

7. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. – М.: Гардарики, 2003, 317 с.

[16.05.13]

Авторы: **Коняев Андрей Юрьевич** окончил Уральский политехнический институт (УПИ) в 1972 г. В 1996 г. защитил докторскую диссертацию «Линейные индукционные машины для технологического электромагнитного воздействия на обрабатываемые электропроводящие изделия и материалы». Профессор кафедры «Электротехника и электротехнологические системы» Уральского федерального университета.

Коняев Иван Андреевич окончил УГТУ-УПИ в 2005 г. В 2009 г. защитил кандидатскую диссертацию

«Электродинамические сепараторы с вращающимся магнитным полем». Доцент кафедры «Электрические машины» Уральского федерального университета.

Назаров Сергей Леонардович окончил электротехнический факультет УПИ в 1979 г. по специальности «Электрические машины». В 1990 г. защитил кандидатскую диссертацию «Линейные асинхронные машины с повышенными электромагнитными нагрузками на вторичном элементе с массивным ферромагнитным сердечником». Доцент, докторант кафедры «Электротехника и электротехнологические системы» Уральского федерального университета.

* * *

Синтез законов управления режимами работы автоматизированных вибрационных установок

ШЕСТАКОВ В.М., БЕЛОКУЗОВ Е.В., ЕПИШКИН А.Е.

Разработан синтез законов управления многороторными вибрационными установками. Предложено обобщенное математическое описание электромеханических систем (ЭМС), создана методика мехатронного управления взаимосвязанными ЭМС, апробированная на имитационной модели двухроторной установки в заданной области квазиустановившихся режимов.

Ключевые слова: *вибрационные установки, электромеханические системы, математические модели, синтез законов управления*

Вибрационные установки (ВУ) с дебалансными роторами (ДР) широко применяются в различных отраслях промышленности [1, 2]. Особое место среди ВУ занимают многороторные вибростенды для испытания изделий на виброустойчивость. В процессе проектирования машинных агрегатов рассматриваемого класса авторами были предложены технические решения двух-, трех-, четырех- и шестироторных ВУ с индивидуальными приводами ДР, а также созданы управляющие электромеханические системы (ЭМС) [3–6]. Накопленный опыт дает возможность определить синтез законов управления для реализации требуемого множества режимов функционирования агрегатов.

Задачи статьи: создание обобщенного математического описания взаимосвязанных ЭМС агрегатов; разработка методики мехатронного управления ЭМС; синтез рабочих режимов установок, обеспечивающих заданные колебания виброплатформы.

Рациональные математические модели ЭМС. При математическом описании сложных ЭМС целесообразно применять структурированное описание,

A synthesis of laws for control of multirotor vibration installations is developed. A generalized mathematical description of electromechanical systems is proposed, and a procedure for mechatronic control of interconnected electromechanical systems is worked out, which was approved on a model simulating a two-rotor installation in the specified region of quasi steady-state operating conditions.

Key words: *vibration installations, electromechanical systems, mathematical models, synthesis of control laws*

включающее унифицированные динамические модули. Для агрегатов рассматриваемого класса такими модулями являются подсистемы исполнительного органа (платформы); вибровозбудителей (ДР); регулируемого электропривода (СЭП).

Уравнения движения виброплатформы записывают в виде системы уравнений в обобщенных координатах (уравнения Лагранжа 2-го рода) для свободных колебаний по шести степеням свободы, определяющим линейные колебания центра масс платформы по координатам X, Y, Z и угловые колебания j, c, y относительно этих осей. Энергетика виброплатформы определяется взаимодействием кинетической и потенциальной энергии, а также влиянием диссипативных сил.

Кинетическая энергия платформы

$$W_{\text{кп}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{a}}^T \mathbf{A}_{ij} q_i q_j,$$

где A_{ij} – коэффициенты инерции системы; \dot{q}_i, \dot{q}_j – обобщенные значения скорости.

Коэффициенты инерции можно представить в форме табл. 1, в которой:

для линейных смещений

$A_{11} = A_{22} = A_{33} = m_0$ – полная масса системы;

для угловых смещений

$A_{44} = J_Z, A_{55} = J_X, A_{66} = J_Y$ – моменты инерции платформы относительно соответствующих осей X, Y, Z ;

$A_{45} = A_{54} = -J_{ZX}; A_{46} = A_{64} = -J_{ZY}$;

$A_{56} = A_{65} = -J_{XY}$ – центробежные моменты инерции.

