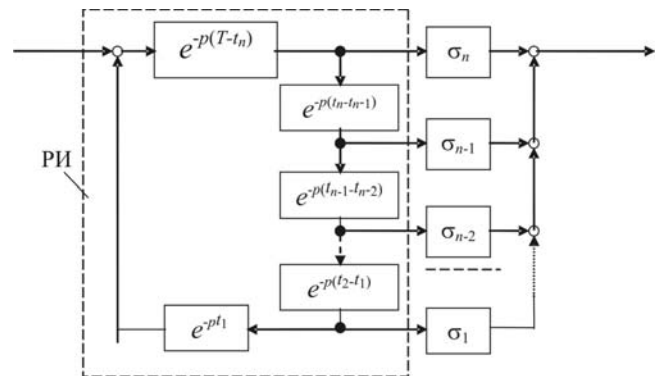


Рис. 4. Структурная схема «комплексно-сопряженного» корректирующего звена

Простейший «фильтр», обладающий свойствами  $W_{\text{ф}}(j\omega) = R(\omega) = \text{const} < 0$ , реализуется заменой в РИ единичной положительной обратной связи на связь с коэффициентом, меньшим единицы:  $1 + R(\omega) < 1$ . Однако такой фильтр приводит к большим установившимся ошибкам (14) не только на высоких, но и на низких частотах. Более эффективны фильтры, у которых на низких частотах  $R(\omega) \gg 0$ , а на высоких  $R(\omega) \in c_{\text{min}}$ . Для РИ причинного типа, как указывалось выше, реализуемы неминимально-фазовые многозвенные апериодические фильтры, например:

$$W_{\text{ф}}(p) = [K_{\text{ф}} + (1 + pT_{\text{ф}}/k)^{-k} + (1 - pT_{\text{ф}}/k)^{-k}] / (K_{\text{ф}} + 2) - 1, \quad (15)$$

где  $K_{\text{ф}}$  – коэффициент фильтрации (чем он выше, тем слабее апериодическая фильтрация);  $T_{\text{ф}}$  – постоянная времени фильтра;  $k$  – порядок фильтра или число последовательно соединенных апериодических звеньев в составе фильтра.

При  $k \approx \infty$  из (15) получим фильтр, включающий звенья запаздывания и опережения:

$$W_{\text{ф}}(p) = (K_{\text{ф}} + e^{-pT_{\text{ф}}} + e^{pT_{\text{ф}}}) / (K_{\text{ф}} + 2) - 1. \quad (16)$$

Фильтр (16) прост в реализации, достигаемой способом расщепления звена запаздывания в РИ, причем для него

$$W_{\text{ф}}(p) = R(\omega) = [K_{\text{ф}} + 2 \cos(\omega T_{\text{ф}})] / (K_{\text{ф}} + 2) - 1. \quad (17)$$

**Оценка точности и быстродействия процессов самообучения.** Эффективность самообучающихся систем с разными методами коррекции и фильтрами можно сопоставлять не только по модулю установившейся ошибки  $|d_y(p)|$  или по обратной ему величине  $1/|d_y(j\omega)|$  (точность), но и по модулю отношения ошибок в  $i$ -м и в  $(i-1)$ -м циклах  $|d_i^*(j\omega)/d_{i-1}^*(j\omega)|$  (быстродействие). Для схемы рис. 2 при  $W_d(p)$  действительны следующие соотношения:

$$Y_i(p) = d_{i-1}^*(p) + Y_{i-1}(p); \quad X_i(p) = Y_i(p)Z_i(p);$$

$$d_i(p) = X_{ж}(p) - X_i(p); \quad d_i^*(p) = d_i(p) + Y_i(p)W_{\phi}(p).$$

Используя эти выражения, а также (14), нетрудно вывести следующие рекуррентные соотношения между комплексными переменными на текущем  $i$ -м и предыдущем  $(i-1)$ -м циклах:

$$\begin{aligned} d_i^*(j\omega)/d_{i-1}^*(j\omega) &= 1 - Z^*(j\omega) = 1 - Z(j\omega) + (W_{\phi}(j\omega)) = \\ &= 1 - Z(j\omega) + R(\omega); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} d_i(j\omega) &= d_{i-1}(j\omega)[1 - Z(j\omega) + R(\omega)] + \\ &+ d_y(j\omega)[Z(j\omega) - R(\omega)]. \end{aligned} \quad (19)$$

Отметим, что рекуррентный расчет  $d_i(j\omega)$  по (19) возможен только для итераций, при которых  $|d_{i-1}(j\omega)| > |d_y(j\omega)|$ .

