

Синтез оптимального регулятора скорости электропривода станка-качалки

СИГОВА О.Б.

Рассмотрены вопросы разработки оптимального регулятора скорости электропривода станка-качалки при действии случайных возмущений тока нагрузки. Проведено обоснование критерия качества управления. Выполнен синтез оптимального регулятора скорости с учетом постоянной и гармонической составляющих возмущающего воздействия и условия его физической реализуемости.

Ключевые слова: электропривод, станок-качалка, критерий качества управления, оптимальный регулятор

Обоснование применения регулируемого электропривода станка-качалки. В нефтедобывающей отрасли России насчитывается более 100 тыс. станков-качалок с электроприводами мощностью до 45 кВт [1, 2]. Привод станка-качалки – важный компонент штанговой скважинной насосной установки, предназначенной для подъема пластовой жидкости из скважин. Условия эксплуатации этих установок требуют применения регулируемого электропривода вместо установленных на промыслах асинхронного и синхронного приводов, не позволяющих регулировать частоту вращения электродвигателя.

В начальный период эксплуатации скважины должна проходить в оптимальном режиме отбора жидкости, что обусловлено геологическими и технико-экономическими факторами [2, 3]. Для этого необходимо плавно изменять частоту качаний балансира, меняя темпы отбора жидкости из скважин и определяя ее дебит при каждом новом положении динамического уровня.

По мере использования насоса и разработки скважины ее производительность начинает уменьшаться, все больше отклоняясь от оптимальной. Длительную работу скважины в оптимальном режиме можно обеспечить применением регулируемого электропривода.

На некоторых скважинах необходимо постепенно увеличивать частоту качаний после пуска скважины из-за большого содержания песка в откачиваемой жидкости. В полость штангового насоса поступает большое количество твердых фракций. Это обычно разрушенные части породы нефтяного коллектора, песок, механические твердые осадки, разрушенные части обсадной колонны, фракции глинистого раствора и т.д. Из эксплуатационной ко-

Matters relating to development of the optimal speed controller for the electric drive of a pumping jack experiencing random disturbances of load current are considered. The control quality criterion is substantiated. The optimal speed controller is synthesized taking into account the constant and harmonic components of the disturbing effect and the condition of its physical feasibility.

Key words: electric drive, pumping jack, control quality criterion, optimal controller

лонны твердые осадки попадают сначала в защитное приспособление, смонтированное на приеме штангового оборудования, далее механические примеси поступают в насос и существенным образом влияют на работоспособность плунжерной и клапанной пары оборудования.

Как показывают исследования, асинхронные электроприводы станков-качалок работают с очень низким коэффициентом использования. Основной причиной является «тяжелый пуск» станков-качалок, при котором требуемый пусковой вращающий момент электродвигателя в несколько раз превышает вращающий момент при установившемся режиме. При этом нагрузка двигателей не превышает 40%, двигатель работает с низкими значениями КПД и коэффициента мощности. Это приводит к повышенному расходу электроэнергии и необходимости увеличивать сечение проводов питающей сети и мощность трансформаторной подстанции [1]. Кроме того, на работу электропривода станка-качалки оказывает влияние множество возмущений, ухудшающих работу оборудования.

Возмущающие воздействия связаны с изменением физико-химических свойств перекачиваемой пластовой жидкости, статической нагрузкой, создаваемой весом столба жидкости над плунжером, весом штанг и силами трения и проявляются в виде изменения тока (момента) нагрузки электропривода. Случайные изменения нагрузки отрицательно влияют на насосное и электрическое оборудование, приводят к механическим ударам в системе, ступенчатому изменению числа качаний, увеличению значений пусковых токов и износу оборудования [4].

Поэтому при разработке системы управления электроприводом станка-качалки особую актуаль-

ность приобретает задача синтеза оптимальной системы управления скоростью приводного электродвигателя с учетом случайных возмущающих воздействий.

