

\* \* \*

*Электричество, 2015, № 8, с. 9–19.*

## **Картины магнитных сверх- и антипотоков в короткозамкнутом двухобмоточном трансформаторе. Ч. 1. Броневого трансформатор**

**ШАКИРОВ М.А., ВАРЛАМОВ Ю.В.**

*Представлен метод построения оригинальной картины магнитных полей, подтверждающей явление возникновения сверх- и антипотоков в различных частях магнитопровода короткозамкнутых трансформаторов. Поля построены на основе метода конечных элементов с применением стандартной программы ELCUT. Полученные картины полей вместе с экспериментами по выявлению сверх- и антипотоков, описанных в [21], ставят точку в дискуссии о возникновении этих потоков в короткозамкнутых трансформаторах. Совпадение коэффициентов магнитного состояния, найденных численно методом конечных элементов, с аналитическими их расчетами по формулам, выведенным из 2Т-образной схемы замещения броневых трансформаторов, подтверждает достоверность этой схемы замещения с учетом допущений, при которых она выведена. Разработанная методика доступна для проверки и применения в условиях университетских студенческих программ обучения. Первая часть посвящена броневому трансформатору, вторая – двухстержневому.*

*Ключевые слова: трансформатор, магнитный поток, ярмо, обмотка, короткое замыкание, метод конечных элементов, схема замещения*

Теория трансформаторов в современных учебниках по существу повторяет полуэмпирическую теорию Чарльза Штейнмеца более чем столетней давности [1]. Исходя из многочисленных критических замечаний, в том числе авторов [2–15], в работе [16, 17] представлена концепция новой теории трансформаторов, одним из важнейших положений которой являются понятия о магнитных сверх- и антипотоках, возникающих в различных частях магнитопровода короткозамкнутого (КЗ) броневых трансформаторов.

Сверхпоток в какой-либо части трансформатора называется поток при установившемся КЗ, если он превышает поток холостого хода (х.х.) при одном и том же напряжении на зажимах трансфор-

матора в обоих режимах, а под антипоток — поток, если он при КЗ оказывается направленным встречно потоку х.х. Приведенные понятия находятся в прямом противоречии утверждениям традиционной теории, согласно которой «... при перегрузках поток в стальном сердечнике резко уменьшается и при КЗ падает почти до нуля» [18, с. 75], что, собственно, и послужило причиной их названия, как аномальных по отношению к существующим представлениям. Отсюда, в частности, вытекает, что любые попытки выявить сверх- и антипотоки при КЗ, основываясь на традиционной теории, обречены на неудачу.

Строгое теоретическое обоснование этим явлениям и вывод новых схем замещения броневых

трансформатора, способных учитывать сверх- и антипоток при КЗ, приведены также в [19, 20]. Решающим в подтверждении явления возникновения сверх- и антипоток можно считать физические эксперименты на специальных установках для студентов, описанные в [21]. Вместе с тем, как показали научные дискуссии, в том числе в Отделении РАН, ряд специалистов скептически относятся к полученным результатам. Из сказанного следует, что для становления новой теории трансформаторов и внедрения ее в учебный процесс необходимы наглядные картины магнитных полей, показывающих, как и куда направляются аномальные магнитные потоки в пространстве короткозамкнутого трансформатора. Весьма важно увидеть, как в этих условиях распределяются магнитные нагрузки в стыковых ярах, а также в примыкающих к ним областях обмоток. Очевидно, реально это можно осуществить только на основе численных экспериментов по расчету полей, переводя задачи на язык статических магнитных полей.

Этой цели посвящена настоящая работа. В ее первой части демонстрируются картины аномальных магнитных потоков короткозамкнутых броневых трансформаторов, рассчитанные численно методом конечных элементов (МКЭ). Во второй исследуются аналогичные картины для двухстержневых трансформаторов. Одной из задач является также определение границы между аномальными потоками в ярах и обмотках. Все расчеты выполнены с использованием отечественного пакета программ ELCUT для двухмерных полей.

**Что такое картина магнитного поля в трансформаторе?** В учебниках о картинах магнитных полей в трансформаторах говорится как о само собой разумеющихся качественных изображениях линий поля, которые может построить любой студент. Примером может служить так называемая «упрощенная» картина, приведенная в учебнике [22, с. 109]. В действительности эта картина с замкнутыми линиями индукции, проходящими частично по стали и частично по воздуху, для рабочего режима трансформатора бессмысленна, а само понятие картины синусоидально изменяющегося во времени поля требует серьезного уточнения.

