

7. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле. – М.: Гардарики, 2003, 317 с.

[16.05.13]

*Авторы:* **Коняев Андрей Юрьевич** окончил Уральский политехнический институт (УПИ) в 1972 г. В 1996 г. защитил докторскую диссертацию «Линейные индукционные машины для технологического электромагнитного воздействия на обрабатываемые электропроводящие изделия и материалы». Профессор кафедры «Электротехника и электротехнологические системы» Уральского федерального университета.

**Коняев Иван Андреевич** окончил УГТУ-УПИ в 2005 г. В 2009 г. защитил кандидатскую диссертацию

«Электродинамические сепараторы с вращающимся магнитным полем». Доцент кафедры «Электрические машины» Уральского федерального университета.

**Назаров Сергей Леонардович** окончил электротехнический факультет УПИ в 1979 г. по специальности «Электрические машины». В 1990 г. защитил кандидатскую диссертацию «Линейные асинхронные машины с повышенными электромагнитными нагрузками на вторичном элементе с массивным ферромагнитным сердечником». Доцент, докторант кафедры «Электротехника и электротехнологические системы» Уральского федерального университета.

\* \* \*

## Синтез законов управления режимами работы автоматизированных вибрационных установок

ШЕСТАКОВ В.М., БЕЛОКУЗОВ Е.В., ЕПИШКИН А.Е.

*Разработан синтез законов управления многороторными вибрационными установками. Предложено обобщенное математическое описание электромеханических систем (ЭМС), создана методика мехатронного управления взаимосвязанными ЭМС, апробированная на имитационной модели двухроторной установки в заданной области квазистационарных режимов.*

**Ключевые слова:** *вибрационные установки, электромеханические системы, математические модели, синтез законов управления*

Вибрационные установки (ВУ) с дебалансными роторами (ДР) широко применяются в различных отраслях промышленности [1, 2]. Особое место среди ВУ занимают многороторные вибростенды для испытания изделий на виброустойчивость. В процессе проектирования машинных агрегатов рассматриваемого класса авторами были предложены технические решения двух-, трех-, четырех- и шестироторных ВУ с индивидуальными приводами ДР, а также созданы управляющие электромеханические системы (ЭМС) [3–6]. Накопленный опыт дает возможность определить синтез законов управления для реализации требуемого множества режимов функционирования агрегатов.

Задачи статьи: создание обобщенного математического описания взаимосвязанных ЭМС агрегатов; разработка методики мехатронного управления ЭМС; синтез рабочих режимов установок, обеспечивающих заданные колебания виброплатформы.

**Рациональные математические модели ЭМС.** При математическом описании сложных ЭМС целесообразно применять структурированное описание,

*A synthesis of laws for control of multirotor vibration installations is developed. A generalized mathematical description of electromechanical systems is proposed, and a procedure for mechatronic control of interconnected electromechanical systems is worked out, which was approved on a model simulating a two-rotor installation in the specified region of quasi steady-state operating conditions.*

**Key words:** *vibration installations, electromechanical systems, mathematical models, synthesis of control laws*

включающее унифицированные динамические модули. Для агрегатов рассматриваемого класса такими модулями являются подсистемы исполнительного органа (платформы); вибровозбудителей (ДР); регулируемого электропривода (СЭП).

Уравнения движения виброплатформы записывают в виде системы уравнений в обобщенных координатах (уравнения Лагранжа 2-го рода) для свободных колебаний по шести степеням свободы, определяющим линейные колебания центра масс платформы по координатам  $X, Y, Z$  и угловые колебания  $j, c, y$  относительно этих осей. Энергетика виброплатформы определяется взаимодействием кинетической и потенциальной энергии, а также влиянием диссипативных сил.

Кинетическая энергия платформы

$$W_{\text{кп}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{a}}^T \mathbf{A}_{ij} q_i q_j,$$

где  $A_{ij}$  – коэффициенты инерции системы;  $\dot{q}_i, \dot{q}_j$  – обобщенные значения скорости.

Коэффициенты инерции можно представить в форме табл. 1, в которой:

для линейных смещений

$A_{11} = A_{22} = A_{33} = m_0$  – полная масса системы;

для угловых смещений

$A_{44} = J_Z, A_{55} = J_X, A_{66} = J_Y$  – моменты инерции платформы относительно соответствующих осей  $X, Y, Z$ ;

$A_{45} = A_{54} = -J_{ZX}; A_{46} = A_{64} = -J_{ZY}$ ;

$A_{56} = A_{65} = -J_{XY}$  – центробежные моменты инерции.

