

Электромагнитное поле пространственного контура с током над плоской поверхностью проводящего тела с сильным скин-эффектом

ВАСЕЦКИЙ Ю.М.

На основе сформулированной краевой задачи расчета магнитного поля тока контура произвольной конфигурации, расположенного над плоской поверхностью проводящего тела, в котором проявляется сильный скин-эффект, представлено решение в виде суперпозиции полей исходного и зеркально отраженного контуров с током. Показано, что при корректной постановке задачи, когда исходный контур является замкнутым, выполняется необходимое условие непрерывности поверхностной плотности тока. В рамках представлений о вторичных источниках сформулирована краевая задача для скалярного потенциала. Показано, что в общем случае для исходного контура пространственной конфигурации источниками электромагнитного поля, помимо тока контура и поверхностного тока, являются также электрические заряды, поверхностная плотность которых определяется нормальной к границе составляющей векторного потенциала исходного тока контура. Представлен пример расчета вторичных источников для контура пространственной конфигурации.

Ключевые слова: пространственный контур с током, электропроводное тело, сильный скин-эффект, источники электромагнитного поля

Статья посвящена формированию электромагнитного поля, а также распределению значений температуры и электромагнитных сил при сильно выраженном скин-эффекте в системе «токовый контур произвольной пространственной конфигурации — электропроводное тело». Несмотря на то, что данная проблема достаточно хорошо исследована [1, 2], практические потребности разработки устройств с конкретными условиями распределения полей по-прежнему вызывают интерес исследователей к этой теме. Среди таких устройств можно отметить электрогидроимпульсные установки [3], устройства магнитно-импульсной обработки металлов [4], индукционные установки термической обработки металлов [5, 6] и др. В данных приложениях источником внешнего переменного поля являются токи, протекающие вдоль контуров в общем случае произвольной пространственной конфигурации. При быстропротекающих импульсных или высокочастотных процессах в электропроводных телах проявляется сильно выраженный скин-эффект, при котором электромагнитное поле в объеме тела отсутствует, а ток в нем протекает в тонком поверхностном слое.

Если длина электромагнитной волны значительно превышает характерные размеры системы, при расчетах поля процесс можно считать квазистационарным. В этом случае при сильном скин-эффекте для нахождения поля вне проводящего тела необходимо решать соответствующую стационарную задачу для идеально проводящего

тела той же формы [7, 8]. При заданном распределении плотности тока источников \mathbf{j} формулировка краевой задачи расчета поля сводится к заданию уравнений Максвелла для напряженности магнитного поля \mathbf{H} и условию отсутствия нормальной составляющей поля на поверхности [9]:

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}=\mathbf{j}; \operatorname{div}\mathbf{H}=0; \mathbf{H}\mathbf{n}=0, \quad (1)$$

где \mathbf{n} — единичная внешняя нормаль к поверхности электропроводного тела.

Краевая задача (1) вполне определяет существование единственного решения. В квазистационарной постановке плотность тока источников, как следует из первого уравнения (1), должна удовлетворять условию непрерывности $\operatorname{div}\mathbf{j}=0$, что в случае линейного тока соответствует условию замкнутости контура с током. Вместе с тем, это очевидное требование в ряде публикаций не соблюдается. Например, в опубликованной в журнале «Электричество» статье [10] допускается, что ток протекает лишь в пределах незамкнутой дуги окружности. Появление работ с подобной постановкой является еще одним (наряду с отмеченными выше) фактором, который побуждает продолжение исследований в области расчета систем с сильным скин-эффектом.

Для анализа электромагнитного поля в поверхностном слое проводящего тела справедливой обычно является известная модель диффузии плоского поля в проводящее полупространство [11]. В

такой модели исходной величиной выступает тангенциальная составляющая напряженности поля на границе \mathbf{H}_t , локальное значение которой для тела произвольной формы определяется из решения внешней задачи (1). Поверхностная плотность тока \mathbf{j}_s в электропроводном теле определяется значением тангенциальной составляющей поля \mathbf{H}_t и должна удовлетворять условию непрерывности:

$$\mathbf{j}_s = \mathbf{n}' \mathbf{H}; \operatorname{div} \mathbf{j}_s = 0. \quad (2)$$

В приложениях для систем с сильным скин-эффектом обычно анализу подлежат следующие характеристики: поверхностная плотность тока \mathbf{j}_s , магнитное давление $p = \frac{1}{2} \operatorname{mm}_0 \mathbf{H}_t^2$, вектор Умова–Пойнтинга на поверхности раздела сред $\mathbf{P} = \mathbf{E}' \mathbf{H}_t$, нормальная составляющая которого дает плотность потока электромагнитной мощности через поверхность. Распределение двух последних величин определяется распределением квадрата напряженности магнитного поля на границе раздела сред или квадрата поверхностной плотности тока.

