

# Переходные процессы в электромагнитных демпферах с распределенной вторичной системой сложной геометрии

САТТАРОВ Р.Р., ИСМАГИЛОВ Ф.Р.

*Разработана обобщенная математическая модель переходных процессов и предложен метод расчета электромагнитного момента и механических характеристик демпфера с распределенной вторичной системой сложной геометрии. Точность метода может быть повышена за счет учета высших гармоник первичного поля, сравнительно просто может быть учтен нагрев ротора. Реализованные на основе предлагаемого метода компьютерные программы могут входить в состав САПР электромеханических элементов систем управления. Предложенные модели и алгоритмы можно использовать для широкого класса электромеханических преобразователей с тонкостенным проводящим ротором – индукционных муфт, асинхронных двигателей с полым ротором, тахогенераторов.*

*Ключевые слова: электромагнитные демпферы, переходные процессы, математическая модель, электромагнитный момент, механические характеристики, расчет*

В [1] предложены обобщенная модель и общий метод расчета параметров и характеристик установившегося режима электромагнитных демпферов с распределенной вторичной системой сложной геометрии.

Одной из важных характеристик демпферов, которые работают в основном в переходных режимах, является быстродействие, определяемое электромеханической постоянной времени, электромагнитными постоянными времени обмотки возбуждения и вторичной системы. Электромеханическая постоянная времени определяется значениями момента инерции ротора и начальной крутизны механической характеристики [2]. Для цилиндрического демпфера наличие вылетов и размер конечной длины ротора могут приводить к изменению электромеханической постоянной времени на 30%.

В ряде работ проведен анализ и получено выражение для электромагнитной постоянной времени обмотки возбуждения демпфера. Электромагнитная постоянная времени вторичной системы определена для роторов простой формы – пластинчатой и цилиндрической. Например, в [3] получена математическая модель электрической машины с цилиндрическим ротором и вылетами для установившихся и переходных режимов. В [4, 5] получены выражения для аналитического определения максимального момента и электромагнитной постоянной времени явнополюсных и неявнополюсных магнитоэлектрических тормозов с полым цилиндрическим ротором при его мгновенном разгоне до максимальной скорости.

Электромагнитная постоянная времени тонкостенного ротора зависит от угловой скорости и

распределения токов во вторичной системе, имеющего сложный характер и определяющегося многими параметрами, в том числе числом и типом зон вторичной системы. Анализ и исследование процесса включения демпфера с вторичной системой, содержащего пять зон, были проведены в [6]. Обобщая предложенные в [6] исследования, можно разработать методы и алгоритмы для анализа переходных процессов в демпфере с вторичной системой сложной геометрии с произвольным числом зон и расчета электромагнитной постоянной времени.

Определение электромагнитной постоянной времени ротора возможно по скорости нарастания или затухания магнитного поля вихревых токов ротора. Наиболее просто рассматривать отключение первичного магнитного поля при неподвижном роторе. Более сложным оказывается определение постоянной времени из анализа процесса включения первичного магнитного поля при вращении ротора с постоянной скоростью. Однако исследование такого переходного процесса позволяет определить не только постоянную времени, но и характер изменения момента и сил, действующих на ротор, а также их максимальные ударные значения. Далее на основе результатов [6] предлагается обобщенная модель электромагнитных переходных процессов в демпфирующих элементах с произвольным числом активных и неактивных зон.

Электромагнитные процессы в электромагнитных демпферах описываются системой уравнений электродинамики, при этом используются допущения, облегчающие решение поставленной задачи. Допущения являются общепринятыми при теоретическом исследовании индукционных электриче-

ских машин. В [1, 4] дана оценка погрешностей, вводимых этими допущениями при анализе электромагнитных демпферов, тормозов и муфт, для которых при исследовании электромагнитных переходных процессов общепринятые в [1] допущения дополняются следующими [6, 7]: амплитуда первичного магнитного поля во время переходных процессов не меняется; после мгновенного разгона ротор вращается с постоянной скоростью.

