

Математическое и физическое моделирование фильтрокомпенсирующего устройства на основе каткона¹

БУТЫРИН П.А., ГУСЕВ Г.Г., КУЖМАН В.В., МИХЕЕВ Д.В.

Предлагается подход к математическому и физическому моделированию фильтрокомпенсирующего устройства на основе каткона, который представляет собой единый объект и реализует функции компенсатора реактивной мощности и фильтра высших гармоник. Каткон выгодно отличается по массогабаритным параметрам от традиционных фильтрокомпенсирующих устройств, собранных отдельно из компенсаторов реактивной мощности и фильтров высших гармоник. Применение каткона в качестве фильтрокомпенсирующего устройства является удачным техническим решением, так как напряжения высших гармоник на катконе, возникающие при резонансе, не являются критичными для его изоляции. Это обусловлено тем, что составляющие напряжения сети высших гармоник и основной частоты напряжения питания по уровню не соизмеримы. Моделирование каткона с магнитопроводом осуществляется как моделирование нелинейного объекта с распределёнными параметрами на основе метода усреднения. В результате получены простые аналитические выражения интегральных параметров устройства. Особое внимание уделено зависимости резонансной частоты каткона от длины немагнитного зазора магнитопровода реактора. Анализируются частотные характеристики фильтрокомпенсирующего устройства, определяются коэффициенты аппроксимации. Физический эксперимент подтверждает адекватность полученных выражений реальным параметрам фильтрокомпенсирующего устройства на основе каткона.

Ключевые слова: фильтрокомпенсирующее устройство, реактор, конденсатор, магнитопровод, цепь с распределёнными параметрами, математическая модель, метод усреднения, эквива-

Катушка-конденсатор. Катушка-конденсатор (каткон) в простейшем случае представляет собой две гальванически не связанные катушки, условно изображенные на рис. 1 в виде одного витка из проводов 1 и 2. Токи смещения между проводами определяют зависимость значений напряжения между ними и токов i_1 , i_2 в них от координаты x по всей длине l витков. Описание электромагнитных процессов в подобном устройстве приведено в [1] применительно к катушке с самокомпенсацией реактивной мощности.

Каткон для фильтрокомпенсирующих устройств. Фильтрокомпенсирующее устройство (ФКУ) на основе каткона работает следующим образом. При подключении компенсируемой сети между проводами возникает электрическое поле, приводящее к возникновению токов смещения, которые, как и токи проводимости в проводах, являются намагничивающими для магнитопровода.

На резонансных частотах подавляются высшие гармоники сети. На промышленной частоте реализуется повышение коэффициента мощности.

Предлагается [2, 3] выполнить подобное устройство с использованием магнитопровода из двух П-образных стержней, что позволяет канализировать магнитные потоки катушек и осуществлять настройку параметров фильтра изменением немагнитных зазоров между стержнями магнитопровода. Катушки 1 и 2 выполняются из проводов или фольги. Сеть с напряжением питания u_{Π} (рис. 2)

подключается к началу первой $H1$ и концу второй $K2$ катушек, конец первой $K1$ и начало второй $H2$ катушек остаются разомкнутыми. Высшие гармоники подавляются на резонансной частоте каткона.

Математическое моделирование ФКУ. Математическая модель ФКУ определяется цепью с распределёнными параметрами, представляемой элементарными ячейками [1]. Катушка выполнена двухзаходной — сложенными вместе изолированными друг от друга проводами. Подключение источника питания u_{Π} (рис. 1, 2) обеспечивает суммирование намагничивающих токов в проводах. Очевидно, вследствие протекания токов смещения между проводами напряжения u_1 и u_2 и токи i_1 и i_2 будут за-

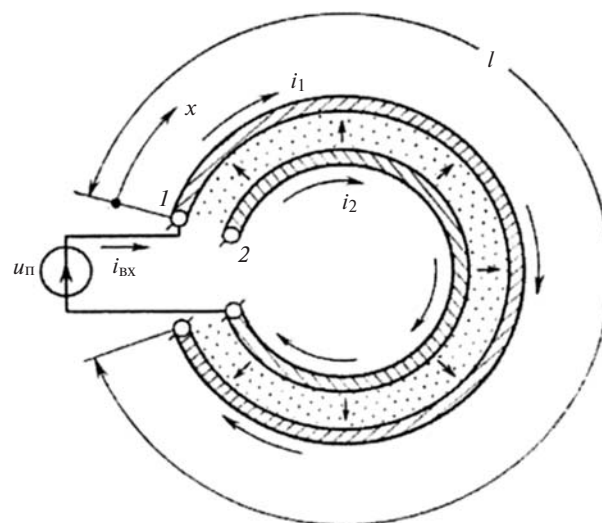


Рис. 1

¹ По гранту РФФИ НШ 6656.2014.8.

