

# Оптимальное по быстродействию управление машиной переменного тока

ФИЛЮШОВ Ю.П.

*Рассматривается вариант математического описания двухфазной обобщенной электрической машины переменного тока в системе координат  $dq$ . Предлагаемый вариант описания, разрешенного относительно напряжений, задающих потокосцепления статора и ротора, рекомендуется автором для управления электромагнитным моментом двигателя для его оптимизации по быстродействию.*

**Ключевые слова:** электрическая машина переменного тока, электромагнитный момент, оптимизация, быстродействие

По аналогии с двигателем постоянного тока законы управления машиной переменного тока, обеспечивающие высокое быстродействие в «малом», когда требуется широкая полоса пропускания для минимизации динамической ошибки, определены концепцией формирования электромагнитного момента при постоянном значении энергии магнитного поля, частным случаем которой является управление при стабилизации потокосцепления. Такое управление вызвано желанием быстро изменять электромагнитный момент машины при энергетических ограничениях. Вместе с тем, при реализации быстродействующего электропривода, обеспечивающего в синхронной машине с электромагнитным возбуждением формирование электромагнитного момента при стабилизации потокосцепления статора и минимизации реактивной мощности, в [1] показано, что быстрое изменение электромагнитного момента ведет к существенному перенапряжению на обмотках ротора, во много раз превышающему номинальное значение. Существенное перенапряжение на обмотках двигателя требует ограничения скорости нарастания электромагнитного момента. В асинхронной короткозамкнутой машине при стабилизации потокосцепления ротора увеличение нагрузки приводит к росту потокосцепления статора и, как следствие, к недоиспользованию двигателя по электромагнитному моменту. Токи больших значений, нагревающие короткозамкнутую обмотку, приводят к превышению температуры всего двигателя, что заставляет увеличивать его установленную мощность. Эти недостатки в совокупности с низким КПД при малых нагрузках не лучшим образом влияют на потребительские свойства электропривода.

*A version of mathematical description of a generalized two-phase AC electrical machine in the  $d, q$  coordinate system is considered. The proposed version of description solved in the voltages defining the stator and rotor magnetic flux linkages is recommended by the author for synthesizing a control of motor torque optimized in speed of response.*

**Key words:** AC electrical machine, electromagnetic torque, optimization, speed of response

Что касается быстродействия в «большом», когда требуется полное использование перегрузочной способности двигателя при частых пусках-реверсах, то энергоэкономные законы управления должны обеспечить формирование электромагнитного момента в условиях минимальных значений тока статора или суммарных потерь. Такие законы управления не позволяют быстро изменять электромагнитный момент, но могут обеспечить его максимальное значение, что необходимо для быстрого изменения скорости двигателя при пусках и реверсах; ограничения по напряжению создают предпосылки для совершенствования электропривода.

Исследование процессов преобразования энергии в обобщенной электрической машине показало, что мощность, отдельно подводимую к обмоткам статора и ротора двигателя для быстрого изменения электромагнитного момента, в условиях стабилизации энергии магнитного поля можно существенно уменьшить [2]. При этом задача управления должна решаться не путем разделения во времени процессов формирования задаваемых переменных, а с помощью их одновременного и пропорционального регулирования. Такое управление обеспечит зависимость КПД только от частоты вращения ротора и независимость от нагрузки.

Разрешение противоречий между динамическими и энергетическими свойствами электропривода путем многокритериальной оптимизации работы электрической машины [3] позволяет при заданном значении одного показателя качества обеспечить наилучшие значения других качественных оценок, что создает возможность существенного улучшения потребительских свойств электропривода [4]. В то же время остается актуальным вопрос оптимально-

го по быстродействию управления электрической машиной в условиях энергетических ограничений по напряжению, мощности или тепловым потерям. Решение в рамках традиционных подходов оказываются трудоемкими и малоэффективными. Неоднозначность решений задачи оптимального управления определяется как сложностью математического описания машины переменного тока – взаимосвязанного многоканального объекта управления, – так и сложностью ее формализации. В качестве характеристики быстродействия электропривода рассматривается время процессов формирования электромагнитного момента.