Цель работы состоит в том, чтобы на примере тела с плоской границей представить точное аналитическое решение задачи с источниками исходного поля в виде тока контура произвольной пространственной конфигурации и показать, что при расчете электромагнитного поля корректное решение получается при учете тока всего замкнутого контура. Кроме того, в рамках представлений о вторичных источниках, расположенных на границе раздела сред, целью работы является формулировка краевой задачи для скалярного потенциала в случае исходного контура пространственной конфигурации и определение распределения поверхностной плотности электрического заряда.

Ранее частично полученные в данной работе результаты исследований обсуждались на XII Международной научно-технической конференции «Проблемы современной электротехники-2012» и представлены в кратких тезисах [12]. Однако, так как рассматриваемые вопросы касаются материалов, публикуемых в журнале «Электричество», читателей именно этого журнала может заинтересовать более полное изложение полученных результатов.

Расчет. Решением задачи (1) для плоской границы раздела сред будет магнитное поле над поверхностью электропроводного тела при $z > 0$, созданное током I исходного контура и током зеркально отраженного контура (рис. 1) [2, 13].

На рисунке направление элементов исходного контура $\mathbf{t} dl$ и зеркально отраженного контура $\mathbf{t}_1 dl$ согласовано с направлением токов в них, где \mathbf{t} и \mathbf{t}_1 – единичные касательные векторы к контурам;

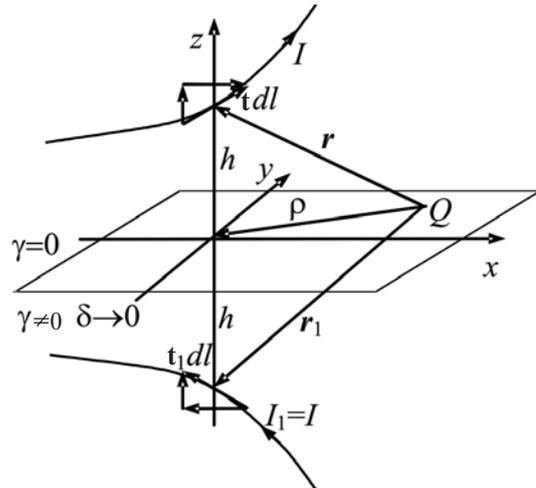


Рис. 1. Исходный и зеркально отраженный от границы раздела сред контуры с током

dl – длина элементов контуров. Как видно из рисунка, проекции векторов касательных на вертикальную ось t_z одинаковы по значению и направлению, а проекции на плоскость раздела сред $\mathbf{t}_{||}$ и $\mathbf{t}_{1||} = -\mathbf{t}_{||}$ имеют одинаковую длину и противоположные направления: $\mathbf{t} = t_z \mathbf{e}_z + \mathbf{t}_{||}$, $\mathbf{t}_1 = t_z \mathbf{e}_z - \mathbf{t}_{||}$, где \mathbf{e}_z – единичный вектор вдоль вертикальной оси.

Напряженность поля \mathbf{H} в произвольной точке Q ($z > 0$), созданная двумя контурами с током, равна:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{m_0} \operatorname{rot} \mathbf{A} = - \frac{I}{4\pi} \oint \frac{\mathbf{t}' \cdot \mathbf{r}}{r^3} + \frac{\mathbf{t}_1' \cdot \mathbf{r}_1}{r_1^3} dl, \quad (3)$$

где \mathbf{A} – векторный потенциал.