Обоснование критерия качества управления. Одним из центральных вопросов синтеза систем управления является обоснование критерия качества управления [5–7]. Системы автоматического регулирования скорости электродвигателя и подачи насоса станка-качалки, функционирующие при действии случайных возмущений, заданных вероятностными или статистическими характеристиками, можно описать выражениями:

$$A_{\Omega}(p)\Omega = B_{\Omega}(p)U_{\Omega} + I_{H}(t); \quad (1)$$

$$A_Q(p)Q = B_Q(p)U_Q + \Omega_Q(t), \quad (2)$$

где $I_H(t)$ – случайный процесс изменения тока нагрузки электропривода для системы стабилизации скорости; $\Omega_Q(t)$ – случайный процесс изменения скорости электропривода в системе стабилизации подачи скважинного насоса; Ω, Q – регулируемые координаты электропривода (скорость электродвигателя и подача насоса); $A_{\Omega}(p), B_{\Omega}(p), A_Q(p), B_Q(p)$ – операторные полиномы.

Так как значения случайных процессов $I_H(t)$ и $\Omega_Q(t)$ распределены по нормальному закону, то регулируемые координаты Ω, Q также будут случайными процессами, распределенными по нормальному закону [4, 8]. Тогда система автоматического регулирования скорости электродвигателя и подачи насоса станка-качалки должна обеспечивать их малые отклонения от желаемых (заданных технологических) значений. Для этого необходимо минимизировать средние квадраты (дисперсии) отклонений скорости и подачи при случайных изменениях нагрузки. Таким образом, можно обосновать среднеквадратический критерий, который наилучшим образом отражает качество системы управления электроприводом, т.е. необходимо минимизировать

$$\langle \Omega^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \Omega^2(t) dt; \quad (3)$$

$$\langle Q^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T Q^2(t) dt, \quad (4)$$

где $\langle \Omega^2 \rangle, \langle Q^2 \rangle$ – средние квадраты отклонения скорости электропривода и подачи насоса станка-качалки.

Среднеквадратический критерий не только удобен в математическом отношении, так как при его минимизации возникают, как правило, наиболее простые линейные соотношения между переменными,

но и отражает основные практические требования к системе управления станком-качалкой. Поэтому именно минимизация этого критерия лежит в основе синтеза оптимального регулятора скорости электропривода. Необходимо учитывать, что один среднеквадратический критерий не отражает всех требований к системам управления. Реальные системы должны удовлетворять комплексу дополнительных требований, таких как сохранение устойчивости и качества при неизбежных вариациях параметров, реализация регуляторов без «идеальных» дифференцирующих звеньев и др. Поэтому, разрабатывая методику синтеза регулятора, обеспечивающего минимум среднеквадратическому критерию качества, необходимо создать возможности для удовлетворения указанных дополнительных требований. Их учет приводит к снижению предельных возможностей управления, и нужно стремиться к тому, чтобы оно было минимальным [6].

Задача синтеза оптимальной системы управления приобретает смысл лишь при учете ограничений на управляющее воздействие. При бесконечной мощности управляющего воздействия можно обеспечить нулевую ошибку стабилизации. Для систем управления электроприводами ограничения обычно накладываются на модуль управляющего воздействия

$$U_{\min} \leq U(t) \leq U_{\max}, \quad (5)$$

что делает задачу оптимального управления нелинейной, поэтому целесообразно перейти к ограничениям на средний квадрат (мощность) управляющего воздействия

$$\langle U^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt \leq N_U, \quad (6)$$

где N_U – имеющаяся в нашем распоряжении мощность управления.