В работе ставится задача синтеза оптимального вектора управления, обеспечивающего формирование электромагнитного момента за минимальное время, в условиях минимума напряжения или мощности, подводимой к обмоткам двигателя для изменения электромагнитного момента, или минимума тепловых потерь. Решение задачи актуально для электроприводов, в которых управление рассматривается как в «большом», так и в «малом».

Для математического описания электромагнитных процессов принята система уравнений Кирхгофа, представляющая вектор состояния обобщенной электрической машины в системе  $dq$ , вращающейся со скоростью ротора  $\alpha$

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{d\psi_d}{dt} + Ri_d - \omega\psi_q; & U_{rd} &= \frac{d\psi_{rd}}{dt} + R_r i_{rd}; \\ U_q &= \frac{d\psi_q}{dt} + Ri_q + \omega\psi_d; & U_{rq} &= \frac{d\psi_{rq}}{dt} + R_r i_{rq}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U_d, U_q, U_{rd}, U_{rq}$  – напряжения статора и ротора, подводимые к обмоткам двигателя;  $i_d, i_q, i_{rd}, i_{rq}$ ,  $\psi_d, \psi_q, \psi_{rd}, \psi_{rq}$  – соответствующие токи и потокосцепления статора и ротора в системе рассматриваемых координат;  $L, L_r, R, R_r$  – индуктивности и активные сопротивления обмоток статора и ротора.

Взаимосвязь потокосцеплений и токов определяется уравнениями:

$$\begin{aligned} \psi_d &= Li_d + L_m i_{rd}; & \psi_{rd} &= L_m i_d + L_r i_{rd}; \\ \psi_q &= L_m i_{rq} + Li_q; & \psi_{rq} &= L_r i_{rq} + L_m i_q, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $L_m$  – взаимная индуктивность статора и ротора.

Результаты решения поставленной задачи для обобщенной электрической машины могут быть применены к другим типам электрических машин.

На рис. 1 представлена векторная диаграмма электрической машины в системе координат, ориентированной по току ротора  $i_{rq}=0, i_{rd}=i_r$ .

Такая ориентация системы управления позволит упростить анализ процессов формирования электромагнитного момента:

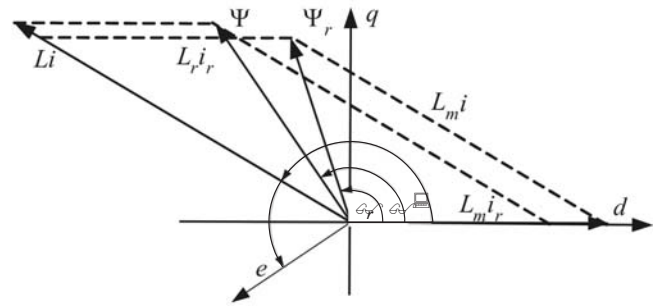


Рис. 1

$$m = \psi i \cos \varphi = \psi_r i_r \sin \beta_r = L_m i_r i \sin \mu, \quad (3)$$

где  $\psi, \psi_r, i, i_r$  – модули потокосцепления и тока векторов состояния электрической машины;  $\beta, \beta_r$  – углы, определяющие положение потокосцепления статора и ротора относительно тока ротора;  $\mu$  – угол между векторами токов статора и ротора;  $\varphi$  – угол между векторами ЭДС от потокосцепления статора и током статора, значение косинуса которого является одной из основных энергетических характеристик электропривода.

Процесс быстрого формирования электромагнитного момента разбит на два этапа. На первом определяются условия формирования электромагнитного момента за минимальное время при ограничениях его задания. На втором выявляются аргументы вектора управления, характеризующие его состояние, при которых оптимальное по быстродействию управление достигается при минимальных значениях напряжения или мощности, подводимой к обмоткам двигателя для изменения электромагнитного момента, или минимуме тепловых потерь.