Формулы, связывающие ошибки на  $N$ -м цикле  $d_N(j\omega)$  и  $d_N^*(j\omega)$  с ошибками в начале процесса самообучения  $d_0(j\omega) = d_0^*(j\omega) = X_{ж}(j\omega)$  могут быть получены непосредственно из (14), (18) и (19):

$$d_N^*(j\omega) = d_0^*(j\omega)[1 - Z(j\omega) + R(\omega)]^N; \quad (20)$$

$$d_N(j\omega) = d_y(j\omega)\{[1 - Z(j\omega) + R(\omega)]^N / R(\omega)\}. \quad (21)$$

В табл. 2 самообучающиеся системы с различными видами фильтрации сравниваются по точности и быстродействию.

Данные двух первых строк табл. 2, показывают, что «комплексно-сопряженная» коррекция (13) по точности в несколько раз эффективнее, чем коррекция с помощью одного звена опережения (9). Сравнение по темпу сходимости, напротив, говорит о преимуществе коррекции (9) перед коррекцией (13), однако темп сходимости процесса самообучения при обоих вариантах коррекции в области средних и высоких частот неудовлетворителен. Замедленная сходимость объясняется тем, что на высоких частотах  $|Z^*(j\omega)| < 1$ , и согласно (18)  $d_i^*(j\omega) \gg d_{i-1}^*(j\omega)$ . Улучшить темп сходимости можно, «приподняв» среднюю часть амплитудно-частотной характеристики  $|Z^*(j\omega)|$  объекта путем, например, включения последовательно с объектом дополнительных форсирующих элементов с передаточной функцией

$$W_k(p) = (1 + T_{k1}p) / [(1 + T_{k2}p)(1 + T_{k3}p)], \quad (22)$$

где  $T_{k1} > T_{k2} > T_{k3}$ .

Значения постоянных времени следует выбирать так, чтобы включение звена (22) не изменяло свойств объекта в низкочастотной области, в которой темп сходимости процессов самообучения удовлетворительный, и одновременно не увеличивало значение АЧХ  $|W_k(j\omega)Z(j\omega)|$  в области высоких частот, что могло бы привести к необходимости

Таблица 2

Вид коррекции	Отношение $ d_y/d_0 /N$ при разных значениях $\omega$ , $c^{-1}$			
	500	1000	1500	2000
По (13), $n = 500$	$1,0 \times 10^{-5}/2$	$8,1 \times 10^{-5}/6$	$6,2 \times 10^{-4}/21$	$3,6 \times 10^{-3}/73$
По (9), $T_0 = 1,8 \cdot 10^{-3} c$	$8,8 \times 10^{-5}/3$	$4,7 \times 10^{-4}/5$	$1,9 \times 10^{-3}/12$	$5,5 \times 10^{-3}/15$
По (13), (22), $n=500$	$1,4 \times 10^{-5}/2$	$7,5 \times 10^{-5}/3$	$3,8 \times 10^{-4}/7$	$1,6 \times 10^{-3}/17$
По (9), (22), $T_0 = 1,8 \cdot 10^{-3} c$	$2,5 \times 10^{-4}/2$	$1,1 \times 10^{-3}/2$	$3,6 \times 10^{-3}/3$	$8,8 \times 10^{-3}/5$

*Примечания.* Сравнение выполнено для объекта с переходной функцией вида кривой 2 на рис. 3 с коррекцией, найденной по переходной функции вида кривой 1 на рис. 3; расчет параметров точности выполнен для фильтров (17), подобранных так, что для каждого примера после коррекции параметр  $c_{\min}$  одинаков и составляет  $c_{\min} = +0,001$ ; параметр  $N$  есть число циклов самообучения, приводящих к снижению ошибки  $d_N^*(j\omega)$  в 20 раз по сравнению с  $d_0^*(j\omega)$  в соответствии с (20).

более глубокой фильтрации с соответствующей потерей точности.

Для рассмотренных в двух нижних строках табл. 2 примеров коррекции применено форсирующее звено (22) с параметрами  $T_{k1} = 0,001с$ ;  $T_2 = 0,0002с$ ;  $T_{k3} = 0,0001с$ . Использование звена (22) приводит к тому, что для обоих видов коррекции процесс самообучения на средних и высоких частотах сходится в 2–4 раза быстрее. Точность самообучения как при наличии, так и при отсутствии звена (22) выше при коррекции (13), (22), чем при коррекции (9), (22). Однако, если применение звена (22) для «комплексно-сопряженной» коррекции (13) приводит к одновременному повышению точности и быстродействия, то для коррекции с помощью звена опережения (9) темп сходимости возрастает, а точность самообучения падает.

**Точность самообучения при действии случайных возмущений.** Если не принимать специальных мер, то в циклических самообучающихся системах при действии случайных возмущений наблюдается их накопление в РИ. Это явление, присущее всем РИ, в известных теоретических работах остается незамеченным (см., например, [10]). Между тем эффект накопления случайных возмущений может приводить к насыщению устройств управления и утрате работоспособности системы.