Таблица 1

A_{ij}		\dot{X}_Π	\dot{Y}_Π	\dot{Z}_Π	\dot{j}_Π	\dot{c}_Π	\dot{y}_Π
		1	2	3	4	5	6
\dot{X}_Π	1	m_0					
\dot{Y}_Π	2		m_0				
\dot{Z}_Π	3			m_0			
\dot{j}_Π	4				J_z	$-J_{zx}$	$-J_{zy}$
\dot{c}_Π	5				$-J_{zx}$	J_x	$-J_{xy}$
\dot{y}_Π	6				$-J_{zy}$	$-J_{xy}$	J_y

Общее выражение для кинетической энергии платформы

$$W_{кп} = \frac{1}{2} (A_{11} \dot{X}_\Pi^2 + A_{22} \dot{Y}_\Pi^2 + A_{33} \dot{Z}_\Pi^2 + A_{44} \dot{j}_\Pi^2 + A_{55} \dot{c}_\Pi^2 + A_{66} \dot{y}_\Pi^2 + 2A_{45} \dot{j}_\Pi \dot{c}_\Pi + 2A_{46} \dot{j}_\Pi \dot{y}_\Pi + 2A_{56} \dot{c}_\Pi \dot{y}_\Pi). \quad (1)$$

Для потенциальной энергии платформы

$$W_{пп} = \frac{1}{2} \dot{a} \sum_{i,j=1}^6 C_{ij} q_i q_j,$$

где C_{ij} – коэффициенты жесткости системы; q_i, q_j – обобщенные координаты.

Коэффициенты жесткости пружинных виброизоляторов скомпонованы в табл. 2, в которой C_{11}, C_{22}, C_{33} – линейные коэффициенты жесткости; C_{44}, C_{55}, C_{66} – крутильные коэффициенты жесткости; $C_{14} = C_{41}, C_{16} = C_{61}, C_{24} = C_{42}, C_{25} = C_{52}, C_{35} = C_{53}, C_{36} = C_{63}$ – линейно-поворотные коэффициенты жесткости; $C_{45} = C_{54}, C_{46} = C_{64}, C_{56} = C_{65}$ – гироскопические коэффициенты жесткости.

Значения коэффициентов жесткости:

$$C_{11} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_X, C_{22} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Y, C_{33} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Z;$$

$$C_{14} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_X y_a, C_{16} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_X z_a, C_{24} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Y x_a,$$

$$C_{25} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Y z_a, C_{35} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Z y_a, C_{36} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Z x_a;$$

$$C_{45} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Y x_a z_a, C_{46} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_X y_a z_a,$$

$$C_{56} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Z x_a y_a;$$

$$C_{44} = \sum_{k=1}^n \dot{a} (C_j + C_X y_a^2 + C_Y x_a^2),$$

$$C_{55} = \sum_{k=1}^n \dot{a} (C_c + C_Y z_a^2 + C_Z y_a^2),$$

$$C_{66} = \sum_{k=1}^n \dot{a} (C_y + C_X z_a^2 + C_Z x_a^2).$$

Таблица 2

C_{ij}		X_Π	Y_Π	Z_Π	j_Π	c_Π	y_Π
		1	2	3	4	5	6
X_Π	1	C_{11}			C_{14}		C_{16}
Y_Π	2		C_{22}		C_{24}	C_{25}	
Z_Π	3			C_{33}		C_{35}	C_{36}
j_Π	4	C_{41}	C_{42}		C_{44}	C_{45}	C_{46}
c_Π	5		C_{52}	C_{53}	C_{54}	C_{55}	C_{56}
y_Π	6	C_{61}		C_{63}	C_{64}	C_{65}	C_{66}

В общем случае коэффициенты жесткости зависят от числа упругих связей (пружин, амортизаторов и т.д.) n ; линейной жесткости упругих связей в направлении соответствующих осей C_X, C_Y, C_Z ; угловых жесткостей упругих связей C_j, C_c, C_y ; координат крепления упругих связей (плечи проекций упругих сил) x_a, y_a, z_a .

