

# Расчет магнитного мультипликатора<sup>1</sup>

АФАНАСЬЕВ А.А.

*Рассматривается методика аналитического расчёта двухступенчатого магнитного редуктора. Приводятся примеры реализации методики и численного анализа рассеяния магнитов. Результаты сравниваются с известными данными численного расчёта.*

**Ключевые слова:** магнитный мультипликатор, удельные магнитные проводимости, метод натяжений, рассеяние магнитов

Магнитные редукторы могут выполняться в виде магнитоэлектрических машин с несколькими концентрическими роторами. Применение трехфазной обмотки на статоре позволяет создать трансмиссионное бесступенчатое устройство с регулируемым коэффициентом редукции [1].

Конструкции с высокоэнергетическими магнитами, реализующие усовершенствованные принципы электромагнитной редукции частоты вращения роторов, могут быть выполнены в виде многоступенчатых магнитных редукторов [2, 3]. Их составные части (неподвижные и вращающиеся) не имеют обмоток и представлены многополюсными магнитными индукторами и ферромагнитными «беличьими» клетками с числом призматических стержней, близким к числу полюсов магнитных индукторов.

Магнитное поле индуктора с числом пар полюсов  $p$  на одной стороне магнитной клетки, имеющей  $z$  ферромагнитных стержней, на выходе с другой стороны клетки будет иметь основную гармонику с небольшим числом пар полюсов, равным разности  $(z - p)$ . Это малополюсное магнитное поле соответствующей ступени редуктора взаимодействует с подвижным малополюсным индуктором, имеющим то же число полюсов.

Формирование электромагнитного момента каждой ступенью редуктора имеет аналогию с классической электрической синхронной машиной, следовательно, момент, развиваемый ступенью, имеет некоторый ограничительный максимум.

Такой редуктор, отличающийся высоким удельным моментом, простотой и удобством эксплуатации, может найти применение в различных транспортных системах, в ветроэнергетике в качестве мультипликатора. Ветроколеса в рабочем режиме

*A procedure for analytically calculating a two-stage magnetic reducing gear is considered. Examples of implementing the procedure and numerical analysis of the leakage of magnets are presented. The obtained results are compared with the known data from a numerical calculation.*

**Key words:** magnetic multiplier, specific permeances, method of tensions, leakage of magnets

имеют относительно небольшую частоту вращения. Для снижения массы электрогенераторов, приводимых во вращение ветроколёсами, необходим мультипликатор, который позволит использовать сравнительно легкие быстроходные электрогенераторы.

Магнитный редуктор представляет сложное электромеханическое устройство, надёжная оценка функциональных свойств которого может быть получена в результате численного математического моделирования [3]. Для его реализации требуются основательные программные и временные ресурсы. Поэтому заслуживают внимания аналитические методики расчета этих устройств, базирующиеся на традиционных подходах к электромагнитным расчётам достаточно близких по конструкции типам электрических машин, например индукторных электродвигателей [4, 5]. Аналитический расчёт позволяет глубже понять физические основы работы магнитного редуктора и указать пути его оптимизации.

**Аналитический расчёт мультипликатора.** Рассмотрим расчёт двухступенчатого мультипликатора, основные конструктивные параметры, геометрия и результаты численного моделирования которого приведены в [3]. На рис. 1. показана упрощенная конструктивная схема устройства, мультипликатор имеет три коаксиально расположенных ротора (1 – входной вал; 2 – статор; 3 – внешний ротор (вращающийся модулирующий стакан); 4 – промежуточный ротор; 5 – неподвижный модулирующий стакан; 6 – внутренний ротор; 7 – выходной вал). Первый (наружный) ротор 3 жёстко связан с входным валом 1, имеет угловую скорость вращения  $\omega_1$  и представляет собой шихтованную ферромагнитную беличью клетку с числом призматических стальных зубцов  $z_1$ . Беличья клетка пронизывается магнитным полем, создаваемым постоянными ра-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 12-08-97062-р\_поволжье\_a).

диально намагниченными магнитами статора, имеющими число пар полюсов  $p_1$ .

Второй (промежуточный) ротор вращается с угловой скоростью  $\omega_2$  и имеет радиально намагниченные магниты на наружной и внутренней сторонах. Наружные магниты имеют число пар полюсов  $p_2$ , внутренние —  $p_3$ .

Статор, наружный ротор и наружные магниты промежуточного ротора образуют первую ступень мультипликатора.

Третий (внутренний) ротор жестко связан с выходным валом, вращается с угловой скоростью  $\omega_3$ , имеет радиально намагниченные магниты с числом пар полюсов  $p_4$  и взаимодействует с магнитным полем внутренних магнитов промежуточного ротора, проходящим через вторую (неподвижную) ферромагнитную беличью клетку с числом зубцов  $z_2$ .

Внутренние магниты промежуточного ротора, вторая беличья клетка и внутренний ротор образуют вторую (выходную) ступень мультипликатора.

Полагая в первом приближении магнитную систему устройства линейной, будем определять методом удельной магнитной проводимости значения магнитной индукции в воздушных зазорах, создаваемой постоянными магнитами.