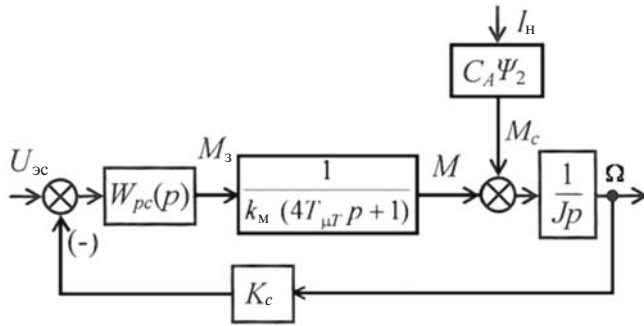
Ограничение (6) учитывается согласно правилам решения изопериметрических задач вариационного исчисления путем дополнения функционалов (3), (4) мощностью управляющих воздействий:

$$J = \lambda / \langle \Omega^2 \rangle + \langle U^2 \rangle; \quad (7)$$

$$J = \lambda / \langle Q^2 \rangle + \langle U^2 \rangle, \quad (8)$$

где λ – множитель Лагранжа, подлежащий определению.

Синтез оптимального регулятора скорости электропривода. Схема контура регулирования скорости с учетом возмущающего воздействия и настроек внутренних контуров на технический оптимум представлена на рисунке.



Структурная схема контура регулирования скорости электропривода при действии случайной нагрузки

Запишем передаточные функции электропривода по управляющему $W_y(p)$ и возмущающему $W_B(p)$ воздействиям:

$$W_y(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{1}{K_M 4T_{\mu T} J p^2 + K_M J p + K_C}; \quad (9)$$

$$W_B(p) = \frac{\Omega(p)}{I_H(p)} = \frac{C_A \Psi_2 K_M (4T_{\mu T} p + 1)}{K_M 4T_{\mu T} J p^2 + K_M J p + K_C}. \quad (10)$$

С учетом (9), (10) запишем уравнение движения электропривода станка-качалки при изменениях нагрузки:

$$(K_M 4T_{\mu T} J p^2 + K_M J p + K_C) \Omega(p) = U(p) + [C_A \Psi_2 K_M (4T_{\mu T} p + 1)] I_H(p). \quad (11)$$

Уравнение (11) представим в виде

$$A(p) \Omega = U + I_{\Delta}, \quad (12)$$

где $I_{\Delta} = [C_A \Psi_2 K_M (4T_{\mu T} p + 1)] I_H(p)$;
 $A(p) = K_M 4T_{\mu T} J p^2 + K_M J p + K_C = a_2 p^2 + a_1 p + a_0$;
 $a_2 = K_M 4T_{\mu T} J$; $a_1 = K_M J$; $a_0 = K_C$.

Центрированный процесс изменения тока нагрузки является стационарным с нормальным законом распределения, поэтому корреляционная функция аппроксимирована с учетом дисперсии:

$$K_{I_H} = D_{I_H} e^{-\alpha \tau} \cos \beta \tau, \quad (13)$$

где D_{I_H} – дисперсия случайного изменения тока нагрузки; коэффициенты α и β находятся в пределах [5, 7]:

$$\alpha = [0,8; 1,2], \quad \beta = [4,5; 5,7].$$

При синтезе оптимального регулятора скорости будем исключать звенья «идеального» дифференцирования, что делает его физически реализуемым. Для этого необходимо выполнение условия [6, 7]:

$$p \geq n + g - 1, \quad (14)$$

где $2p, 2g$ – степени числителя и знаменателя спектральной плотности возмущающего воздействия; n – степень полинома $A(p)$.

Для выполнения условия (14) спектральная плотность аппроксимирована выражением:

$$S_{I_H}(\omega) = D_{I_H} \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2 + \gamma \omega^4}{(\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2)^2 - 4\beta^2 \omega^2}, \quad (15)$$

где γ – бесконечно малая величина.

Так как в (11) ток нагрузки умножается на $C_A \Psi_2 K_M (4T_{\mu T} p + 1)$, введем спектральную плотность эквивалентного возмущающего воздействия

$$S_{I_{\Delta}}(\omega) = (C_A \Psi_2 K_M)^2 (16T_{\mu T}^2 \omega^2 + 1) S_{I_H}(\omega) = D_{I_{\Delta}} \frac{b'_3(\omega^2)^3 + b'_2(\omega^2)^2 + b'_1 \omega^2 + b'_0}{d'_2(\omega^2)^2 + d'_1 \omega^2 + d'_0},$$