Учитывая, что в точках наблюдения Q на плоской поверхности раздела сред векторы, соединяющие произвольную точку Q с элементами контуров $\mathbf{t} dl$ и $\mathbf{t}_1 dl$, есть $\mathbf{r} = \mathbf{r} + h \mathbf{e}_z$, $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - h \mathbf{e}_z$, напряженность поля может быть представлена через координаты только исходного контура в виде:

$$\mathbf{H}(z=0) = \frac{I}{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot \oint \frac{\mathbf{e}_z' (\mathbf{t}' \cdot \mathbf{r})}{r^3} dl = \frac{I}{2\pi} \mathbf{e}_z \cdot \oint \frac{ht_{||} - r t_z}{r^3} dl \quad (4)$$

Из (4) следует, что нормальная составляющая напряженности поля отсутствует, $\mathbf{H} \mathbf{e}_z = 0$, это свидетельствует о том, что (3) является решением сформулированной задачи (1) для плоской границы раздела сред.

Отметим, что выражение (3) является частным случаем найденных в [2] для волновой и в [13] для квазистационарных решений более общих задач о поле контура с током, расположенного над средой с произвольными электрофизическими параметрами. (При сильном скин-эффекте в рассматриваемой постановке приближенное решение в [13] переходит в точное).

Из (4) находим поверхностную плотность тока:

$$\mathbf{j}_s = \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{H}(z=0) = \mathbf{e}_z \cdot \hat{\mathbf{e}} - \frac{I}{2\rho} \frac{\partial}{\partial l} \frac{(\mathbf{t}' \cdot \mathbf{r})}{r^3} dl = \frac{2}{m_0} \mathbf{e}_z \cdot \text{rot} \mathbf{A}_0, \quad (5)$$

где \mathbf{A}_0 – векторный потенциал поля исходного тока.

Определим необходимое условие непрерывности поверхностной плотности тока:

$$\text{div} \mathbf{j}_s = - \frac{2}{m_0} \mathbf{e}_z \cdot \text{rot} \text{rot} \mathbf{A}_0 = \frac{2}{m_0} \mathbf{e}_z \cdot (\text{DA}_0 - \text{grad} \text{div} \mathbf{A}_0). \quad (6)$$

Если для векторного потенциала выбрана калибровка $\text{div} \mathbf{A} = 0$, в том числе и $\text{div} \mathbf{A}_0 = 0$, то векторный потенциал удовлетворяет уравнению $\text{DA}_0 = - m_0 \mathbf{I} d(\mathbf{r}_M)$, где \mathbf{r}_M – радиус-вектор точки на контуре с током, решением которого является известное выражение для векторного потенциала контура с током $\mathbf{A}_0(Q) = \frac{m_0 I}{4\rho} \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial l} dl$. В этом случае

первое слагаемое в скобках в (6) вне тока исходного контура равно нулю. Равенство нулю второго слагаемого обусловлено выбранной калибровкой и, кроме того, может быть пояснено равенством нулю выражения $\text{div} \mathbf{A}_0 = \frac{m_0 I}{4\rho} \frac{\partial \text{grad}}{\partial l} \frac{1}{r} dl$ – циркуляция градиента функции равна нулю, если контур замкнутый. Это и является условием непрерывности плотности поверхностного тока.

Представленное аналитическое решение (4) является суперпозицией магнитных полей двух контуров с током, для нахождения которых применяется закон Био–Савара–Лапласа. В этой связи представляется, что применение для рассматриваемой задачи более сложных и громоздких подходов, таких как метод интегральных преобразований [10], должно быть, по крайней мере, обосновано.

Отметим, что в числителе подынтегральной функции в (4) два слагаемых, причем второе содержит нормальную составляющую касательного вектора и поэтому будет равно нулю для плоских контуров, параллельных границе раздела сред. Для контуров пространственной конфигурации или в случае нахождения плоских контуров в плоскости, которая некомпланарна границе раздела сред, в (4) должны быть учтены оба слагаемых в числителе.

Еще раз подчеркнем, что в квазистационарном приближении контуры с током должны быть замкнутыми. Нарушение этого условия, например в [10], приводит, как показано выше, к неправильным теоретическим результатам, а вычисления дают неверные количественные значения. Покажем последнее на примере решения задачи, кото-

