

Об уточнении некоторых понятий, связанных с передачей мощности по длинным воздушным линиям¹

БЕЛЯКОВ Ю.С.

Уточняются основные понятия, связанные с передачей мощности по воздушным линиям (ВЛ). Показано, что понятие натуральной мощности многозначное, определяемое конкретным режимом ВЛ. Уточнено также понятие максимального КПД ВЛ.

Ключевые слова: воздушные линии, мощность, коэффициент полезного действия, расчет

Расчеты, связанные с передачей мощности по воздушным линиям электропередачи (ВЛ), выполняются, как правило, для симметричного трехфазного режима с использованием как фазных напряжений, так и линейных. При этом используются некоторые понятия, связанные с процессом передачи мощности. К таким понятиям относится передаваемая мощность, максимум передаваемой мощности, натуральная мощность, коэффициент полезного действия ВЛ и некоторые другие. Далее рассматриваются уточнения некоторых из перечисленных понятий. Однако вначале необходимо рассмотреть обобщение, связанное с передачей мощности по ВЛ.

Передача мощности по ВЛ. Схему замещения ВЛ примем в виде (2 + 1)-полюсника (рис. 1) в распределенных параметрах [1]. Из двух вариантов записи комплексной мощности ($\dot{S} = U\dot{I}$ и $\dot{S} = \dot{U}\dot{I}$) выберем первый [2], обеспечивающий совпадение квадрантов нахождения тока и мощности при направлении вектора напряжения по действительной оси. Здесь и далее символ ($\dot{}$) означает, что величина представлена в комплексном виде, символ ($\dot{}'$) – в комплексно-сопряженном виде: отсутствие этих символов обозначает модуль величины. Такой вариант записи мощности облегчает сравнительный анализ результатов расчета с данными аварийных регистраторов, поскольку при регистрации все

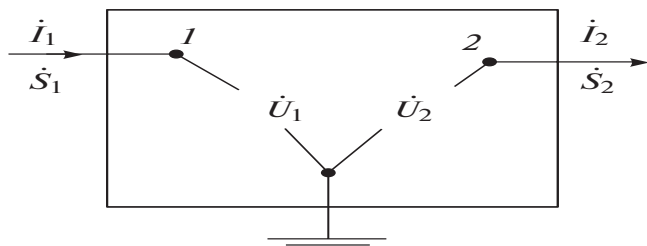


Рис. 1

The main notions connected with transmission of power via overhead power lines are refined. It is shown that the notion of natural power is multivalued in nature and depends on a concrete operation mode of an overhead power line. The notion of the maximal overhead power line efficiency is also refined.

Key words: overhead power lines, power, efficiency, calculation

электрические величины привязываются к напряжению [3], например так, как это показано на рис. 2.

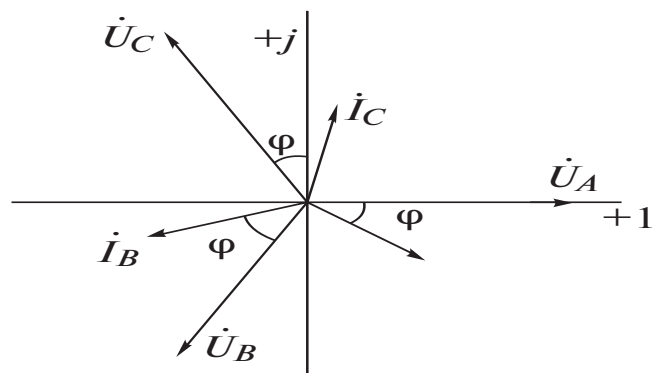


Рис. 2

Трехфазная мощность, передаваемая по ВЛ, со стоит из суммарной мощности трех фаз. Измеренная мощность со стороны 1 при использовании фазных и линейных напряжений рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= 3U_{1\phi}\dot{I}_1 = 3U_{1\phi}I_1e^{j\beta} = \sqrt{3}U_{1л}e^{+j30^\circ}\dot{I}_1 = \\ &= \sqrt{3}U_1\dot{I} = \sqrt{3}U_1I_1e^{j\beta}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $U_{1\phi}$ – фазное напряжение ВЛ со стороны 1; $U_{1л}$ – линейное напряжение, сдвинутое относительно фазного на угол 30° ; U_1 – линейное напряжение, совпадающее по фазе с фазным напряжением; I_1 – ток ВЛ также со стороны 1.