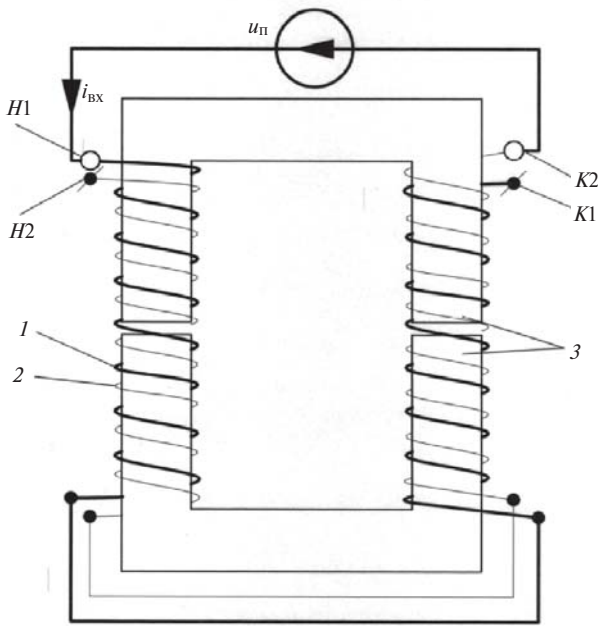


Рис. 2

висеть от координаты x по всей длине проводов катушки l .

Упрощение расчётов при исследовании электрофизических процессов достигается путём представления ФКУ цепью с распределёнными параметрами, учитывающими магнитную и электрическую связи между проводами. Схема замещения цепи [1] содержит на участке длиной dx в качестве первичных параметров следующие элементы: $L_{01}(i_1)$, $L_{02}(i_2)$ – индуктивность реактора на единицу длины, Гн/м; R_0 – сопротивление проводов реактора на единицу длины, Ом/м; C_0 – ёмкость между проводами на единицу длины, Ф/м; G_0 – проводимость на единицу длины, учитывающая потери в изоляции между проводами, См/м.

Магнитная связь между индуктивными элементами всех ячеек определяется взаимной индуктивностью M с коэффициентом связи, равным единице.

Принимая провода обмотки идентичными и однородными по всей длине l , с учётом элементов на участке dx и принятых положительных направлений токов i_1 и i_2 и напряжений u_1 и u_2 относительно земли получены уравнения градиентов [1].

В данной работе в отличие от [1] математическая модель рассматриваемого ФКУ определяется нелинейной цепью с распределёнными параметрами. Из-за наличия немагнитного зазора в магнитопроводе реактора нелинейность его характеристики проявляется слабо. В результате гармонической линеаризации эта характеристика определяется нелинейной зависимостью эквивалентной индуктивности от токов на основной гармонике. С учётом нелинейности магнитопровода сумма токов $(i_1 + i_2) = i = \text{const}$, т.е. намагничивающий ток маг-

нитопровода не зависит от координаты x , причём $(i_1 + i_2) = i_{\text{вх}}$. Электрическая цепь ФКУ является сосредоточенной (дискретной) индуктивностью и распределённой ёмкостью по всей длине l . При реальном распределении взаимных индуктивностей M_1 и M_2 в зависимости от координаты x совместное рассмотрение исходных уравнений затрудняет аналитическое решение. Поэтому принимаются практически оправданные допущения о том, что параметры проводов идентичны, т.е. $L_{01}(i_1) = L_{02}(i_2)$, $R_{L1} = R_{L2} = R_0$, а ёмкость между ними на единицу длины C_0 много больше межвитковой ёмкости и ёмкости на землю.

С учётом идентичности параметров проводов и равенстве числа витков $w_1 = w_2 = w$, а также принимая, что коэффициенты связи между отдельными витками равны единице (сильная магнитная связь), получаем, что потоки в отдельных витках равны и не зависят от координаты x , т.е. $F_1 = F_2 = F = wM(i_1 + i_2) = i = \text{const}$. При сильной магнитной связи $M_1 = M_2 = M = \text{const}$, т.е. сумма токов в проводах не зависит от координаты x . При малых значениях величины $|p| = \left| \sqrt{2R_0(j\omega C_0 + G_0)} \right|$, определяющей потери, распределение токов $i_1(x)$ и $i_2(x)$ носит линейный характер.