Дело в том, что в синусоидальном режиме индукции поля в разных точках трансформатора в общем случае характеризуются отличающимися друг от друга значениями начальных фаз. В частности, в точке магнитопровода трансформатора начальная фаза индукции может оказаться ближе к фазе напряжения одной из обмоток, тогда как в точке зазора между обмотками в окне трансформатора — ближе к фазе тока одной из обмоток. Поскольку фазы токов и напряжений на обмотках, строго го-

воря, не совпадают, то линии индукции можно провести лишь для конкретного момента времени, что не имеет методологического значения, поскольку в следующий момент эта линия утратит смысл линии поля. Сказанное становится особенно очевидным, если в этот следующий момент времени в части точек полученной ранее линии, например находящихся в стали, индукция обратилась в нуль, тогда как в точках линии, проходящей в зазоре, значения индукции не будут равными нулю (поскольку фазы индукций в стали и окне не совпадают).

Линии магнитного поля, очевидно, имеют методическое значение лишь тогда, когда их форма не зависит от времени, что возможно, если значения индукции во всех точках совпадают по фазе или находятся в противофазе. Тогда за период колебания линия сохранит свою конфигурацию при синхронном изменении интенсивности индукции во всех ее точках, включая их знаки. Теоретически этого условия можно достичь при следующих допущениях: сопротивления обмоток постоянному току  $R_1 = R_2 = 0$ ; нагрузка чисто реактивная или нулевая (режим КЗ); активные потери в стали равны нулю; значение магнитной проницаемости стали конечно, причем на любом  $k$ -м участке магнитопровода  $\mu_k = \text{const}$ .

Первые три допущения необходимы для обеспечения условия по совпадению фаз магнитных потоков в стали и окне трансформатора, а четвертое — для обеспечения визуализации потоков в теле магнитопровода. При этих допущениях не имеет значения, для какого момента строится картина магнитного поля. В данной работе она строится для токов, совпадающих с их действующими значениями, что позволяет все расчеты вести относительно действующих значений магнитных величин (индукций и потоков) и в этих же величинах отображать картины магнитных полей.

***Замечание 1.** Численное построение картины поля с помощью МКЭ сталкивается с теми же трудностями, что и физические эксперименты из-за погрешностей при определении собственных и взаимных ( $L_1, L_2, M_{12}, M_{21}$ ) параметров х.х. обмоток ввиду очень сильной индуктивной связи между ними. При физическом эксперименте эти трудности обходятся прямым измерением или приближенным вычислением элементов схемы замещения трансформатора. Для построения картины поля этот путь представляется искусственным. Для большей достоверности следует картину поля в режиме КЗ строить в тех же условиях, при которых найдены, также численно, индуктивности  $L_1, L_2, M_{12} = M_{21}$ . Единственный путь в этом случае — ослабление индуктивной связи между обмотками за счет уменьшения магнитной проницае-*

мости стали магнитопровода. С учетом возможности программы ELKUT картины полей короткозамкнутого трансформатора строились при значениях относительной магнитной проницаемости стали, равных нескольким десяткам и сотням единиц. Оказалось, что начиная с  $\mu_r = 100$  (или  $\mu_{Fe} = 100\mu_0$ ) форма линий поля и количественные соотношения между потоками в различных частях трансформатора оказывались практически одинаковыми. Поэтому далее картины поля представлены для случая  $\mu_{Fe} = 100\mu_0$ .

**Броневой трансформатор.** В данной части работы картины магнитных полей построены для трансформатора броневое типа с кольцевым боковым ярмом (рис. 1). Эта конструкция близка к одному из вариантов однофазных трансформаторов шведско-швейцарской фирмы Браун-Бовери. Благодаря осесимметричности она не только удобна для численного моделирования полей, но и фактически отвечает тем упрощениям, которые обычно принимают при выводе формул для расчета трансформаторов. Рассматривается прототип реального трехфаз-

ного трансформатора [23] в однофазном исполнении мощностью  $S_{НОМ} = 10/3$  мВА ( $U_{НН} = 11/\sqrt{3}$  кВ;  $U_{ВН} = 115/\sqrt{3}$  кВ,  $w_1 = 128$ ;  $w_2 = 1341$ ), имеющего следующие размеры:  $D_{СТ} = 436,8$  мм;  $h = h_{ОКН} = 873,6$  мм;  $D_{12} = 630,7$  мм;  $d_1 = 30$  мм;  $a = 41,9$  мм;  $d = 50$  мм;  $b = 62,9$  мм;  $d_2 = 50$  мм;  $D_a = 538,8$  мм;  $D_b = 743,6$  мм. Трансформатор окружен цилиндрическим баком, отстоящим от бокового и стыковых ярм на расстоянии  $D = 150$  мм.