Токи и напряжения (2 + 1)-полюсника связаны матричным уравнением

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{Y}_{11} & \dot{Y}_{12} \\ \dot{Y}_{21} & \dot{Y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

которое перепишем в виде двух уравнений:

¹ В порядке обсуждения. *Ред.*

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2); \\ \dot{I}_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2). \end{aligned} \quad (3)$$

В (2) и (3) Y – собственные и взаимные проводимости ВЛ, которые могут быть вычислены по точным или упрощенным формулам [4].

Значение тока I_1 , определенное в (3), подставим в (1):

$$\dot{S}_1 = \dot{U}_1(Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2) = Y_{11}\dot{U}_1^2 + Y_{21}\dot{U}_1\dot{U}_2. \quad (4)$$

Здесь $U_1^2 = \dot{U}_1\dot{U}_1$.

Аналогичную формулу можно получить для мощности ВЛ со стороны 2:

$$\dot{S}_2 = \dot{U}_2(Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2) = Y_{22}\dot{U}_2^2 + Y_{21}\dot{U}_2\dot{U}_1. \quad (5)$$

Вообще говоря, этих двух формул достаточно для того, чтобы выполнить анализ режимов ВЛ. Действительно, выделяя активную составляющую в (4) и (5), можно получить значения активной мощности на входе и выходе ВЛ и рассчитать потери активной мощности. Выделяя реактивную составляющую, можно также получить значения реактивных мощностей на входе и выходе ВЛ и в конечном итоге найти баланс реактивных мощностей, учитывающий генерацию реактивной мощности ВЛ и ее потребление.

Формулы (4) и (5) можно представить и в тригонометрической форме, если ввести понятие угла d между векторами напряжений по концам ВЛ, например как показано на рис. 3. В общем случае это будет выглядеть следующим образом. Напряжения представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= U_1 e^{ja}; \quad \dot{U}_1 = U_1 e^{-ja}; \\ \dot{U}_2 &= U_2 e^{jb}; \quad \dot{U}_2 = U_2 e^{-jb}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (6) в (4) и (5), получаем:

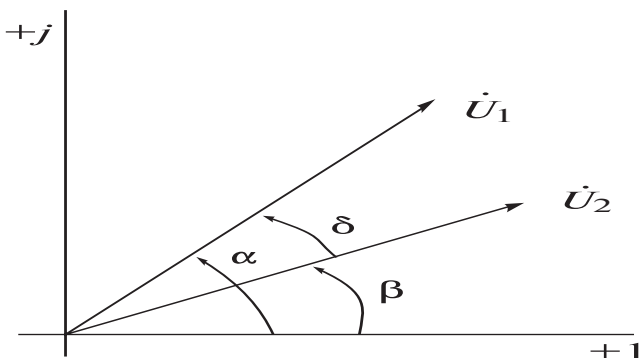


Рис. 3

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= Y_{11}U_1^2 + Y_{12}U_1 e^{-ja} U_2 e^{-jb} = \\ &= Y_{11}U_1^2 + Y_{12}U_1 U_2 e^{-jd} = \\ &= Y_{11}U_1^2 + Y_{12}U_1 U_2 (\cos d - j \sin d) = \\ &= -Y_{12}U_1 U_2 j \sin d + Y_{12}U_1 U_2 \cos d + Y_{11}U_1^2; \\ \dot{S}_2 &= Y_{22}U_2^2 + Y_{21}U_1 e^{ja} U_2 e^{-jb} = \\ &= Y_{22}U_2^2 + Y_{21}U_1 U_2 e^{jd} = \\ &= Y_{22}U_2^2 + Y_{12}U_1 U_2 (\cos d - j \sin d) = \\ &= Y_{21}U_1 U_2 j \sin d + Y_{21}U_1 U_2 \cos d + Y_{22}U_2^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Эти формулы отражают все три основные функции ВЛ, а именно: переток активной мощности с учетом потерь, потребление реактивной мощности в индуктивной части продольного сопротивления и генерацию реактивной мощности емкостной составляющей поперечной проводимости. Так, активная мощность в начале и в конце ВЛ определяется как

$$\begin{aligned} P_1 &= \text{Re}(\dot{S}_1); \quad P_2 = \text{Re}(\dot{S}_2); \\ DP &= P_1 - P_2 \quad \text{или} \quad DP = P_2 - P_1 \end{aligned} \quad (8)$$

в зависимости от направления перетока.