Вышеприведённые соображения позволяют считать, что нелинейность кривой намагничивания реактора может быть учтена в эквивалентной схеме, приведённой относительно входа ФКУ, в виде элемента $L_{0\text{ЭКВ}}l$.

При малых значениях $|p|$ входное сопротивление ФКУ

$$Z_{\text{вх}} = \frac{2}{3}R_0l + j\omega L_{0\text{ЭКВ}}l + \frac{1}{j\omega C_0l + G_0l}. \quad (1)$$

Из условия $\text{Im}\{Z_{\text{вх}}\} = 0$ может быть определена резонансная частота:

$$f_p = \frac{1}{2p} \sqrt{\frac{1}{L_{0\text{ЭКВ}}C_0^2l^2 - \frac{G_0^2}{C_0^2}}}.$$

Входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}} \Big|_{f_p} = \frac{2}{3}R_0l + G_0l \frac{L_{0\text{ЭКВ}}}{C_0l}.$$

Для упрощения анализа процессов в ФКУ на рис. 3 приведена эквивалентная схема, синтезированная по входному сопротивлению согласно (1), где $2/3R_0l$ – эквивалентное сопротивление ФКУ, определяющее потери в проводах; $L_{0\text{ЭКВ}}l$ – эквивалентная индуктивность ФКУ; C_0l – эквивалентная ёмкость ФКУ; G_0l – эквивалентная проводимость, учитывающая потери в изоляции между проводами.

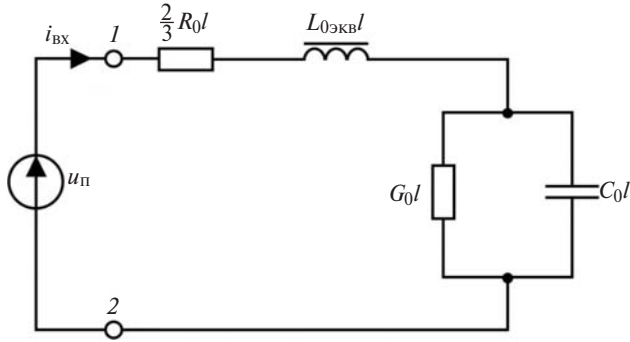


Рис. 3

Из схемы рис. 3 видно, что на резонансной частоте может иметь место резонанс напряжений. По указанным выше эквивалентным параметрам можно определить резонансную частоту и входное сопротивление. Как будет показано далее, зависимость $L_{0ЭКВ} l$ от амплитуды тока гармоники резонанса позволяет анализировать амплитудно-частотную характеристику ФКУ.

Эквивалентная индуктивность определяется по основной гармонике тока резонансной частоты i_W . При аппроксимации основной кривой намагничивания магнитопровода реактора $B(H)$ полиномом девятой степени

$$B(H) = \sum_{n=1}^{n=9} K_n H^n, \quad (2)$$

где $n = (2m - 1)$; $m = 1, 2, \dots, 5$; K_n – коэффициенты аппроксимации.

Напряжение на входе ФКУ u_π определяется суммой напряжений сети и гармоники соответственно:

$$u_W = U_{mW} \sin \omega t - \frac{p \ddot{\phi}}{2 \omega}; \quad u_W = U_{mW} \sin(\omega t + j W),$$

при этом

$$i_W = I_{mW} \sin(\omega t); \quad i_W = I_{mW} \sin(Wt).$$

Полагаем, что ток частоты сети i_W определяется сопротивлением конденсатора $I_{mW} = U_{mW} \omega C$, определению подлежат I_{mW} и $j W$.

Выражение для эквивалентной индуктивности находим с учётом основной гармоники резонансной частоты:

$$L_{0ЭКВ} l = \frac{wS}{i_W} B(H),$$

где w – число витков; S – сечение магнитопровода реактора.