Общее выражение для потенциальной энергии платформы

$$W_{пп} = \frac{1}{2} (C_{11} X_\Pi^2 + C_{22} Y_\Pi^2 + C_{33} Z_\Pi^2 + C_{44} j_\Pi^2 + C_{55} c_\Pi^2 + C_{66} y_\Pi^2 + 2C_{14} X_\Pi j_\Pi + 2C_{16} X_\Pi y_\Pi + 2C_{24} Y_\Pi j_\Pi + 2C_{25} Y_\Pi c_\Pi + 2C_{35} Z_\Pi c_\Pi + 2C_{36} Z_\Pi y_\Pi + 2C_{45} j_\Pi c_\Pi + 2C_{46} j_\Pi y_\Pi + 2C_{56} c_\Pi y_\Pi) \quad (2)$$

Диссипативная функция платформы

$$R_{\Pi} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^6 \dot{a}_{ij} B_{ij} q_i q_j,$$

где B_{ij} – коэффициенты демпфирования системы; \dot{a}_{ij} – обобщенные значения скорости.

Коэффициенты сопротивления приведены в табл. 3, где по аналогии с коэффициентами жесткости B_{11}, B_{22}, B_{33} – линейные коэффициенты сопротивления; B_{44}, B_{55}, B_{66} – крутильные коэффициенты сопротивления; $B_{14} = B_{41}, B_{16} = B_{61}, B_{24} = B_{42}, B_{25} = B_{52}, B_{35} = B_{53}, B_{36} = B_{63}$ – линейно-поворотные коэффициенты сопротивления; $B_{45} = B_{54}, B_{46} = B_{64}, B_{56} = B_{65}$ – гироскопические коэффициенты сопротивления.

Таблица 3

B_{ij}		\dot{X}_{Π}	\dot{Y}_{Π}	\dot{Z}_{Π}	\dot{J}_{Π}	\dot{C}_{Π}	\dot{Y}_{Π}
		1	2	3	4	5	6
\dot{X}_{Π}	1	B_{11}			B_{14}		B_{16}
\dot{Y}_{Π}	2		B_{22}		B_{24}	B_{25}	
\dot{Z}_{Π}	3			B_{33}		B_{35}	B_{36}
\dot{J}_{Π}	4	B_{41}	B_{42}		B_{44}	B_{45}	B_{46}
\dot{C}_{Π}	5		B_{52}	B_{53}	B_{54}	B_{55}	B_{56}
\dot{Y}_{Π}	6	B_{61}		B_{63}	B_{64}	B_{65}	B_{66}

Значения коэффициентов сопротивления:

$$B_{11} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kX} B_{kX}, B_{22} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} B_{kY}, B_{33} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kZ} B_{kZ};$$

$$B_{14} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kX} B_{kY} y_a, B_{16} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kX} B_{kZ} z_a, B_{24} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} B_{kX} x_a,$$

$$B_{25} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} B_{kZ} z_a, B_{35} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kZ} B_{kY} y_a, B_{36} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kZ} B_{kX} x_a;$$

$$B_{45} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} B_{kX} x_a z_a, B_{46} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kX} B_{kY} y_a z_a,$$

$$B_{56} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kZ} B_{kX} x_a y_a;$$

$$B_{44} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kJ} (B_{jJ} + B_{kX} y_a^2 + B_{kY} x_a^2),$$

$$B_{55} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kC} (B_{cC} + B_{kY} z_a^2 + B_{kZ} y_a^2),$$

$$B_{66} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} (B_{yY} + B_{kX} z_a^2 + B_{kZ} x_a^2).$$

Коэффициенты сопротивления определяются аналогично коэффициентам жесткости в зависимости от указанных выше факторов.