Таблица 1

$A_{ij}$		$\dot{X}_\Pi$	$\dot{Y}_\Pi$	$\dot{Z}_\Pi$	$\dot{j}_\Pi$	$\dot{c}_\Pi$	$\dot{y}_\Pi$
		1	2	3	4	5	6
$\dot{X}_\Pi$	1	$m_0$					
$\dot{Y}_\Pi$	2		$m_0$				
$\dot{Z}_\Pi$	3			$m_0$			
$\dot{j}_\Pi$	4				$J_z$	$-J_{zx}$	$-J_{zy}$
$\dot{c}_\Pi$	5				$-J_{zx}$	$J_x$	$-J_{xy}$
$\dot{y}_\Pi$	6				$-J_{zy}$	$-J_{xy}$	$J_y$

Общее выражение для кинетической энергии платформы

$$W_{кп} = \frac{1}{2} (A_{11} \dot{X}_\Pi^2 + A_{22} \dot{Y}_\Pi^2 + A_{33} \dot{Z}_\Pi^2 + A_{44} \dot{j}_\Pi^2 + A_{55} \dot{c}_\Pi^2 + A_{66} \dot{y}_\Pi^2 + 2A_{45} \dot{j}_\Pi \dot{c}_\Pi + 2A_{46} \dot{j}_\Pi \dot{y}_\Pi + 2A_{56} \dot{c}_\Pi \dot{y}_\Pi). \quad (1)$$

Для потенциальной энергии платформы

$$W_{пп} = \frac{1}{2} \dot{a} \sum_{i,j=1}^6 C_{ij} q_i q_j,$$

где  $C_{ij}$  – коэффициенты жесткости системы;  $q_i, q_j$  – обобщенные координаты.

Коэффициенты жесткости пружинных виброизоляторов скомпонованы в табл. 2, в которой  $C_{11}, C_{22}, C_{33}$  – линейные коэффициенты жесткости;  $C_{44}, C_{55}, C_{66}$  – крутильные коэффициенты жесткости;  $C_{14} = C_{41}, C_{16} = C_{61}, C_{24} = C_{42}, C_{25} = C_{52}, C_{35} = C_{53}, C_{36} = C_{63}$  – линейно-поворотные коэффициенты жесткости;  $C_{45} = C_{54}, C_{46} = C_{64}, C_{56} = C_{65}$  – гироскопические коэффициенты жесткости.

Значения коэффициентов жесткости:

$$C_{11} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_X, C_{22} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Y, C_{33} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Z;$$

$$C_{14} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_X y_a, C_{16} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_X z_a, C_{24} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Y x_a,$$

$$C_{25} = \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Y z_a, C_{35} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Z y_a, C_{36} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Z x_a;$$

$$C_{45} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Y x_a z_a, C_{46} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_X y_a z_a,$$

$$C_{56} = - \sum_{k=1}^n \dot{a} C_Z x_a y_a;$$

$$C_{44} = \sum_{k=1}^n \dot{a} (C_j + C_X y_a^2 + C_Y x_a^2),$$

$$C_{55} = \sum_{k=1}^n \dot{a} (C_c + C_Y z_a^2 + C_Z y_a^2),$$

$$C_{66} = \sum_{k=1}^n \dot{a} (C_y + C_X z_a^2 + C_Z x_a^2).$$

Таблица 2

$C_{ij}$		$X_\Pi$	$Y_\Pi$	$Z_\Pi$	$j_\Pi$	$c_\Pi$	$y_\Pi$
		1	2	3	4	5	6
$X_\Pi$	1	$C_{11}$			$C_{14}$		$C_{16}$
$Y_\Pi$	2		$C_{22}$		$C_{24}$	$C_{25}$	
$Z_\Pi$	3			$C_{33}$		$C_{35}$	$C_{36}$
$j_\Pi$	4	$C_{41}$	$C_{42}$		$C_{44}$	$C_{45}$	$C_{46}$
$c_\Pi$	5		$C_{52}$	$C_{53}$	$C_{54}$	$C_{55}$	$C_{56}$
$y_\Pi$	6	$C_{61}$		$C_{63}$	$C_{64}$	$C_{65}$	$C_{66}$

В общем случае коэффициенты жесткости зависят от числа упругих связей (пружин, амортизаторов и т.д.)  $n$ ; линейной жесткости упругих связей в направлении соответствующих осей  $C_X, C_Y, C_Z$ ; угловых жесткостей упругих связей  $C_j, C_c, C_y$ ; координат крепления упругих связей (плечи проекций упругих сил)  $x_a, y_a, z_a$ .