где $D_{I_{\Delta}} = (C_A \Psi_2 K_M)^2 D_{I_H} \frac{2\alpha}{\pi}$ – дисперсия эквивалентного возмущающего воздействия; $b'_3 = 16T_{\mu T}^2 \gamma$, $b'_2 = 16T_{\mu T}^2 + \gamma$, $b'_1 = 16T_{\mu T}^2 (\alpha^2 + \beta^2) + 1$, $b'_0 = \alpha^2 + \beta^2$ – коэффициенты числителя спектральной плотности эквивалентного возмущающего воздействия; $d'_2 = 1$, $d'_1 = 2\alpha^2 - 2\beta^2$, $d'_0 = (\alpha^2 + \beta^2)^2$ – коэффициенты знаменателя спектральной плотности эквивалентного возмущающего воздействия.

Переходя в выражении для эквивалентной плотности от переменной ω к $S = j\omega$ и учитывая, что $j^2 = -1$, выражение примет вид:

$$S_{I_{\Delta}}(s) = D_{I_{\Delta}} \frac{-b'_3 s^6 + b'_2 s^4 - b'_1 s^2 + b'_0}{d'_2 s^4 - d'_1 s^2 + d'_0}. \quad (16)$$

Выполним синтез оптимального регулятора скорости электропривода станка-качалки по алгоритму, состоящему из следующих операций [5–7].

1. Факторизуем спектральную плотность

$$S_{I_{\Delta}}(s) = S_1(s) S_1(-s) = \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{d_2 s^2 + d_1 s + d_0} \frac{-b_3 s^3 + b_2 s^2 - b_1 s + b_0}{d_2 s^2 - d_1 s + d_0}. \quad (17)$$

Постоянный множитель $D_{I_{\Delta}}$ отбрасывается. Факторизация числителя и знаменателя (17) проводится отдельно. Для этого определяются корни числителя и знаменателя спектральной плотности, затем полином раскладывается по корням. При этом полиномы числителя и знаменателя $S_1(s)$ будут содержать корни в левой полуплоскости, а

$S_1(-s)$ в правой. Определить коэффициенты факторизованной спектральной плотности можно, используя метод неопределенных коэффициентов.

2. Факторизуем полином

$$A(s)A(-s) + \lambda = (a_2 s^2 + a_1 s + a_0)(a_2 s^2 - a_1 s + a_0) + \lambda = (c_2 s^2 + c_1 s + c_0)(c_2 s^2 - c_1 s + c_0) = G(s)G(-s). \quad (18)$$

Анализ (18) показывает, что $a_2 = c_2$.

3. Выполняем разложение на дроби полинома

$$\frac{A(-s)}{G(-s)} S_1(s) = M_0(s) + M_+(s) + M_-(s), \quad (19)$$

где $M_0(s) = A_1 s + A_2$ – целый полином от частного;

$M_+(s) = \frac{A_3 s + A_4}{d_2 s^2 + d_1 s + d_0}$ – дробь с полюсами в левой

полуплоскости; $M_-(s) = \frac{A_5 s + A_6}{c_2 s^2 - c_1 s + c_0}$ – дробь с полюсами в правой полуплоскости.

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях s в выражении (19), получаем матричную систему для нахождения неизвестных коэффициентов $A_1 \div A_6$:

$$\begin{pmatrix} c_2 d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 d_2 + c_2 d_1 & c_2 d_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_2 d_0 - c_1 d_1 + c_0 d_2 & c_2 d_1 - c_1 d_2 & c_2 & 0 & d_2 & 0 \\ -c_1 d_0 + c_0 d_1 & c_2 d_0 - c_1 d_1 + c_0 d_2 & -c_1 & c_2 & d_1 & d_2 \\ c_0 d_0 & -c_1 d_0 + c_0 d_1 & c_0 & -c_1 & d_0 & d_1 \\ 0 & c_0 d_0 & 0 & c_0 & 0 & d_0 \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 \\ a_2 b_2 - a_1 b_3 \\ a_2 b_1 - a_1 b_2 + a_0 b_3 \\ a_2 b_0 - a_1 b_1 + a_0 b_2 \\ -a_1 b_0 + a_0 b_1 \\ a_0 b_0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