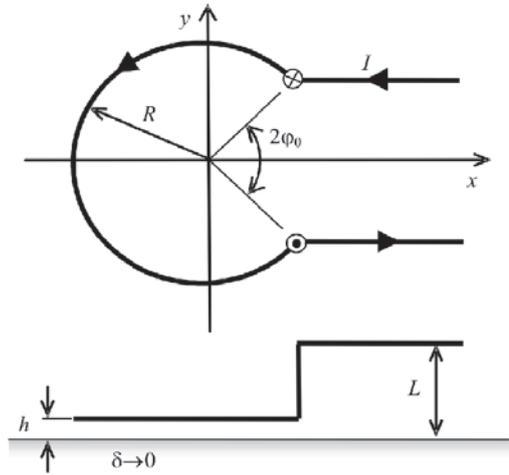


Рис. 2. Конфигурация рассчитываемой системы

рая рассматривается в [10] – поле контура с током в виде дуги окружности, расположенного параллельно плоской поверхности среды с идеальной проводимостью (рис. 2).

Условие замкнутости контура с током обеспечивается учетом токоподводящих элементов с тем же значением тока, что и в витке. Предполагается, что токоподводящие элементы могут располагаться в общем случае на другом расстоянии L от плоской границы раздела сред, чем высота h расположения витка в виде дуги окружности.

Для иллюстрации результатов на рис. 3 показаны рассчитанные по (4) распределения вдоль координат x и y нормированных значений плотности поверхностного тока $\mathbf{j}_s^* = \frac{2\rho h}{I} \mathbf{j}_s$ и напряженности магнитного поля $\mathbf{H}_t^* = \frac{2\rho h}{I} \mathbf{H}_t$ на границе раздела

сред: распределение вдоль $x, y=0$ неравных нулю составляющих $j_{sy}^* = H_{tx}^*$ (рис. 3,а) и распределение

вдоль $x, y=0$ модулей векторов $|\mathbf{H}_t^*| = |\mathbf{j}_s^*| = \sqrt{j_{sx}^{*2} + j_{sy}^{*2}}$ (рис. 3,б), квадрату значений

которых пропорциональны магнитное давление и плотность потока электромагнитной энергии через поверхность. Расчеты выполнены для $j_0 = 45^\circ$, отношения высоты h к радиусу дуги $h/R = 0,2$ и ряда значений отношения расстояния L к высоте расположения витка с током L/h . При $L/h \gg 1$ считается, что ток подводится по вертикальным токоподводящим элементам, уходящим в бесконечность. На тех же рисунках пунктиром показаны значения, рассчитанные по (4), но при интегрировании только в пределах дуги окружности, т.е. без учета необходимого условия замкнутости исходного контура с током.

Как видно из приведенных рисунков, ток подводящих элементов существенно влияет на распре-

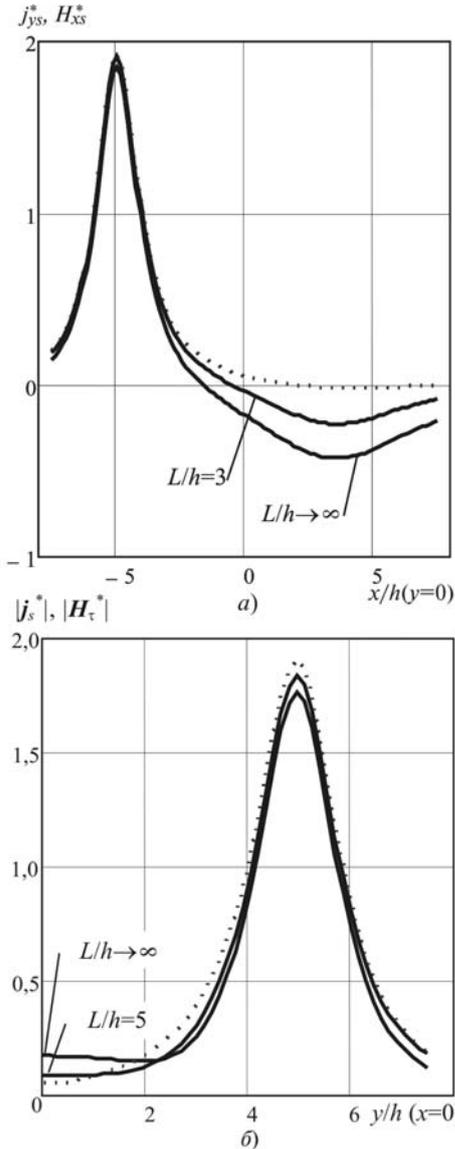


Рис. 3. Распределение поверхностной плотности тока и напряженности магнитного поля на поверхности тела: а – распределение нормированных значений составляющих векторов вдоль координаты x ; б – распределение модулей нормированных значений векторов вдоль координаты y

деление поверхностной плотности тока в электропроводном теле, но не под участком исходного контура в виде дуги окружности, а в области токоподводящих элементах. При этом, так как значение тока неизменно во всем контуре, распределение поля и поверхностной плотности тока в теле определяется не только параметрами дуги окружности, а зависит от геометрии всей системы токов.

