

Сообщения

К описанию процессов в однофазном трансформаторе

ДИЕВСКИЙ В.А.

Авторы работ по трансформаторам (например [1–4]) исходят из условия неизменности его магнитного потока при замыкании вторичной обмотки (переходе от холостого хода к работе под нагрузкой). Однако какой-либо оценки возникающей при этом погрешности не приводится. В статье представлен способ, позволяющий оценить изменение магнитного потока в сердечнике трансформатора при таком переходе. Погрешность оценивается в предположении постоянства возникающего тока.

Ключевые слова: трансформатор, изменение магнитного потока в сердечнике, оценка погрешности

В книгах по электрическим машинам, касающихся, в частности, описания процессов работы трансформаторов (например [1–4]), авторы исходят из условия, что результирующий рабочий магнитный поток не изменяется (или «почти не изменяется») при переходе от режима холостого хода к работе трансформатора под нагрузкой, т.е. при замыкании его вторичной обмотки. Однако приводимые обоснования этого предположения неубедительны, поскольку отсутствует какая-либо оценка допускаемой при этом погрешности.

Статья посвящена рассмотрению этого вопроса в предположении, что сердечник трансформатора не насыщен и в нем отсутствуют магнитные потери.

Дифференциальные уравнения однофазного трансформатора, как известно, имеют вид:

$$U_m \sin \omega t = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt};$$
$$0 = i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt},$$

где r_2 и L_2 включают значения активного сопротивления и индуктивности нагрузки.

Решение этих уравнений в установившемся режиме работы будем искать в виде:

$$i_1 = a_1 \sin \omega t + b_1 \cos \omega t;$$
$$i_2 = a_2 \sin \omega t + b_2 \cos \omega t.$$

Подстановка этих выражений в дифференциальные уравнения дает систему четырех алгебраических уравнений:

$$U_m = a_1 r_1 - L_1 b_1 \omega - M b_2 \omega;$$
$$0 = b_1 r_1 + L_1 a_1 \omega + M a_2 \omega;$$
$$0 = a_2 r_2 - L_2 b_2 \omega - M b_1 \omega;$$
$$0 = b_2 r_2 + L_2 a_2 \omega + M a_1 \omega.$$

После введения безразмерных параметров $e_1 = r_1 / \omega L_1$; $e_2 = r_2 / \omega L_2$; $m = M / L_1$; $m_2 = M / L_2$ уравнения принимают вид:

$$U_m / \omega L_1 = e_1 a_1 - b_1 - m b_2;$$
$$0 = e_1 b_1 + a_1 + m a_2;$$
$$0 = e_2 a_2 - b_2 - m_2 b_1;$$
$$0 = e_2 b_2 + a_2 + m_2 a_1.$$

Решив эту систему уравнений после введения безразмерного параметра рассеяния $m = 1 - m_2 = 1 - M^2 / L_1 L_2$ и безразмерного времени $t = \omega t$, получаем следующие выражения для токов обмоток:

$$i_2 = \frac{U_m m_2}{\omega L_1 D} (\tilde{a}_2 \sin t + \tilde{b}_2 \cos t),$$

где $D = (e_1 + e_2)^2 + (m - e_1 e_2)^2 = \tilde{a}_2^2 + \tilde{b}_2^2$ – определитель матрицы коэффициентов; $\tilde{a}_2 = -e_1 - e_2$; $\tilde{b}_2 = m - e_1 e_2$;

$$i_1 = \frac{U_m}{\omega L_1 D} (\tilde{a}_1 \sin t + \tilde{b}_1 \cos t),$$

где $\tilde{a}_1 = e_1 (1 + e_2^2) + (1 - m) e_2 = -\tilde{a}_2 - e_2 \tilde{b}_2$;
 $\tilde{b}_1 = -e_2^2 - m = e_2 \tilde{a}_2 - \tilde{b}_2$,
при этом $\tilde{a}_1^2 + \tilde{b}_1^2 = (1 + e_2^2) D$.