4. Вводим в рассмотрение функцию

$$\frac{1}{F(s)} = \frac{G(s)S_1(s)}{M_0(s) + M_+(s)} = \frac{z_5 s^5 + z_4 s^4 + z_3 s^3 + z_2 s^2 + z_1 s + z_0}{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}. \quad (21)$$

Выполнив деление полинома числителя на полином знаменателя функции (21) и выделив целую часть, получим

$$\frac{1}{F(s)} = a_2 s^2 + \frac{z_4 - a_2 r_2}{r_3} s + \frac{z_3 - a_2 r_1 - \frac{z_4 - a_2 r_2}{r_3}}{r_3} +$$

$$+ \frac{h_2 s^2 + h_1 s + h_0}{r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0}. \quad (22)$$

5. Определяем передаточную функцию оптимального регулятора скорости с учётом подстановки $s = p$:

$$W_{pc}(p) = A(p) - \frac{1}{F(p)} = \frac{a_1 r_3 - z_4 + a_2 r_2}{r_3} p + \frac{a_0 r_3^2 - z_3 r_3 + a_2 r_1 r_3 + z_4 - a_2 r_2}{r_3^2} - \frac{h_2 p^2 + h_1 p + h_0}{r_3 p^3 + r_2 p^2 + r_1 p + r_0}. \quad (23)$$

Выражение $\frac{a_1 r_3 - z_4 + a_2 r_2}{r_3}$ тождественно равно

нулю, поэтому передаточная функция оптимального регулятора не содержит «идеального» дифференцирующего звена и имеет вид

$$W_{pc1}(p) = K_{pc1} - \frac{h_2 p^2 + h_1 p + h_0}{r_3 p^3 + r_2 p^2 + r_1 p + r_0}, \quad (24)$$

где $K_{pc1} = \frac{a_0 r_3^2 - z_3 r_3 + a_2 r_1 r_3 + z_4 - a_2 r_2}{r_3^2}$.

Структура и предельные возможности оптимального регулятора скорости электропривода с учетом постоянной и гармонической составляющих возмущающего воздействия. Передаточная функция оптимального регулятора скорости, полученная в п. 3, рассчитана для централизованного случайного процесса изменения тока нагрузки электропривода. Реальные возмущающие воздействия содержат постоянную и гармоническую составляющие [4]. Для учета постоянной составляющей и обеспечения астатизма системы в выражения передаточных функций оптимальных регуляторов дополнительно вводят интегрирующее звено $\frac{1}{T_{и} p}$ [6]. Постоянная со-

ставляющая случайного процесса рассматривается как предел стационарного случайного процесса с корреляционной функцией

$$K_c(\tau) = C^2 e^{-\alpha \tau}, \quad \alpha \rightarrow 0, \quad (25)$$

где C – постоянная составляющая случайного возмущающего процесса.

Тогда случайный процесс изменения тока нагрузки электропривода станка-качалки рассматривается как суммарное воздействие со спектральной плотностью мощности

$$S = S_{I_H} + S_2 + S_3, \quad (26)$$

где $S_2 = \frac{2}{\pi} \frac{C^2 \alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$ – спектральная плотность мощности постоянной составляющей случайного процесса; S_3 – спектральная плотность гармонической составляющей, и является δ -функцией, которую можно аппроксимировать выражением вида (15) с коэффициентами α , β , γ .

С учетом вышеизложенного передаточная функция оптимального регулятора скорости электропривода станка-качалки примет вид:

$$W_{pc}(p) = W_{pc1}(p) + \frac{1}{T_{ip}} + W_{pc3}(p), \quad (27)$$

где $W_{pc1}(p)$ определяется выражением (24), а $W_{pc3}(p)$ рассчитывается аналогично по алгоритму, приведенному в п. 3.