Смысл индексов в обозначениях потоков поясняется на рис. 1, б: индекс «ст» – стержень; «бок» – боковое ярмо; «я» – ярмо стыковое,  $F_d$  – магнитный поток в межмоточном пространстве шириной  $d$  и т.д.

**Коэффициенты магнитного состояния отдельных участков трансформатора.** В излагаемой теории отсутствует понятие «общего потока магнитопровода», поскольку в действительности оказывается, что в любом режиме стержень, боковое ярмо, левые и правые части стыковых ярм намагничиваются по-разному. Для характеристики этого явления введены коэффициенты магнитного состояния (КМС) отдельных участков трансформатора, представляющие собой отношение потока на этом участке в рассматриваемом режиме к потоку холостого хода трансформатора при одном и том же напряжении на первичной обмотке. В частности, для стержня и бокового ярма эти коэффициенты равны:

$$k_{ст} = \frac{F_{ст}}{F_{ст}^{xx}}; k_{бок} = \frac{F_{бок}}{F_{бок}^{xx}}, \quad (1)$$

где  $F_{ст}^{xx}$ ,  $F_{бок}^{xx}$  – потоки х.х. в стержне и боковом ярме, которые, строго говоря, не равны друг другу из-за конечных значений проницаемости магнитопровода.

Наиболее простые аналитические соотношения для этих коэффициентов получаются для идеализированного броневое трансформатора, в котором магнитная проницаемость стали магнитопровода  $\mu_{Fe} = \infty$ ;

магнитные потоки х.х.  $F_{ст}^{xx} = F_{бок}^{xx} = F_0$ , где  $F_0 = U_1 / j\omega w_1$ ;

сопротивления обмоток постоянному току  $R_1 = R_2 = 0$ ;

линии магнитного потока в окне трансформатора принимаются параллельными оси стержня;

вместо (1) можно написать:

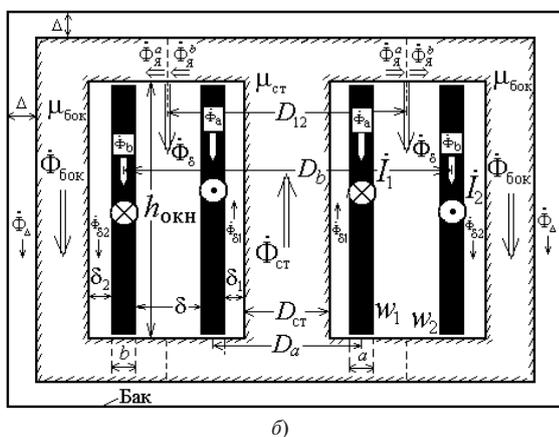
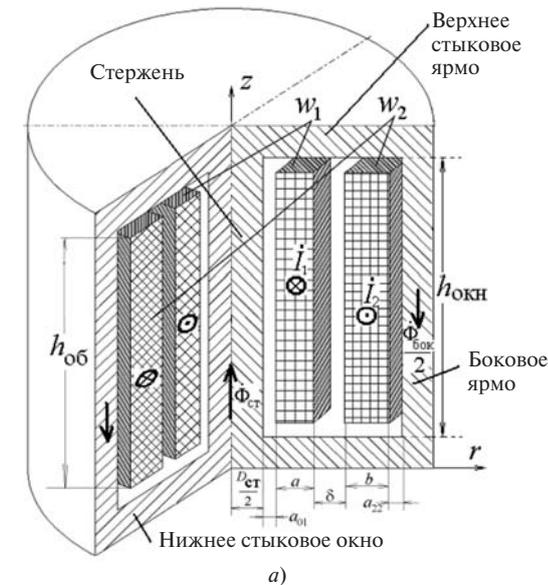
$$k_{ст} = \frac{F_{ст}}{F_{ст}^{xx}} = \frac{F_{ст}}{F_0}; k_{бок} = \frac{F_{бок}}{F_{бок}^{xx}} = \frac{F_{бок}}{F_0}. \quad (2)$$


Рис. 1. Броневой трансформатор с концентрическим боковым ярмом (бак не показан) (а) и магнитные потоки в нем (б)

Выражения для этих коэффициентов в случае короткозамкнутого броневых трансформатора, выведенные из его 2Т-образной схемы замещения [20], представлены в табл. 1, где  $D_d = D_{12}$  (рис. 1,б). Верхний индекс в обозначении коэффициентов указывает, какая из обмоток, внутренняя или внешняя, закорочена.