Учитывая, что $H = (w / l_M)(i_W + i_W)$, где l_M – средняя длина магнитопровода, на основе (2) можно записать:

$$L_{0ЭКВ} l = \frac{wS \hat{e}}{i_W} K_1 \frac{w}{l_M} (i_W + i_W) + K_3 \frac{w^3}{l_M^3} (i_W + i_W)^3 +$$

$$+ K_5 \frac{w^5}{l_M^5} (i_W + i_W)^5 + K_7 \frac{w^7}{l_M^7} (i_W + i_W)^7 + K_9 \frac{w^9}{l_M^9} (i_W + i_W)^9 \dot{\phi}$$

Гармоническая линеаризация, учитывающая основную гармонику тока i_W на частоте резонанса, реализуется на основе операции усреднения интегрированием за период. Так, для слагаемого с $\sin^2 q$ имеем:

$$\frac{1}{2p} \int_0^{2p} \sin^2 q dq = \frac{1}{2},$$

где $q = Wt$.

Средние значения с учётом принятых обозначений:

$$\overline{\sin^2 q} = \frac{1}{2}; \quad \overline{\sin^4 q} = \frac{3}{8}; \quad \overline{\sin^6 q} = \frac{5}{16}; \quad \overline{\sin^8 q} = \frac{35}{128}.$$

В результате усреднения и преобразований, с учётом основной гармоники тока i_W выражение эквивалентной индуктивности примет вид:

$$L_{0ЭКВ} l = a_1 + a_3 I_{mW}^2 + a_5 I_{mW}^4 + a_7 I_{mW}^6 + a_9 I_{mW}^8, \quad (3)$$

где с учетом коэффициентов аппроксимации $B(H)$ и значения амплитуды тока I_{mW} напряжения питания

$$a_1 = K_1 \frac{w^2 S}{l_M} + \frac{3}{2} b_3 I_{mW}^2 + \frac{15}{8} b_5 I_{mW}^4 + \frac{35}{16} b_7 I_{mW}^6 + \frac{315}{128} b_9 I_{mW}^8;$$

$$a_3 = \frac{1}{2} b_3 + \frac{5}{2} b_5 I_{mW}^2 + \frac{105}{16} b_7 I_{mW}^4 + \frac{105}{8} b_9 I_{mW}^6;$$

$$a_5 = \frac{3}{8} b_5 + \frac{63}{16} b_7 I_{mW}^2 + \frac{567}{32} b_9 I_{mW}^4;$$

$$a_7 = \frac{5}{16} b_7 + \frac{45}{8} b_9 I_{mW}^2;$$

$$a_9 = \frac{35}{128} b_9;$$

$$b_3 = K_3 \frac{w^4 S}{l_M^3}; \quad b_5 = K_5 \frac{w^6 S}{l_M^5}; \quad b_7 = K_7 \frac{w^8 S}{l_M^7};$$

$$b_9 = K_9 \frac{w^{10} S}{l_M^9}.$$

Физическое моделирование каткона. Модель (см. фото на рис. 4) соответствует патенту [4], схема соединений секций модели выполнена согласно рис. 2. Кривая намагничивания магнитопровода ФКУ соответствует аппроксимации (2). Материал сердечников П-образной формы – аморфная сталь марки 71 КНСР; сечение магнитопровода $20 \times 20 \text{ мм}^2$; длина немагнитного зазора $(2 \times 0,5) = 1 \text{ мм}$; число витков каждой секции 150; эквивалентная



Рис. 4

индуктивность реактора с учётом аппроксимации (2) определяется выражением (3).

Каждая секция намотана двухзаходно из алюминиевой фольги толщиной 7 мкм, шириной 84 мм. Изоляция — из двух листов полипропилена толщиной 10 мкм, шириной 95 мм. Значение ёмкости между алюминиевыми электродами 5,48 мкФ.

Испытания физической модели ФКУ подтвердили её адекватность принятой математической модели. Экспериментально определенная резонансная частота равна 348 Гц (7-я гармоника), её расчётное значение 350 Гц.

Зависимость резонансной частоты ФКУ от длины зазора в магнитопроводе. Учитывая важность частотной характеристики ФКУ $f_p(d)$ как функции резонансной частоты f_p от длины немагнитного зазора d , целесообразно получить для неё сравнительно простое аналитическое выражение. Это необходимо для выполнения предварительных расчётов ФКУ и проведения практических работ по настройке режимов работы.