Магнитная система содержит четыре воздушных зазора. Их размеры обозначим  $d_j$ ,  $j=1, 2, 3, 4$  (численное значение индекса растет при смещении от статора к внутреннему ротору)<sup>2</sup>. Магнитным насыщением в стали ярм сердечников и зубцов беличьей клетки пренебрегаем.

**Удельная магнитная проводимость воздушных зазоров с ферромагнитными беличьими клетками.** Для увеличения глубины модуляции магнитного поля ферромагнитными беличьими клетками высоту их шихтованных призм прямоугольного сечения выбирают больше половины ширины пазов. В этом случае магнитное поле, попадая из воздушного зазора в паз, не выходит из него, проникая в стенки паза. Поэтому расчёт поля в немагнитных зазорах мультипликатора будет мало отличаться от аналогичного расчёта классических электрических машин.

Современные высокоэнергетические постоянные магниты из редкоземельных элементов имеют магнитную проницаемость, близкую к воздуху. Например, для Ne-Fe-B магнитов с  $B_r = 1,1$  Тл и  $H_{сВ} = 850$  кА/м имеем для относительной магнитной проницаемости

$$\mu_{\text{к}} = \frac{B_r}{\mu_0 H_{сВ}} = \frac{1,1}{4\pi \times 10^{-7} \times 0,85 \times 10^6} = 1,0298.$$

<sup>2</sup> Значения индексов чисел пар полюсов  $p_j$  ( $j=1, \dots, 4$ ) индукторов совпадают со значениями индексов воздушных зазоров, в которых находятся магниты соответствующих индукторов.

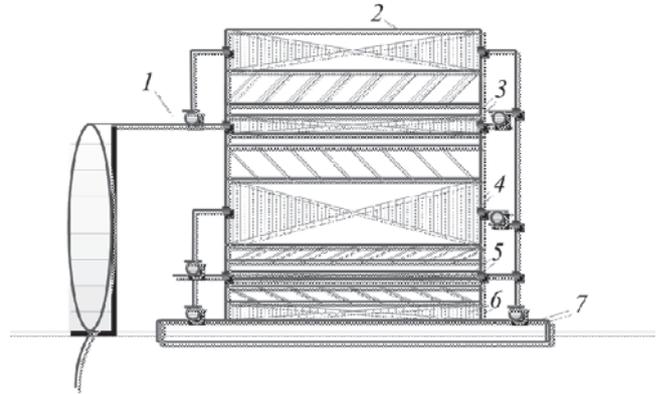


Рис. 1

Поэтому при расчете магнитного поля в активной зоне электрической машины с такими магнитами можно считать пространство, занятое магнитами, воздушной средой.

При увеличении воздушного зазора между магнитными сердечниками наблюдается затухание в зазоре магнитного поля при относительно малом полюсном делении  $t$ . Это явление в машинах с электромагнитным возбуждением оценивают коэффициентом затухания [6]

$$k_{\text{зат}} = \frac{pd/t}{\text{sh}(pd/t)}, \quad (1)$$

который при рассматриваемых ниже геометрических параметрах мультипликатора был бы существенно низким, т.е. соответствующим большому уменьшению магнитной индукции при смещении точки наблюдения от активного края зазора к противоположному.

Однако в магнитоэлектрических машинах с магнитами, расположенными на ярмах сердечников, источник магнитного поля — вектор намагниченности  $\mathbf{M}$  — содержится во всём внутреннем пространстве магнита, и картина формирования поля в активной зоне будет отличаться от той, при которой получена формула (1).

Сравнение результатов аналитических и численных расчётов электрических машин с постоянными магнитами, имеющих типовые воздушные зазоры и отношение  $(d + h_M)/t \leq 0,2$ , ( $h_M$  — высота магнитов), дает основание принять коэффициент (1) близким к единице [7]. В рассматриваемом мультипликаторе отношение  $(d + h_M)/t$  составляет  $(1 + 15)/12,72 = 1,26$  для первой ступени и  $(1 + 16)/4,26 = 3,99$  — для второй.

В устройствах с относительно высокими (толстыми) магнитами на значение индукции в воздушном зазоре начинает оказывать существенное влияние другой физический фактор — рассеяние магнитов. В рассматриваемых многополюсных ин-

дукторах с магнитами относительно малой ширины и большой высоты поток бокового рассеяния  $F_s$  разнополярных магнитов, расположенных вплотную друг к другу, может составлять значительную долю рабочего потока в воздушном зазоре  $F_d$ . Другие виды рассеяния магнитов (по «головкам» и торцам) будут значительно меньше бокового рассеяния.

Введем в расчёт коэффициент рассеяния магнитов  $k_s = \frac{1}{1 + F_s / F_d}$ ; его количественная оценка будет дана ниже в приложении.

Минимальная удельная магнитная проводимость  $j$ -го немагнитного зазора напротив середины паза беличьей клетки равна [8]

$$l_{j \min} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2ab_{nj} \dot{\omega}^2}{c^2} + (d_j + h_j)^2}},$$

где  $h_j, b_{nj}$  – высота магнита и ширина раскрытия паза беличьей клетки в  $j$ -м зазоре.