Аналогично может быть составлен баланс реактивной мощности:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \text{Im}(\dot{S}_1); \quad Q_2 = \text{Im}(\dot{S}_2); \\ DQ &= Q_1 - Q_2 \quad \text{или} \quad DQ = Q_2 - Q_1 \end{aligned} \quad (9)$$

в зависимости от направлений перетока реактивной мощности.

В понятие DQ входит наложение двух упомянутых выше явлений. Генерацию реактивной мощности емкостной составляющей поперечной проводимости ВЛ можно определить по формуле:

$$Q_g = \int_0^L \dot{U}(c)\dot{U}(c) b dc = \int_0^L b \dot{U}(c)\dot{U}(c) dc. \quad (10)$$

Собственное потребление реактивной мощности определяется соотношением:

$$Q_l = \int_0^L I(c)I(c) x_0 dc = x_0 \int_0^L I(c)I(c) dc. \quad (11)$$

Баланс реактивной мощности можно представить в следующем виде:

$$Q_g + Q_1 + Q_2 = 0 \quad (12)$$

с учетом направлений (так, притекающая и генерируемая мощность считается одного знака, так же как и потребляемая и отходящая от ВЛ).

Функции, стоящие под интегралом в выражениях (10) и (11), можно проинтегрировать и интегралы представить в виде соответствующих функций:

$$Q_g = \frac{A_c}{\pi} \frac{AA_c}{g + g_c} [e^{(g + g_c)L} - 1] + \frac{BB_c}{-(g + g_c)} [e^{-(g + g_c)L} - 1] + \frac{AB_c}{g - g_c} [e^{(g - g_c)L} - 1] + \frac{A_c B}{-(g - g_c)} [e^{-(g - g_c)L} - 1] \frac{\text{щ}}{\text{ы}} \quad (10a)$$

$$Q_l = \text{хусус}_c \cdot \frac{A_c}{\pi} \frac{AA_c}{g + g_c} [e^{(g + g_c)L} - 1] + \frac{BB_c}{-(g + g_c)} [e^{-(g + g_c)L} - 1] - \frac{AB_c}{g - g_c} [e^{(g - g_c)L} - 1] - \frac{A_c B}{-(g - g_c)} [e^{-(g - g_c)L} - 1] \frac{\text{щ}}{\text{ы}} \quad (11a)$$

Здесь нижний индекс «с» означает, что данная величина является комплексно-сопряженной; A и B – постоянные интегрирования, которые находятся из граничных условий при заданных напряжениях по концам ВЛ; g – коэффициент распространения; $yc = \sqrt{y/z}$ – волновая проводимость ВЛ; L – длина ВЛ (напряжения, токи и постоянные интегрирования даны в приложении).

Уточнение величин, связанных с передачей мощности. Рассмотрим в обобщенном виде зависимость передаваемой активной мощности по ВЛ от угла между напряжениями по концам ВЛ (7), (8). При этом сразу возникает уточнение, которое сводится к тому, что необходимо рассматривать два значения мощности – в начале и в конце ВЛ, поскольку в данном случае имеют место потери активной мощности в самой ВЛ. Естественно, что эти значения мощности будут отличаться от классического значения передаваемой активной мощности

$$P_{\Pi} = \frac{U_1 U_2}{x_0 L} \sin d, \quad (13)$$

которое, кстати, получается из формул (7) при переходе схемы замещения ВЛ к П-образной и исключении активного сопротивления (см. приложение).

Соответственно будет отличаться и предел передаваемой активной мощности.