Картина растекания тока по поверхности электропроводного тела также зависит от конфигурации всего контура с током. На рис. 4 показано векторное поле поверхностной плотности тока при $L/h \ll \lambda$ и прежних геометрических параметров. Пренебрежение участками контура, которые подводят ток к элементу дуги окружности (рис. 5), изменяют общую картину векторного поля, причем

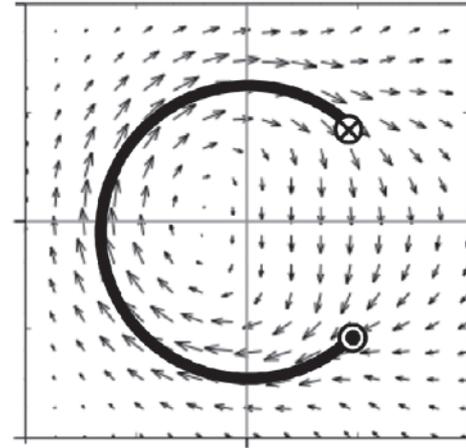


Рис. 4. Векторное поле поверхностной плотности тока ($\text{div } j_s = 0$)

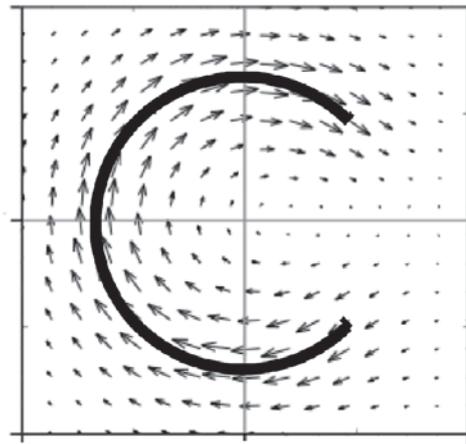


Рис. 5. Векторное поле без учета токоподводящих элементов ($\text{div } j_s \neq 0$)

наиболее существенным обстоятельством является то, что теперь оно не удовлетворяет необходимому условию $\text{div } j_s = 0$ и потому в этом случае не является полем поверхностного тока.

Приведенные аргументы поясняют причины, по которым в расчетах квазистационарных полей в данном случае при наличии плоской поверхности тела, в котором проявляется сильно выраженный поверхностный эффект, необходимо учитывать весь контур с током, а не ограничиваться только некоторой его частью, как в [10], даже если она наиболее близко расположена к поверхности по сравнению с остальными участками контура.

Источники электромагнитного поля. Рассмотрим еще один вопрос методического характера, связанный с источниками поля рассматриваемой задачи сильного скин-эффекта в электропроводном теле с плоской границей. В рамках представлений о вторичных источниках на границе раздела сред не только протекает поверхностный электрический ток, на этой границе может быть распределен электрический заряд с определенной поверхностной

плотностью s . Все источники – исходный контур с током I , поверхностная плотность тока j_s и распределенный поверхностный заряд s – вместе создают электромагнитное поле во всем пространстве, включая и область $z < 0$, в которой суммарное поле равно нулю. Простое аналитическое решение рассматриваемой задачи позволяет получить ясное представление о формировании обоих вторичных источников, участвующих в создании поля.