Величине  $l_{j \min}$  соответствует максимальное удельное магнитное сопротивление зазора

$$r_{j \max} = \frac{1}{l_{j \min}} = \sqrt{\frac{2ab_{nj} \dot{\omega}^2}{c^2} + (d_j + h_j)^2}.$$

За минимальное сопротивление зазора примем величину  $r_{j \min} = (d_j + h_j)$ .

Применительно к первой ступени мультипликатора суммарные максимальные и минимальные магнитные сопротивления двух первых зазоров равны:

$$r_{\max}^2 = \sum_{j=1}^2 r_{j \max}^2 = \sum_{j=1}^2 \left( \frac{2ab_{nj} \dot{\omega}^2}{c^2} + (d_j + h_j)^2 \right),$$

$$r_{\min}^2 = \sum_{j=1}^2 r_{j \min}^2 = \sum_{j=1}^2 (d_j + h_j)^2.$$

Полное сопротивление немагнитного зазора первой ступени

$$r_{\Sigma} = r_{\Sigma} + r_{\Sigma} \cos \alpha_{j1},$$

где  $r_{\Sigma} = \sum_{j=1}^2 (d_j + h_j) k_{Dj}$  – постоянная составляющая полного сопротивления<sup>3</sup>;

$$k_{Dj} = \frac{t_j}{t_j - g(d_j + h_j)} \quad (2)$$

– коэффициент немагнитного зазора;

<sup>3</sup> Предполагаем, что МДС магнитов принадлежит поверхности ярма, на которых располагаются магниты. При этом условии получены формулы для  $l_{j \min}$  и  $k_{Dj}$ .

$$g_j = \frac{4}{\pi} \frac{b_{nj}}{2(d_j + h_j)} \arctg \frac{b_{nj}}{2(d_j + h_j)} - \ln \sqrt{1 + \frac{b_{nj}^2 \dot{\omega}^2}{c^2 (d_j + h_j)^2}} \quad (3)$$

$$r_{\Sigma} = \frac{r_{\max}^2 - r_{\min}^2}{2} = \frac{\sum_{j=1}^2 \left( \frac{2ab_{nj} \dot{\omega}^2}{c^2} + (d_j + h_j)^2 \right) - \sum_{j=1}^2 (d_j + h_j)^2}{2}$$

– амплитуда суммарного переменного сопротивления;  $\alpha_{j1}$  – угловая координата точки наблюдения на первой беличьей клетке (рис. 2, где  $J_1, J_2$  – угловые координаты продольных осей соответственно наружного  $d_1$  и промежуточного  $d_2$  роторов относительно продольной оси статора  $d^c$ ;  $j_1, j_2$  – угловые координаты точки наблюдения  $P$  на поверхности наружного и промежуточного роторов соответственно;  $W_1, W_2$  – угловые скорости вращения наружного и промежуточного роторов соответственно).

Удельная магнитная проводимость первой ступени

$$L_{\Sigma} = \frac{1}{r_{\Sigma}} = \frac{1}{r_{\Sigma} + r_{\Sigma} \cos \alpha_{j1}} = L_{\Sigma} - L_{\Sigma} \cos \alpha_{j1} \quad (4)$$

Поскольку  $r_{\Sigma} \ll r_{\Sigma}$  то

$$L_{\Sigma} = \frac{1}{r_{\Sigma}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^2 (d_j + h_j) k_{Dj}} \quad (5)$$

$$L_{\Sigma} = \frac{4r_{\Sigma}}{(r_{\Sigma})^2} = \frac{\sum_{j=1}^2 \left( \frac{2ab_{nj} \dot{\omega}^2}{c^2} + (d_j + h_j)^2 \right) - \sum_{j=1}^2 (d_j + h_j)^2}{\left( \sum_{j=1}^2 (d_j + h_j) k_{Dj} \right)^2} \quad (6)$$

По формулам, аналогичным (4)–(6), рассчитываются такие же параметры второй ступени мультипликатора.

**Расчёт первой ступени.** Магнитная индукция во втором воздушном зазоре  $d_2$ , вызванная  $2p_1$ -полюсными магнитами статора:

$$B_{d2} = F_1 L_{\Sigma} k_{s2}, \quad (7)$$

где

$$F_1 = F_{1m} \cos \alpha_{j1} \quad (8)$$

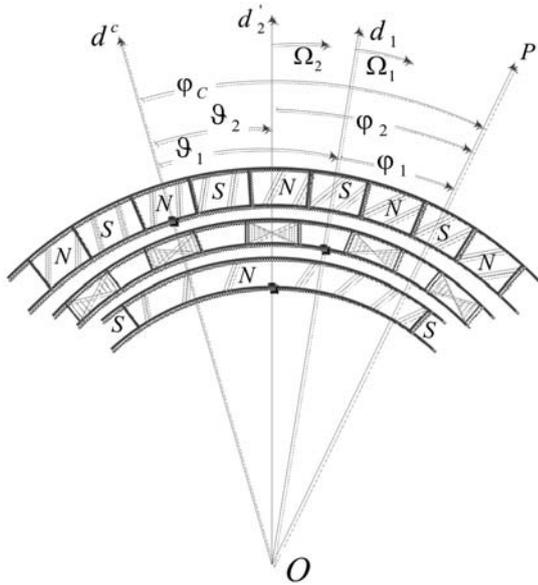


Рис. 2

– первая гармоника МДС магнитов статора;  $j_c$  – угловая координата точки наблюдения на статоре (рис. 2);  $k_{s2}$  – коэффициент рассеяния магнитов статора во втором воздушном зазоре.