Общее выражение для потенциальной энергии платформы

$$W_{пп} = \frac{1}{2} (C_{11} X_\Pi^2 + C_{22} Y_\Pi^2 + C_{33} Z_\Pi^2 + C_{44} j_\Pi^2 + C_{55} c_\Pi^2 + C_{66} y_\Pi^2 + 2C_{14} X_\Pi j_\Pi + 2C_{16} X_\Pi y_\Pi + 2C_{24} Y_\Pi j_\Pi + 2C_{25} Y_\Pi c_\Pi + 2C_{35} Z_\Pi c_\Pi + 2C_{36} Z_\Pi y_\Pi + 2C_{45} j_\Pi c_\Pi + 2C_{46} j_\Pi y_\Pi + 2C_{56} c_\Pi y_\Pi) \quad (2)$$

Диссипативная функция платформы

$$R_{\Pi} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^6 \dot{a}_{ij} B_{ij} q_i q_j,$$

где  $B_{ij}$  – коэффициенты демпфирования системы;  $\dot{q}_i, \dot{q}_j$  – обобщенные значения скорости.

Коэффициенты сопротивления приведены в табл. 3, где по аналогии с коэффициентами жесткости  $B_{11}, B_{22}, B_{33}$  – линейные коэффициенты сопротивления;  $B_{44}, B_{55}, B_{66}$  – крутильные коэффициенты сопротивления;  $B_{14} = B_{41}, B_{16} = B_{61}, B_{24} = B_{42}, B_{25} = B_{52}, B_{35} = B_{53}, B_{36} = B_{63}$  – линейно-поворотные коэффициенты сопротивления;  $B_{45} = B_{54}, B_{46} = B_{64}, B_{56} = B_{65}$  – гироскопические коэффициенты сопротивления.

Таблица 3

$B_{ij}$		$\dot{X}_{\Pi}$	$\dot{Y}_{\Pi}$	$\dot{Z}_{\Pi}$	$\dot{J}_{\Pi}$	$\dot{C}_{\Pi}$	$\dot{Y}_{\Pi}$
		1	2	3	4	5	6
$\dot{X}_{\Pi}$	1	$B_{11}$			$B_{14}$		$B_{16}$
$\dot{Y}_{\Pi}$	2		$B_{22}$		$B_{24}$	$B_{25}$	
$\dot{Z}_{\Pi}$	3			$B_{33}$		$B_{35}$	$B_{36}$
$\dot{J}_{\Pi}$	4	$B_{41}$	$B_{42}$		$B_{44}$	$B_{45}$	$B_{46}$
$\dot{C}_{\Pi}$	5		$B_{52}$	$B_{53}$	$B_{54}$	$B_{55}$	$B_{56}$
$\dot{Y}_{\Pi}$	6	$B_{61}$		$B_{63}$	$B_{64}$	$B_{65}$	$B_{66}$

Значения коэффициентов сопротивления:

$$B_{11} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kX} B_{kX}, B_{22} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} B_{kY}, B_{33} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kZ} B_{kZ};$$

$$B_{14} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kX} B_{kY} y_a, B_{16} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kX} B_{kZ} z_a, B_{24} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} B_{kX} x_a,$$

$$B_{25} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} B_{kZ} z_a, B_{35} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kZ} B_{kY} y_a, B_{36} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kZ} B_{kX} x_a;$$

$$B_{45} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} B_{kX} x_a z_a, B_{46} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kX} B_{kY} y_a z_a,$$

$$B_{56} = - \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kZ} B_{kX} x_a y_a;$$

$$B_{44} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kJ} (B_{jJ} + B_{kX} y_a^2 + B_{kY} x_a^2),$$

$$B_{55} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kC} (B_{cC} + B_{kY} z_a^2 + B_{kZ} y_a^2),$$

$$B_{66} = \sum_{k=1}^n \dot{a}_{kY} (B_{yY} + B_{kX} z_a^2 + B_{kZ} x_a^2).$$

Коэффициенты сопротивления определяются аналогично коэффициентам жесткости в зависимости от указанных выше факторов.