Рассмотрим конкретные примеры. Линия напряжением 330 кВ, провод 2 АС300/48, имеет параметры: $L = 500$ км, $r_0 = 0,05$ Ом/км, $x_0 = 0,328$ Ом/км, $b_0 = 3,4 \cdot 10^{-6}$ Сим/км. Активной составляющей проводи-

мости пренебрегаем. Удельные комплексные величины: $z_0 = r_0 + jx_0$, $y = jb$. Волновые параметры ВЛ:

$$g = \sqrt{yz} = \sqrt{3,4 \cdot 10^{-6} (0,05 + j0,328)} = 8,026 \cdot 10^{-5} + j10,59 \cdot 10^{-4} \text{ 1/км};$$

$$z_B = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{0,05 + j0,328}{j3,4 \cdot 10^{-6}}} = 311,49 - j23,60 \text{ Ом/км};$$

$$y_B = \frac{1}{z_B} = 3,19 \cdot 10^{-3} + j2,42 \cdot 10^{-4} \text{ Сим/км}.$$

Значения узловых проводимостей ВЛ:

$$Y_{11} = yc \coth(g, L) = (3,19 \cdot 10^{-3} + j2,42 \cdot 10^{-4}) \cdot \coth((8,026 \cdot 10^{-5} + j10,59 \cdot 10^{-4}) \cdot 500) = 9,101 \cdot 10^{-4} - 6,30 \cdot 10^{-3} \text{ Сим}; Y_{22} = Y_{11};$$

$$Y_{12} = -yc \operatorname{csch}(g, L) = (3,19 \cdot 10^{-3} + j2,42 \cdot 10^{-4}) \cdot \operatorname{csch}((8,026 \cdot 10^{-5} + j10,59 \cdot 10^{-4}) \cdot 500) = -9,069 \cdot 10^{-4} + j6,252 \cdot 10^{-3} \text{ Сим}; Y_{21} = Y_{12}.$$

Используя формулы (7) и (8), строятся зависимости передаваемой активной мощности от угла между напряжениями, которые в данном случае приняты следующие: $U_1 = 325$ кВ, $U_2 = 360$ кВ с углом $+40^\circ$. Зависимости изображены на рис. 4: кривая 1 – активная мощность со стороны 1 (рис. 4,а) и активная мощность со стороны 2 (рис. 4,б); кривая 2 – те же зависимости для классического случая. Заметно превышение максимального значения передаваемой мощности со стороны передающего конца $P_2(d)$ над приемным $P_1(d)$, что объясняется наличием активных потерь в ВЛ.

Это означает, что при одном и том же коэффициенте запаса допустимая мощность для передающего конца ВЛ будет выше при использовании уточненных параметров. Кроме того, интересно заметить, что при угле больше 90° переход значения мощности через нуль происходит при углах, отличных от 180° , а именно, со стороны передающего

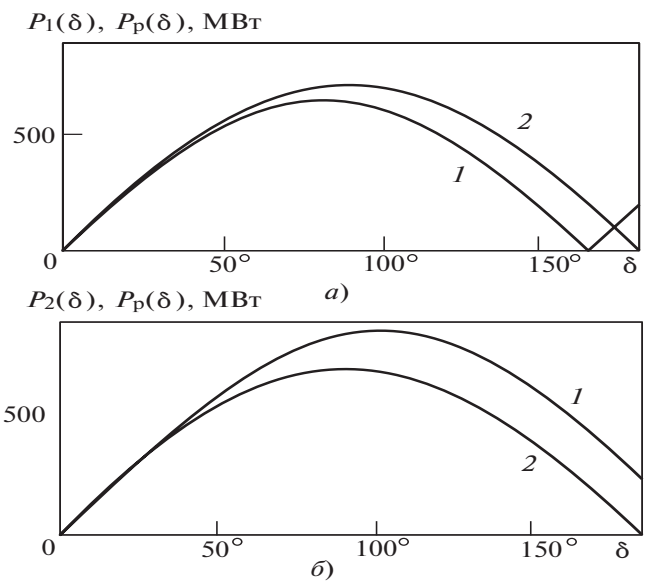


Рис. 4

конца — больше 180°, со стороны приемного конца — меньше 180°. Смещается угол, соответствующий максимальной передаваемой мощности. Для мощности P_1 этот угол составляет 81° при максимуме 642 МВт, а для мощности P_2 угол равен 99° при мощности 857 МВт. Минимум активных потерь в ВЛ имеет место при углах между напряжениями около 0 и 166°. Совмещенные кривые мощности на входе и выходе ВЛ представлены на рис. 5 ($P_{11}(\delta)$ — приемный конец ВЛ, $P_{22}(\delta)$ — передающий конец, положительное направление принято от передающего конца). Совмещенные кривые наглядно показывают различие между мощностями передающего и приемного конца.