После подстановки в (7) выражения удельной магнитной проводимости (4) получим

$$B_{d2} = k_{s2} F_{1m} (L_{\phi} - L_{\phi m} \cos z_1 j_1) \cos p_1 j_c. \quad (9)$$

Зависимость (9) показывает, что во втором воздушном зазоре присутствуют три вида гармоник магнитной индукции:

$$B_{\phi 2} = -\frac{1}{2} F_{1m} L_{\phi m} k_{s2} \cos(p_1 j_c - z_1 j_1); \quad (10)$$

$$B_{\phi 2} = -\frac{1}{2} F_{1m} L_{\phi m} k_{s2} \cos(p_1 j_c + z_1 j_1); \quad (11)$$

$$B_{\phi 2} = F_{1m} L_{\phi} k_{s2} \cos p_1 j_c. \quad (12)$$

Покажем, что только первая гармоника, представленная формулой (10), является рабочей. Из рис. 2 следует формула связи угловых координат точки наблюдения  $P$ :

$$j_1 = j_c - J_1 = j_c - J_{10} - W_1 t, \quad (13)$$

где  $J_1$  – угловая координата продольной оси  $d_1$  первой беличьей клетки относительно продольной оси магнитов статора  $d^c$ ;  $J_{10}$  – начальное значение этой координаты при  $t=0$ ;  $W_1$  – угловая скорость вращения первой беличьей клетки (наружного ротора).

Подставим формулу (13) в выражение (10) и зафиксируем в нем аргумент косинусоидальной

функции, т.е свяжем точку наблюдения с волной индукции (10):

$$(p_1 - z_1) j_c + z_1 W_1 t = \text{const}. \quad (14)$$

После дифференцирования этого выражения по времени получим скорость перемещения волны индукции (10) относительно неподвижного статора:

$$\frac{dj_c}{dt} = W_2 = \frac{z_1}{z_1 - p_1} W_1. \quad (15)$$

Анализируя полученную зависимость, отметим следующее:

волна магнитной индукции  $B_{\phi 2}$  имеет число пар полюсов  $(z_1 - p_1)$ , которое при близости значений  $z_1$  и  $p_1$  будет сравнительно небольшим;

число пар полюсов  $p_2$  магнитов на наружной поверхности промежуточного ротора должно удовлетворять равенству  $p_2 = z_1 - p_1$ . Промежуточный ротор будет синхронно вращаться с полем  $B_{\phi 2}$  со скоростью  $W_2$ ;

выходная скорость  $W_2$  первой ступени рассматриваемого магнитного мультипликатора будет в  $\frac{z_1}{z_1 - p_1}$  раз больше входной.

Определим максимальное значение выходного электромагнитного момента первой ступени, действующего на наружные магниты промежуточного ротора со стороны магнитного поля  $B_{\phi 2}$ . В этом экстремальном режиме гармоники магнитной индукции поля  $B_{\phi 2}$  и магнитов ротора будут сдвинуты на  $90^\circ$ , т.е. стыки магнитов ротора будут находиться в месте максимума индукции поля  $B_{\phi 2}$ . В соответствии с методом натяжений электромагнитный момент будет равен [9]:

$$M = \frac{p_2 l D_2}{2} \int_{-t_{\phi}}^{t_{\phi}} B_n H_t dx, \quad (16)$$

где  $p_2$ ,  $t_2$ ,  $l$ ,  $D_2$  – число пар полюсов, полюсное деление, расчетная длина и наружный диаметр промежуточного ротора.

Суммарная нормальная (радиальная) составляющая магнитной индукции во втором воздушном зазоре в предельном режиме будем равна:

$$B_n = B_{\phi 2} + B_{d2}^{H.M} = B_{\phi 2m} \cos \frac{x}{t_2} \rho + B_{d2m}^{H.M} \sin \frac{x}{t_2} \rho, \quad (17)$$

где  $B_{d2}^{H.M}$  – основная гармоника магнитной индукции наружных магнитов промежуточного ротора; эта гармоника индукции вызовет в зазоре  $d_2$  магнитное напряжение

$$u_2 = \frac{d_2}{m_0} B_{d2m}^{H.M} \sin \frac{x}{t_2} \rho, \quad (18)$$

тогда тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля в рассматриваемом зазоре будет равна

$$H_t = - \frac{du_2}{dx} = - \frac{\rho}{t_2} \frac{d_2}{m_0} B_{d2m}^{H.M} \sin \frac{x}{t_2} \rho. \quad (19)$$

