



Публикуемые ниже три статьи являются докладами авторов на 13-й Международной конференции «Электромеханика, электротехнологии и электротехнические материалы и компоненты», прошедшей в Крыму в конце сентября прошлого года. Доклады рекомендованы оргкомитетом конференции для публикации в «Электричестве».

## Инженерная модель линейного асинхронного двигателя

ДЕНИСОВ В.Н., КУРИЛИН С.П.

*Представлен подход к созданию на метауровне инженерной модели линейного асинхронного двигателя. Приводятся система дифференциальных уравнений, описывающая модель, и результаты численного моделирования для конкретного линейного асинхронного двигателя.*

**Ключевые слова:** *линейный асинхронный двигатель, математическая модель, численное моделирование*

Линейные асинхронные двигатели (ЛАД) — технологическая основа инновационных технических решений транспортной задачи: от электропривода раздвижных дверей лифта до электропривода высокоскоростного наземного транспорта. Для понимания современной ситуации, сложившейся в области создания таких электроприводов, существенны три обстоятельства:

математические модели являются практически единственным инструментом разработки ЛАД;

принято рассматривать математические модели функционирования объектов на трех уровнях — микро-, макро- и метауровне [1];

существующие математические модели [1–3] требуют высокой квалификации пользователя и ориентированы на среду учёных.

Цель данной работы — создание макроуровневой математической модели ЛАД, ориентированной на среду специалистов. Специфика этой среды состоит в том, что ею хорошо освоены математические модели, состоящие из 6–8 обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), и соответствующие им инструментальные средства. Заявленная цель предполагает математическое описание только имманентных свойств ЛАД — топологического типа и асинхронного (индуктивного) принципа. Она также предполагает замену рядов, описывающих электромагнитное поле, их первыми

*An approach for constructing the engineering model of a linear induction motor at a metalevel is presented. A system of differential equations describing the model is presented, and results obtained from numerical simulation of a concrete linear induction motor are given.*

**Key words:** *linear induction motor, mathematical model, numerical simulation*

членами. Математическая модель ЛАД включает в себя три блока уравнений.

Первый блок связан с описанием электромагнитного поля ЛАД. Как известно [3], оно описывается уравнением второго порядка в частных производных (УЧП), известным как уравнение конвективной диффузии:

$$a_{xx} - p^2 e a_t - 2pV a_x = -j_1, \quad (1)$$

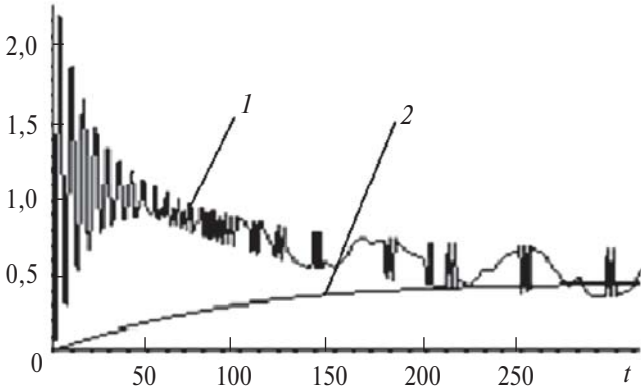
которое дополняется условиями: начальным

$$a(x,0) = j(x) \quad (2)$$

и граничными

$$\begin{aligned} a(-L,t) &= (-1)^p a(0,t) \exp(-pLV); \\ a(L,t) &= (-1)^p a(0,t) \exp(pLV). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $a(x,t)$  — векторный магнитный потенциал электромагнитного поля;  $x,t$  — переменные пространства и времени;  $e$  — электромагнитная добротность;  $-L, L$  — координаты левой и правой границ ЛАД;  $V = en/2$ ;  $n$  — скорость подвижной части;  $p$  — число пар полюсов;  $j_1 = j_1(x,t) = j_1(x, i_{1c}(t), i_{1s}(t))$  — плотность тока обмотки индуктора;  $j(x)$  — начальное распределение векторного магнитного потенциала;  $i_{1c}, i_{1s}$  — токи взаимно ортогональных фаз обмотки индуктора; все величины даны в отнесенных единицах.



Приведенное УЧП заменяется двумя ОДУ первого порядка, полученными из него методом Буннова–Галёркина. При этом и решение УЧП  $a(x,t)$ , и функция  $j_1$  представляются в виде частичных сумм их разложений в ряды по собственным функциям задачи Штурма–Лиувилля. В математическую модель включается только первый член соответствующего ряда, выраженный через токи  $i_{1c}$ ,  $i_{1s}$ . Первый член ряда возбуждаемого электромагнитного поля выражается через так называемые намагничивающие токи  $i_{0c}$ ,  $i_{0s}$ . Уравнения для их определения имеют вид:

$$di_{0c} / dt = - (1 + V)^2 i_{0c} / \epsilon + f_c (i_{1c}) - V i_{1s} / 2) / \epsilon \quad (4)$$

$$di_{0s} / dt = - (1 + V)^2 i_{0s} / \epsilon + f_s (i_{1s}) - V i_{1c} / (V^2 + 2)) / \epsilon$$

где

$$f_c = (4 / (V^2 + 4)) (\text{sh}(pLV) / (pLV));$$

$$f_s = ((2V^2 + 4) / (V^2 + 4)) (\text{sh}(pLV) / (pLV)).$$

Начальные значения намагничивающих токов определяются из условия (2):

$$i_{0c}(0) = - (p / L) \int_{-L}^L \dot{j}(x) \exp(-pVx) \sin p(x + L) dx; \quad (5)$$

$$i_{0s}(0) = (p / L) \int_{-L}^L \dot{j}(x) \exp(-pVx) \cos p(x + L) dx.$$

Замена УЧП на ОДУ возможна при выполнении условия  $d(\ln(u)) / dt >> d(\ln(n)) / dt$  (где  $u = a \exp(-pVx)$ ), т.е. при условии, что скорость электромагнитных процессов существенно выше скорости механических процессов. Для ЛАД отношение этих производных составляет 150 и выше, что приемлемо для инженерных задач. Расчет векторного магнитного потенциала позволяет определить электромагнитную силу и ЭДС ЛАД.

