

Вероятностный анализ переменных режима электроэнергетической системы¹

БОЛОЕВ Е.В., ВОЙТОВ О.Н., ГОЛУБ И.И., МАНУСОВ В.З.

Показано, как методы вероятностного потоко-распределения могут использоваться для выделения сенсорных переменных в ЭЭС, определения их вероятностных характеристик, оценки вероятности нахождения переменных в допустимых границах и выборе управляющих воздействий, повышающих такую вероятность. При выборе управлений предлагается использовать метод, аналогичный методу детерминированного эквивалента, в котором последовательно решаются детерминированная и вероятностная задачи. Приводятся численные результаты иллюстрирующие работоспособность предложенных алгоритмов.

К л ю ч е в ы е с л о в а: энергосистемы, вероятностное потокораспределение, сингулярный анализ, сенсорные переменные, ограничения, выбор управлений

В процессе функционирования электроэнергетическая система (ЭЭС) подвергается большим и малым внешним возмущениям и реагирует на них изменением переменных режима. Такая реакция зависит как от состава и значения возмущений, так и от таких инвариантных к режиму факторов, как топология и параметры элементов схемы сети. Возмущения, локализуемые в разных местах ЭЭС, как правило, вызывают заметную реакцию модулей и фаз напряжений, перетоков мощности и потерь напряжений в одних и тех же узлах и связях. Такие элементы схемы сети, переменные режима которых в наибольшей степени изменяются при случайных внешних возмущениях, называются сенсорами. Сенсорные переменные часто определяют критические состояния ЭЭС, их знание необходимо для усиления сети при проектировании и управлении, определении наиболее ответственных точек контроля и ускорения процедуры оценки их допустимости в реальном времени, синтезе законов управления.

Сама по себе большая реакция сенсорной переменной на возмущения не опасна, если переменная и после возмущения остается в допустимых пределах. Вероятность выхода переменной за допустимые пределы зависит от ее реакции на возмущения, допустимого диапазона изменения и близости математического ожидания переменной к гра-

It is shown how the probabilistic load flow methods can be used for separating sensor variables in an electric power system, for determining their probabilistic characteristics, estimating the probability of variables remaining within the permissible boundaries, and for selecting the control outputs increasing such probability. In selecting control outputs, it is proposed to use a method similar to the deterministic equivalent method, in which deterministic and probabilistic problems are solved in a sequence. Numerical results illustrating the operability of the proposed algorithms are given.

Key words: power systems, probabilistic load flow, singular analysis, sensor variables, constraints, selection of control outputs

ничному значению. Оценка вероятности позволяет выработать управления, принимаемые для предотвращения аварийных ситуаций. Такими должны быть, во-первых, решения по усилению сети, связанные с установкой дополнительного оборудования, снижающего реакцию сенсорных переменных на возмущения. Во-вторых, это должны быть решения, связанные с выработкой в процессе функционирования ЭЭС управлений, направленных на предотвращение выхода переменных за допустимые границы, определяемые требованиями надежности и качества.

Технология использования сингулярного анализа для выделения сенсорных переменных и слабых мест, являющихся причиной существования сенсоров в ЭЭС, разработана в [1]. Однако эта технология не позволяет одновременно с идентификацией сенсорных переменных оценить возможные диапазоны их изменения и вероятности нахождения переменных в допустимых границах, выбрать управляющие воздействия для обеспечения требуемых значений вероятностей. Совместное решение всех перечисленных задач может быть получено с использованием методов вероятностного потоко-распределения. В них внешние возмущения представляются случайными изменениями нагрузок, а реакция ЭЭС на возмущения определяется числовыми характеристиками, позволяющими оценить возможные диапазоны изменения значений перемен-

¹ Работа выполнена при поддержке гранта 4633.2010.8 Ведущей научной школы РФ.

ных и вероятности их нахождения в допустимых границах.

Анализ современных методов расчета вероятностного потокораспределения и их использования для решения различных задач электроэнергетики приводится в зарубежных [2] и российских работах [3, 4].

Методы вероятностного потокораспределения можно разделить на методы линейной, нелинейной аппроксимации и численные методы.

Теоретические основы методов линейной и нелинейной аппроксимации представлены в [5, 6], основы метода статистической линеаризации изложены в [7]. Эффективное практическое применение этих методов осуществлено в многочисленных работах В.З. Манусова [8] и его учеников, из которых работа [9] является одной из первых работ, посвященных решению проблемы вероятностного потокораспределения в ЭЭС.

В [9–11] расчет вероятностного потокораспределения осуществляется методом статистической линеаризации. Для повышения точности оценок моментов, получаемых этим методом, в [4 и 12] применялся метод квадратичной аппроксимации.

В [13] впервые было предложено для расчета вероятностного потокораспределения использовать линейный аналитический метод свертки.

Наименее трудоемкий безытерационный метод вероятностного нелинейного потокораспределения разработан в [14].

К численным методам относятся метод Монте-Карло (МК) и точечные методы. Метод МК признан наиболее точным методом вероятностного потокораспределения и используется в качестве тестового при анализе упрощенных подходов, главным его недостатком является необходимость выполнения большого количества повторных вычислений.

Результатом поиска методов, дающих оценки моментов, близкие к оценкам по методу МК, но менее трудоемких, является предложенный в [15] двухточечный метод, названный методом точечных оценок. Для расчетов вероятностного потокораспределения этим методом применяются обычные программы детерминированного потокораспределения, что позволяет довольно просто моделировать влияние неопределенностей в исходной информации на результаты потокораспределения.

В числе первых работ, учитывающих ограничения при расчете вероятностного потокораспределения, следует отметить [16 и 17]. Стремление применить для решения указанной задачи процедуры расчета потокораспределения в электрической сети с учетом ограничений привело к разработке мето-

дов, являющихся сочетанием детерминированного и вероятностного подходов. Теоретические основы такого подхода, названного методом детерминированного эквивалента, изложены в [18].