Общее выражение для диссипативной функции платформы

$$R_{\Pi} = \frac{1}{2} (B_{11} X_{\Pi}^2 + B_{22} Y_{\Pi}^2 + B_{33} Z_{\Pi}^2 + B_{44} J_{\Pi}^2 + B_{55} C_{\Pi}^2 + B_{66} Y_{\Pi}^2 + 2 B_{14} X_{\Pi} J_{\Pi} + 2 B_{16} X_{\Pi} Y_{\Pi} + 2 B_{24} Y_{\Pi} J_{\Pi} + 2 B_{25} Y_{\Pi} C_{\Pi} + 2 B_{35} Z_{\Pi} C_{\Pi} + 2 B_{36} Z_{\Pi} Y_{\Pi} + 2 B_{45} J_{\Pi} C_{\Pi} + 2 B_{46} J_{\Pi} Y_{\Pi} + 2 B_{56} C_{\Pi} Y_{\Pi})$$

В итоговой системе дифференциальных уравнений все обобщенные координаты будут связаными и разделить их в общем случае невозможно, поскольку перемещение по одной из них вызовет перемещение по остальным координатам. Для частичного разделения координат и упрощения последующих расчетов и структур моделей зададимся начальными условиями, при которых центральные оси координат системы совпадают с главными осями инерции, центр тяжести лежит в главной центральной плоскости инерции. С учетом этого, подставив выражения (1)–(3) в уравнение Лагранжа и проведя последовательное дифференцирование по каждой из шести координат, получим систему уравнений, описывающих свободное движение виброплатформы:

$$A_{11} \dot{X}_{\Pi} + B_{11} \dot{X}_{\Pi} + C_{11} X_{\Pi} + B_{14} \dot{J}_{\Pi} + C_{14} J_{\Pi} + B_{16} \dot{Y}_{\Pi} + C_{16} Y_{\Pi} = 0;$$

$$A_{22} \dot{Y}_{\Pi} + B_{22} \dot{Y}_{\Pi} + C_{22} Y_{\Pi} + B_{25} \dot{C}_{\Pi} + C_{25} C_{\Pi} = 0;$$

$$A_{33} \dot{Z}_{\Pi} + B_{33} \dot{Z}_{\Pi} + C_{33} Z_{\Pi} + B_{35} \dot{C}_{\Pi} + C_{35} C_{\Pi} = 0;$$

$$A_{44} \dot{J}_{\Pi} + B_{44} \dot{J}_{\Pi} + C_{44} J_{\Pi} + B_{14} \dot{X}_{\Pi} + C_{14} X_{\Pi} = 0; (4)$$

$$A_{55} \dot{C}_{\Pi} + B_{55} \dot{C}_{\Pi} + C_{55} C_{\Pi} + B_{25} \dot{Y}_{\Pi} + C_{25} Y_{\Pi} + B_{35} \dot{Z}_{\Pi} + C_{35} Z_{\Pi} = 0;$$

$$A_{66} \dot{Y}_{\Pi} + B_{66} \dot{Y}_{\Pi} + C_{66} Y_{\Pi} + B_{16} \dot{X}_{\Pi} + C_{16} X_{\Pi} = 0.$$

Подсистемы вибровозбудителей (ДР) и электропривода (СЭП) описаны в [5].

На основе полученных уравнений можно скомпоновать математическую модель механической части агрегата, а добавив к ней модуль СЭП, получить обобщенную динамическую модель взаимосвязанной ЭМС виброустановки.

Методика мехатронного управления взаимосвязанными ЭМС. Форма колебаний платформы опре-

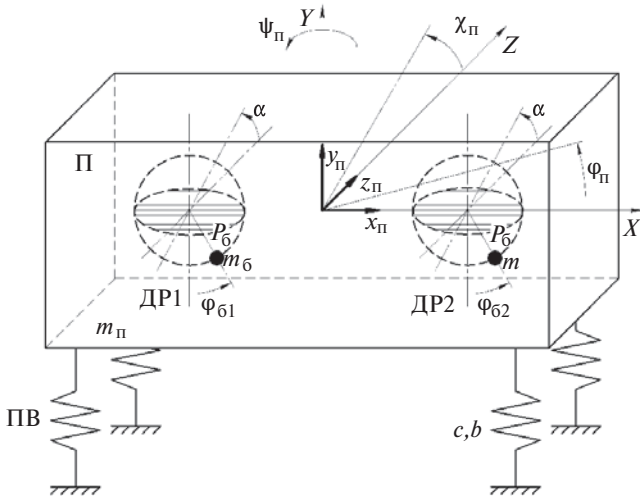


Рис. 1. Расчетная модель двухроторной виброустановки

деляется совокупностью задающих сигналов, основными из которых являются задание скорости ДР ($w_{др}$) и угловое рассогласование роторов (q_i). В установках с вариацией углов наклона валов ДР и изменением их длины дополнительно вводятся сигналы a_i и h [7]. Для управления этими координатами необходимы соответствующие сервоприводы, выполненные на шаговых или вентильных электродвигателях. От сервоприводов не требуется высокого быстродействия, поскольку они изменя-

ют характер колебаний платформы, что должно выполняться достаточно плавно.