При рассмотрении режимов передачи мощности по ВЛ вводится понятие натуральной мощности [4–6]. Как уже упоминалось, всякая реальная ВЛ при передаче активной мощности является одновременно потребителем реактивной мощности и генератором реактивной мощности. Количественно значения этих мощностей определяются (10) и (11). Тот режим ВЛ, при котором генерируемая реактивная мощность в точности равна потребляемой, называется режимом передачи натуральной мощности. В упомянутой литературе значение натуральной мощности определяется следующей формулой:

$$P_N = \frac{U_H^2}{z_B}, \tag{14}$$

где U_H — номинальное напряжение ВЛ; z_B — волновое сопротивление.

Уточненные формулы, учитывающие активную составляющую, позволяют представить понятие натуральной мощности с некоторыми дополнениями. Достаточно подробно вопросы натуральной мощности рассмотрены в [5], в том числе и для случая учета активной составляющей ВЛ. В [6] подчеркивается зависимость натуральной мощности от напряжения ВЛ. Однако полученные в [5 и 6] выводы и формулы все же допускают некоторые уточнения. Во-первых, требует уточнения понятие номи-

$P_{11}(\delta), P_{22}(\delta), \text{МВт}$

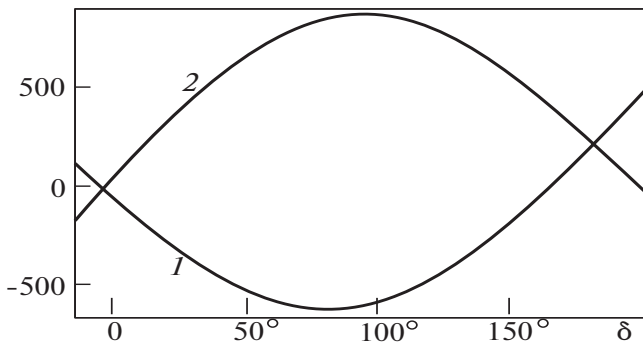


Рис. 5

нального напряжения ВЛ. Действительно существует понятие класса (или ступени) напряжения ВЛ, понятие фактических напряжений по концам ВЛ, также понятие напряжения, изменяющегося вдоль длины ВЛ ($U(x)$). Исходя из этого, при рассмотрении понятия натуральной мощности по ВЛ целесообразно отказаться от понятия номинального напряжения и оперировать только фактическими напряжениями. Второе уточнение касается представления всех основных переменных и соответственно формул в комплексном виде. Эти уточнения позволяют исключить некоторые частные решения. В основу определения натуральной мощности берется равенство генерации и потребления реактивной мощности ВЛ

$$Q_g + Q_l = 0, \tag{15}$$

которые определяются по (10) и (11) или, соответственно, по (10а) и (11а) с учетом знака. При этом всегда можно найти такие комплексы напряжений по концам ВЛ, при которых это условие выполняется. Действительно, значение Q_g мало зависит от угла между напряжениями и эта зависимость представляет собой наклонную прямую, идущую вдоль оси абсцисс, в то время как Q_l представляет собой кривую, идущую от нуля (при $\delta = 0$) и при приближении угла к 90° достигающую больших значений (рис. 6). Следовательно, натуральная мощность ВЛ является переменным параметром, зависящим от режима ВЛ. Угол, при котором соблюдается равенство реактивных мощностей, легко находится, например, программой MathCad с помощью функции, минимизирующей значение функции. Так, для рассматриваемого примера

$$F(\delta) = |Q_g(\delta) - Q_l(\delta)|, \text{ Minimize}(F, \delta) = 30^\circ. \tag{16}$$

Зависимость (16) приведена на рис. 7, и она означает, что при заданных значениях напряжения по концам ВЛ режим натуральной мощности наступает при угле между напряжениями 30°. Нетрудно определить и само значение этой мощности: $P_{1\text{нат}} = \text{Re}(S_1(30^\circ)) = -362,3 \text{ МВт}$ (знак минус учитывает направление мощности), $P_{2\text{нат}} = \text{Re}(S_2(30^\circ))$

$q_g(\delta), q_x(\delta), \text{Мвар}$

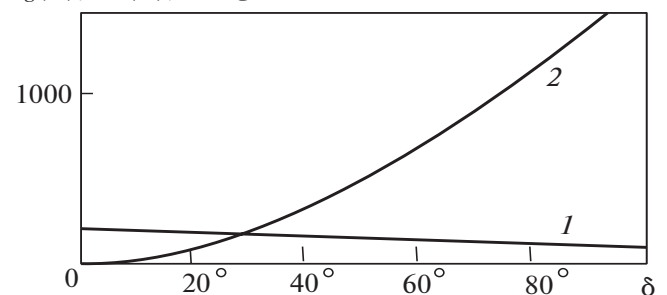


Рис. 6

= 392,7 МВт. Отсюда следует вывод, что существует два понятия натуральной мощности – для передающего конца и для приемного.