В рамках линейной модели ФКУ аппроксимация основной кривой намагничивания магнитопровода (2) определяется коэффициентом $K_1; n=1, m=1$. Эквивалентную индуктивность при этом определяет значение коэффициента a_1 , т.е. $L_{0\text{ЭКВ}} l = a_1$. Согласно (3)

$$L_{0\text{ЭКВ}} l = a_1 = K_1 \frac{w^2 S}{l_M}$$

Таким образом, резонансная частота f_0 в предположении отсутствия немагнитного зазора ($d=0$), как следует из (1), определяется выражением

$$f_0 = \frac{1}{2p} \sqrt{\frac{1}{a_1 C_0 l}} \quad (4)$$

При высокой добротности в режиме резонанса значение f_0 практически не зависит от потерь. В выражении (4) учтено $G_0=0$.

Для получения при линейной модели рекуррентного выражения, устанавливающего непосредственно связь длины немагнитного зазора d и резонансной частоты f_p , необходимо обратиться к закону полного тока:

$$(i_W + i_W)(Y) = \frac{\infty}{\epsilon} \frac{d}{m_0 w^2 S} + \frac{l_M}{K_1 w^2 S} \frac{\ddot{Y}}{\varnothing},$$

где $K_1 = \pi m_0$.

Далее, используя определение индуктивности как отношение $Y / (i_W + i_W)$, можно представить f_p в виде (4). Последующие преобразования позволяют получить:

$$d = N(f_p^2 - f_0^2), \quad (5)$$

где N, f_0^2 — коэффициенты, причём $N = 4p^2 m_0 w^2 S C, C = C_0 l$.

Выражение для f_0^2 следует из (4):

$$f_0^2 = \frac{l_M}{4p^2 K_1 w^2 S C}$$

Расчет физической модели каткона с параметрами, приведёнными выше, проведен в соответствии с (5). По результатам расчёта на рис. 5 показан график зависимости $f_p(d)$ ($f_p = (d/N + f_0^2)^{0,5}$, $f_0 = 149$ Гц, $N = 1,355 \times 10^{-5}$ мм/Гц²; ● — опыт; ' — расчет). Ниже приведены численные значения результатов расчёта и опыта:

Резонансная частота f_p , Гц	149	350	450	550	650	750
Длина зазора d (расчет/опыт), мм	0 0	<u>1,359</u> 1,200	<u>2,443</u> 2,500	<u>3,798</u> 3,800	<u>5,424</u> 5,800	<u>7,321</u> 8,600
Номер гармоники	3	7	9	11	13	15

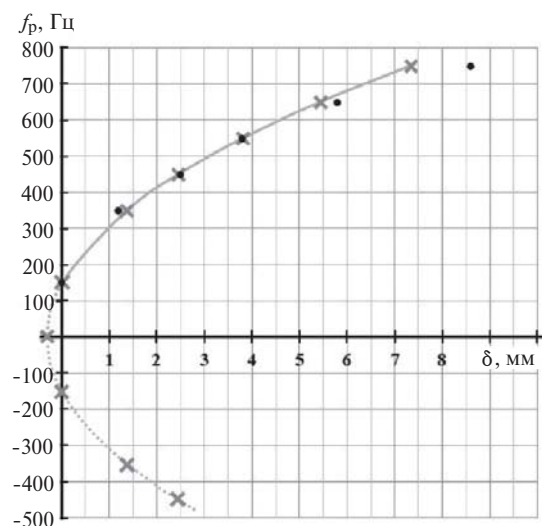


Рис. 5

Построенное на основе выполненного в статье математического моделирования каткона строгое алгебраическое решение задачи аппроксимации его частотной характеристики и зависимости эквивалентной индуктивности от амплитуд токов резонансной частоты и частоты питания сети показало, что зависимость резонансной частоты от длины немагнитного зазора является основой анализа электромагнитных процессов, определения и практической настройки параметров каткона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демирчян К.С., Гусев Г.Г. Синтез схем замещения катушки индуктивности с самокомпенсацией реактивной мощности. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1987, №2, с.3—10.
2. Бутырин П.А., Гусев Г.Г., Толчеев О.В., Шакирзянов Ф.Н., Кужман В.В. Катушка-конденсатор для фильтрокомпенсирующих устройств. — Изв. РАН. Энергетика, 2013, № 4, с. 72—74.
3. Бутырин П.А., Гусев Г.Г., Кужман В.В. Математическая модель фильтрокомпенсирующего устройства на основе катушки-конденсатора. — Изв. РАН. Энергетика, 2014, № 2, с. 130—135.