Для анализа эффекта накопления преобразуем схему рис. 1 к виду рис. 5, приняв без потери общности рассмотрения  $X_{ж} = 0$  и отделив тем самым процесс самообучения по циклическому заданию  $X_{ж}(t)$  от процесса накопления случайных возмущений  $f(t)$ .

Пусть на систему аддитивно воздействует приведенная ко входу РИ случайная стационарная по меха  $f(t)$  с неизменной во времени спектральной

плотностью мощности  $Sf(w)$ . Примем дополнительное требование некоррелированности процессов  $f_l(t)$  в разных циклах самообучения ( $l=1, 2, \dots, k$ ).

Для вывода соотношений между спектральными плотностями мощности сигналов на разных циклах исходим из того, что сигнал  $A(t)$  на первом цикле имеет спектральную плотность мощности помехи  $SA_l(w) = Sf(w)$ , а сигнал  $Y_1(t) = 0$ , т.е.  $SY_1(w) = 0$ . На последующих циклах  $SY_i(w) = SA_{i-1}(w)$ , и согласно рис. 5  $SA_i(w) = Sf(w) + SY_i(w)|W(jw)|^2$ , где  $W(jw) = 1 - Z(jw)$ . С учетом этого связь между спектральными плотностями мощности сигнала  $Y(t)$  на  $l$ -м и  $(l-1)$ -м циклах самообучения принимает вид

$$SY_l(w) = Sf(w) + SY_{l-1}(w)|W(jw)|^2. \quad (23)$$

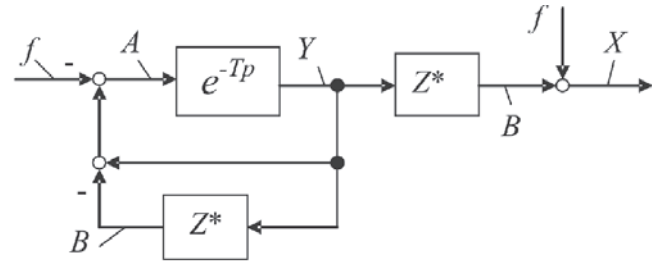


Рис. 5. Преобразованная структурная схема

Применяя (23) к последовательным итерациям самообучения, получаем:

$$SY_1(w) = 0; \quad SY_2(w) = Sf(w);$$

$$SY_3(w) = Sf(w)[1 + |W(jw)|^2];$$

$$SY_4(w) = Sf(w)[1 + |W(jw)|^2 + |W(jw)|^4];$$

$$SY_5(w) = Sf(w)[1 + |W(jw)|^2 + |W(jw)|^4 + |W(jw)|^6] \text{ и т.д.}$$

Для любого цикла с порядковым номером  $k > 1$

$$SY_k(w) = Sf(w) \prod_{l=2}^k |W(jw)|^{2(l-2)}. \quad (24)$$

Спектральная плотность мощности сигнала  $B(t)$  на  $k$ -м цикле

$$SB_k(w) = Sf(w) |Z^*(jw)|^2 \prod_{l=2}^k |W(jw)|^{2(l-2)}, \quad k > 1. \quad (25)$$

Рассмотрим теперь изменение мощности (дисперсии)  $DY_k$  и  $DX_k$  случайных сигналов  $Y_k(t)$  и  $X_k(t)$  в процессе самообучения ( $k=2, 3, \dots$ ). Известно, что мощность сигнала  $D$  равна площади, заключенной между кривой его спектральной плотности  $S(w)$  и осью абсцисс. Разбивая диапазон существенных частот спектра возмущения  $Sf(w)$  от  $w=0$  до  $w=w_n$  на  $n$  равных отрезков, получаем:

$$D = (w_n / n) \sum_{i=1}^n S(w_i).$$

Применяя последнее выражение к (24) и (25), получаем формулы для расчета мощностей  $DY_k$  и  $DX_k$  случайных составляющих сигналов на выходе РИ  $Y(t)$  и в регулируемой координате  $X(t)$ :

$$DY_k = (w_n / n) \sum_{i=1}^n Sf(w_i) \prod_{l=2}^k |W(jw_i)|^{2(l-2)}; \quad (26)$$

$$DX_k = (w_n / n) \sum_{i=1}^n Sf(w_i) + (w_n / n) \sum_{i=1}^n \{Sf(w_i) |Z^*(jw_i)|^2 \prod_{l=2}^k |W(jw_i)|^{2(l-2)}\}, \quad (27)$$



где суммирование ведется по всем  $i=1, 2, \dots, n$  и  $l=2, 3, \dots, k$ ;  $k > 1$ .

Формулы (26), (27) позволяют рассчитать дисперсию случайных составляющих при любом спектре случайных помех  $Sf(w)$ . В табл. 3 сведены расчеты  $DX_k$  и  $DY_k$  для спектра белого шума  $Sf = \text{const}$ .