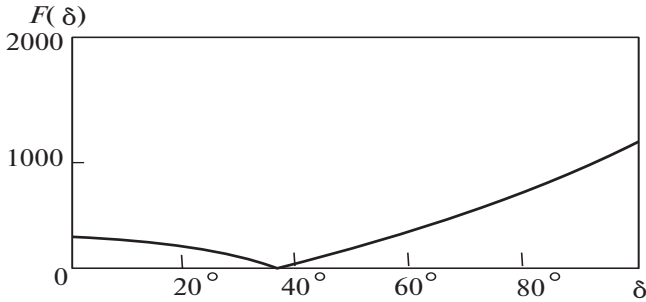


Рис. 7

Также требует уточнения как само понятие коэффициента полезного действия (КПД), так и момент наступления максимального значения КПД. Если определить КПД как отношение активной мощности, выходящей из ВЛ, к активной мощности, входящей в ВЛ:

$$h = \frac{P_1}{P_2} 100\% \text{ или } h = \frac{P_2}{P_1} 100\%, \quad (17)$$

то можно заметить, что максимум КПД наступает при достаточно малых углах между напряжениями (рис. 8), т.е. задолго до достижения значения натуральной мощности. Это объясняется стремительным ростом полезной передаваемой мощности при росте угла δ , опережающей снижение потерь при приближении передаваемой активной к натуральной. Несовпадение максимума КПД ВЛ с моментом передачи натуральной мощности отмечено в [4].

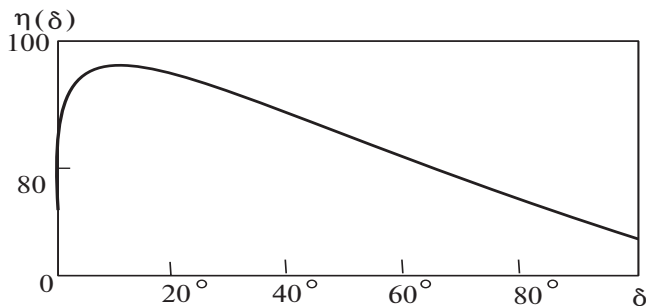


Рис. 8

Приложение. При представлении ВЛ П-образными схемами замещения (рис. 9) параметры узловых проводимостей определяются следующим образом:

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_{1-2}} + \frac{Y}{2} = Y_{22}; \quad Y_{12} = -\frac{1}{Z_{1-2}} Y_{21} = Y_{12}. \quad (\text{П-1})$$

Подставляя эти значения проводимостей в (7), например для мощности со стороны 1, имеем:

$$\dot{S}_1 = -\frac{3}{\text{И}} \frac{1}{Z_{1-2}} U_1 U_2 j \sin \delta + \frac{3}{\text{И}} \frac{1}{Z_{1-2}} U_1 U_2 \cos \delta + \frac{3}{\text{И}} \frac{1}{Z_{1-2}} + \frac{Y}{2} U_1^2. \quad (\text{П-2})$$

Здесь $Z_{1-2} = R + jX$; $Y = G + jB$, т.е. сопротивление и проводимость ВЛ представлены через их активные и реактивные составляющие.

Если пренебречь активными составляющими, то $Z_{1-2} = jX$; $Y = jB$. Подставляя эти значения в (П-2), получаем:

$$\dot{S}_1 = \frac{1}{jX} U_1 U_2 j \sin \delta + \frac{1}{jX} U_1 (U_1 - U_2 \cos \delta) + j \frac{B}{2} U_1^2. \quad (\text{П-3})$$

Сокращая мнимую единицу в первом слагаемом, избавляясь от мнимой единицы в знаменателе второго слагаемого, получаем окончательно:

$$\dot{S}_1 = \frac{U_1 U_2}{X} \sin \delta - j \frac{U_1}{X} (U_1 - U_2 \cos \delta) + j \frac{B}{2} U_1^2. \quad (\text{П-4})$$

Эта формула отражает передачу активной, реактивной мощности и часть зарядной мощности ВЛ. Аналогичную формулу можно получить и для мощности с другого конца ВЛ.

