





$$D = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with nodes } \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{v-1}, \alpha_v \\ \hline \text{Circuit diagram with nodes } \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{v-1}, \alpha_v \end{array} \right| = 2 \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with nodes } \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{v-1}, \alpha_v \end{array} \right| \quad (6)$$

Контуры ЗЭТ учитываются по аналогичной формуле

$$D = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with nodes } \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{v-1}, \beta_v \\ \hline \text{Circuit diagram with nodes } \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{v-1}, \beta_v \end{array} \right| = 2 \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with nodes } \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{v-1}, \beta_v \end{array} \right| \quad (7)$$

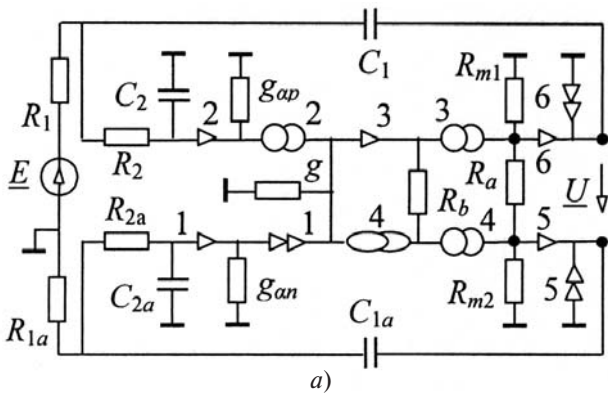
При  $v=2k$   $D=0$  как для ЗЭН-, так и для ЗЭТ-контуров, где  $k = 0, 1, 2, \dots$

Свойства ЗЭН- или ЗЭТ-контуров не нарушаются при наличии в них произвольного числа нуллаторов или нораторов соответственно. Формулы (6) и (7) необходимо использовать для исключения взаимно уничтожающихся (при четных контурах) и непосредственного выделения удвоенных (при нечетных контурах) слагаемых.

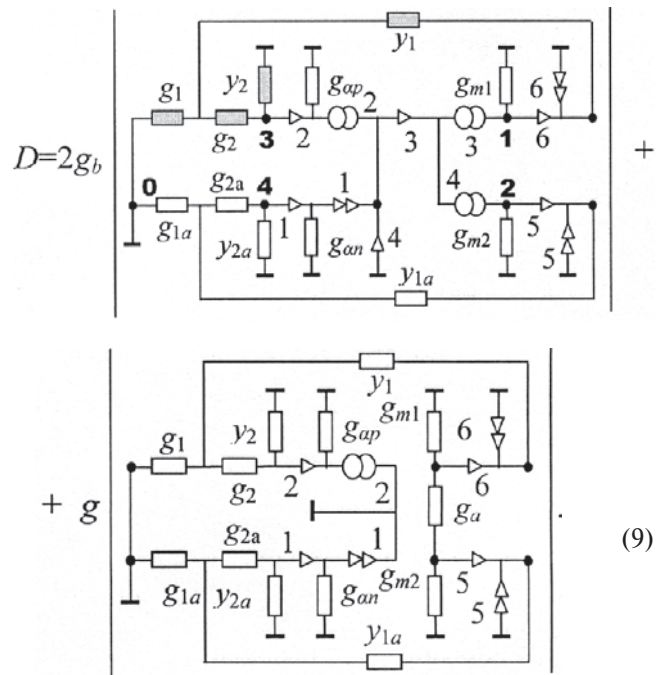
**Пример символьного анализа фильтра нижних частот на базе зеркальных элементов.** Схема фильтра показана на рис. 2,а [3].