До сих пор рассматривалось только магнитное поле над поверхностью электропроводного тела при $z > 0$, для определения которого достаточно было ввести «фиктивный» ток зеркального отраженного контура. В этом случае векторный потенциал записывался как

$$A = A_0 + A_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\partial t}{r} + \frac{t_1}{r_1} \frac{\partial}{\partial t}. \quad (7)$$

В действительности, ток, помимо исходного контура, протекает только по поверхности электропроводного тела. Поверхностная плотность тока не содержит составляющие, перпендикулярные границе раздела сред. В результате векторный магнитный потенциал такой системы токов во всем пространстве, включая и область $z < 0$, будет:

$$A_{\phi} = A_0 + A_s = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\partial t}{r} + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\partial j_s}{S r} dS. \quad (8)$$

Так как $A_s(z=0)e_z = 0$, то на границе раздела сред нормальная составляющая суммарного векторного потенциала $A_{\phi z} = A_{\phi z}(z=0)e_z = A_{0z}$ в общем случае, например для пространственных контуров, отлична от нуля. Отметим, что в силу непрерывности векторного потенциала $\text{div} A_{\phi} = 0$, нормальная составляющая A_{0z} не изменится при переходе через границу раздела сред $A_{0z}^+ = A_{0z}^-$.

Напряженность магнитного поля при $z < 0$ равна нулю: $H = \frac{1}{\mu_0} \text{rot} A_{\phi} = 0$, откуда вытекает, что в этой

области векторное поле A_{ϕ} является потенциальным и для него может быть введен скалярный потенциал $A_{\phi} = -\text{grad} j_{\phi}$. При условии $\text{div} A_{\phi} = 0$ скалярный потенциал j_{ϕ} удовлетворяет уравнению Лапласа, а его нормальная производная на границе раздела сред $z = 0$ определяется нормальной составляющей векторного потенциала. Отсюда следует, что для скалярного потенциала j_{ϕ} при $z < 0$ справедлива задача Неймана, решение которой существует и определяется с точностью до произвольной постоянной:

$$\begin{aligned} z < 0: \quad D j_{\phi} &= 0; \\ z = 0-0: \quad \frac{\partial j_{\phi}}{\partial z} &= -A_{0z}. \end{aligned} \quad (9)$$

Электромагнитное поле, помимо напряженности магнитного поля H , характеризуется также напряженностью электрического поля $E = -\frac{\partial A_{\phi}}{\partial t} - \text{grad} j$, где j – скалярный потенциал, который в данном случае определяется электрическими зарядами на поверхности.

Напряженность электрического поля, как и магнитного, в области $z < 0$ равна нулю: $E = -\frac{\partial A_{\phi}}{\partial t} - \text{grad} j = 0$. Выполняя для последнего выражения операцию div и учитывая $\text{div} A_{\phi} = 0$, найдем, что скалярный потенциал j также удовлетворяет уравнению Лапласа. Последнее утверждение следует еще и из представления, что j является потенциалом электрических зарядов, сосредоточенных на граничной поверхности. Отсутствие электрического поля позволяет по аналогии с предыдущим сформулировать краевую задачу для скалярного потенциала:

$$\begin{aligned} z < 0: \quad D j &= 0; \\ z = 0-0: \quad \frac{\partial j}{\partial z} &= -\frac{\partial A_{0z}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (10)$$

Если учесть, что в рассматриваемом квазистационарном случае сильного скин-эффекта электромагнитное поле во всех точках пространства одинаково изменяется во времени, то введенные скалярные потенциалы связаны между собой простой зависимостью:

$$j_{\phi} = \frac{\partial j}{\partial t}. \quad (11)$$

Одинаковое пространственное распределение потенциалов, выраженное равенством (11), по сути является следствием отсутствия напряженности как электрического, так и магнитного полей в электропроводной среде при $z < 0$.

В частном случае плоского исходного контура с током, который лежит в плоскости, компланарной граничной поверхности, составляющая векторного потенциала $A_{0z} = 0$, и решения краевых задач (10) и (11), регулярных на бесконечности, дают $j_{\phi} = 0$, $j = 0$. Первое равенство означает, что при $z < 0$ векторный потенциал поверхностной плотности токов равен по значению и противоположен по направлению векторному потенциалу исходного тока ($z < 0: A_0 = -A_s$), а равенство нулю скалярного потенциала j свидетельствует об отсутствии в данном случае зарядов на поверхности раздела сред.

Рассмотрим теперь с позиции вторичных источников векторный и скалярный потенциалы в области над границей раздела сред $z > 0$, где протекает исходный ток I по контуру, имеющему в общем случае пространственную конфигурацию.