В качестве управляемых переменных параметров многоканальной динамической системы (1) выбраны потокосцепления статора и ротора, показанные на рис. 1; этот выбор дает возможность оценить значение напряжения при синтезе вектора управления. Зависимость управляемых переменных от электромагнитного момента (3) описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \psi_d &= \frac{m \cos(\beta)}{i \cos(\varphi)}; & \psi_{rd} &= \frac{m \cos(\beta_r)}{i_r \sin(\beta_r)}; \\ \psi_q &= \frac{m \sin(\beta_r)}{i \cos(\varphi)}; & \psi_{rq} &= \frac{m \sin(\beta_r)}{i_r \sin(\beta_r)}. \end{aligned} \quad (4)$$

Напряжения, требуемые для изменения потокосцеплений, являются трансформаторными ЭДС и не связаны с ЭДС вращения. Для удобства решение поставленной задачи ведется отдельно по продольной и поперечной осям каналов управления:

$$U_d = \frac{u_{dref}}{T_d} - k_d i_d - K_d i_{rd} - \omega \psi_q;$$

$$U_{rd} = \frac{u_{rdref}}{T_d} - k_{rd} i_d - K_{rd} i_{rd}; \quad (5)$$

$$U_q = \frac{u_{qref}}{T_q} - k_q i_q - K_q i_{rq} + \omega \psi_d;$$

$$U_{rq} = \frac{u_{rqref}}{T_q} - k_{rq} i_q - K_{rq} i_{rq}.$$

С учетом конструкции регуляторов и выбора коэффициентов обратных связей (5) система уравнений (1) приведена к виду многоканальной динамической системы первого порядка, состояние которой зависит от значения заданных потокосцеплений  $u_{dref}$ ,  $u_{qref}$ ,  $u_{rdref}$ ,  $u_{rqref}$  статора и ротора:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_d}{dt} + \frac{\psi_d}{T_d} &= \frac{u_{dref}}{T_d}; & \frac{d\psi_{rd}}{dt} + \frac{\psi_{rd}}{T_d} &= \frac{u_{rdref}}{T_d}; \\ \frac{d\psi_q}{dt} + \frac{\psi_q}{T_q} &= \frac{u_{qref}}{T_q}; & \frac{d\psi_{rq}}{dt} + \frac{\psi_{rq}}{T_q} &= \frac{u_{rqref}}{T_q}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $T_d$ ,  $T_q$  – параметры динамической системы, характеризующие быстрдействие контуров регулируемых переменных по продольной и поперечной осям; значения параметров определяются выбором коэффициентов обратной связи в (5).

В качестве управляющего воздействия на многоканальную динамическую систему (6) выбран сигнал  $u_{ref}$  задания электромагнитного момента (3). В силу взаимосвязи токов статора и ротора в пространстве состояний электрической машины

$$Li \cos(\varphi) = L_m i_r \sin(\beta)$$

на основании (4) заданы переменные динамической системы (6):

$$\begin{aligned} u_{dref} &= \frac{u_{ref} \cos(\beta)}{i \cos(\varphi)}; \\ u_{rdref} &= \frac{u_{ref} \sin(\beta) \cos(\beta_r) L_m}{i \cos(\varphi) \sin(\beta_r) L}; \\ u_{qref} &= \frac{u_{ref} \sin(\beta)}{i \cos(\varphi)}; \\ u_{rqref} &= \frac{u_{ref} \sin(\beta) L_m}{i \cos(\varphi) L}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из (7) следует, что задание потокосцеплений при формировании электромагнитного момента зависит не только от сигнала задания момента  $u_{ref}$ , но и от выбора положения изображающих векторов, которое определяет зависимость между током и потокосцеплением статора:

$$\psi = Li \cos(\varphi) (\cot \beta + \operatorname{tg} \varphi). \quad (8)$$

Для решения задачи минимизации времени создания электромагнитного момента в условиях ограничения задающего воздействия используется принцип максимума [5]. Он устанавливает взаимосвязь между оптимальным управлением, регулируемые переменными и координатами сопряженной системы, состояние которой определяется Гамильтонианом быстрдействия. Гамильтониан динамической системы (6) имеет вид:

$$\begin{aligned} H = & \psi_1 \left[ -\frac{\psi_d}{T_d} + \frac{u_{dref}}{T_d} \right] + \psi_2 \left[ -\frac{\psi_q}{T_q} + \frac{u_{qref}}{T_q} \right] + \\ & + \psi_3 \left[ -\frac{\psi_{rd}}{T_d} + \frac{u_{rdref}}{T_d} \right] + \psi_4 \left[ -\frac{\psi_{rq}}{T_q} + \frac{u_{rqref}}{T_q} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где координаты  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_3$ ,  $\psi_4$  сопряженной системы:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= \frac{\psi_1}{T_d}; & \frac{d\psi_2}{dt} &= \frac{\psi_2}{T_q}; \\ \frac{d\psi_3}{dt} &= \frac{\psi_3}{T_d}; & \frac{d\psi_4}{dt} &= \frac{\psi_4}{T_q}, \end{aligned} \quad (10)$$

имеют следующие решения:

$$\psi_1 = \tilde{N} e^{\frac{t}{T_d}}; \quad \psi_2 = \tilde{N} e^{\frac{t}{T_q}}; \quad \psi_3 = \tilde{N} e^{\frac{t}{T_d}}; \quad \psi_4 = \tilde{N} e^{\frac{t}{T_q}}.$$

Подставив (7) в (9), можно определить условия управления, при которых Гамильтониан максимален; эти условия достигаются при выполнении равенства:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u_{ref}} &= 0, \\ \psi_1 \cos(\beta) \frac{1}{i \cos(\varphi) T_d} &+ \psi_2 \sin(\beta) \frac{1}{i \cos(\varphi) T_q} + \\ + \psi_3 \sin(\beta) \cos(\beta_r) \frac{L_m}{L} \frac{1}{T_d} &+ \psi_4 \sin(\beta) \frac{L_m}{L} \frac{1}{T_q} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Выполнение условий (11) при различных темпах изменения задаваемых переменных системы (6) невозможно, так как значения координат сопряженной системы (10) стремятся к бесконечности с разным темпом. Условия (11) могут быть выполнены при пропорциональном и одновременном регулировании задаваемых переменных, что достигается при синтезе вектора управления путем определенного формирования напряжения (5). При нулевых начальных условиях многоканальной динамической системы (6) и одинаковом быстрдействии

контуров задаваемых переменных ( $T_d = T_q = T$ ) все решения сопряженной системы (10) равны, что позволяет уравнение (11) привести к виду:

$$\frac{b_u(\varphi, \beta)}{T_i \cos(\varphi)} C_e \frac{t}{T} = 0, \quad (12)$$

где  $b_u(\varphi, \beta)$  – некоторая функция, выражение которой в результате преобразования уравнения (11) представлено как

$$b_u(\varphi, \beta) = \left[ \frac{l_m}{L} + \frac{L_m \left[ \tan(\varphi) - \tan(\beta) + \frac{L_r L}{L_m^2} \left( \frac{1}{\sin(\beta) \cos(\beta)} \right) \right]}{L(\tan(\varphi) \tan(\beta) + 1)} + 1 \right] \times \sin(\beta) + \cos(\beta). \quad (13)$$

Из (12) следует, что максимум Гамильтониана достигается при равенстве нулю функции (13) независимо от мгновенного значения модуля тока статора; при  $\varphi = \pi/2$  электромагнитный момент (3) не может быть сформирован.