Линейные аналитические методы вероятностного потокораспределения. Определение среднеквадратических отклонений (СКО) модулей и фаз узловых напряжений по заданным СКО узловых мощностей в *линейном методе* может быть получено с использованием выражения, связывающего в системе линеаризованных уравнений изменения фаз Dd и модулей DU узловых напряжений с изменениями активных DP и реактивных DQ мощностей:

$$\begin{pmatrix} \Delta Dd \\ \Delta DU \end{pmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta DP \\ \Delta DQ \end{pmatrix} \quad (1)$$

где \mathbf{J} – матрица Якоби.

Математические ожидания $m_{Dd,DU}$ и ковариации $m_{2Dd,DU}$ изменений модулей и фаз напряжений определяются через математические ожидания $m_{DP,DQ}$ и дисперсии нагрузок $m_{2DP,DQ}$ в точке решения нелинейной системы уравнений установившегося режима ЭЭС:

$$m_{Dd,DU} = \mathbf{J}^{-1} m_{DP,DQ}; \quad (2)$$

$$m_{2Dd,DU} = \mathbf{J}^{-1} m_{2DP,DQ} (\mathbf{J}^{-1})^T. \quad (3)$$

Аналогично могут быть записаны выражения для математических ожиданий и ковариаций изменений перетоков активной и реактивной мощностей, а также разностей модулей и фаз напряжений. В частности, для ковариаций они будут иметь вид:

$$m_{2DP_{ij},DU_{ij}} = \mathbf{J}_{ij}^{-1} m_{2DP,DQ} (\mathbf{J}_{ij}^{-1})^T; \quad (4)$$

$$m_{2D(d_i - d_j), (U_i - U_j)} = \mathbf{M}^T \mathbf{J}^{-1} m_{2DP,DQ} (\mathbf{J}^{-1})^T \mathbf{M} \quad (5)$$

где \mathbf{J}_{ij} – матрица частных производных от перетоков активной и реактивной мощностей в связи ij по модулям и фазам узловых напряжений; \mathbf{M} – первая матрица инцидентий.

Приближенные числовые характеристики переменных могут быть определены для диагональных блоков матрицы Якоби $\partial P / \partial d$ и $\partial Q / \partial U$, что позволяет анализировать активную и реактивную модели электрической сети независимо. Так ковариации изменений фаз и модулей напряжений определяются как

$$m_{2Dd} = \mathbf{J}_{P,d}^{-1} m_{2DP} (\mathbf{J}_{P,d}^{-1})^T; \quad (6)$$

$$m_{2DU} = \mathbf{J}_{Q,U}^{-1} m_{2DQ} (\mathbf{J}_{Q,U}^{-1})^T. \quad (7)$$

Числовые характеристики нагрузок могут быть получены по статистической информации, а при

известной функции распределения нагрузок – разложением ее характеристической функции в ряд Маклорена. Предположение о нормальном законе распределения нагрузок позволяет определить их дисперсии с использованием функции Лапласа Φ , называемой также функцией ошибок [6]. Для заданной вероятности p отклонения нормально распределенной случайной величины X от ее математического ожидания на значение, не большее заданной точности De ,

$$p(|X - m| < De) = F(De/x) \quad (8)$$

могут быть найдены значения СКО x и дисперсии нагрузок, при этом значение De определяется погрешностями прогноза или оценок нагрузок.

Линейный метод *обобщенного возмущения* заключается в сочетании линейного аналитического метода (2), (3) с методом сингулярного анализа, в основе которого лежит сингулярное разложение несимметричной матрицы Якоби:

$$\mathbf{J} = \mathbf{W} \mathbf{\hat{a}} \mathbf{V}^T = \sum_{j=1}^n w_j \mathbf{s}_j \mathbf{v}_j^T, \quad (9)$$

где $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ и $\mathbf{V} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ – ортогональные матрицы, столбцы которых являются левым и правым сингулярными векторами, а \mathbf{S} – диагональная матрица упорядоченных по возрастанию сингулярных значений $s_1 < s_2 < s_3 < \dots < s_n$.

С учетом разложения (9) выражение (1) может быть представлено в виде:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DQ} \partial \mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{D}} = \mathbf{J}^T \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DQ} \partial \mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{D}} + \sum_{i=1}^n v_i \frac{w_i^T}{s_i} \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DQ} \partial \mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{D}} = \sum_{i=1}^n v_i \mathbf{D}S^{(i)}, \quad (10)$$

где $\mathbf{D}S^{(i)}$ – i -е обобщенное возмущение.

Если первое сингулярное значение $s_1 = s_{\min}$ существенно меньше остальных сингулярных значений, то наибольший вклад в изменения фаз и модулей узловых напряжений вносит первое слагаемое суммы (10):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DQ} \partial \mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{D}}^{(1)} = v_1 \frac{w_1^T}{s_1} \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DQ} \partial \mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{D}} = v_1 \mathbf{D}S^{(1)}, \quad (11)$$

где v_1 – компоненты первого правого сингулярного вектора – распределяют скалярную величину $\mathbf{D}S^{(1)}$ первого обобщенного возмущения между узлами сети.

Выражение для ковариаций изменений модулей и фаз напряжений с учетом первого обобщенного возмущения может быть получено через скалярную величину дисперсии этого возмущения $m_{2DS^{(1)}}$:

$$m_{2Dd,DU}^{(1)} = \frac{v_1 w_1^T}{s_1} m_{2DP,DU} \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DQ} \partial \mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{D}} = v_1 m_{2DS^{(1)}} v^T, \quad (12)$$

а при наличии k близких сингулярных значений – в виде

$$m_{2Dd,DU}^{(k)} = \sum_{i=1}^k v_i m_{2DS^{(i)}} v^T. \quad (13)$$

Число вариантов возмущений бесконечно, они могут отличаться и по составу, и по значению. Линейный метод обобщенного возмущения не требует задания сценария изменения узловых мощностей, а позволяет по заданному значению дисперсии обобщенного возмущения оценить множество сценариев возмущений. Наиболее значимыми являются обобщенные возмущения, соответствующие одному минимальному или нескольким близким между собой минимальным сингулярным значениям. Аналогичные выражения, включающие дисперсию обобщенного возмущения, могут быть записаны для числовых характеристик изменений перетоков мощностей, разностей модулей и фаз узловых напряжений для полной модели или для активной и реактивной моделей ЭЭС.