Второй блок уравнений связан с описанием электрических цепей. Он представлен двумя ОДУ первого порядка. Уравнения получены на основе баланса электрических сил в фазах индуктора и имеют вид:

$$\frac{di_{1c}}{dt} = \frac{u_c}{l_{sc}} - \frac{1}{l_{sc}} \left[ \frac{f_c}{e} \frac{V^2}{e} i_{1c} + (3 + V^2) \frac{V^2}{4} \ddot{i}_{1c} - r_c + \frac{f_c}{e} \frac{V^2}{e} i_{1c} + (3 + V^2) \frac{f_s}{f_c} \ddot{i}_{1s} + \frac{1 + V^2}{f_c} i_{0c} - \frac{3 + V^2}{2} V i_{0s} \right] \quad (6)$$

$$\frac{di_{1s}}{dt} = \frac{u_s}{l_{ss}} - \frac{1}{l_{ss}} \left[ \frac{f_s}{e} \frac{V^2}{e} i_{1s} - \frac{V^2}{(V^2 + 2)^2} \ddot{i}_{1s} - r_s + \frac{f_s}{e} \frac{V^2}{e} i_{1s} - \frac{V^2}{(V^2 + 2)^2} \ddot{i}_{1c} + \frac{1 + V^2}{f_s} i_{sc} + \frac{V^2}{V^2 + 2} i_{0c} \right] \quad (7)$$

Этим блоком определяются значения токов  $i_{1c}$ ,  $i_{1s}$  от источника питания ЛАД.

Последний блок уравнений моделирует механическую цепь ЛАД. Он также представлен двумя ОДУ первого порядка, его уравнения получены на основе балансов механических сил и перемещений. Этот блок определяет значения скорости и перемещения подвижной части ЛАД:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{e}{2m} (F_{ЭМ} - F_V) \text{sign}(V); \quad (8)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{2}{pe} V. \quad (9)$$

Разработанная математическая модель (4)–(9) представляет собой нелинейную систему из шести ОДУ первого порядка. При необходимости её можно расширить включением второго, третьего и так далее членов ряда векторного магнитного потенциала. Каждый такой член добавляет в математическую модель два ОДУ. Адекватность модели подтверждается результатами многочисленных публикаций, а также экспериментальными данными.

На рисунке в качестве примера приведены расчетные зависимости от времени электромагнитной (тяговой) силы (кривая 1) и скорости (кривая 2) при пуске опытного образца ЛАД. Технические данные ЛАД: длина 1 м, ширина 0,2 м, немагнитный зазор 0,02 м, число полюсов 4, число фаз индуктора 2, число витков в фазе индуктора 200, питающее напряжение 278 В, частота питания 50 Гц, подвижная часть – из алюминия с электрической проводимостью  $2 \times 10^5$  (Ом·м)<sup>-1</sup>, масса подвижной

части 2 кг, электромагнитная добротность 0,5, сила нагрузки 50 Н. В расчете были приняты базовые значения силы 100 Н, скорости 25 м/с, времени  $314^{-1}$  с.

Приведенные кривые соответствуют длительности процесса пуска в течение 1 с. Установившееся среднее значение силы равно 50 Н, установившееся значение скорости 12 м/с. Колебания тяговой силы в конце пуска связаны с топологическими особенностями ЛАД. Длительность расчета процесса составляет около 25 мин и может быть сокращена повышением мощности компьютера.

Приведенные характеристики математической модели делают её пригодной для практического использования специалистами, аспирантами и студентами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов И.П., Амбарцумова Т.Т. Развитие методов и средств макро моделирования электрических машин. – Электротехника, 2007, № 8.
2. Веселовский О.Н., Коняев А.Ю., Сарапулов Ф.Н. Линейные асинхронные двигатели. – М.: Энергоатомиздат, 1991.
3. Ямамура С. Теория линейных асинхронных двигателей/Пер. с англ. – Л.: Энергоатомиздат, 1983.

*Авторы: Денисов Валерий Николаевич окончил факультет аэрофизики и космических исследований Московского физико-технического института в 1976 г. В 1983 г. защитил кандидатскую диссертацию «Асимптотический метод в нелинейных задачах динамики и устойчивости оболочек». Заведующий кафедрой высшей математики Смоленского филиала Московского энергетического института (МЭИ).*

*Курилин Сергей Павлович окончил электромеханический факультет Смоленского филиала МЭИ в 1974 г. В 2005 г. защитил докторскую диссертацию «Развитие теории несимметричных режимов и энергетических процессов асинхронных двигателей сельскохозяйственных электроустановок». Профессор кафедры высшей математики Смоленского филиала Российского университета кооперации.*