После подстановки (17), (19) в формулу для электромагнитного момента (16) и взятия интеграла в ней получим

$$M_{\max} = - \frac{\rho^2 d_2}{4m_0 t_2} p_2 l D_2 B_{d2m} B_{d2m}^{H.M}. \quad (20)$$

Учитывая, что

$$B_{d2m} = - \frac{1}{2} l F_{1m} L \phi_m^1 k_{s2} = - \frac{2}{\rho} H_{cB} h_1 L \phi_m^1 k_{s2}; \quad (21)$$

$$B_{d2m}^{H.M} = F_{1m}^{H.M} L \phi^2 k_{s2} = \frac{4}{\rho} H_{cB} h_2 L \phi^2 k_{s2},$$

формуле (20) для максимального значения электромагнитного момента выхода первой ступени можно придать окончательный вид:

$$M_{\max} = \frac{2d_2}{m_0 t_2} h_1 h_2 p_2 l D_2 H_{cB}^2 L \phi L \phi_m^1 k_{s2}^2 k_{s2}, \quad (22)$$

где  $^2 k_{s2}$  – коэффициент рассеяния во втором воздушном зазоре магнитов, расположенных в этом же зазоре (на наружной поверхности промежуточного ротора).

Остальные гармоники (11), (12) магнитного поля во втором воздушном зазоре, взаимодействуя с наружными магнитами, создают переменные электромагнитные моменты – источник вибрации и шума.

Магнитная индукция в первом воздушном зазоре  $d_1$ , вызванная  $2p_2$ -полюсными наружными магнитами промежуточного ротора, будет равна

$$B_{d1} = F_1^{H.M} L \phi^2 k_{s1}, \quad (23)$$

где

$$F_1^{H.M} = F_{1m}^{H.M} \cos p_2 j_2; \quad (24)$$

$^2 k_{s1}$  – коэффициент рассеяния в первом воздушном зазоре магнитов, расположенных во втором воздушном зазоре (на наружной поверхности промежуточного ротора).

После подстановки в (23) для магнитной индукции в первом воздушном зазоре (между статором и первой беличьей клеткой) выражений (24) и (4) получим

$$B_{d1} = F_{1m}^{H.M} ^2 k_{s1} (L \phi - L \phi_m \cos z_1 j_1) \cos p_2 j_2. \quad (25)$$

Из этой формулы следует, что в первом воздушном зазоре, как и во втором, присутствуют три вида гармоник магнитной индукции:

$$B_{d1} = - \frac{1}{2} F_{1m}^{H.M} L \phi_m^2 k_{s1} \cos(p_2 j_2 - z_1 j_1); \quad (26)$$

$$B_{d1} = - \frac{1}{2} F_{1m}^{H.M} L \phi_m^2 k_{s1} \cos(p_2 j_2 + z_1 j_1); \quad (27)$$

$$B_{d1} = F_{1m}^{H.M} L \phi^2 k_{s1} \cos p_2 j_2. \quad (28)$$

Легко показать, что гармоника первого вида (26) является рабочей. Считая аргумент косинуса в (26) константой, с учетом рис. 2 запишем

$$p_2 j_2 - z_1 j_1 = p_2 (j_2 - W_2 t - J_{20}) - z_1 (j_1 - W_1 t - J_{10}) = \text{const.} \quad (29)$$

Дифференцируя (29) по времени и учитывая выражение связи (15) угловых скоростей  $W_1$  и  $W_2$ , получаем:

$$(z_1 - p_2) \frac{dj_1}{dt} = z_1 W_1 - p_2 W_2 = z_1 W_1 - p_2 \frac{z_1}{p_2} W_1 = 0. \quad (30)$$

Полученное выражение показывает, что магнитное поле, описываемое формулой (26), во-первых, неподвижно относительно статора, во-вторых, при условии

$$z_1 - p_2 = p_1 \quad (31)$$

имеет то же число полюсов, что и магниты неподвижного статора.

Гармоника магнитного поля  $B_{d1}$ , взаимодействуя с магнитами статора, будет создавать входной электромагнитный момент  $M^{BX}$  первой ступени, который будет уравновешивать внешний момент на входном валу. Это самое большое значение момента мультипликатора по сравнению с остальными моментами его роторов.

Две другие гармоники (27) и (28) магнитного поля в первом воздушном зазоре будут создавать, взаимодействуя с магнитами статора, переменные составляющие электромагнитного момента, вызывающие вибрацию и шум.