Из уравнений электродинамики в системе координат, жестко связанной с вращающимся ротором, для напряженности магнитного поля вторичных токов можно записать уравнение

$$DH_2 - m_0 k_d s \frac{\partial H_2}{\partial t} = m_0 s \frac{\partial H_1}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $s$  – проводимость вторичной системы;  $k_d$  – коэффициент приведения к равномерному воздушному зазору, равному толщине вторичной системы.

В дальнейшем целесообразно использовать расчетную схему вторичной системы сложной геометрией, имеющей  $N$  зон (рис. 1). Всего можно выделить шесть типов зон в зависимости от геометрии и наличия первичного магнитного поля [1].

Основная гармоника первичного магнитного поля может быть представлена в виде

$$H_1 = \operatorname{Re} H_{1\text{им.ед}} e^{j(\omega t - p j)},$$

где  $H_{1\text{им.ед}}$  – комплексная амплитуда напряженности магнитного поля;  $p$  – число пар полюсов;  $\omega$  – угловая частота вращения, равная  $pW$ ;  $W$  – угловая скорость вращения ротора.

Напряженность вторичного магнитного поля также будет меняться вдоль зазора по гармоническому закону:

$$H_2 = \operatorname{Re} H_{2\text{им.ед}} e^{-j p j}.$$

Как и при исследовании установившегося режима, удобно перейти к относительным значениям величин, приняв в качестве базисных: некоторый характерный размер  $R_0$  (обычно максимальный радиус сложного ротора); максимальную удельную электрическую проводимость  $s_0$  и максимальное

значение напряженности первичного поля  $H_0$ , а также дополнительно считаем базисной величиной время, так что  $t = \omega t$  – безразмерное время.

В каждой зоне использованы «локальные» координаты, которые в относительных единицах обозначены единообразно  $x$  [1]. При этом, например, на границе первой и второй зон эта координата в первой зоне  $x = x_2^{(1)}$ , а во второй  $x = x_1^{(2)}$ .

С использованием базисных значений уравнение (1) представляется в каждой зоне в относительных единицах; например, для конической зоны оно примет вид:

$$\frac{1}{x^{(i)2}} \frac{\partial}{\partial x^{(i)}} \left( \frac{\partial H_{2K}^{(i)}}{\partial x^{(i)}} \right) - \frac{p^2}{x^{(i)2} \sin^2 \varphi} H_{2K}^{(i)} - e^{(i)} p^2 \frac{\partial H_{2K}^{(i)}}{\partial t} = j e^{(i)} p^2 H_{1K}^{(i)},$$

где  $H_1 = \frac{H_{1\text{им.ед}}}{H_0}$ ,  $H_2 = \frac{H_{2\text{им.ед}}}{H_0} k_d$  – комплексная амплитуда напряженности первичного и вторичного магнитного поля, отн. ед.;  $e^{(i)} = \frac{m_0 s_0 R_0^2 \omega}{p^2} k_d^{(i)}$ ,

$s_{\text{им.ед}}^{(i)} = \frac{s^{(i)}}{s_0} e^{(i)*}$  – безразмерная частота в  $i$ -й зоне;

$s^{(i)} = \frac{s_{\text{им.ед}}^{(i)}}{s_0} k_d^{(i)}$  – относительное значение проводимости  $i$ -й зоны.

Переходный процесс сопровождается возникновением вынужденных (периодических) и свободных (апериодических) составляющих вторичных токов. Полученные уравнения можно решать классическим методом, используя эквивалентную постоянную времени всех контуров замыкания индукционных токов, тогда напряженность магнитного поля в  $i$ -й зоне можно представить в виде

$$H_2^{(i)}(t) = \operatorname{Re} \{ H_2^{(i)} \} = \operatorname{Re} \{ H_{2\text{уст}}^{(i)} e^{j(t - p j)} + H_{2\text{св}}^{(i)} e^{-\frac{t}{T}} e^{-j p j} \},$$

где  $T$  – безразмерная постоянная времени.