Общее выражение для диссипативной функции платформы

$$R_{\Pi} = \frac{1}{2} (B_{11} X_{\Pi}^2 + B_{22} Y_{\Pi}^2 + B_{33} Z_{\Pi}^2 + B_{44} J_{\Pi}^2 + B_{55} C_{\Pi}^2 + B_{66} Y_{\Pi}^2 + 2 B_{14} X_{\Pi} J_{\Pi} + 2 B_{16} X_{\Pi} Y_{\Pi} + 2 B_{24} Y_{\Pi} J_{\Pi} + 2 B_{25} Y_{\Pi} C_{\Pi} + 2 B_{35} Z_{\Pi} C_{\Pi} + 2 B_{36} Z_{\Pi} Y_{\Pi} + 2 B_{45} J_{\Pi} C_{\Pi} + 2 B_{46} J_{\Pi} Y_{\Pi} + 2 B_{56} C_{\Pi} Y_{\Pi})$$

В итоговой системе дифференциальных уравнений все обобщенные координаты будут связанными и разделить их в общем случае невозможно, поскольку перемещение по одной из них вызовет перемещение по остальным координатам. Для частичного разделения координат и упрощения последующих расчетов и структур моделей зададимся начальными условиями, при которых центральные оси координат системы совпадают с главными осями инерции, центр тяжести лежит в главной центральной плоскости инерции. С учетом этого, подставив выражения (1)–(3) в уравнение Лагранжа и проведя последовательное дифференцирование по каждой из шести координат, получим систему уравнений, описывающих свободное движение виброплатформы:

$$A_{11} \ddot{X}_{\Pi} + B_{11} \dot{X}_{\Pi} + C_{11} X_{\Pi} + B_{14} \dot{J}_{\Pi} + C_{14} J_{\Pi} + B_{16} \dot{Y}_{\Pi} + C_{16} Y_{\Pi} = 0;$$

$$A_{22} \ddot{Y}_{\Pi} + B_{22} \dot{Y}_{\Pi} + C_{22} Y_{\Pi} + B_{25} \dot{C}_{\Pi} + C_{25} C_{\Pi} = 0;$$

$$A_{33} \ddot{Z}_{\Pi} + B_{33} \dot{Z}_{\Pi} + C_{33} Z_{\Pi} + B_{35} \dot{C}_{\Pi} + C_{35} C_{\Pi} = 0;$$

$$A_{44} \ddot{J}_{\Pi} + B_{44} \dot{J}_{\Pi} + C_{44} J_{\Pi} + B_{14} \dot{X}_{\Pi} + C_{14} X_{\Pi} = 0; (4)$$

$$A_{55} \ddot{C}_{\Pi} + B_{55} \dot{C}_{\Pi} + C_{55} C_{\Pi} + B_{25} \dot{Y}_{\Pi} + C_{25} Y_{\Pi} + B_{35} \dot{Z}_{\Pi} + C_{35} Z_{\Pi} = 0;$$

$$A_{66} \ddot{Y}_{\Pi} + B_{66} \dot{Y}_{\Pi} + C_{66} Y_{\Pi} + B_{16} \dot{X}_{\Pi} + C_{16} X_{\Pi} = 0.$$

Подсистемы вибровозбудителей (ДР) и электропривода (СЭП) описаны в [5].

На основе полученных уравнений можно скомпоновать математическую модель механической части агрегата, а добавив к ней модуль СЭП, получить обобщенную динамическую модель взаимосвязанной ЭМС виброустановки.