Elektrichestvo (Electricity), 2014, No. 11, pp. 58–62

Mathematical and Physical Modeling of a Coilcap-Based Filtering and Compensating Device Taking into Account Nonlinear and Distributed Nature of Its Parameters

P.A. BUTYRIN, G.G. GUSEV, V.V. KUZHMAN, and D.V. MIKHEYEV

The article describes an approach to mathematical and physical modeling of a coil-capacitor-based (coil cap) filtering and compensating device, which is made as an integer piece of equipment implementing the functions of a reactive power compensator and a filter of higher harmonic components. The coil cap differs advantage from conventional filtering and compensating devices assembled from reactive power compensators and filters of higher harmonic components in its mass and dimension characteristics. The use of a coil cap as a filtering and compensating devices a successful technical solution because the higher harmonic voltages across the coil cap that arise under resonance conditions are not critical for its insulation. This feature is stemming from the fact that the higher harmonic components of network voltage are not commensurable in level with the fundamental harmonic component of power supply voltage. The coil cap with a magnetic core is modeled as an online object with distributed parameters using the averaging method. As a result, simple analytic expressions for the device's integral parameters are obtained. Special attention is paid to the dependence of coil cap resonance frequency on the reactor core nonmagnetic gap's length. The frequency characteristics of the filtering and compensating device are analyzed, and the approximation coefficients are determined. The adequacy of the obtained expressions to the real parameters of a coil cap-based filtering and compensating device is confirmed by a physical experiment.

Key words: filtering and compensating device, reactor, capacitor, magnetic core, circuit with distributed parameters, mathematical model, averaging method, equivalent inductance, resonance frequency, gap, frequency response, experiment

REFERENCES

1. Demirchyan K.S., Gusev G.G. *Izv. AN SSSR. Energetika i transport (News of Academy of Sciences (SSSR). Power Engineering and Transport)*, 1987, No. 2, pp. 3—10.
2. Butyrin P.A., Gusev G.G., Tolcheyev O.V., Shakirzyanov F.N., Kuzhman V.V. *Izv. RAN. Energetika (News of Russian Academy of Sciences. Power Engineering)*, 2013, No. 4, pp. 72—74.

4. Патент (РФ) № 128033. Фильтрокомпенсирующее устройство. П.А.Бутырин, Г.Г.Гусев, В.В.Кужман, О.В. Толчеев. — /БИ, 2013, №13.

[24.07.14]

Авторы: Бутырин Павел Анфимович окончил энергетический факультет Челябинского политехнического института в 1974 г. В 1994 г. защитил докторскую диссертацию в Московском энергетическом институте (МЭИ). Заведующий кафедрой теоретических основ электротехники (ТОЭ) Национального исследовательского университета «МЭИ» (НИУ «МЭИ»), член-корреспондент РАН.

Гусев Геннадий Григорьевич окончил МЭИ в 1962 г. Защитил докторскую диссертацию в 1996 г. Профессор кафедры ТОЭ НИУ «МЭИ».

Кужман Виктор Валерьевич окончил факультет вычислительной техники Московского института электронной техники в 2003 г. Аспирант кафедры ТОЭ НИУ «МЭИ».

Михеев Дмитрий Владимирович окончил Институт электротехники НИУ «МЭИ» в 2014 г. Аспирант кафедры ТОЭ НИУ «МЭИ».

3. Butyrin P.A., Gusev G.G., Kuzhman V.V., Tolcheyev O.V. *Izv. RAN. Energetika (News of Russian Academy of Sciences. Power Engineering)*, 2014, No. 2, pp. 130—135.

4. Патент No. 128033 (РФ). *Fil'trokompensiruyushcheye ustroystvo (Filtr-compensating device) /P.A. Butyrin, G.G. Gusev, V.V. Kuzhman, O.V. Tolcheyev. Bulletin, 2013, No. 13.*

Authors: Butyrin Pavel Anfimovich (Moscow, Russia) — corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, Head of the Department, Moscow Power Engineering Institute (MPEI).

Gusev Gennadii Grigor'yevich (Moscow, Russia) — Doctor Techn. Sci., Professor of the Department, MPEI.

Kuzhman Viktor Valer'yevich (Moscow, Russia) — Ph. D. student in the Department of the MPEI.

Mikheev Dmitry Vladimirovich (Moscow, Russia) Ph. D. student in the Department of the MPEI.