Плотности токов при принятых допущениях в каждой зоне будут иметь две составляющие – тангенциальную и радиальную (или аксиальную). Кроме того, каждая составляющая также будет

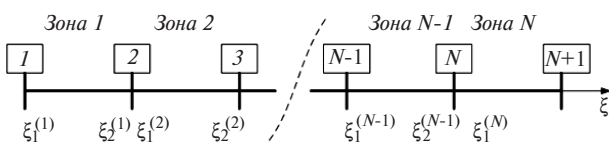


Рис. 1. Расчетная схема

представлять сумму периодического и свободного апериодического тока:

$$d_2^{(i)} = d_{2уст}^{(i)} e^{j(t-pj)} + d_{2св}^{(i)} e^{-\frac{t}{T}} e^{-jpj}.$$

Решение для  $H_{2уст}^{(i)}$  и  $d_{2уст}^{(i)}$  известно из анализа стационарного режима [1]. Свободные составляющие определяются решениями соответствующих однородных уравнений. Их комплексную амплитуду в активных цилиндрических зонах можно представить в виде общего выражения:

$$H_{св}^{(i)}(x^{(i)}) = D_1^{(i)} f_{hсв}^{(i)}(x^{(i)}) + D_2^{(i)} g_{hсв}^{(i)}(x^{(i)}). \quad (2)$$

Аналогично для активных составляющих (аксиальных в цилиндрических зонах, радиальных в дисковых и конических зонах) плотностей тока:

$$d_{св}^{(i)}(x^{(i)}) = D_1^{(i)} f_{dсв}^{(i)}(x^{(i)}) + D_2^{(i)} g_{dсв}^{(i)}(x^{(i)}). \quad (3)$$

Неактивная (тангенциальная во всех зонах) плотность токов

$$d_{jсв}^{(i)}(x^{(i)}) = D_1^{(i)} f_{djсв}^{(i)}(x^{(i)}) + D_2^{(i)} g_{djсв}^{(i)}(x^{(i)}). \quad (4)$$

Выражения для определяющих функций получены из решения уравнения (1) для каждой зоны (здесь не приводятся).

Для определения постоянных интегрирования в (2)–(4) используются дополнительные условия.

*Начальные условия.* При мгновенном разгоне ротора потокосцепление от апериодической и периодической составляющих вторичного магнитного потока равно нулю в начальный момент (при  $t = 0$ ). Очевидно, это условие должно выполняться в любой зоне.

*Граничные условия.* Нормальные составляющие плотности тока и тангенциальные составляющие напряженности электрического поля при переходе через границу раздела двух сред непрерывны, т.е.

$$d_{1n} = d_{2n}; \quad E_{1t} = E_{2t}.$$

*Условия для определения электромагнитной постоянной времени  $T$ .* Поскольку значение периодической составляющей вторичного магнитного поля, ось которого совпадает с осью первичного поля при  $t = 0$ , максимально, то ее производная и производная от суммарного вторичного поля равны нулю [6].

С учетом начальных условий получим:

$$\begin{aligned} \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Дуст}^{(i)}}{\partial t} x^{(i)} dx^{(i)} &= - \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Дсв}^{(i)}}{\partial t} x^{(i)} dx^{(i)}; \\ \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Куст}^{(i)}}{\partial t} x^{(i)} dx^{(i)} &= - \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Ксв}^{(i)}}{\partial t} x^{(i)} dx^{(i)}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Суст}^{(i)}}{\partial t} dx^{(i)} = - \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Ссв}^{(i)}}{\partial t} dx^{(i)}.$$

Аналогичные соотношения можно записать и для неактивных зон.

Уравнения (5) позволяют определить результирующую постоянную времени по напряженности магнитного поля в установившемся режиме. Как будет показано ниже, электромагнитный момент в переходном процессе также может быть определен по напряженности магнитного поля в установившемся режиме.