**Методика мехатронного управления взаимосвязанными ЭМС.** Форма колебаний платформы опре-

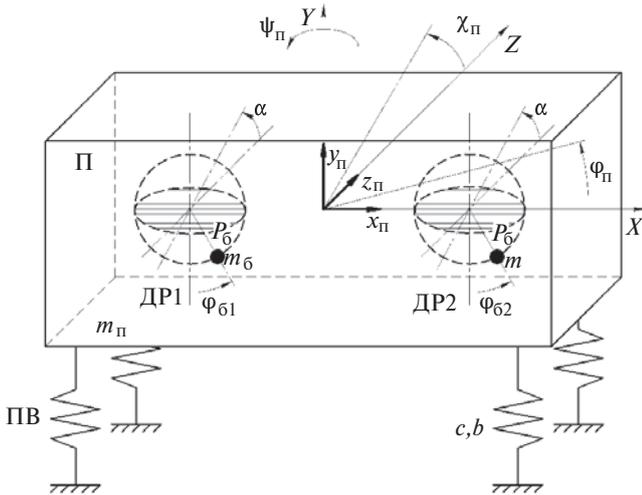


Рис. 1. Расчетная модель двухроторной виброустановки

деляется совокупностью задающих сигналов, основными из которых являются задание скорости ДР ( $w_{др}$ ) и угловое рассогласование роторов ( $q_i$ ). В установках с вариацией углов наклона валов ДР и изменением их длины дополнительно вводятся сигналы  $a_i$  и  $h$  [7]. Для управления этими координатами необходимы соответствующие сервоприводы, выполненные на шаговых или вентильных электродвигателях. От сервоприводов не требуется высокого быстродействия, поскольку они изменя-

ют характер колебаний платформы, что должно выполняться достаточно плавно.

Методика мехатронного микропроцессорного управления ЭМС ВУ включает следующие этапы:

определение совокупности колебательных режимов платформы при вариации задающих сигналов в требуемой области (прямой синтез управления ЭМС). Данный этап заканчивается построением соответствующих зависимостей (номограмм) выходных координат объекта от управляющих воздействий, т.е.  $w_{др}, q_i, a_i, h = f(z_{зс}, z_{зп}, z_{за}, z_{zh})$ , с выделением областей плоскостных и пространственных колебаний платформы;

определение совокупности задающих сигналов для обеспечения требуемого множества колебаний платформы (обратный синтез управления ЭМС). При этом получают необходимые номограммы, связывающие задающие сигналы с выходными координатами объекта, т.е.  $z_{зс}, z_{зп}, z_{за}, z_{zh} = f(w_{др}, q_i, a_i, h)$ ;

формирование алгоритмов управления объектом на основе номограмм предыдущего этапа в областях плоскостных и пространственных колебаний платформы;

разработка программ на выбранном языке программирования для управляющего микроконтроллера, реализующего сформированные алгоритмы;

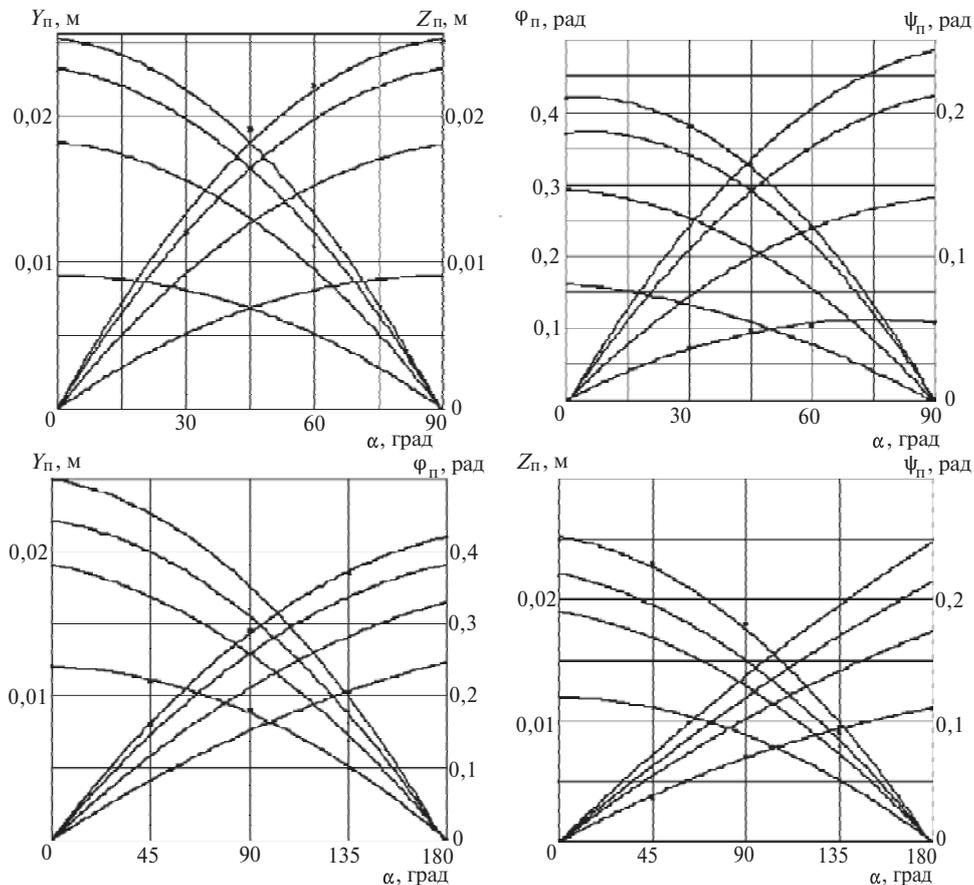


Рис. 2. Зависимости регулируемых координат при прямом синтезе управления ЭМС виброустановки