Нелинейные аналитические методы вероятностного потокораспределения. Квадратичная аппроксимация Тейлора уравнений установившегося режима может быть представлена в виде:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DQ} \partial \mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{D}} = \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} \ddot{\mathbf{D}} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U} \partial \mathbf{U}} \ddot{\mathbf{D}} \ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{H} \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} \ddot{\mathbf{D}} \quad (14)$$

где кубическая матрица Гессе размером k^3 , состоит из k слоев.

Формирование слоев матрицы Гессе в виде прямоугольной матрицы с k строками и k^2 столбцами

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} \\ \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} & \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

позволяет записать (14) в виде

$$\mathbf{D}Y = \mathbf{J} \mathbf{D}X + \frac{1}{2} \mathbf{H} \mathbf{D}X \mathbf{D}X + \mathbf{D}X, \quad (16)$$

где $\mathbf{D}Y = \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DQ} \partial \mathbf{Q}} \ddot{\mathbf{D}}$, $\mathbf{D}X = \frac{\partial^2 P}{\partial \mathbf{DU} \partial \mathbf{U}} \ddot{\mathbf{D}}$

Связь математических ожиданий и дисперсий узловых мощностей с математическими ожиданиями и ковариациями параметров состояния на основе (14) может быть представлена как

$$m_{DY} = \mathbf{J} m_{DX} + \frac{1}{2} \mathbf{H} b m_{2DY}; \quad (17)$$

$$m_{2DY} = \mathbf{J} m_{2DX} \mathbf{J}^T + \frac{1}{2} \mathbf{J} m_{3DX} \mathbf{H}^T + \frac{1}{2} \mathbf{H} m_{3DX}^T \mathbf{J}^T + \frac{1}{4} \mathbf{H} (m_{4DX} - b m_{2DX} b^T m_{2DX}) \mathbf{H}^T, \quad (18)$$

где m_{3DX} и m_{4DX} – матрицы совместных моментов третьего и четвертого порядков; $b_{m_{2DX}}$ – вектор, составленный из столбцов матрицы m_{2DX} .

Система (17) и (18) недоопределенная, поскольку в два ее уравнения входят четыре неизвестные матрицы моментов. Для получения единственного решения используются различные формы записи уравнения (18).

При использовании метода *статистической линеаризации* [10] в (18) остается только его линейная часть $Jm_{2DX}J^T$, а в методе [4], который далее будем называть методом *Манусова*, моменты третьего порядка полагают равными нулю, а моменты четвертого порядка учитываются введением коэффициента, определяющегося предполагаемым законом распределения.

Для получения единственного решения системы (17) и (18) в методе *двух моментов* [19] делается предположение о близости закона распределения переменных к нормальному, а моменты переменных третьего и четвертого порядков вычисляются через кумулянты, равные нулю.

Повышение точности оценок моментов в задаче нелинейного вероятностного потокораспределения может быть получено методом *трех моментов* [19], в котором к (17) и (18) добавляется уравнение моментов третьего порядка, а моменты переменных четвертого – шестого порядков вычисляются через кумулянты.

Наименее трудоемкий *безытерационный метод* [14] расчета вероятностного нелинейного потокораспределения позволяет с учетом матрицы Гессе уточнить полученные на основе линейной аппроксимации математические ожидания и моменты второго порядка. В [19] безытерационный метод усовершенствован включением в него процедуры итерационного уточнения решения, такой метод назван *модифицированным*.

Точность вычисления моментов на основе линейных и нелинейных методов может быть оценена при их сравнении с моментами, полученными методом МК.

Вероятностное потокораспределение с учетом ограничений. Если в результате расчета вероятностного потокораспределения окажется, что вероятность нахождения контролируемых сенсорных переменных в допустимых границах (ниже требуемой), то для увеличения такой вероятности существует две возможности.

Первая заключается в поиске подходов к снижению СКО, например при усилении слабых связей [1]. Вторая возможность состоит в выборе управлений на основе критерия, обеспечивающего минимизацию разности $D_g = m_g - m_{cg}$ между мате-

матическим ожиданием m_g случайной переменной g и медианой m_{cg} кривой плотности распределения переменной на допустимом интервале (g_{\min}, g_{\max}) .

Такой критерий используется в случае, если переменная g имеет закон распределения, отличающийся от нормального закона. В этом случае аппроксимируемая кривая плотности вероятности $f(g)$ может быть получена по трем или большему числу моментов на основе разложения Грамма–Шарлье [20]:

$$f(g) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j H_j(x) f(g), \quad (19)$$

где $f(g)$ – плотность вероятности для нормального распределения; $H_j(g)$ – ортогональные полиномы Эрмита; c_j – коэффициенты, построенные на основе моментов второго и старших порядков.

Далее аппроксимация кривой плотности вероятности проводится на основе двух моментов, что делает ее симметричной. Это позволяет трансформировать критерий выбора управлений в минимизацию разности между математическим ожиданием переменной и центром допустимого интервала ее изменения. В этом случае $m_{cg} = (g_{\max} + g_{\min})/2$ и является постоянной величиной. Ограничения на переменные режима, такие как модули напряжений, обычно задаются симметрично относительно номинального напряжения $U_{\text{ном}}$, что позволяет применять в критерии управления значение $m_{cg} = U_{\text{ном}}$.

При выборе управлений для обеспечения требуемой вероятности нахождения контролируемых переменных в допустимых пределах используется метод, аналогичный методу детерминированного эквивалента [11, 12], в котором последовательно решаются детерминированная и вероятностная задачи. При решении детерминированной задачи предлагается минимизировать рассмотренные критерии без сужения допустимого интервала для каждой контролируемой переменной, как это делается в методе детерминированного эквивалента.

Итерационный алгоритм повышения вероятности нахождения переменных режима в допустимых границах с учетом ограничений содержит следующие основные этапы.