Векторный потенциал в области $z > 0$ определяется суммой (8). Легко заметить, что для слагаемого, связанного с поверхностным током \mathbf{j}_s , справедливо условие симметрии $\mathbf{A}_s(x, y, z) = \mathbf{A}_s(x, y, -z)$, тогда векторный потенциал над проводящей поверхностью можно представить в виде:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_s = \mathbf{A}_0(x, y, z) - \mathbf{A}_0(x, y, -z) - \text{grad} \int_{x, y, -z} \phi, \quad (12)$$

где каждое из слагаемых считается известным.

Так как скалярный потенциал j обусловлен электрическими зарядами, распределенными на граничной поверхности, то удовлетворяет уравнению Лапласа не только в области проводящего тела, но и при $z > 0$. В этой области нормальная к границе раздела сред составляющая напряженности электрического поля, созданного поверхностным зарядом $E_{sz}^+ = -\frac{\partial j}{\partial z}$, равна и противоположна по знаку вертикальной составляющей поля электрических зарядов на границе под поверхностью, где она компенсируется напряженностью индуцированного электрического поля:

$$E_{sz}^+ = -E_{sz}^- = -\frac{\partial A_{0z}}{\partial t}. \quad (13)$$

Отсюда в области $z > 0$ для скалярного потенциала электрических зарядов имеем краевую задачу Неймана:

$$\begin{aligned} z > 0: \quad \Delta j &= 0; \\ z = 0+: \quad \frac{\partial j}{\partial z} &= \frac{\partial A_{0z}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (14)$$

Наконец, последней характеристикой электромагнитного поля, которая с позиций вторичных источников определяет рассматриваемую систему, является поверхностная плотность электрического заряда s . Ее значение легко определяется из граничного условия $s/\epsilon_0 = E_{sz}^+ - E_{sz}^-$. С учетом (13)

$$\frac{s}{\epsilon_0} = -2 \frac{\partial A_{0z}}{\partial t}. \quad (15)$$

Как следует из последнего выражения, поверхностная плотность электрического заряда появляется в том случае, если нормальная составляющая векторного потенциала исходного тока на границе раздела сред отлична от нуля, т.е., как отмечалось выше, когда контур с током имеет пространственную конфигурацию или когда он плоский, но лежит в плоскости, некомпланарной граничной поверхности.

В рассмотренном ранее примере контура с током в виде дуги окружности и токоподводящими

элементами, перпендикулярными плоскости витка, источниками поля помимо поверхностной плотности тока (рис. 4) являются также электрические заряды, распределенные на границе раздела сред. Для выбранной геометрии контура вертикальную составляющую векторного потенциала и, соответственно, поверхностную плотность заряда удается представить простыми алгебраическими выражениями. Результаты расчета по (15) показаны на рис. 6 в виде линий одинакового относительного значения поверхностной плотности заряда s/s_m , где s_m – максимальное значение поверхностной плотности распределенного электрического заряда.

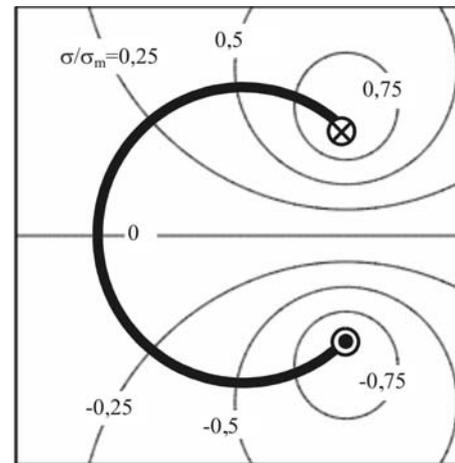


Рис. 6. Линии постоянного значения поверхностной плотности электрического заряда для системы, изображенной на рис. 2

Выводы. 1. Рассмотренная задача сильного скин-эффекта в электропроводном теле, находящемся в электромагнитном поле тока контура произвольной пространственной конфигурации, обладает, на наш взгляд, наглядностью и в случае плоской границы раздела сред позволяет легко найти все источники поля и его характеристики. Полученные результаты о распределении источников электромагнитного поля на границе раздела сред, в частности наличии помимо поверхностной плотности тока также и поверхностной плотности электрического заряда для исходного контура пространственной конфигурации, могут иметь методическое значение при разработке математических моделей электромагнитных процессов в системах с электропроводными телами.