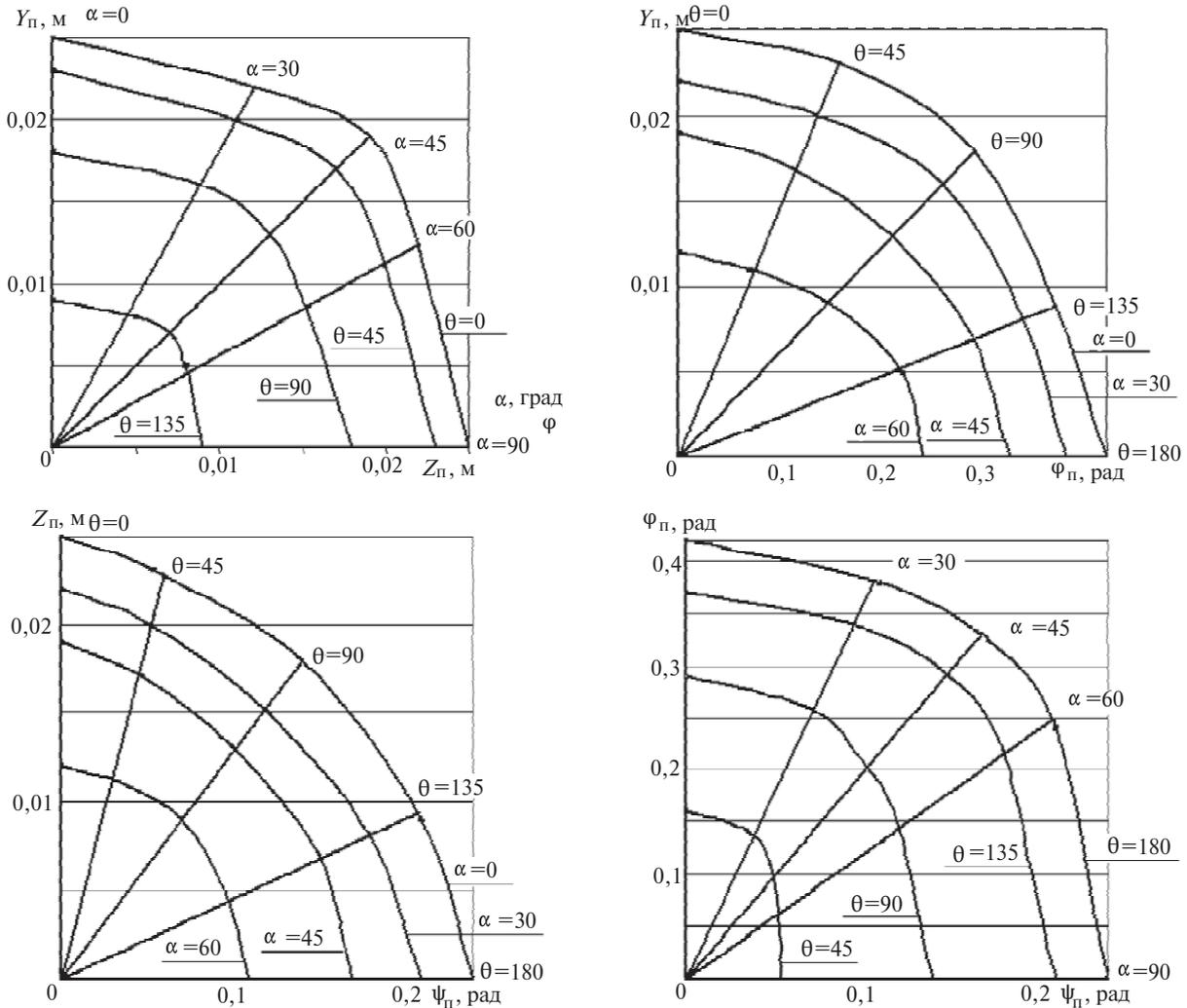


Рис. 3. Зависимости регулируемых координат при обратном синтезе управления ЭМС виброустановки

многофакторные имитационные исследования взаимосвязанной ЭМС ВУ с управляющим контроллером и моделью объекта (полунатурное моделирование) в требуемом множестве рабочих режимов.