Методика мехатронного микропроцессорного управления ЭМС ВУ включает следующие этапы:

определение совокупности колебательных режимов платформы при вариации задающих сигналов в требуемой области (прямой синтез управления ЭМС). Данный этап заканчивается построением соответствующих зависимостей (номограмм) выходных координат объекта от управляющих воздействий, т.е. $w_{др}, q_i, a_i, h = f(z_{зс}, z_{зп}, z_{за}, z_{zh})$, с выделением областей плоскостных и пространственных колебаний платформы;

определение совокупности задающих сигналов для обеспечения требуемого множества колебаний платформы (обратный синтез управления ЭМС). При этом получают необходимые номограммы, связывающие задающие сигналы с выходными координатами объекта, т.е. $z_{зс}, z_{зп}, z_{за}, z_{zh} = f(w_{др}, q_i, a_i, h)$;

формирование алгоритмов управления объектом на основе номограмм предыдущего этапа в областях плоскостных и пространственных колебаний платформы;

разработка программ на выбранном языке программирования для управляющего микроконтроллера, реализующего сформированные алгоритмы;

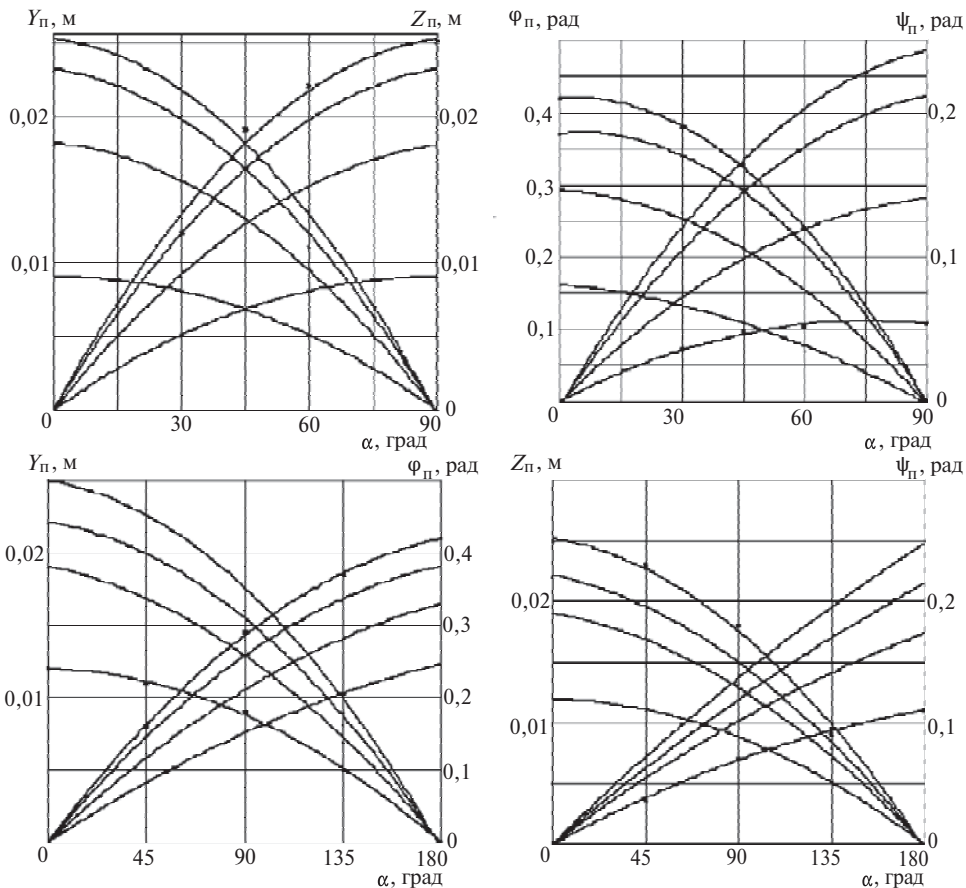


Рис. 2. Зависимости регулируемых координат при прямом синтезе управления ЭМС виброустановки