Данные табл. 3 позволяют оценить динамику процесса накопления случайных возмущений в системах самообучения. С возрастанием номера шага  $k$  по мере продолжения самообучения уровень случайных шумов увеличивается как в выходной координате  $X$ , так и особенно в сигнале  $Y$  на выходе РИ.

Таблица 3

Вариант коррекции	Отношение $DY_k/DX_k$ при $k$ (номере шага)		
	2	10	100
По (13), $n=500$	1/1,114	6,75/1,125	44,7/1,128
По (9), $T_0=1,8 \times 10^{-3}$ с	1/1,193	4,60/1,271	11,83/1,277
По (13), (22), $n=500$	1/1,184	5,46/1,202	24,6/1,206
По (9), (22), $T_0=1,8 \times 10^{-3}$ с	1/1,326	3,24/1,381	5,53/1,388

*Примечания.* Значения  $DX_k$  и  $DY_k$  отнесены к мощности возмущения:  $\underline{DY}_k = DY_k / Df$ ;  $\underline{DX}_k = DX_k / Df$ ; действительны соответствующие примечания к табл. 2.

В сигнале  $Y$  мощность накопленных шумов может на порядок превышать мощность действующих возмущений  $f$ , что приводит к локальным насыщениям в каналах управления и к нарушениям процесса самообучения. Эти выводы справедливы для всех видов РИ, методов коррекции и фильтров. Сами объекты самообучения с ККУ  $Z^*$  (включающие собственно объекты, корректирующие и фильтрующие устройства) в схеме рис. 5 играют роль своеобразных фильтров случайных возмущений, тем более эффективных, чем ближе к единице их ККУ  $Z^*(jw)$  в области частот существенной мощности помех.

Даже в слабо «зашумленных» системах нельзя обойтись без специальных средств, исключающих попадание случайных возмущений на вход РИ. Они должны быть тем или иным способом измерены – непосредственно, как показано на рис. 1, или

с применением эталонной модели. Полученный при этом сигнал следует использовать для компенсации помех на входе РИ.

Описанные выше результаты направлены на совершенствование самообучающихся мехатронных электроприводов станков некруглого точения, внедренных на предприятиях России и других стран.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Закс В.С.** Об одной возможности повышения точности регулирования в следящих линейных системах циклического действия. – Автоматика и телемеханика, 1981, № 1, с. 170–174.
2. **С. J. Li, C. Y. Li.** On-Line Roundness Error Compensation via P-Integrator Learning Control. – Journal of Engineering for Industry, 1992, vol. 114, November, pp. 476–480.
3. **Middleton R.H., Goodwin G.C., Longman R.W.** A Method for Improving the Dynamic Accuracy of a Robot Performing a Repetitive Task. – Int. J. of Robotics Research, 1989, vol. 5, № 5, October, pp. 67–74.
4. **Hara S., Yamamoto Y., Omata T., Nakato M.** Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. – IEEE Transactions on automatic control, 1988, vol. 33, № 7, pp. 659–668.
5. **Еремин Е.Л.** Гиперустойчивость циклических систем управления с генератором периодических сигналов. – Информатика и системы управления, 2006, № 1(11), с. 224–234.
6. **Никольский А.А.** Устойчивость самообучающихся электроприводов подачи металлорежущих станков и точность процессов самообучения. – Электричество, 2007, № 5, с. 38–45.
7. **Андерсон Б.Д.О. и др.** Устойчивость адаптивных систем/Пер. с англ. под ред. С.П. Чеботарева. – М.: Мир, 1989.
8. **Воронов А.А.** Основы теории автоматического управления. Особые линейные и нелинейные системы. – М.: Энергоатомиздат, 1981.
9. **Еремин Е.Л. и др.** Система адаптивно-периодического управления мехатронным модулем подачи металлорежущих станков. – Информатика и системы управления, 2012, № 2(32), с. 150–159.
10. **Шеленок Е.А.** Адаптивно-робастная система управления нелинейными объектами периодического действия. – Информатика и системы управления, 2012, № 4(34), с. 128–137.
11. **Никольский А.А.** Пьезоэлектрические приводы. – В кн.: Энциклопедия. Машиностроение, раздел 7.3. – М.: Машиностроение, 2012, с. 437–448.

[25.02.13]

*Автор: Никольский Алексей Анатольевич окончил факультет электрификации и автоматизации промышленности и транспорта Московского энергетического института (МЭИ) в 1972 г. Защитил докторскую диссертацию по тематике управления точными двухканальными электроприводами с пьезокомпенсаторами в точном канале в 1991 г. Ведущий научный сотрудник кафедры автоматизированного электропривода МЭИ, генеральный директор ООО «Кольбен-Техно».*