Из анализа структуры оптимального регулятора скорости следует, что он может быть получен введением в «традиционный» регулятор дополнительных звеньев, учитывающих случайный характер возмущающих воздействий.

Предельные возможности оптимального регулятора скорости зависят от того, к какому классу систем относится объект управления [6]. В соответствии с классификацией систем управления, предложенной в [6], система управления электроприводом станка-качалки принадлежит к первому классу, т.е. $A(p)$ и $B(p)$ являются полиномами Гурвица. В связи с этим значение $\lambda=0$ в критерии качества управления (7) соответствует отсутствию управления, а значение $\langle \Omega^2 \rangle$ максимально и равно

$$\begin{aligned} \langle \Omega^2 \rangle_{\max} &= \int_0^{\infty} S_{I_3}(\omega) \frac{d\omega}{|A(j\omega)|^2} = \\ &= D_{I_H} \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{(C_A \Psi_2 K_M)^2 (16T_{\mu T}^2 \omega^2 + 1) \times}{((\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2)^2 - 4\beta^2 \omega^2) \times} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{\times (\alpha^2 + \beta^2 + \omega^2 + \gamma \omega^4) d\omega}{\times |K_c - K_M 4T_{\mu T} J \omega^2 + j K_M J \omega|^2}. \quad (28) \end{aligned}$$

С увеличением множителя Лагранжа λ в критерии качества (7) возрастают коэффициенты усиления

регулятора, увеличивается $\langle U^2 \rangle$ и уменьшается $\langle \Omega^2 \rangle$. Зависимости $\langle \Omega^2 \rangle = f(\langle U^2 \rangle)$ и $\langle U^2 \rangle = y(\lambda)$ являются монотонными кривыми, что облегчает определение значения множителя Лагранжа λ , при котором неравенство (6) обращается в равенство. Построение зависимости $\langle \Omega^2 \rangle = f(\langle U^2 \rangle)$ для ряда значений позволяет выбрать такое из них, при котором N_U не задано жестко, и разработчик должен самостоятельно определить, начиная с какого значения дальнейшее уменьшение $\langle \Omega^2 \rangle$ и, соответственно, стоимости добываемой нефти перестает окупать увеличение мощности управления и коэффициентов усиления оптимального регулятора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Смирнов Ю.В.** Усовершенствование асинхронных электроприводов машин с периодически изменяющейся нагрузкой. – Электротехника, 2007, №6.
2. **Молчанов А.Г.** Станки-качалки: проблемы и перспективы совершенствования. – Промышленные ведомости, 2007, № 10.
3. **Ефимов Д.В., Сергеев Е.И., Юрьев Д.А.** Восстановление корректных РВТ-свойств пластового флюида нефтегазоконденсатного месторождения с использованием физико-математического моделирования. – Научно-технический вестник ОАО «НК «Роснефть», 2008, № 1.
4. **Горшков Р.Г., Кротков Е.А., Сигова О.Б.** Расчет и моделирование динамических характеристик электропривода штангового скважинного насоса. – Вестник СамГТУ, серия «Технические науки», 2009, № 24.
5. **Велин Н.В., Рассказов Ф.Н.** Синтез оптимальных стохастических систем управления электроприводами: Учебное пос. – Самара: СамГТУ, филиал в Сызрани, 1996.
6. **Петров Ю.П.** Синтез оптимальных систем управления при не полностью известных возмущающих силах: Учебное пос. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1987.
7. **Сигова О.Б.** Оптимальное управление техническими системами: Учебное пос. – СПб: Изд-во ПЭИПК, 2006.
8. **Прохоров А.С.** Аппроксимативный анализ случайных процессов. – Самара: Сам. гос. аэрокосмический ун-т, 2001.

А в т о р: Сигова Ольга Борисовна окончила в 1997 г. электротехнический факультет филиала Самарского государственного технического университета по специальности «Электропривод и автоматика промышленных производств и комплексов». В 2002 г. защитила кандидатскую диссертацию «Автоматизированный многодвигательный электропривод линии

по получению полимерной пленки». Доцент Самарского государственного технического университета.