1. Решение детерминированной задачи с учетом ограничений:

$$W(X, Y) = 0; \quad (20)$$

$$X_{\min} \leq X \leq X_{\max}; \quad (21)$$

$$F_{\min} \leq F(X, Y) \leq F_{\max}; \quad (22)$$

$$Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max}; \quad (23)$$

где (20) – система уравнений балансов узловых мощностей; (21)–(23) – ограничения на зависимые переменные X (модули и фазы узловых напряжений), независимые или управляющие Y переменные (активные и реактивные мощности генерации, коэффициенты трансформации трансформаторов), функциональные F переменные (перетоки активной и реактивной мощности).

Для решения (20) – (23) применяется сочетание методов приведенного градиента и квадратичного программирования [17], и если допустимое решение существует, то осуществляется переход к вероятностному этапу.

2. Расчет вероятностного потокораспределения включает определение числовых характеристик переменных и вероятности нахождения переменных в допустимых границах. Если для всех переменных требуемое значение вероятности обеспечено, то работа алгоритма заканчивается. Иначе – выделяются переменные g_j , как правило сенсорные, для которых заданная вероятность соблюдения ограничений ($g_{j\min} \cdot g_{j\max}$) ниже требуемого значения. Для каждой такой переменной определяется оценка смещения ее математического ожидания $D_{j}^k = m_{cj} - m_{gj}^k$, возможность реализации которого проверяется на этапе решения детерминированной задачи, где k – номер текущей итерации.

3. Решение детерминированной оптимизационной задачи с критерием

$$\min_{j=1}^{I_{cv}} \mathbf{a} [g_j(Y) - (m_{gi}^k + D_{gj}^k)]^2 \quad (24)$$

и ограничениями (20)–(24), I_{cv} – множество переменных, для которых не обеспечивается требуемое значение вероятности. В процессе решения определяется приращение вектора управляющих переменных $DY^k = Y - Y^k$, где Y – решение задачи (20)–(24) с минимальным числом ненулевых компонент [21], далее – переход к решению задачи вероятностного потокораспределения.

Линейные методы вероятностного потокораспределения. В качестве тестовой схемы использовалась приведенная на рис. 1 схема ЭЭС, содержащая 14 узлов и 15 связей.

Исходная информация о математических ожиданиях, дисперсиях и моментах более высоких порядков для нагрузок, которые задавались во всех узлах расчетной схемы, была получена с использованием функции Лапласа. СКО узловых мощностей принимались равными 12% их математических ожиданий, что соответствует 20% погрешности прогноза нагрузок для вероятности отклонения случайной величины от математического ожидания, равной 0,9.

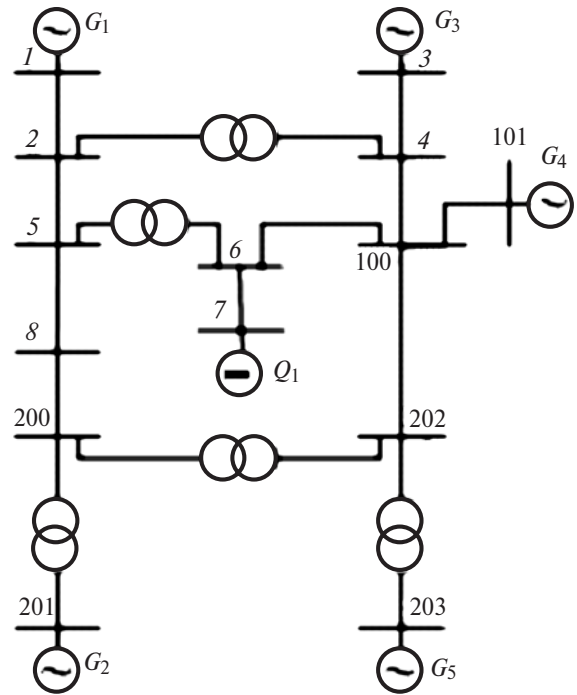


Рис. 1. Схема 14-узловой тестовой сети

Проведенное исследование показало, что СКО выделяют те же самые сенсорные переменные и слабые связи, что и сингулярный анализ. В качестве критерия при выделении слабых связей выступали максимальные значения СКО изменений разностей модулей и фаз напряжений [1].

Для иллюстрации способности СКО выделять сенсорные переменные и слабые связи на рис. 2 приведены графики СКО изменений параметров, полученные методом МК и на основе линейных моделей, использующих полную матрицу Якоби, ее диагональные блоки, в том числе в сочетании с первым обобщенным возмущением.

Сравнение СКО переменных, полученных различными модификациями линейного аналитического метода с СКО, найденными по методу МК, позволило разделить линейные модели на модели, которые могут применяться: только для оценки СКО, только для выделения сенсорных переменных или одновременного решения обеих задач.

Такая классификация моделей в виде таблицы показана на рис. 3, из которой, например, следует, что для полной матрицы Якоби можно получить оценки СКО, наиболее близкие к оценкам по методу МК, и выделить сенсорные переменные.

Активная модель $J_{p,d}$ и сочетание активной модели с первым обобщенным возмущением $J_{p,d} DS_j$ могут использоваться как для вычисления СКО изменений фаз напряжений, их разностей, перетоков активной мощности, так и выделения этих переменных как сенсорных.