Используя принятое выше условие для определения  $t$ , получим уравнение:

$$\frac{\partial H_2^{(i)}}{\partial t} = jH_{2уст}^{(i)} e^{j(t-pj)} - \frac{1}{T} H_{2св}^{(i)} e^{-\frac{t}{T}} e^{-jpj} = 0.$$

Интегрируя это уравнение по площади всех зон с учетом (5), получаем:

$$T = \frac{\text{Re} F}{\text{Im} F}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} F = \mathring{a} R_C^{(i)} \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Суст}^{(i)}}{\partial t} dx^{(i)} + \mathring{a} \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Дуст}^{(i)}}{\partial t} x^{(i)} dx^{(i)} + \\ + \mathring{a} \sin \varphi \int_{x_1^{(i)}}^{x_2^{(i)}} \frac{\partial H_{2Куст}^{(i)}}{\partial t} x^{(i)} dx^{(i)}. \end{aligned}$$

При вычислении функции  $\Phi$  в первом слагаемом проводится суммирование по всем активным и неактивным цилиндрическим зонам, во втором – по всем дисковым, в третьем – по всем коническим.

В именованных единицах постоянная времени может быть представлена как

$$T = T_{\neq} k_T,$$

где  $T_{\neq} = e/w$  – постоянная времени демпфера без учета краевых явлений [4, 8];  $k_T = \frac{1 \text{ Re} F}{e \text{ Im} F}$  – коэффициент, учитывающий влияние краевых явлений

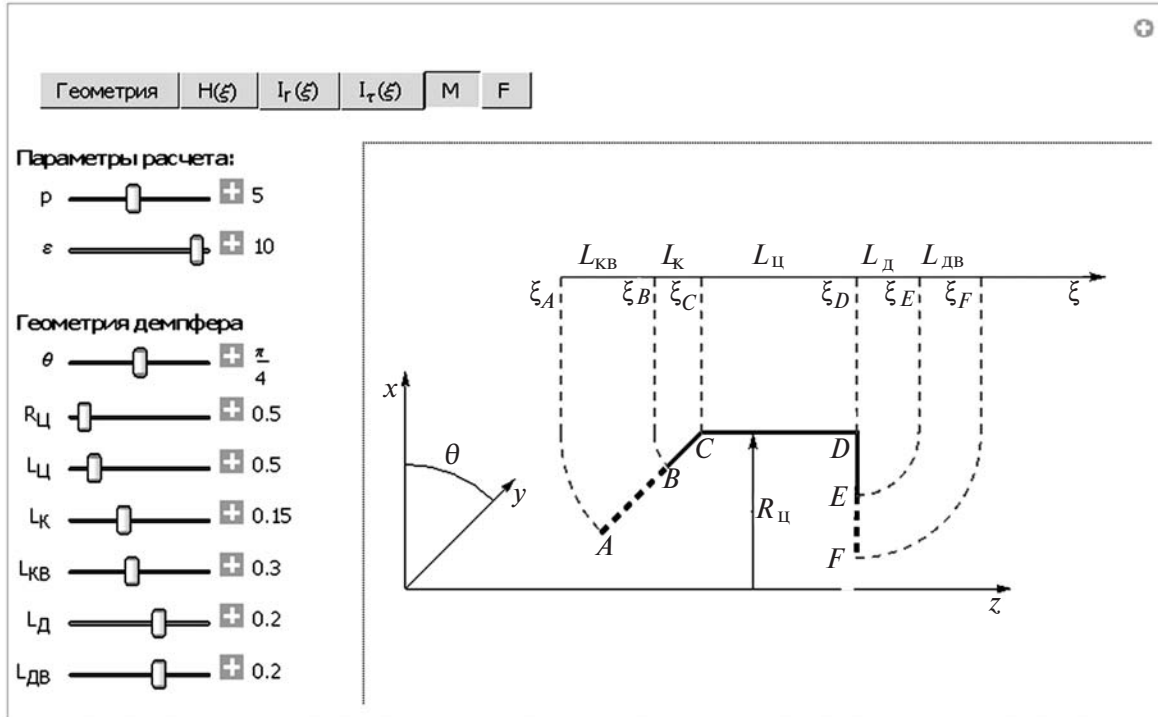


Рис. 2. Программный интерфейс для расчета установившихся режимов

и сложной геометрии ротора на постоянную времени.