Тогда выражения для максимальных значений токов будут следующими:

$$i_{1m} = U_m \sqrt{1 + e_2^2} / \omega L_1 \sqrt{D}; \quad i_{2m} = U_m m_2 / \omega L_1 \sqrt{D}.$$

Максимальное значение тока i_1 при холостом ходе можно получить или из непосредственного решения уравнения $U_m \sin \omega t = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt}$, или из

полученного выше выражения при $e_2 \ll e_1$ в виде

$$i_{1mxx} = U_m / \omega L_1 \sqrt{1 + e_1^2}.$$

Найдём теперь магнитный поток $F = (w_1 i_1 + w_2 i_2) / R_m$, выраженный через МДС обмоток и магнитное сопротивление:

$$F = \frac{U_m w_1}{\omega L_1 D R_m} [(\tilde{a}_1 + a \tilde{a}_2) \sin t + (\tilde{b}_1 + a \tilde{b}_2) \cos t],$$

где $a = m_2 (w_2 / w_1)$.

Максимальное значение (амплитуда) потока

$$F_m = U_m w_1 \sqrt{e_2^2 + (1 - a)^2} / \omega L_1 \sqrt{D} R_m.$$

При отсутствии рассеяния $a = M w_2 / L_2 w_1 = 1$, $m = 0$, тогда

$$F_m = U_m w_1 e_2 / \omega L_1 \sqrt{D_0} R_m,$$

где $D_0 = (e_1 + e_2)^2 + e_1^2 e_2^2$.

При $e_2 \ll e_1$ получаем выражение для F_m при холостом ходе:

$$F_{mxx} = U_m w_1 / \omega L_1 \sqrt{1 + e_1^2} R_m;$$

то же получается из формулы $F_{mxx} = w_1 i_{1mxx} / R_m$.

Отношение

$$\frac{F_m}{F_{mxx}} = \frac{e_2 \sqrt{1 + e_1^2}}{\sqrt{(e_1 + e_2)^2 + e_1^2 e_2^2}} = \frac{e_2}{e_1} \sqrt{1 + e_1^2} \frac{1}{\sqrt{1 + e_1^2 + 2e_1 e_2 + e_2^2}} = \frac{e_2}{e_1} \frac{1}{\sqrt{1 + e_1^2 + 2e_1 e_2 + e_2^2}}$$

где $e_{12} = e_1 / e_2$ и позволяет оценить изменение магнитного потока при переходе от режима холостого хода к режиму работы трансформатора под нагрузкой. В частности, если $e_1^2 \ll 1$, то отношение $F_m / F_{mxx} \approx 1 / (1 + e_{12})$, т.е. существенно зависит от значения $e_{12} = r_1 L_2 / r_2 L_1$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беспалов В.Я., Котеленец Н.Ф. Электрические машины. – М.: Изд. центр «Академия», 2006, 320 с.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. – М.: Изд-во МЭИ, 2004, 533 с.
3. Вольдек А.И., Попов В.В. Электрические машины. – СПб: Изд-во «Питер», 2008, 350 с.
4. Завалишин Д.А., Сафронов И.А. Электрические машины и трансформаторы, ч.1. – Л.: Изд-во ВВИТКУ, 1971, 292 с.

[25.09.14]

Автор: Диевский Виктор Алексеевич окончил Ленинградский государственный университет (ЛГУ) в 1971 г. Кандидатскую диссертацию защитил в ЛГУ в 1980 г. Доцент инженерного института Военной академии материально-технического обеспечения.

Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 4, pp. 58–59.

On Description of the Processes in a Single-Phase Transformer

V.A. DIYEVSKII

The authors of works on transformers (e.g., [1–4]) proceed from the assumption that the transformer magnetic flux remains unchanged in closing the circuit of the transformer secondary winding (in shifting from idle operation to operation on a load). However, no assessment is given to the error that results when such a shift is made. A method is presented using which the change of magnetic flux occurring in the magnetic core in making such a shift can be evaluated. The error is estimated on the assumption that the current arising in closing the transformer secondary winding remains constant.

Key words: transformer, change of magnetic flux in the core, error estimation

REFERENCES

1. Bepalov V.Ya., Kotelenets N.F. *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow, Publ. Centre «Academy», 2006, 320 p.
2. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow, Publ. of the Moscow Power Engineering Institute, 2004, 533 p.

3. Vol'dek A.I., Popov I.A. *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). St. Petersburg, Publ. «Piter», 2008, 350 p.

4. Zavalishin D.A., Safronov I.A. *Elektricheskiye mashiny i transformatory, ch. 1* (Electrical machines and transformers, p. 1). Leningrad, Publ. «VVITKU», 1971, 292 p.

Author: *Diyeveskii Viktor Alekseyevich* (St. Petersburg, Russia) – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Military Academy of Material and Technical Support.