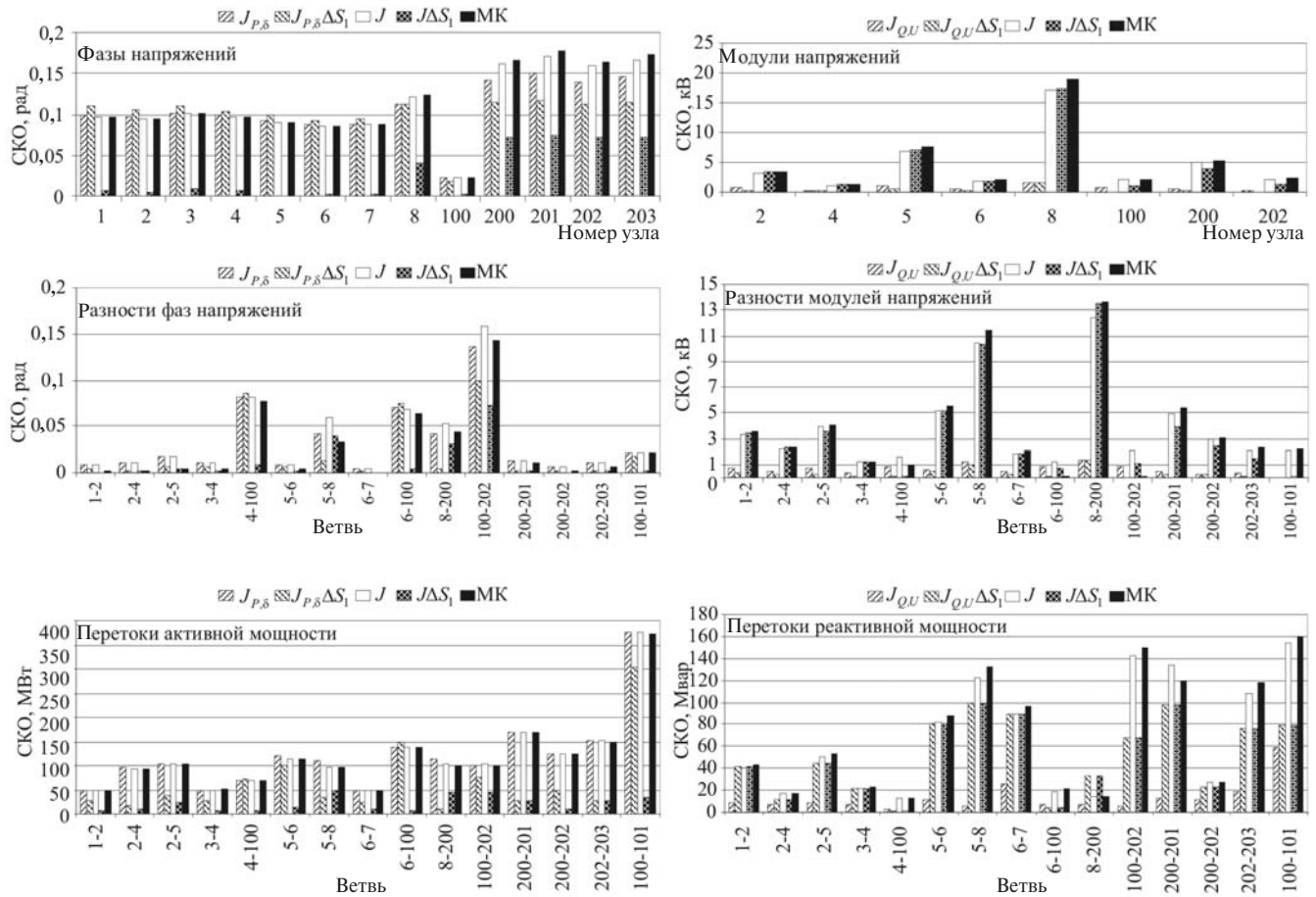


Рис. 2. Графики SKO изменений переменных режима, найденных для линейных моделей, использующих полную матрицу Якоби J , ее диагональные блоки $J_{p,d}$ и $J_{Q,U}$, в том числе в сочетании с первым обобщенным возмущением $J\Delta S_1$, $J_{p,d}\Delta S_1$, $J_{Q,U}\Delta S_1$ и по методу МК

Реактивная модель $J_{Q,U}$ дает большие ошибки при определении SKO изменений модулей напряжений, их разностей, перетоков реактивной мощности, но может использоваться для выделения сенсорных модулей напряжений и их разностей, а следовательно, и слабых связей.

На рис. 4 показаны кривые плотностей вероятностей изменений модулей напряжений в трех сенсорных узлах, построенные по четырем моментам

на основе разложения Грама–Шарлье (19) для метода линейной аппроксимации и метода МК.

Несмотря на то, что SKO переменных, вычисленные аналитическим методом для полной матрицы Якоби, близки к SKO по методу МК, сравне-

Переменная	Метод					
	J	$J\Delta S_1$	$J_{p,d}$	$J_{p,d}\Delta S_1$	$J_{Q,U}$	$J_{Q,U}\Delta S_1$
$\Delta\delta_i$	■	■	■	■	■	■
ΔU_i	■	■	■	■	■	■
$\Delta\delta_{ij}$	■	■	■	■	■	■
ΔU_{ij}	■	■	■	■	■	■
ΔP_{ij}	■	■	■	■	■	■
ΔQ_{ij}	■	■	■	■	■	■

Рис. 3. Классификация моделей линейного вероятностного потокораспределения по способности определять SKO переменных, близкие к SKO по методу МК (черные треугольники), и/или выделять сенсорные переменные (серые треугольники)

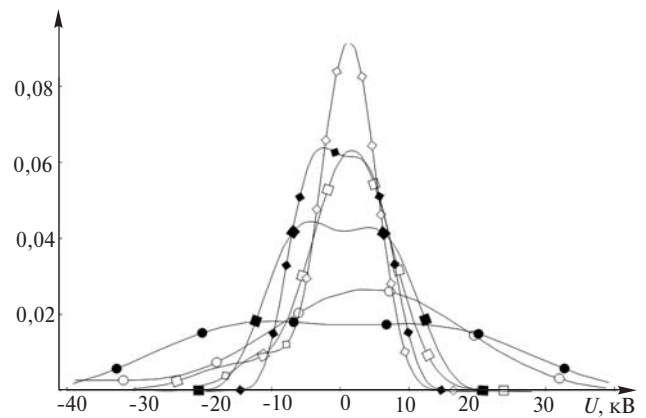


Рис. 4. Кривые плотностей вероятности для изменений модулей напряжений в сенсорных узлах, построенные с использованием разложения Грама–Шарлье по четырем моментам (кривые центрированы относительно номинального напряжения 500 кВ): метод линейной аппроксимации – ■ – в 5-м узле; ● – в 8-м; ◆ – в 200-м; метод МК – □ – в 5-м узле; ○ – в 8-м; ◇ – в 200-м

ние кривых плотностей вероятности для метода линейной аппроксимации с кривыми плотностей для метода МК позволило сделать вывод о возможности получения более точных оценок моментов методами нелинейного вероятностного потокораспределения.