Для максимального значения электромагнитного момента  $M^{BX}$  по аналогии с выводом формулы (20) для максимального момента  $M$  можем получить

$$M_{\max}^{BX} = \frac{2d_1}{m_0 t_1} h_1 h_2 p_1 l D_1 H_{cB}^2 L \phi L \phi_m^1 k_{s1}^2 k_{s1}, \quad (32)$$

где  $h_1$ ,  $t_1$  – высота магнитов и полюсное деление статора;  $D_1$  – внутренний диаметр статора (диаметр

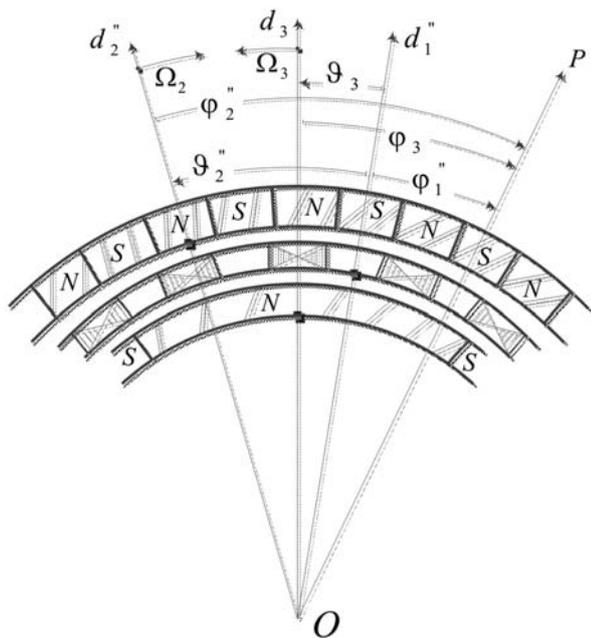


Рис. 3

окружности, проходящей по наружной поверхности магнитов);  $^1k_{s1}$  – коэффициент рассеяния в первом воздушном зазоре магнитов статора.

**Расчёт второй ступени.** Вторая ступень конструктивно мало отличается от первой, поэтому её расчёт аналогичен предыдущему. Магнитная индукция в четвёртом воздушном зазоре  $d_4$ , вызванная  $2p_3$ -полюсными внутренними магнитами промежуточного ротора, будет равна

$$B_{d4} = F_1^{B.M} L_{\Phi}^3 k_{s4}, \quad (33)$$

где

$$F_1^{B.M} = F_{1m}^{B.M} \cos p_1 j_{\Phi} \quad (34)$$

– первая гармоника МДС этих магнитов;  $j_{\Phi}$  – угловая координата точки наблюдения на поверхности внутренних магнитов промежуточного ротора (рис. 3);  $^3k_{s4}$  – коэффициент рассеяния в четвертом воздушном зазоре магнитов, расположенных в третьем воздушном зазоре (на внутренней поверхности промежуточного ротора);

$$L_{\Phi} = L_{\Phi} - L_{\Phi m} \cos z_2 j_{\Phi} \quad (35)$$

– удельная магнитная проводимость участка магнитной цепи между внутренним ярмом промежуточного ротора и ярмом выходного ротора;  $j_{\Phi}$  – угловая координата точки наблюдения на второй беличье клетке с числом зубцов  $z_2$  (рис. 3, где  $J_2$ ,  $J_3$  – угловые координаты продольных осей внутренних магнитов промежуточного  $d_{\Phi}$  и внутреннего (выходного)  $d_3$  роторов относительно продоль-

ной оси  $d_{\Phi}$ );  $j_3$  – угловые координаты точки наблюдения  $P$  на поверхности внутренних магнитов промежуточного и внутреннего (выходного) роторов;  $W_2$ ,  $W_3$  – угловые скорости вращения промежуточного и выходного роторов).

После подстановки в (33) выражений (34) и (35) получим три гармоники в воздушном зазоре  $d_4$ , из которых рабочей будет

$$B_{d4} = - \frac{1}{2} F_{1m}^{B.M} L_{\Phi}^3 k_{s4} \cos(p_3 j_{\Phi} - z_2 j_{\Phi}). \quad (36)$$

Для аргумента косинуса в (36) в соответствии с рис. 3 можем установить

$$\begin{aligned} p_3 j_{\Phi} - z_2 j_{\Phi} &= p_3(j_{\Phi} - J_{\Phi}) - z_2 j_{\Phi} \\ &= (p_3 - z_2) j_{\Phi} + p_3(W_2 t - J_{\Phi}) = \text{const.} \end{aligned} \quad (37)$$

Дифференцируя это равенство по времени, получаем скорость перемещения магнитного поля относительно неподвижной второй беличье клетки:

$$\frac{dj_{\Phi}}{dt} = W_3 = - \frac{p_3}{z_2 - p_3} W_2. \quad (38)$$

Из полученного равенства следует:

волна магнитной индукции  $B_{d4}$  имеет число пар полюсов  $(z_2 - p_3)$ , которое должно равняться числу пар полюсов  $p_4$  магнитов выходного ротора:  $z_2 - p_3 = p_4$ ;

выходной ротор (выходной вал) будет вращаться синхронно с полем  $B_{d4}$  со скоростью  $W_3 = - \frac{p_3}{p_4} W_2$ , противоположной по знаку скорости входного вала;

передаточное отношение мультипликатора  $\frac{W_3}{W_1} = - \frac{z_1 p_3}{p_4 p_2}$ .