Электромагнитный момент от тангенциальных составляющих электромагнитной силы обусловлен взаимодействием радиальной или аксиальной составляющих вихревых токов с первичным магнитным полем, поэтому создается только активными зонами. Выражение для электромагнитного момента в установившемся режиме получено в [1]. Используя тот же метод, можно получить электромагнитный момент в переходном режиме. С учетом (5) выражения электромагнитного момента для цилиндрических, дисковых и конических зон запишем в виде:

$$M_C^{(i)} = M_{\max} \operatorname{Re} \int_{\xi_C}^{\xi_C} \frac{\partial}{\partial \xi} m_{jC}^{(i)} e^{-j\omega t} \frac{\partial}{\partial \xi} \dot{u} \dot{u} \quad (7)$$

$$M_D^{(i)} = M_{\max} \operatorname{Re} \int_{\xi_D}^{\xi_D} \frac{\partial}{\partial \xi} m_{jD}^{(i)} e^{-j\omega t} \frac{\partial}{\partial \xi} \dot{u} \dot{u} \quad (8)$$

$$M_K^{(i)} = M_{\max} \operatorname{Re} \int_{\xi_K}^{\xi_K} \frac{\partial}{\partial \xi} m_{jK}^{(i)} e^{-j\omega t} \frac{\partial}{\partial \xi} \dot{u} \dot{u} \quad (9)$$

где  $M_{\max} = \rho D \frac{m_0 H_0^2}{k_d} R_0^2 p;$

$$m_{jC}^{(i)} = H_{1C}^{(i)} R_C^{(i)} \int_{\xi_C}^{\xi_C} \frac{\partial}{\partial \xi} \hat{e} \hat{e} \cdot j \int_{\xi_C}^{\xi_C} \frac{\partial}{\partial \xi} H_{1C}^{(i)}(x^{(i)}) dx^{(i)} \frac{\partial}{\partial \xi} \dot{u} \dot{u}$$

$$m_{jD}^{(i)} = H_{1D}^{(i)} \int_{\xi_D}^{\xi_D} \frac{\partial}{\partial \xi} \hat{e} \hat{e} \cdot j \int_{\xi_D}^{\xi_D} \frac{\partial}{\partial \xi} H_D^{(i)}(x^{(i)}) x^{(i)} dx^{(i)} \frac{\partial}{\partial \xi} \dot{u} \dot{u}$$

$$m_{jK}^{(i)} = H_{1K}^{(i)} \sin \theta \int_{\xi_K}^{\xi_K} \frac{\partial}{\partial \xi} \hat{e} \hat{e} \cdot j \int_{\xi_K}^{\xi_K} \frac{\partial}{\partial \xi} H_K^{(i)}(x^{(i)}) x^{(i)} dx^{(i)} \frac{\partial}{\partial \xi} \dot{u} \dot{u}$$

С учетом (7)–(9) результирующий момент от всех зон может быть определен как

$$M = M_{\max} \operatorname{Re} \int_{\xi_C}^{\xi_C} \frac{\partial}{\partial \xi} m_{jC}^{(i)} e^{-j\omega t} \frac{\partial}{\partial \xi} \dot{u} \dot{u} \quad (10)$$

где

$$m_j = \int_i m_{jC}^{(i)} + \int_i m_{jD}^{(i)} + \int_i m_{jK}^{(i)}.$$

В последнем выражении суммирование ведется по всем активным цилиндрическим, дисковым и коническим зонам.

Разработанный в [1] метод расчета установившегося режима и предложенный метод расчета переходных процессов в электромагнитных демпферах