Нелинейные методы вероятностного потокораспределения. На рис. 5 для линейного метода, шести нелинейных методов и метода МК приведены графики СКО изменений фаз, модулей узловых напряжений, их разностей, перетоков активной и реактивной мощности, анализ которых позволил сделать следующие выводы:

все методы выделяют те же сенсорные переменные, что и сингулярный анализ;

СКО, полученные линейным и безытерационным методами, близки между собой;

СКО, полученные методами статистической линеаризации и методом Манусова, близки к оценкам по методу двух моментов и модифицированному методу, в ряде случаев модифицированный метод дает оценки СКО, более близкие к оценкам по методу МК;

СКО для метода трех моментов максимально приближаются к СКО по методу МК, но в отличие от других методов превышают их;

метод трех моментов является наиболее трудоемким аналитическим методом, что делает целесообразным его использование для периодического контроля оценок, получаемых другими аналитическими методами.

Преимущество метода трех моментов с точки зрения близости получаемого им решения к решению более трудоемкого метода МК подтверждается сравнением кривых плотностей вероятности, для изменения модуля напряжения в 8-м сенсорном узле, построенных для семи аналитических методов и метода МК (рис. 6).

Алгоритм выбора управлений на примере модулей узловых напряжений. В табл. 1 для тестовой сети (рис. 1) полученные линейным методом вероятностного потокораспределения значения математических ожиданий и СКО модулей напряжений, разностей между математическими ожиданиями и номинальными напряжениями, вероятностей нахождения модулей напряжения в допустимые интервалах. Допустимые интервалы изменения напряжений в узлах 500 кВ приняты равными ± 30 кВ, а в узлах 220 кВ – ± 25 кВ.

Несмотря на то что модуль напряжения 8-го узла в большей степени реагирует на внешние возмущения, чем модуль напряжения 200-го узла, что

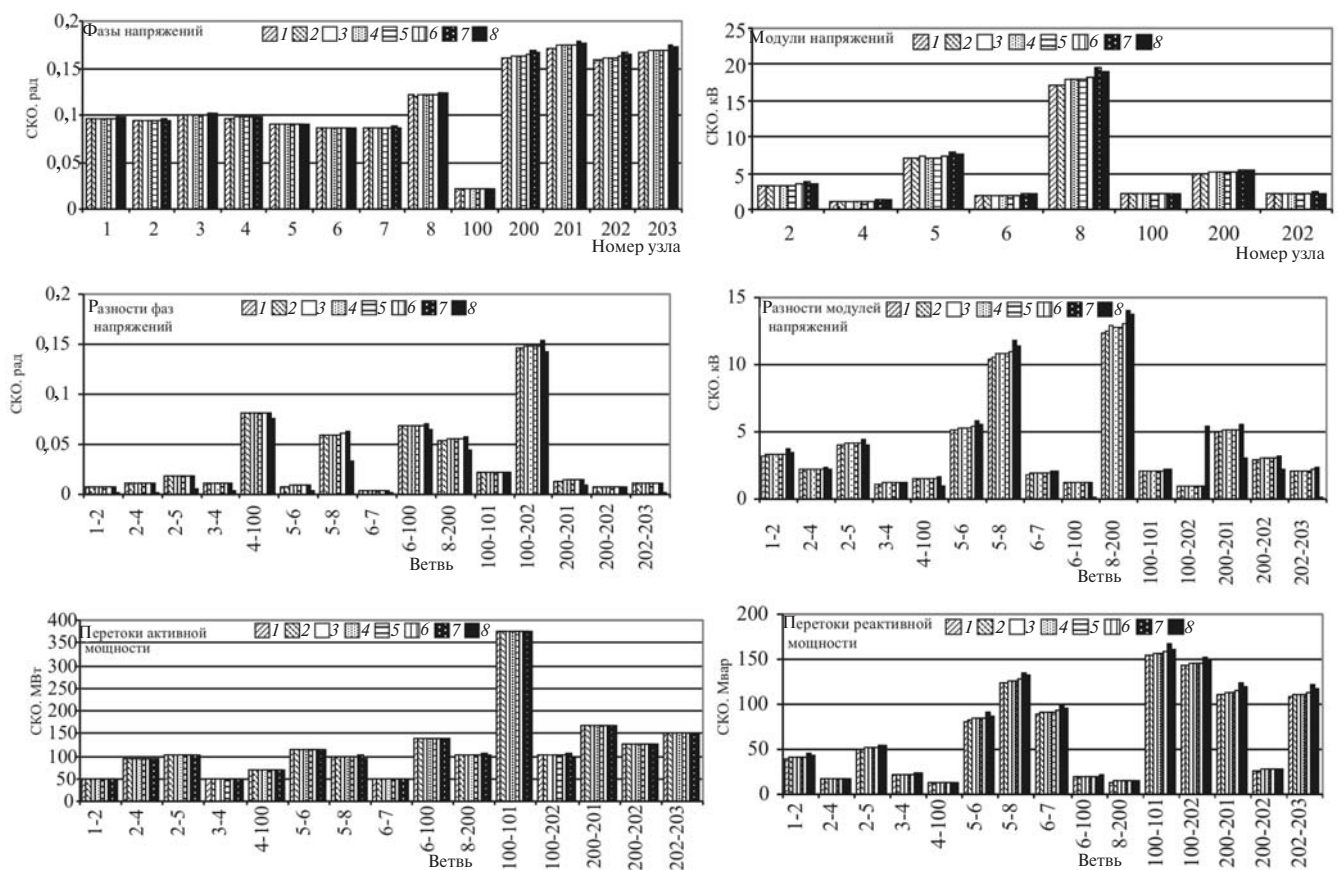


Рис. 5. Графики СКО изменений переменных режима, полученных на основе методов: 1 – линейного; 2 – безытерационного; 3 – статистической линеаризации; 4 – двух моментов; 5 – метода Манусова; 6 – модернизированного; 7 – трех моментов; 8 – МК