2. Представленное решение в виде суперпозиции поля исходного контура с током и его зеркального отражения относительно плоской границы раздела сред для получения результатов требует лишь вычисления известных одномерных контурных интегралов, поэтому применение для этой задачи более сложных математических подходов должно быть обосновано. Так как используется простое аналитическое

ческое решение, то оно может служить тестовой задачей при построении математических моделей более сложных электромагнитных объектов.

3. Рассмотрение незамкнутых исходных контуров с током в квазистационарной постановке нельзя признать корректным, поскольку это приводит, в частности, к нарушению условия непрерывности поверхностной плотности тока и неверному определению его значения. Как следствие, неверно определенными оказываются и такие характеристики, как магнитное давление и поверхностная плотность джоулевых потерь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М.; Л.: АН СССР, 1948, 727 с.
2. Тозони О.В. Метод вторичных источников в электротехнике. — М.: Энергия, 1975, 296 с.
3. Гулий Г.А. Научные основы разрядно-импульсных технологий. — Киев: Наукова думка, 1990, 208 с.
4. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. — Харьков: МОСТ-Торнадо, 2003, 288 с.
5. Rudnev V., Loveless D., Cook R., Black M. Handbook of induction heating. — Marcel Dekker Inc., 2003, 777 p.
6. Кондратенко И.П., Рашепкин А.П. Индукционный нагрев движущейся полосы токовыми контурами. — Техническая электродинамика, 1999, № 3, с. 3–9.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982, 624 с.
8. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972, 392 с.
9. Васецкий Ю.М. Асимптотические методы решения задач электродинамики в системах с массивными криволинейными проводниками. — Киев: Наукова думка, 2010, 271 с.
10. Батыгин Ю.В., Гнатов А.В. Цилиндрический виток индуктора с разрезом как инструмент для магнитно-импульсной обработки металлов. — Электричество, 2011, № 12, с. 53–59.
11. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. — М.: Энергия, 1969, 352 с.
12. Васецкий Ю.М., Власов Д.И. К определению магнитного поля контура с током над плоской поверхностью идеально проводящего тела. — Техническая электродинамика, 2012, № 2, с. 9–10.
13. Васецкий Ю.М., Городжа Л.В., Мазуренко И.Л. Приближенная модель для расчета переменного магнитного поля произвольного контура с учетом вихревых токов в проводящем полупространстве. — Техническая электродинамика (Тематический выпуск), 1999, ч.1, с. 88–93.

[10.06.13]

Автор: Васецкий Юрий Макарович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1973 г. В 1995 г. защитил докторскую диссертацию «Асимптотические методы решения задач электродинамики в системах с криволинейными проводниками сложной конфигурации» по специальности «Теоретическая электротехника». Ведущий научный сотрудник отдела теоретической электротехники Института электродинамики Национальной академии наук Украины, профессор кафедры теоретической и прикладной физики Национального авиационного института (Киев).

The Electromagnetic Field of a Spatial Loop with Current above the Flat Surface of a Conducting Body with a Strong Skin Effect

Yu.M. VASETSKII

A boundary-value problem of calculating the magnetic field induced by current in a loop having an arbitrary configuration and placed above the flat surface of a conducting body in which a strong skin effect appears is formulated, and a solution of this problem is presented as the superposition of the fields induced by the initial loop with current and by its mirror image. It is shown that with a correctly formulated problem, in which the initial loop is a closed one, the necessary condition for continuity of the surface current density is satisfied. The boundary-value problem for a scalar potential is formulated within the framework of the concepts about secondary sources. It is shown that in the general case for the initial loop having spatial configuration, electrical charges the surface density of which is determined by the vector potential component of the initial loop current normal to the boundary are also sources of electromagnetic field apart from the loop current and surface current. An example of calculating the secondary sources for a loop with spatial configuration is given.

Key words: spatial loop with current, electrically conducting body, strong skin effect, sources of electromagnetic field

Author: Yuri Makarovich Vasetskii graduated from the Moscow Power Engineering Institute Electric Power Engineering Department in 1973. In 1995 he received the degree of Doct. Techn. Sci., specializing in theoretical electric engineering. His thesis dealt with application of asymptotic methods for solving problems of electrodynamics in systems comprising curvilinear conductors of intricate configuration. He is a leading researcher in the Section for Theoretical Electrical; Engineering at the Institute of Electrodynamics in the Ukrainian National Academy of Sciences and a professor of the Chair of Theoretical and Applied Physics at the National Aviation Institute (Kiyev).