В схеме на рис. 2,б для нахождения знаменателя ( $\underline{E}=\underline{U}=0$  все резисторы заданы проводимостями (первая буква  $g$ ), а емкостные проводимости имеют вид:  $y_1 = pC_1, y_{1a} = pC_{1a}, y_2 = pC_2, y_{2a} = pC_{2a}$  ( $p$  – комплексная частота). Требуется найти комплексный коэффициент передачи напряжения:

$$\underline{K} = \underline{U} / \underline{E} = N / D. \quad (8)$$



При стягивании  $g_b$  в схеме знаменателя проводимость  $g_a$  может быть удалена как входящая в четный ЗЭТ-контур. Образованный нечетный ЗЭН-контур выделяется по формуле (6). При этом проводимость  $g$  оказывается параллельной введеному нуллатору. После удаления  $g_b$  выделяется проводимость  $g$ , при удалении которой образуется вырождающее схему сечение из ЗЭТ и норатора. Образованные последовательные соединения ЗЭТ-нуллатор и ЗЭН-ЗЭТ удаляются в соответствии с формулами из строк 3 и 4 в таблице. Таким образом,



В первом определителе формулы (9) выделяются одновременно проводимости  $g_{m1}$  и  $g_{m2}$ . Определитель схемы будет равен нулю как при одновременном стягивании проводимостей  $g_{m1}$  и  $g_{m2}$  (образуется четный контур из ЗЭТ), так и при удалении этих проводимостей (размыкается нуллатор 3). Ненулевые слагаемые образуются: 1) при удалении

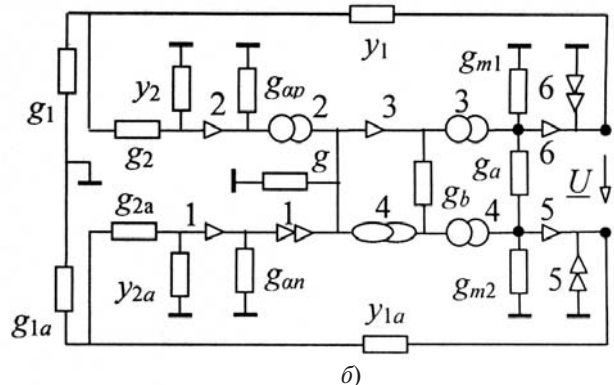


Рис. 2. Схема фильтра нижних частот на базе аномальных элементов 1–6 (а); схема для нахождения знаменателя коэффициента передачи напряжения (б)





$$+ y_{44} * y_{77} * y_{88} * (y_{55} * y_{99} - y_{59} * y_{95})) * y_{11} * y_{66}. \quad (14)$$

При подстановке значений узловых проводимостей из (13) в (14) появляются многочисленные избыточные взаимно уничтожающиеся слагаемые. В первое подмножество входят слагаемые, порождаемые избыточностью матрицы и содержащие квадраты проводимостей (их 170). Второе подмножество состоит из слагаемых, содержащих параметр  $g_b$  (их 48, они содержат нечетный ЗЭН-контур). Третья группа состоит из слагаемых, содержащих как параметр  $g_b$ , так и параметр  $g_a$  (их 56, они содержат нечетный ЗЭН- и четный ЗЭТ-контур).

**Определитель схемы на рис. 2, сгруппированный относительно степеней комплексной частоты.** Для параметрического синтеза электрических цепей требуется полиномиальное представление символьных схемных функций. Для нахождения полиномиальных коэффициентов используется рекурсивный алгоритм их раздельного формирования на основе исходной схемы, который генерирует компактное выражение, минуя трудоемкую развертку и свертку выражения [10]. Полиномиальный определитель, полученный с помощью программы CirSym, представляется в следующей форме:

$$D_{\text{cirsym}} = p * p * p * p * A_4 + p * p * p * A_3 + p * p * A_2 + p * A_1 + A_0, \quad (15)$$

где  $t = g_a * (g_{m2} + g_{m1}) + g_{m1} * g_{m2}$ ;