Максимальный (перегрузочный) момент выходного вала

$$M_{\text{max}}^{\text{вых}} = \frac{2d_4}{m_0 t_4} h_4 h_3 p_4 l D_4 H_{CB}^2 L_{\Phi}^3 k_{s4}^4 k_{s4}, \quad (39)$$

где  $h_4$ ,  $t_4$ ,  $D_4$  – высота магнитов, полюсное деление, наружный диаметр выходного ротора (диаметр окружности, проходящей по наружной поверхности магнитов ротора);  $^4k_{s4}$  – коэффициент рассеяния в четвертом воздушном зазоре магнитов выходного ротора.

**Приложение. Пример расчёта мультипликатора.** Определим по предложенным выше формулам некоторые параметры мультипликатора, рассмотренного в [3]. Его параметры, используемые в расчётах, следующие: воздушные зазоры:  $d_1 = d_2 = 1 \text{ мм}$ ;

$d_3 = d_4 = 0,6$  мм; число пар полюсов магнитных индукторов:  $p_1 = 21$ ;  $p_2 = 2$ ;  $p_3 = 21$ ;  $p_4 = 2$ ; числа зубцов ферромагнитных беличьих клеток:  $z_1 = z_2 = 23$ , значения толщины магнитов  $h_{mj}$  в воздушных зазорах с номерами  $j$  ( $j = 1, 2, 3, 4$ ):  $h_{m1} = 15$  мм;  $h_{m2} = 16$  мм;  $h_{m3} = 4$  мм;  $h_{m4} = 5,3$  мм; диаметры окружностей  $D_j$ , проходящих по наружным краям магнитов в воздушных зазорах с номерами  $j$ :  $D_1 = 170$  мм;  $D_2 = 140$  мм;  $D_3 = 57$  мм;  $D_4 = 46,6$  мм; полюсные деления магнитных индукторов  $t_j$ :  $t_1 = 12,72$  мм;  $t_2 = 110$  мм;  $t_3 = 4,26$  мм;  $t_4 = 11,65$  мм; значения толщины  $D_i$  ( $i = 1, 2$ ) и зубцовые деления  $t_i^{B(H)}$  ( $i = 1, 2$ ) на верхней (в) и нижней (н) поверхностях первой ( $i = 1$ ) и второй ( $i = 2$ ) беличьих клеток:  $D_1 = 13$  мм;  $D_2 = 4$  мм;  $t_1^B = 22,95$  мм;  $t_1^H = 19,40$  мм;  $t_2^B = 7,62$  мм;  $t_2^H = 6,53$  мм; сведения о ширине шихтованных зубцов беличьих клеток в [3] отсутствуют; активная длина мультипликатора 50 мм.

Коэффициенты мультипликации первой и второй ступеней:

$$k_1 = \frac{W_2}{W_1} = \frac{z_1}{z_1 - p_1} = \frac{23}{23 - 21} = 11,5;$$

$$k_2 = \frac{W_3}{W_2} = - \frac{p_3}{z_2 - p_3} = - \frac{21}{23 - 21} = - 10,5.$$

Общий коэффициент мультипликации

$$k = k_1 k_2 = \frac{W_3}{W_1} = - 120,75.$$

Коэффициенты рассеяния магнитов можем определить, вычислив тангенциальные магнитные поля в месте стыка разнополярных магнитов.

С помощью численных расчётов можно установить, что для ротора с неодим-железо-боровыми магнитами, вынутого из статора, тангенциальная составляющая магнитной индукции на наружной поверхности в месте стыка разнополярных магнитов высотой 4 мм составит 1,51 Тл, высотой 15 мм – 1,75 Тл. При штатном положении ротора (внутри статора с воздушным зазором 0,5 мм) эти индукции снижаются до значений соответственно 0,83 и 0,96 Тл. Это объясняется ростом скалярного магнитного потенциала на поверхности магнитов при увеличении воздушного зазора, например, наблюдается значительный рост потенциала в местах магнитов, расположенных напротив пазов статора [10].

Допуская в первом приближении линейным изменение тангенциальной магнитной индукции по линии стыка магнитов от указанных максимальных значений до нулевого на ярме сердечника, можем определить магнитный поток  $F_s$  бокового рассеяния магнитов. Коэффициенты рассеяния на-

ходим по формуле  $k_s = (1 + F_s / F_d)^{-1}$ . Коэффициенты рассеяния магнита в воздушных зазорах, расположенных за беличьей клеткой, будем оценивать по уровням тангенциальной индукции в стыке магнитов при вынутом роторе. Из несложных расчётов получаем:  $^1 k_{s1} = 0,694$ ;  $^1 k_{s2} = 0,553$ ;  $^2 k_{s2} = 0,954$ ;  $^2 k_{s1} = 0,910$ ;  $^3 k_{s3} = 0,751$ ;  $^3 k_{s4} = 0,624$ ;  $^4 k_{s4} = 0,866$ ;  $^4 k_{s3} = 0,780$ .

Определим максимальные значения входного и выходного моментов мультипликатора по формулам (32), (39) для двух вариантов исполнения беличьих клеток.