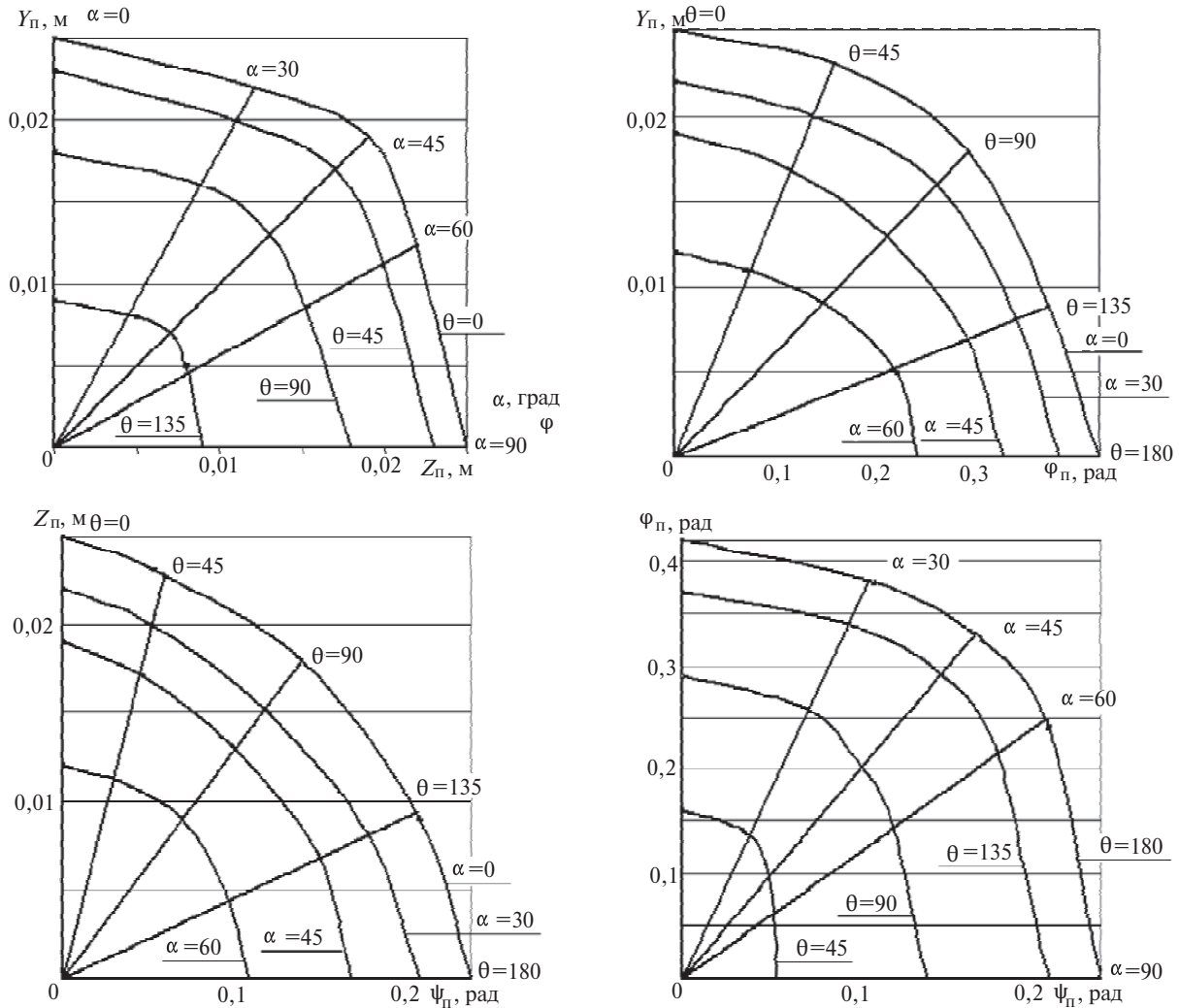


Рис. 3. Зависимости регулируемых координат при обратном синтезе управления ЭМС виброустановки

многофакторные имитационные исследования взаимосвязанной ЭМС ВУ с управляющим контроллером и моделью объекта (полунатурное моделирование) в требуемом множестве рабочих режимов.