Равенство нулю функции достигается при определенных значениях аргументов  $\beta$  и  $\varphi$ , характеризующих положение изображающих векторов. Исследование функции (13) показывает, что поверхность ее значений проходит через координатную плоскость, образуя на ней линию оптимальных аргументов, где значения  $b_u(\varphi, \beta)$  равны нулю:

$$\varphi(\beta) = -a \tan \left[ \frac{2LL_r[L + L_m(1 + \tan(\beta))] - (L_m + L)L_m^2 \sin(2\beta)(\tan(\beta) + 1)}{-L_m^2 \sin(\beta)[(L + L_m)\tan(\beta) - L + L_m \tan(\beta)^2]} \right]. \quad (14)$$

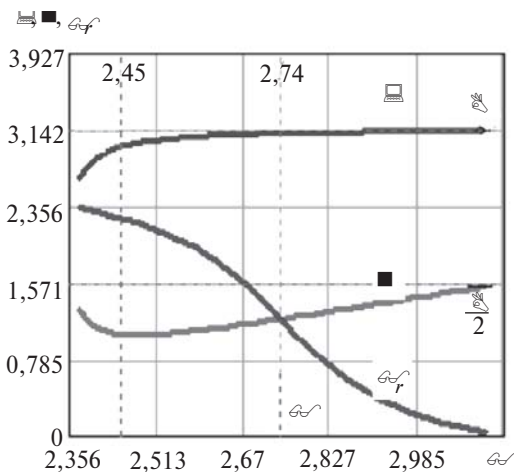


Рис. 2

В границах пространства состояний электрической машины  $\mu = \pi/2 + \beta - \varphi$  нас интересует область аргументов, в которой можно сформировать положительный электромагнитный момент  $\beta \in [\pi/2 + \pi/4, \pi]$ .

Предельные значения аргументов, при которых электромагнитный момент физически не может быть сформирован, рассматривать не будем. На рис. 2 представлены функции углов  $\varphi$ ,  $\mu$  (отражающего положение тока статора относительно тока ротора) и  $\beta_r$  в области аргумента  $\beta$ , где значения  $b_u(\varphi, \beta)$  равны нулю. На рис. 3 – значения управляемых переменных  $\psi$ ,  $\psi_r$  многоканальной динамической системы (6), отражающие поведение вектора состояния при скольжении по линии оптимальных аргументов (14), в условиях неизменного значения электромагнитного момента  $m$ .

Существование линии оптимальных аргументов предполагает множество решений оптимальной задачи при ограничении задания электромагнитного момента. Свобода выбора соотношений между током и потокосцеплением статора (8), зависящего в силу уравнения (14) от одного аргумента, и обуславливает множество экстремалей. Каждой экстремали соответствует определенное положение изображающих векторов, при котором изменение вектора потокосцепления относительно координатных осей при формировании электромагнитного момента осуществляется предельно быстро за счет оптимального перераспределения напряжения между обмотками двигателя. От положения изображающих векторов зависят энергетические свойства электрической машины, что и позволяет расширить задачу управления, накладывая на ее решение дополнительные условия. Поэтому на втором этапе решения поставленной задачи выявляются аргументы вектора управления, соответствующие экстремалам, при которых управление осуществляется при минимальных значениях напряжения или мощности, подводимой к обмоткам двигателя для

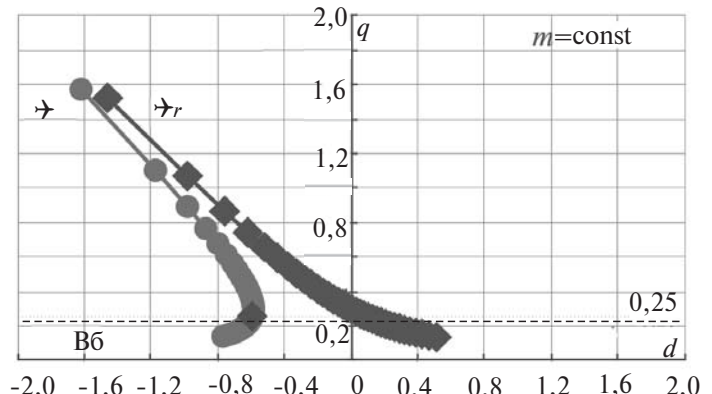


Рис. 3

изменения электромагнитного момента, или минимуме тепловых потерь.