$$\begin{aligned} A_4 &= -C_1 * C_2 * C_{1a} * C_{2a} * t; \quad A_3 = 2 * g_b * (g_{m1} * g_{an} * g_{2a} * \\ &C_{1a} * C_2 * C_1 + g_{ap} * g_2 * C_1 * g_{m2} * C_{2a} * C_{1a}) - t * (C_1 * (g_2 * \\ &C_{1a} * C_{2a} + C_2 * (C_{1a} * g_{2a} + C_{2a} * (g_{2a} + g_{1a}))) + C_{1a} * C_{2a} * \\ &C_2 * (g_2 + g_1)); \quad A_2 = 2 * g_b * (g_{m1} * g_{an} * g_{2a} * C_{1a} * (C_2 * \\ &(g_2 + g_1) + g_2 * C_1) + g_{ap} * g_2 * C_1 * g_{m2} * (C_{1a} * g_{2a} + \\ &+ C_{2a} * (g_{2a} + g_{1a}))) - t * (C_1 * (g_2 * (C_{1a} * g_{2a} + C_{2a} * (g_{2a} + \\ &+ g_{1a})) + C_2 * g_{2a} * g_{1a}) + C_{1a} * (g_{2a} * C_2 * (g_2 + g_1) + \\ &+ C_{2a} * g_2 * g_1) + C_2 * (g_2 + g_1) * C_{2a} * (g_{2a} + g_{1a})); \\ A_1 &= 2 * g_b * (g_{m1} * g_{an} * g_{2a} * C_{1a} * g_2 * g_1 + g_{ap} * g_2 * C_1 * g_{m2} * \\ &g_{2a} * g_{1a}) - t * (C_1 * g_2 * g_{2a} * g_{1a} + C_{1a} * g_{2a} * g_2 * g_1 + C_2 * \\ &(g_2 + g_1) * g_{2a} * g_{1a} + g_2 * g_1 * C_{2a} * (g_{2a} + g_{1a})); \\ A_0 &= -t * g_2 * g_1 * g_{2a} * g_{1a}. \end{aligned}$$

Формула (15) содержит 96 умножений (\*) и 37 сложений (вычитаний), а выражение, полученное системой Maple из формулы (14) в результате исключения 117 пар взаимно уничтожающихся слагаемых, требует 104 и 43 соответствующих операций. Таким образом, метод схемных определителей

(программа CirSym) предпочтительней также и при формировании полиномиальных выражений.

**О взаимосвязи определителей схем с зеркальными элементами и нуллорами.** Нуллорная схема получается из схемы с зеркальными элементами путем замены ЗЭН и ЗЭТ на нуллятор и норатор соответственно.

*Утверждение.* Определитель схемы с зеркальными элементами содержит все слагаемые (без учета знака) определителя соответствующей нуллорной схемы.

Доказательство этого утверждения для определителя схемы с ЗЭН (порождающей схемы) вытекает из формулы

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \end{array} \right| = 2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \end{array} \right|, \quad (16)$$

полученной из выражения (2) с учетом (4).

В правой части (16) содержится два схемных минора, второй из них является определителем нуллорной схемы. Выражение (16) обуславливает четыре варианта соотношения между слагаемыми этих миноров: 1) все слагаемые определителя нуллорной схемы имеют знак, противоположный знаку слагаемых порождающей схемы с ЗЭН; 2) знаки слагаемых определителя нуллорной схемы частично совпадают со знаками слагаемых порождающей схемы; 3) определитель нуллорной схемы (второе слагаемое в (16)) равен нулю, поэтому определитель схемы с ЗЭН содержит только слагаемые, специфические для схем с зеркальными элементами, что возможно при наличии в схеме нечетного ЗЭН-контур; 4) если заземлен левый полюс, то определитель схемы с ЗЭН эквивалентен определителю нуллорной схемы; при заземлении правого полюса (частный случай варианта 1) определитель с ЗЭН эквивалентен определителю нуллорной схемы, взятому с отрицательным знаком.

Таким образом, утверждение для схемы с ЗЭН доказано. Для схемы с ЗЭТ или с ЗЭТ и ЗЭН доказательство утверждения выполняется аналогично.

Для иллюстрации утверждения (вариант 1) приведем сформированный с помощью программы CirSym определитель нуллорной схемы, соответствующей зеркальной схеме на рис. 2,а:

$$\begin{aligned} D &= g * ((g_{m1} + g_a) * (y_{2a} * (g_2 + g_1 + y_1) + (g_1 + y_1) * \\ &g_2) * g_{m2} * (y_{2a} * (g_{2a} + g_{1a} + y_{1a}) + (g_{1a} + y_{1a}) * g_{2a}) + \\ &+ g_a * g_{m1} * (y_{2a} * (g_2 + g_1 + y_1) + (g_1 + y_1) * g_2 * (y_{2a} * \\ &(g_{2a} + g_{1a} + y_{1a}) + (g_{1a} + y_{1a}) * g_{2a})). \quad (17) \end{aligned}$$

Выражение (17) является безыбыточным и содержит 75 слагаемых, причем они совпадают по

модулю (знаки противоположны) с 75 слагаемыми для определителя (11) исходной схемы фильтра с зеркальными элементами. Остальные 20 парных слагаемых из 95 в (11) являются специфическими для схемы с зеркальными элементами.