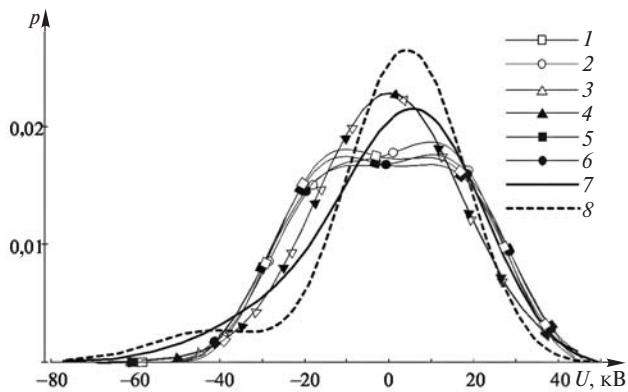


Рис. 6. Кривые плотностей вероятности изменения модуля напряжения в 8-м сенсорном узле, построенные на основе разложения Грамма–Шарлье (номера методов те же, что на рис. 5), кривые центрированы относительно номинального напряжения 500 кВ

следует из сравнения их СКО, разность математического ожидания и номинального напряжения для 200-го узла существенно выше, чем для 8-го. Последнее свойство является определяющим в том, что вероятность нахождения модуля напряжения 200-го узла в допустимых границах, равная 0,6484, ниже вероятности 0,8836 для 8-го сенсорного узла.

Таблица 1

Узел	Вероятностные характеристики модулей напряжений для исходного режима			
	m_U , кВ	s_U , кВ	$(m_U - U_{ном})$, кВ	p
2	522,34	3,65	22,34	0,98
4	231,49	1,32	11,49	1,00
5	512,05	6,88	12,05	0,99
6	225,17	1,86	5,17	1,00
8	508,44	17,12	8,44	0,88
100	229,24	2,03	9,24	1,00
200	528,15	4,83	28,15	0,64
202	233,62	2,05	13,62	1,00

Таблица 2

Узел	Вероятности нахождения модулей напряжений в допустимых границах, полученные по методам*							
	1	2	3	4	5	6	7	8
2	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
4, 6, 100, 202	1	1	1	1	1	1	1	1
5	0,995	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
8	0,88	0,88	0,90	0,89	0,89	0,89	0,86	0,87
200	0,64	0,64	0,71	0,71	0,71	0,71	0,69	0,69

* Номера методов см. подпись к рис. 5.

Как следует из табл. 2, такие же низкие вероятности для 200-го узла получены и при использова-

нии дополнительно к линейному методу шести нелинейных методов и метода МК.

Для обеспечения вероятности нахождения модулей напряжений в 8-м и 200-м узлах в допустимых границах проведено сравнение двух способов: усиление слабых связей и выбор управляющих воздействий для смещения математических ожиданий переменных к центру допустимого интервала.

Название «слабые связи» связано с тем, что уменьшение сопротивлений этих связей оказывает максимальное воздействие на увеличение минимального сингулярного значения матрицы Якоби – улучшает ее обусловленность и приводит к снижению реакции сенсорных переменных на возмущения.

В качестве критерия при выделении слабых связей использовались максимальные значения СКО изменений разностей модулей напряжений, выделившие связи 5-8 и 8-200 тестовой сети как слабые (см. рис. 2 и 5).

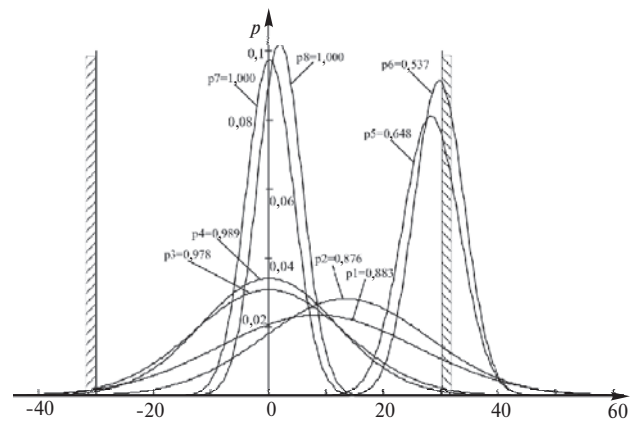


Рис. 7. Кривые плотностей вероятности изменений модулей напряжений

На рис. 7 показаны кривые плотностей распределений изменений модулей напряжений 8-го и 200-го узлов для следующих режимов: исходного (1, 5); полученного в результате усиления слабых связей (2, 6); полученного при изменении коэффициентов трансформации трансформаторов (3, 7); полученного при изменении коэффициентов трансформации и усилении слабых связей (4, 8).

Уменьшение сопротивлений выделенных слабых связей на 11 % привело к снижению СКО напряжений 8-го и 200-го узлов, но к увеличению смещения математических ожиданий относительно номинального напряжения. В результате вероятность нахождения модулей напряжений 8-го и 200-го узлов в допустимых границах уменьшилась по сравнению с исходной вероятностью.

В качестве управляющих воздействий для смещения математических ожиданий напряжений в сенсорных узлах использовались изменения коэф-

фициентов трансформации трансформаторов 200–201, 200–202, 202–203. Смещение математических ожиданий модулей напряжений 8-го и 200-го узлов позволило увеличить вероятности их нахождения в допустимых границах.

Приложение управляющих воздействий, связанных с изменением коэффициентов трансформации и усилением слабых мест, привело к увеличению вероятности нахождения модуля напряжения 8-го узла в допустимых границах за счет снижения СКО и смещения математического ожидания.

Таблица 3

Узел	Вероятности нахождения модулей напряжений в допустимых границах, полученные по методам							
	1	2	3	4	5	6	7	8
2, 4, 5, 6, 100, 200, 202	1	1	1	1	1	1	1	1
8	0,989	0,988	0,986	0,988	0,988	0,985	0,978	0,98

В табл. 3 результаты по увеличению вероятности нахождения модулей напряжений в допустимых границах, полученные при изменении коэффициентов трансформации и усилении слабых мест для линейного аналитического метода, расширены на все рассмотренные методы вероятностного потокораспределения. Анализ результатов указывает на то, что для всех методов выбранные управляющие воздействия позволяют увеличить значения вероятностей нахождения переменных в допустимых границах.