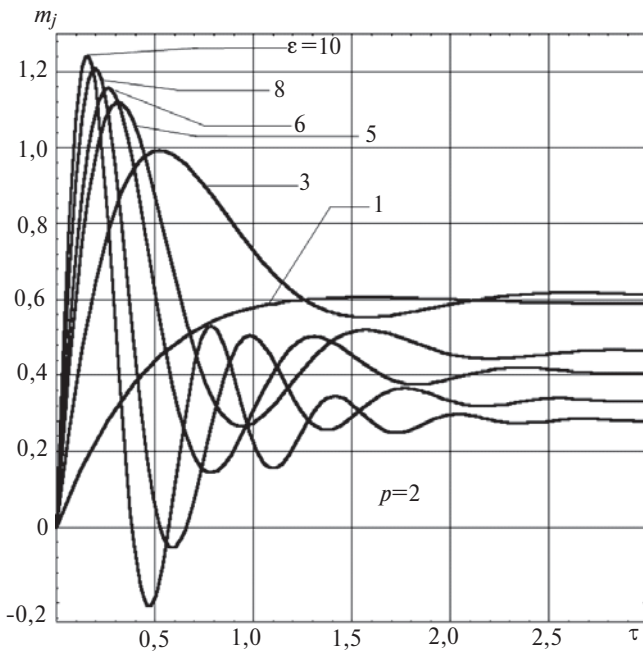


Рис. 3. Характеристики относительных значений электромагнитного момента в переходном режиме

рах с ротором сложной геометрии могут быть реализованы в виде универсальной программы для ЭВМ с применением языков высокого уровня Visual C, VBA и др., однако проще использовать для расчета универсальные математические пакеты [1].

Интерфейс разработанной программы<sup>1</sup> для расчета установившегося режима представлен на рис. 2. Показано действие кнопки «Геометрия», которая позволяет визуально контролировать геометрические характеристики вторичной системы демпфера. С помощью остальных кнопок определяются напряженность вторичного магнитного поля, составляющие плотности вихревых токов и механические характеристики.

По (6)–(10) были проведены расчеты функции  $m_j = f(t)$  при различных геометрических соотношениях размеров зон ротора и значениях  $\epsilon$ ,  $p$ . На рис. 3 представлены результаты расчетов электромагнитного момента. Достоверность расчетов подтверждается совпадением их результатов для ряда частных случаев с данными теоретических и экспериментальных работ [1, 6, 9, 10].

Анализ показывает качественное совпадение зависимостей  $m_j = f(t)$  при изменении геометрии и числа пар полюсов. При всех рассмотренных геометрических соотношениях ротора характеристика  $m_j = f(t)$  до значения  $\epsilon < 3$  не имеет ярко выраженного максимума, который появляется при  $\epsilon^3 > 3$ , с

увеличением  $\epsilon$  зависимость принимает колебательный характер в переходном режиме.

Разработанный метод расчета переходных процессов электромагнитных демпферов может быть уточнен за счет учета высших гармоник первичного поля [6]. Сравнительно просто может быть учтен нагрев ротора [6, 8]. Реализованные на основе предлагаемых методов программы для ЭВМ могут входить в состав САПР электромеханических элементов систем управления, а предложенные в статье модели и алгоритмы использоваться для широкого класса электромеханических преобразователей с тонкостенным проводящим ротором — индукционных муфт, асинхронных двигателей с полым ротором, тахогенераторов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саттаров Р.Р., Исмагилов Ф.Р. Общий метод расчета электромагнитных демпферов с распределенной вторичной системой сложной геометрии. — *Электричество*, 2010, № 5, с. 37–42.
2. Сыромятников В.С. Стыковочные устройства космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1984.
3. Потапов Л.А. Математические модели электромеханических устройств с полыми немагнитными роторами для установившихся и переходных режимов работы. — *Изв. вузов. Электромеханика*, 1987, № 4.
4. Хайруллин И.Х. Электромагнитные переходные процессы в неявнополюсном магнитоэлектрическом тормозе с полым ротором. — *Электричество*, 1978, № 10, с. 85–88.
5. Хайруллин И.Х., Исмагилов Ф.Р. Электромагнитные переходные процессы в малоинерционных явнополюсных тормозах и муфтах. — *Электричество*, 1998, № 5, с. 37–40.
6. Исмагилов Ф.Р. Электромагнитные элементы систем управления со сложной геометрией ротора. — Уфа: Изд-во УГАТУ, 1997.
7. Вольдек А.И. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. — Л.: Энергия, 1970.
8. Саттаров Р.Р., Исмагилов Ф.Р., Хайруллин И.Х., Пашали Д.Ю. Теория электромеханических демпфирующих преобразователей с распределенными параметрами. — М.: Машиностроение, 2010.
9. Нурмухаметов М.Н., Тамоян Г.С., Хайруллин И.Х. К расчету электромагнитного момента индукционной машины с дисковой вторичной системой. — *Электротехника*, 1972, № 12.
10. Хайруллин И.Х., Афанасьев Ю.В. Электромагнитный момент малоинерционного тормоза с полым немагнитным ротором сложной конфигурации. — *Электричество*, 1977, № 4, 42–47.