Из рис. 3 следует, что значения модуля потокоцеплений статора и ротора имеют явно выраженные минимумы при движении по линии оптимальных аргументов в условиях ограничения электромагнитного момента. Положение изображающих векторов, при котором достигается минимум, будет определять оптимальный по быстрдействию закон управления в условиях минимизации напряжения, подводимого к соответствующим обмоткам двигателя. Положение изображающих векторов по линии оптимальных аргументов, где достигается минимум потокоцепления статора, в соответствии с (14) и при неизменном электромагнитном моменте можно определить, приравняв нулю производную от выражения (8):

$$\beta = 2 \arctan(\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{2} + 1). \quad (15)$$

Таким образом, формируя управление (7) в соответствии с выражениями (15) и (14) при компенсации внутренних связей (5) и равном быстродействии контуров задаваемых переменных, получаем оптимальное по быстрдействию управление в условиях минимального напряжения статора при ограничении задания электромагнитного момента.

При равном быстродействии контуров задаваемых переменных и нулевых начальных условиях положение изображающих векторов сохраняется как в статических, так и в динамических режимах, обеспечивая пропорциональное изменение тока и потокоцепления статора (8). В этом случае значение электромагнитного момента (3)

$$m = \frac{\psi^2}{L(\cot\beta + \operatorname{tg}\varphi)} = Li^2 \cos^2 \varphi (\cot\beta + \operatorname{tg}\varphi);$$

его производную можно описать выражением:

$$\frac{dm}{dt} = 2\psi \frac{d\psi}{dt} \cos \varphi = 2i \cos \varphi \frac{d\psi}{dt}. \quad (16)$$

Суммируем уравнения системы (6) и умножим левую и правую части полученного выражения на значение активного тока  $i \cos(\varphi)$ :

$$b_u(\beta, \varphi) \frac{d\psi}{dt} + b_u(\beta, \varphi) \frac{\psi}{T} = b_u(\beta, \varphi) \frac{u_{ref}}{Ti \cos(\varphi)}.$$

В соответствии с (16) можно записать выражение зависимости электромагнитного момента от его задания  $u_{ref}$ :

$$\frac{T}{2} \frac{dm}{dt} + m = u_{ref},$$

где  $T$  – выбранный при синтезе управляющего воздействия параметр времени, характеризующий быстродействие контуров регулируемых переменных.

Таким образом, зависимость электромагнитного момента от его задания при формировании управления по (5) и (7) описывается инерционным звеном первого порядка при любом значении экстремали независимо от положения изображающих векторов.

Достижение высокого быстродействия при формировании электромагнитного момента в условиях минимизации потокоцеплений приводит к увеличению токов и, следовательно, тепловых потерь, а также к изменению мощности, подводимой к обмоткам двигателя. Поэтому актуально определить положение изображающих векторов на линии оптимальных аргументов, где тепловые потери  $\Delta P$  минимальны:

$$\Delta P = mF(\beta, \varphi), \quad (17)$$

или минимальна мощность, подводимая к обмоткам двигателя для изменения электромагнитного момента:

$$\frac{dw}{dt} = f(\beta, \varphi) \frac{dm}{dt}, \quad (18)$$

где  $w$  – энергия магнитного поля;  $F(\beta, \varphi)$ ,  $f(\beta, \varphi)$  – функции энергетического состояния, аргументами которых являются углы, определяющие положение изображающих векторов [5]. Подставив зависимость аргументов (14) в функции энергетического состояния (17) или (18), их значения можно выразить посредством одной переменной и определить положение изображающих векторов, при котором они минимальны.