Выводы. 1. Методы вероятностного потокораспределения позволяют обнаружить те же сенсорные переменные в ЭЭС, которые могут быть выделены на основе сингулярного анализа.

2. Проведенное экспериментальное сравнение аналитических методов показало, что нелинейные методы, предложенные в [4, 9, 10], не потеряли своей актуальности и могут успешно использоваться для решения проблемы вероятностного потокораспределения.

3. Предложенный подход может решить проблему выбора управляющих воздействий, обеспечивающих требуемую вероятность нахождения сенсорных контролируемых параметров в допустимых границах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Войтов О.Н., Воропай Н.И., Гамм А.З. и др.** Анализ неоднородностей электроэнергетических систем. – Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1999, 256 с.
2. **Chen P, Chen Z., Bak-Jensen B.** Probabilistic Load Flow: A Review: [http://vbn.aau.dk/ws/fulspetrieve/16272096/Probabilistic load flow a review.pdf](http://vbn.aau.dk/ws/fulspetrieve/16272096/Probabilistic%20load%20flow%20a%20review.pdf)
3. **Крумм Л.А.** Методы оптимизации при управлении электроэнергетическими системами. – Новосибирск: Наука, 1981, 317 с.
4. **Манусов В.З., Могирев В.В., Шепилов О.Н.** Исследование режимов ЭЭС СССР с учётом случайного характера исходной информации. – Электричество, 1983, № 10, с. 3–6.
5. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969, 576 с.
6. **Пугачев В.С.** Теория вероятностей и математическая статистика – М.: Наука, 1979, 496 с.
7. **Казakov И.Е., Доступов Б.Г.** Статистическая динамика нелинейных автоматических систем. – М.: Физматгиз, 1962, 332 с.
8. <http://rudocs.exdat.com/docs/index-163024.html>
9. **Манусов В.З., Лыкин А.В.** Расчёт установившихся режимов электрических систем с учётом вероятностного характера нагрузок. – Изв. СО АН СССР. Техн. науки, 1973, вып. 1, № 3, с. 88–91.
10. **Манусов В.З., Лыкин А.В.** Анализ режимов электрических систем методом статической линеаризации. – Изв. СО АН СССР. Техн. науки, 1974, № 8, вып. 2, с. 137–144.
11. **Манусов В.З., Лыкин А.В.** Вероятностный анализ установившихся режимов электрических систем. – Электричество, 1981, № 4, с. 7–13.
12. **Кучеров Ю.Н.** Усовершенствование аналитических методов вероятностного анализа установившихся режимов электрических систем в предельных условиях. – Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1986, вып. 2, № 10, с. 111 – 117.
13. **Borkowska V.** Probabilistic Load Flow. – IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, May–June 1974, vol. PAS-93, No. 3, pp. 752–755.
14. **X. Li, X. Chen, X. Yin, T. Xiang and H. Liu,** The Algorithm of Probabilistic Load Flow Retaining Nonlinearity. – Proc. of 2002 Power Con. – Int. Conf. on Power System Technology. Kunming, 2002, vol. 4, pp. 2111–2115.
15. **Su C. L.** Probabilistic load-flow computation using point estimate method. – IEEE Trans. Power Systems. Nov. 2005, vol. 20, No. 4, pp. 1843–1851.
16. **Валдма М.Х., Крумм Л.А., Охорзин Ю.А.** Методы решения стохастических задач комплексной оптимизации режимов сложных ЭЭС: Фактор неопределенности при принятии решений в больших системах энергетики. – Иркутск, 1974, с. 96–111.
17. **Мурашко Н.А., Охорзин Ю.А., Крумм Л.А. и др.** Анализ и управление установившимися состояниями электроэнергетических систем. – Новосибирск: Наука, 1987, 240 с.
18. **Юдин Д.Б.** Математические методы управления в условиях неполной информации. – М.: Сов. радио, 1974, 400 с.
19. **Болоев Е.В., Голуб И.И.** Использование методов вероятностного потокораспределения для решения задач в электроэнергетике. – Вестник СГТУ, 2012, вып. 2, № 1 (64), с. 110–119.
20. **Федорченко В.А.** Теория многомерных распределений. – М.: Русь, 2003, 576 с.
21. **Войтов О.Н.** Анализ и оптимизация установившихся режимов систем энергетики. Системные исследования в энергетике: Ретроспектива научных направлений СЭИ-ИСЭМ/Отв. ред. Н.И. Воропай. – Новосибирск: Наука, 2010, 686 с.

[16.09.13]

А в т о р ы: Болоев Евгений Викторович окончил Ангарский технологический институт в 1998 г. В 2012 г. защитил кандидатскую диссертацию «Использование вероятностного потокораспределения для анализа неоднородностей в ЭЭС». Доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий» Ангарской государственной технической академии.

Войтов Олег Николаевич окончил электроэнергетический факультет (ЭЭФ) Московского энергетического института в 1971 г. В 1992 г. защитил кандидатскую диссертацию «Алгоритмы управления режимами электроэнергетической системы» в Институте систем энергетики им. Л.А. Мелентьева (ИСЭМ СО РАН). Ведущий научный сотрудник ИСЭМ СО РАН.

Голуб Ирина Ивановна окончила ЭЭФ МЭИ в 1971 г. В 1994 г. защитила докторскую диссертацию «Анализ и синтез наблюдаемости электроэнергетической системы» в ИСЭМ СО РАН. Ведущий научный сотрудник ИСЭМ СО РАН.

Манусов Вадим Зиновьевич окончил Новосибирский электротехнический институт в 1963 г. В 1985 г. защитил докторскую диссертацию «Нелинейные стохастические модели для анализа и планирования режимов электрических систем». Профессор кафедры «Системы электроснабжения» Новосибирского государственного технического университета.