Синтез рабочих режимов виброустановок. Предложенная методика апробирована на имитационной модели СЭП двухроторной вибрационной установки с поворотными осями ДР [7], расчетная схема показана на рис. 1. При создании модели использованы программы САПР SolidWorks, Pro-Engineer и пакет имитационного моделирования MATLAB-Simulink с расширением SimMechanics, позволяющих исследовать динамику управляемых механических систем. При разработке 3D-модели в САПР задаются свойства компонентов сборки и необходимые параметры механической системы. Далее с помощью CAD-транслятора SimMechanics Link формируется математическая модель в виде блок-схемы в Simulink (SimMechanics) на основе заданных массоинерци-

онных характеристик компонентов сборки, определяющих её динамические свойства.

Виброустановка работала на околорезонансной скорости $w_{др} = (0,7, 0,9)w_{уп}$ ($w_{уп}$ – резонансная частота платформы), что обеспечило оптимальную управляемость ЭМС.

Прямой синтез управления ЭМС выполнен с вариацией угла рассогласования роторов q и углов наклона их осей $a_1 = a_2 = a$. На рис. 2 представлены зависимости выходных координат виброплатформы $Y_{п}, Z_{п}, j_{п}, y_{п}$ от управляющих сигналов. Обратный синтез выполнен по результатам 1-го этапа. На рис. 3 построены зависимости входных координат q и a от регулируемых параметров виброплатформы $Y_{п}, Z_{п}, j_{п}, y_{п}$.

Совокупность подобных номограмм позволяет выбирать заданные режимы функционирования многороторных виброустановок с требуемыми параметрами плоскостных и пространственных колебаний платформы.

1. **Вибрационные** процессы и машины. Вибрации в технике: Справочник, т.4 / Под ред. Э.Э. Лавендела. — М.: Машиностроение, 1981, 509 с.

2. **Управление** мехатронными вибрационными установками/Под ред. И.И. Блехмана, А.Л. Фрадкова. — СПб: Наука, 2001, 278 с.

3. **Шестаков В.М., Алексеев Д.В., Епишкин А.Е.** Разработка и исследование управляемой электромеханической системы двухроторного вибростенда. — Электричество, 2006, № 7, с. 50–55.

4. **Шестаков В.М., Епишкин А.Е.** Регулируемая электромеханическая система трехроторного вибростенда. — Электричество, 2009, № 2, с. 46–50.

5. **Шестаков В.М., Епишкин А.Е.** Построение взаимосвязанной электромеханической системы шестироторной вибрационной установки. — Электричество, 2009, № 9, с. 55–60.

6. **Епишкин А.Е., Шестаков В.М.** Взаимосвязанные электромеханические системы четырехроторных вибрационных установок. — Электричество, 2011, № 2, с. 64–68.

7. **Шестаков В.М., Епишкин А.Е., Шаряков В.А.** Динамика взаимосвязанных электромеханических систем многороторных вибрационных установок. — СПб.: Гос. политехн. ун-т, 2009, 107 с.

[27.05.13]

Авторы: Шестаков Вячеслав Михайлович окончил факультет электротехники и автоматизации Ленинградского электротехнического института им. В.И. Ульянова (Ленина) (ЛЭТИ) в 1962 г. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию «Исследование, разработка научных основ и способов совершенствования многодвигательных электроприводов высокопроизводительных агрегатов бумагоделательного производства». Профессор, заведующий кафедрой автоматизации технологических комплексов и процессов (АТКП) Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ).

Белокузов Евгений Витальевич окончил Санкт-Петербургский институт машиностроения в 2009 г. по специальности «Автоматизация технологических процессов и производств». Аспирант кафедры АТКП СПбГПУ.

Епишкин Александр Евгеньевич окончил Санкт-Петербургский институт машиностроения в 1998 г. по специальности «Автоматизация технологических процессов и производств». В 2002 г. защитил кандидатскую диссертацию «Исследование и оптимизация взаимосвязанных электромеханических систем автоматизированных вибрационных установок». Доцент кафедры АТКП СПбГПУ.