На рис. 4 представлены зависимости модулей векторов потокоцеплений статора  $\psi(\beta)$ , ротора  $\psi_r(\beta)$  и энергетического состояния  $F(\beta, \varphi)$ ,  $f(\beta, \varphi)$ , отражающие значения тепловых потерь и мощности при скольжении по линии оптимальных аргументов. С увеличением угла  $\beta$ , определяющего положение вектора потокоцепления статора, тепловые потери (17) при неизменном электромагнитном моменте увеличиваются, а мощность (18) при любом темпе изменения электромагнитного момента имеет явно выраженный минимум. Таким образом, задаваясь желаемыми энергетическими характеристиками, можно определить положение изображающих векторов и, следовательно, найти закон управления, обеспечивающий оптимально быстрое формирование электромагнитного момента в условиях наиболее полного использования потенциальных возможностей электрической маши-

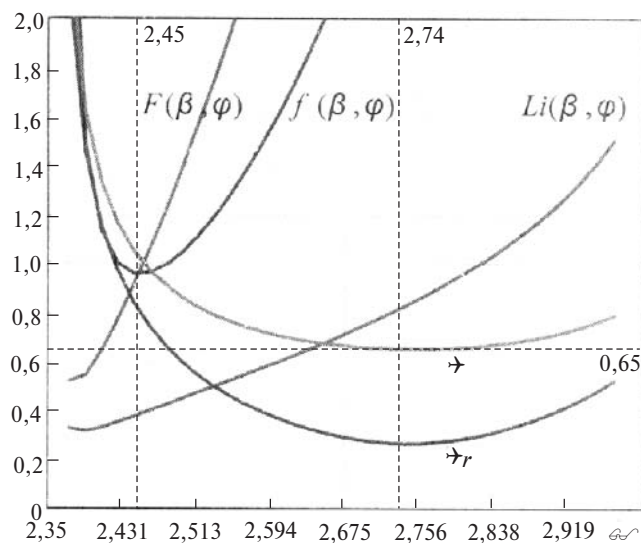


Рис. 4

ны и источника питания. К недостаткам рассмотренных законов управления можно отнести необходимость при их реализации учета нелинейности характеристики намагничивания машины. В условиях развития вычислительной техники и алгоритмов идентификации состояния электрической машины эти недостатки не могут стать препятствием для создания качественных электроприводов.

**Вывод.** Оптимальное управление машиной переменного тока должно осуществляться при определенном положении изображающих векторов с

одновременным регулированием задаваемых переменных, что достигается путем синтеза управляющего воздействия. Это ключевое положение справедливо для управляющих воздействий не только при оптимизации по быстрдействию, но и при многокритериальной оптимизации работы машины переменного тока, обеспечивающей наилучшее сочетание энергетических и динамических свойств электропривода.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вейнгер А.М. Регулируемый синхронный электропривод. — М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Боченков Б.М., Филюшов Ю.П. Анализ законов управления быстрдействию электроприводами переменного тока. — Электротехника, 2009, №4.
3. Боченков Б.М., Филюшов Ю.П. Оптимизация электропривода переменного тока по векторному критерию качества. — Электричество, 2007, № 8.
4. Патент № 2092967 (РФ). Электропривод с синхронным двигателем/Ю.П. Филюшов, 1997.
5. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. — М.: Наука, 1976.
6. Филюшов Ю.П. Многокритериальная оптимизация работы электрической машины переменного тока: Автореф дис... канд. техн. наук, НГТУ, 2007.

[11.01.10]

Автор: **Филюшов Юрий Петрович** окончил Новосибирский электротехнический институт в 1985 г. Защитил кандидатскую диссертацию «Многокритериальная оптимизация работы электрической машины переменного тока» в 2007 г. Инженер Сибирского филиала ФГУП ВНИКТИ МПС РФ.

\* \* \*

**Вниманию предприятий, организаций,  
НИИ, вузов России  
и зарубежных фирм!**

Журнал «Электричество» предоставляет свои страницы для

- РЕКЛАМЫ ИЗДЕЛИЙ отечественных предприятий и зарубежных фирм в области энергетики, электротехники, электроники, автоматики
- ПУБЛИКАЦИИ ОБЪЯВЛЕНИЙ о научных симпозиумах, конференциях, совещаниях, семинарах
- ДРУГОЙ ИНФОРМАЦИИ, соответствующей тематике журнала

Сообщаем, что журнал поступает к зарубежным подписчикам во многих странах мира.

Напоминаем наш адрес: 101000 Москва, Главпочтамт, а/я 648.

Тел./факс (7-495)362-7485