**Синтез рабочих режимов виброустановок.** Предложенная методика апробирована на имитационной модели СЭП двухроторной вибрационной установки с поворотными осями ДР [7], расчетная схема показана на рис. 1. При создании модели использованы программы САПР SolidWorks, Pro-Engineer и пакет имитационного моделирования MATLAB-Simulink с расширением SimMechanics, позволяющих исследовать динамику управляемых механических систем. При разработке 3D-модели в САПР задаются свойства компонентов сборки и необходимые параметры механической системы. Далее с помощью CAD-транслятора SimMechanics Link формируется математическая модель в виде блок-схемы в Simulink (SimMechanics) на основе заданных массоинерци-

онных характеристик компонентов сборки, определяющих её динамические свойства.

Виброустановка работала на околорезонансной скорости  $w_{др} = (0,7, 0,9)w_{уп}$  ( $w_{уп}$  – резонансная частота платформы), что обеспечило оптимальную управляемость ЭМС.

Прямой синтез управления ЭМС выполнен с вариацией угла рассогласования роторов  $q$  и углов наклона их осей  $a_1 = a_2 = a$ . На рис. 2 представлены зависимости выходных координат виброплатформы  $Y_{п}, Z_{п}, j_{п}, y_{п}$  от управляющих сигналов. Обратный синтез выполнен по результатам 1-го этапа. На рис. 3 построены зависимости входных координат  $q$  и  $a$  от регулируемых параметров виброплатформы  $Y_{п}, Z_{п}, j_{п}, y_{п}$ .

Совокупность подобных номограмм позволяет выбирать заданные режимы функционирования многороторных виброустановок с требуемыми параметрами плоскостных и пространственных колебаний платформы.

1. **Вибрационные** процессы и машины. Вибрации в технике: Справочник, т.4 / Под ред. Э.Э. Лавендела. — М.: Машиностроение, 1981, 509 с.

2. **Управление** мехатронными вибрационными установками/Под ред. И.И. Блехмана, А.Л. Фрадкова. — СПб: Наука, 2001, 278 с.

3. **Шестаков В.М., Алексеев Д.В., Епишкин А.Е.** Разработка и исследование управляемой электромеханической системы двухроторного вибростенда. — Электричество, 2006, № 7, с. 50–55.

4. **Шестаков В.М., Епишкин А.Е.** Регулируемая электромеханическая система трехроторного вибростенда. — Электричество, 2009, № 2, с. 46–50.

5. **Шестаков В.М., Епишкин А.Е.** Построение взаимосвязанной электромеханической системы шестироторной вибрационной установки. — Электричество, 2009, № 9, с. 55–60.

6. **Епишкин А.Е., Шестаков В.М.** Взаимосвязанные электромеханические системы четырехроторных вибрационных установок. — Электричество, 2011, № 2, с. 64–68.

7. **Шестаков В.М., Епишкин А.Е., Шаряков В.А.** Динамика взаимосвязанных электромеханических систем многороторных вибрационных установок. — СПб.: Гос. политехн. ун-т, 2009, 107 с.

[27.05.13]

*Авторы: Шестаков Вячеслав Михайлович окончил факультет электротехники и автоматизации Ленинградского электротехнического института им. В.И. Ульянова (Ленина) (ЛЭТИ) в 1962 г. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию «Исследование, разработка научных основ и способов совершенствования многодвигательных электроприводов высокопроизводительных агрегатов бумагоделательного производства». Профессор, заведующий кафедрой автоматизации технологических комплексов и процессов (АТКП) Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ).*

*Белокузов Евгений Витальевич окончил Санкт-Петербургский институт машиностроения в 2009 г. по специальности «Автоматизация технологических процессов и производств». Аспирант кафедры АТКП СПбГПУ.*

*Епишкин Александр Евгеньевич окончил Санкт-Петербургский институт машиностроения в 1998 г. по специальности «Автоматизация технологических процессов и производств». В 2002 г. защитил кандидатскую диссертацию «Исследование и оптимизация взаимосвязанных электромеханических систем автоматизированных вибрационных установок». Доцент кафедры АТКП СПбГПУ.*