[23.04.13]

Авторы: Саттаров Роберт Радикович окончил физический факультет Башкирского государственного университета в 1996 г. В 2011 г. защитил докторскую диссертацию «Электромеханические вибрационные элементы систем управления (развитие теории, разработка и исследование)». Профессор кафедры «Электромеханика» Уфимского государственного авиационного технического университета (УГАТУ).

<sup>1</sup> Саттаров Р.Р. и др. Расчет электромагнитных процессов в индукционных демпферах/Св-во о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2010612327 от 30.03.10.



## Transients in Electromagnetic Dampers with a Distributed Magnetic System Having an Intricate Geometry

R.R. Sattarov and F.R. Ismagilov

*A generalized mathematical model of transients is developed, and a method is proposed for calculating the electromagnetic torque and mechanical characteristics of a damper with a distributed secondary system having an intricate geometry. The accuracy of the method can be improved by taking into account higher harmonic components of the primary field, and heating of the rotor can be taken into account in a relatively simple manner. The computer programs implemented on the basis of the proposed method can be incorporated in the computer-aided systems for designing the electromechanical elements of control systems. The proposed models and algorithms can be used for a wide spectrum of electromechanical converters equipped with a thin-walled conducting rotor, such as induction couplers, asynchronous motors with a hollow rotor, and tachogenerators.*

**Key words:** *electromagnetic dampers, transients, mathematical model, electromagnetic torque, mechanical characteristics, calculation*

*Authors: Robert Radilovich Sattarov graduated the Bashkir State University in 1996. In 2011 received the degree of Doct. Techn. Sci. He is a professor in the Electromechanics Department of the Ufa State Flying Technical University (USFTU).*

*Flyur Rashitovich Ismagilov graduated the Ufa Flying University in 1973. In 1998 received the degree of Doct. Techn. Sci. He is a professor, head of the Electromechanics Department of USFTU.*

\* \* \*

*Исмагилов Флюр Рашитович окончил электромеханический факультет Уфимского авиационного университета в 1973 г. В 1998 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Анализ магнитного поля ротора турбогенератора при наличии витковых замыканий в обмотке возбуждения», № 1, 2014)». Профессор, заведующий кафедрой «Электромеханика» УГАТУ.*

### Зарубежная подписка

на журнал «Электричество»  
оформляется через фирмы-партнеры ЗАО «МК-Периодика» или непосредственно  
в ЗАО «МК-Периодика» по адресу:  
Россия, 111524 Москва, Электродная ул., 10, стр. 3  
ЗАО «МК-Периодика»;  
тел. (495) 672-70-12; факс (495)306-37-57  
E-mail: [info@periodicals.ru](mailto:info@periodicals.ru)  
Internet: <http://www.periodicals.ru>

*рситета в 1973 г. В 1998 г. защитил докторскую диссертацию по теме «Анализ магнитного поля ротора турбогенератора при наличии витковых замыканий в обмотке возбуждения», № 1, 2014)».*

### Замеченные опечатки

*(статья Кузнецова Д.В. «Анализ магнитного поля ротора турбогенератора при наличии витковых замыканий в обмотке возбуждения», № 1, 2014)*

«Э На рис. 2 (с. 37) неверно напечатаны множители цифровых значений делений по вертикальным линиям графиков тангенциальной составляющей напряженности: должно быть  $10^4$ .

т р На с. 37 (левая колонка, 2-я строка сверху) формула должна иметь вид:  $H_{Rn\sin r}^G = H_{Rn\cos J}^G = 0$ .

о- На рис. 4 (с. 39) неверно указаны цифровые обозначения к 6-й и 7-й точкам на графике (нумерация точек — слева направо): должно быть соответственно 743 и 1040.

ни- Редакция приносит автору извинения.

че-  
ски  
е  
эле