*Вариант 1.* Ширина паза на наружной поверхности первой и второй беличьих клеток равна ширине зубца:  $b_n^H = b_z$ . В этом случае из (5) и (6) найдем удельные магнитные проводимости  $L \oint = 28,78$  м<sup>-1</sup>;  $L \oint_{m1} = 2,75$  м<sup>-1</sup>;  $L \oint = 90,91$  м<sup>-1</sup>;  $L \oint_{m1} = 8,85$  м<sup>-1</sup> и в результате получим  $M_{\max}^{BX} = 254$  Нж;  $M_{\max}^{ВЫХ} = 2,29$  Нж.

*Вариант 2.* Примем ширину паза на наружной поверхности первой беличьей клетки в полтора раза больше ширины её зубца:  $b_n^H = 1,5b_z$ . В этом случае из (5) и (6) найдем удельные магнитные проводимости  $L \oint = 28,35$  м<sup>-1</sup>;  $L \oint_{m1} = 3,49$  м<sup>-1</sup>, а в результате по (32) получим максимальное значение входного момента  $M_{\max}^{BX} = 318$  Нж.

У второй беличьей клетки примем ширину паза на наружной поверхности в два раза большей ширины её зубца:  $b_n^H = 2b_z$ , тогда  $L \oint = 87,06$  м<sup>-1</sup>;  $L \oint_{m1} = 14,91$  м<sup>-1</sup>. Максимальный (перегрузочный) момент выходного вала определим по (38):  $M_{\max}^{ВЫХ} = 3,7$  Нж.

Очевидно, при учёте магнитного насыщения участков магнитной цепи следует ожидать снижения рассчитанных предельных значений моментов на 20–30%. Из численного расчёта мультипликатора, рассмотренного в [3], при отсутствии данных о поперечных размерах пазов и зубцов беличьих клеток  $M_{\max}^{BX} = 192$  Нж;  $M_{\max}^{ВЫХ} = 1,45$  Нж.

При оптимальном исполнении мультипликатора необходимо добиваться не только получения максимально возможных значений моментов  $M_{\max}^{BX}$  и  $M_{\max}^{ВЫХ}$ , но и прохождения через каждую ступень одинаковой максимальной мощности  $M_{\max}^{BX} W_1 \gg M_{\max}^{ВЫХ} W_3$ , или, принимая во внимание значение общего коэффициента мультипликации ( $|k| = 120,75$ ), можно записать  $M_{\max}^{BX} \gg 120,75 M_{\max}^{ВЫХ}$ .

Равенство в этих выражениях будет строгим при отсутствии магнитных и механических потерь. При существенных различиях между правыми и левыми частями этих выражений одна из ступеней мультипликатора не позволит другой реализовать большую перегрузочную способность.

**Выводы.** 1. Для увеличения предельных значений электромагнитных моментов ступеней мультипликатора, как показывают примеры расчёта, необходимо увеличивать ширину паза ферромагнитных беличьих клеток при условии отсутствия значительного магнитного насыщения их зубцов.

При большой толщине магнитов наблюдается рост бокового магнитного рассеяния в местах стыка разнополярных магнитов. Для его снижения целесообразно не допускать расположения магнитов впритык.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jiabin Wang, Kais Atallah, Carvley S.D. A Magnetic Continuously Variable Transmission Device. – IEEE Transactions on magnetics, 2011, vol. 47, № 10, pp. 2815–2818.
2. Jian Linni, Chau K.T., Yu Gong et al. Comparison of Coaxial Magnetic Gears With Different Topologies. – IEEE Transactions on magnetics, 2009, vol. 45, № 10, pp. 4526–4529.
3. Дергачёв П.А., Кирюхин В.П., Кулаев Ю.В. и др. Анализ двухступенчатого магнитного мультипликатора. – Электротехника, 2012, № 5, с. 39–46.
4. Хрушев В.В. Электрические машины систем автоматики. – Л.: Энергоатомиздат, 1985, 368 с.
5. Юферов Ф.М. Электрические машины автоматических устройств. – М.: Высшая школа, 1988, 479 с.
6. Данилевич Я.Б., Кашарский Э.Г. Добавочные потери в электрических машинах. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963, 214 с.
7. Афанасьев А.А., Белов В.В., Ефимов В.В., Николаев А.В. Расчёт магнитного поля в однофазных магнитоэлектрических вентильных двигателях методом конформных отображений. – Вестник Чувашского университета, 2011, № 3, с. 21 – 32.
8. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В. Применение конформного преобразования в электромагнитных расчётах электрических машин. Аналитические методы. – М.: Изд-во МЭИ, 1980, 85 с.
9. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. – М.: Высшая школа, 1989, 312 с.
10. Афанасьев А.А. Метод сопряжения конформных отображений в задачах электромеханики. – Чебоксары: Изд-во ЧГУ, 2011, 390 с.

[17.10.12]

*Автор: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразователем частоты (теория и приложения)» защитил в МЭИ в 1991 г. Заведующий кафедрой управления и информатики в технических системах Чувашского государственного университета.*