Для схемы на рис. 2,а наблюдается вариант 3 — отсутствие нулловых слагаемых, если  $g=0$ . Примером варианта 2, когда в определителе схемы с зеркальными элементами содержится часть слагаемых нулловой схемы с собственными, а остальная часть с противоположными знаками, является схема фильтра с токовым конвейером СС+ [4].

**Выводы.** 1. Предложенные схемно-алгебраические формулы для выделения зеркальных элементов и контуров из четного и нечетного числа этих элементов позволяют получать компактные безызыбыточные символьные выражения схемных функций.

2. Установлено, что определитель схемы с зеркальными элементами содержит все слагаемые (без учета знаков) определителя соответствующей нулловой схемы и дополнительные слагаемые, специфические для схем с зеркальными элементами.

3. Матричный определитель схемы с зеркальными элементами содержит не только многочисленные взаимно уничтожающиеся слагаемые с квадратами незаземленных проводимостей, но и слагаемые с проводимостями, образующими четные контуры с зеркальными элементами, что ставит под сомнение целесообразность использования модифицированного метода узловых напряжений для символьного анализа электрических цепей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Telo-Cuautle E., Tan S.X.-D. Pathological element-based active device models and their application to symbolic analysis. — IEEE Trans. on circuits and systems—I: regular papers, 2011, vol. 58, № 6, pp. 1382–1395.
2. Soliman A.M. Synthesis of oscillators using limit variables and NAM expansion. — Hindawi Publishing Corporation: Active and passive electronic components, 2011, vol. 2011. Article ID 131546.
3. Sanchez-Lopez C. Pathological equivalents of fully-differential active devices for symbolic nodal analysis. — IEEE Trans. on circuits and systems—I: regular papers, 2013, vol. 60, № 6, pp. 603–614.
4. Slezak J., Sotner R. Circuit Synthesis Using Admittance Network Modification in MATLAB. — Proc. 16th International Conf. «Mixed Design of Integrated Circuits and Systems», Lodz (Poland), June 2009, pp. 612–617.
5. Кирхгоф Г.П. Избранные труды. — М.: Наука, 1988, 428 с.
6. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров. — Электричество, 1998, № 5, с. 43–52.
7. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей с зеркальными аномальными элементами. — Международный сборник научн. тр. «Синтез, анализ и диагностика электронных цепей». — Ульяновск: УЛГТУ, 2012, вып. 10, с. 66–92.
8. Filaretov V.V., Gorshkov K.S. Topological Analysis of Active Networks Containing Pathological Mirror Elements. — Proc. of IEEE 33th International Scientific Conf. Electronics and Nanotechnology (ELNANO), Kiev (Ukraine), April 2013, pp. 460–464.
9. Филаретов В.В. О схемных триадах Л.И. Волгина, порождаемых поворотом активного трехполюсника в электрических цепях. — Тр. Международ. конф. КЛИН-2003 «Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ». — Ульяновск: УЛГТУ, 2003, т. 4, с. 86–94.
10. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании. — М.: Солон-Пресс, 2006, 720 с.

[04.07.13]

*Авторы: Курганов Сергей Александрович окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института (ныне Ульяновский государственный технический университет УГТУ). В 2006 г. защитил докторскую диссертацию «Символьный анализ и диакоптика линейных электрических цепей» в Санкт-Петербургском государственном политехническом институте. Профессор, зам. заведующего кафедрой «Электроснабжение» УГТУ.*

*Филаретов Владимир Валентинович окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института. В 2002 г. защитил докторскую диссертацию «Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода» в Московском энергетическом институте. Профессор кафедры «Электроснабжение» УГТУ.*