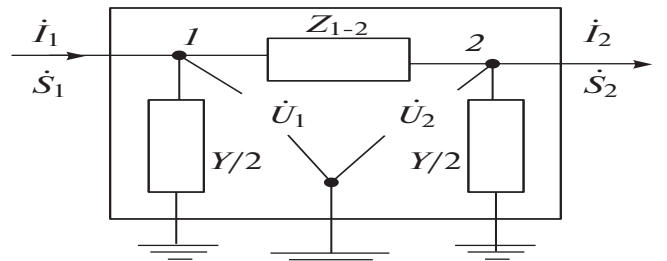


Рис. 9

Значения напряжений и токов, используемые в уравнениях (10) и (11), являются следствием решения уравнений длинных ВЛ, представленных в распределенных параметрах:

$$\dot{U}(x) = Ae^{gx} + Be^{-gx} \quad \dot{I}(x) = -\frac{1}{z_B} (Ae^{gx} - Be^{-gx}) \quad (\text{П-5})$$

При заданных напряжениях по концам ВЛ, которые являются граничными условиями, можно найти постоянные интегрирования:

$$x=0 \quad \dot{U}(0) = \dot{U}_1 = A+B; \quad x=L \quad \dot{U}(L) = \dot{U}_2 = Ae^{gL} + Be^{-gL};$$

$$A = \frac{\dot{U}_2 - \dot{U}_1 e^{-gL}}{2 \operatorname{ch}(gL)}; \quad B = \frac{\dot{U}_1 e^{-gL} - \dot{U}_2}{2 \operatorname{ch}(gL)}. \quad (\text{П-6})$$

Из полученных результатов видно, что постоянные интегрирования являются функциями граничных напряжений, в частности они могут быть

функциями угла между напряжениями, что и использовалось при получении результатов численных примеров.

Выводы. 1. Понятие натуральной мощности должно базироваться только на равенстве генерируемой и потребляемой ВЛ реактивной мощности, определяемой по уточненным формулам. При таком определении понятие натуральной мощности становится многозначным, зависящим от конкретного режима ВЛ. Кроме того, значение натуральной мощности разное для начала и конца ВЛ.

2. Определение значения максимальной передаваемой активной мощности ВЛ возможно только из решения уравнений: $dP_1 / dd = 0$, $dP_2 / dd = 0$. При этом появляются два понятия максимальной мощности, для передающего и принимающего конца.

3. Максимальное значение КПД ВЛ не совпадает с передачей натуральной мощности и также является понятием многозначным, зависящим от значения передаваемой активной мощности.

4. Приведенные уточнения не исключают использование в учебном процессе упрощенных понятий, но с обязательным последующим уточнением.

5. Уточнения возможно будут полезны при расчете предельных режимов, средств противоаварийного управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Беляков Ю.С.** Методика расчета параметров электрической сети, представленной многополюсниками. — Электричество, 1994, № 2.
2. **Нейман Л.Р., Калантаров П.Л.** Теоретические основы электротехники. Ч. 2. Теория цепей переменного тока. — М.; Л.: ГЭИ, 1954.
3. **Аржанников Е.А., Чухин А.М.** Автоматизированный анализ аварийных ситуаций энергосистем. — М.: НТФ Энергопресс, Энергетик. 2000.
4. **Веников В.А.** Дальние электропередачи. Специальные вопросы. — М.; Л.: ГЭИ, 1960.
5. **Александров Г.Н.** Передача электрической энергии переменным током. — Л.: Энергоатомиздат, 1990.
6. **Рыжов Ю.П.** Дальние электропередачи сверхвысокого напряжения. Учебник для ВУЗов. — М.: Издательский дом МЭИ, 2007.

[31.03.11]

Автор: Беляков Юрий Сергеевич в 1958 г. окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института. В 2000 г. защитил кандидатскую диссертацию «Моделирование элементов электрических систем для противоаварийного управления» в Санкт-Петербургском политехническом университете. Доцент кафедры энергообеспечения предприятий и энергоснабжения Петрозаводского государственного университета.