Приведенные формулы служат ориентирами при выполнении численных расчетов в условиях конечной проницаемости стали.

Формулы табл.1 являются камнем преткновения для традиционной теории трансформаторов, в которой «доказывается», что при заданном напряжении на первичной обмотке действующие значения потоков в стержне и боковых ярмах броневых трансформатора в режиме КЗ оказываются либо близкими к нулю [18], либо согласно [23, 24] равными

$$F_{ст}^{КЗ} = F_{бок}^{КЗ} = F_0 / 2, \tag{3}$$

где  $F_0$  – действующее значение потока холостого хода при том же напряжении. Так называемое «доказательство» (3) основывается на известной Т-образной схеме замещения [23, 24], что говорит о ее полной непригодности при анализе режимов КЗ трансформатора.

**Замечание 2.** В [20] получена весьма точная нелинейная электрическая 2Т-образная схема замещения для любого установившегося режима работы трансформатора в рамках обычно принимаемых допущений, но с учетом возможности различного намагничивания стали стержня и боковых ярм. В режиме КЗ эта схема позволяет не только наблюдать аномальные потоки в режимах КЗ, но и находить границу между ними, которая, как показано в [20], должна

проходить внутри короткозамкнутой обмотки, что также противоречит традиционным представлениям о «границе раздела магнитных линий, сцепляющихся с разными обмотками», которая согласно [23, стр. 291] якобы «проходит посередине области» межобмоточного пространства. Формулы [20] для потоков при переходе к идеализированному трансформатору, удовлетворяющему перечисленным выше допущениям, превращаются в формулы табл. 1.

**Подготовительные расчеты к построению картины полей.** Для того чтобы воспользоваться программой ELCUT для получения картины осесимметричного магнитного поля трансформатора, в ее файл исходных данных заносятся:

осесимметричная геометрия магнитопровода и обмоток;

граничные условия на поверхности бака; поскольку он экранирует магнитное поле, то на его поверхности векторный потенциал принимается равным нулю;

значения относительной магнитной проницаемости участков магнитопровода  $\mu_{ст}$  и  $\mu_{бок}$ ;

плотности электрических токов соответственно внутренней и внешней обмоток:

$$d_1^{КЗ.ВНШ} = \frac{w_1 I_1^{КЗ.ВНШ}}{ah_{об1}}; \quad d_2^{КЗ.ВНШ} = \frac{w_2 I_2^{КЗ.ВНШ}}{ah_{об2}}. \tag{4}$$

Токи обмоток  $I_1^{КЗ.ВНШ}$  и  $I_2^{КЗ.ВНШ}$  можно определить, зная собственные  $L_1, L_2$  и взаимную  $M$  индуктивности обмоток. Они также рассчитываются по МКЭ с помощью программы ELCUT. Методика их вычислений приведена в приложении к статье.

Таблица 1

Режим работы трансформатора	Коэффициент магнитного состояния (при $\mu_{Fe} = \infty, R_1 = R_2 = 0$ )	Упрощенные выражения (при $D_d \gg a$ )
Режим КЗ внутренней обмотки	$k_{ст}^{КЗ.ВНТ} = - \frac{a(D_d - d + a)}{D_d^2 + d^2 + \frac{a+b}{3} \frac{D_d - d + a}{D_d} + \frac{b-a}{3} \frac{D_d - d + a}{D_d} + \frac{(b+a)}{2} \frac{D_d - d + a}{D_d}}$ $k_{бок}^{КЗ.ВНТ} = 1 + \frac{b(D_d + d + b)}{D_d^2 + d^2 + \frac{a+b}{3} \frac{D_d + d + b}{D_d} + \frac{b-a}{3} \frac{D_d + d + b}{D_d} + \frac{(b+a)}{2} \frac{D_d + d + b}{D_d}}$	$k_{ст}^{КЗ.ВНТ} = - \frac{a}{2a + 6d + 2b}$ $k_{бок}^{КЗ.ВНТ} = 1 + \frac{b}{2a + 6d + 2b}$
Режим КЗ внешней обмотки	$k_{ст}^{КЗ.ВНШ} = 1 + \frac{a(D_d - d + a)}{D_d^2 + d^2 + \frac{a+b}{3} \frac{D_d - d + a}{D_d} + \frac{b-a}{3} \frac{D_d - d + a}{D_d} + \frac{(b+a)}{2} \frac{D_d - d + a}{D_d}}$ $k_{бок}^{КЗ.ВНШ} = - \frac{b(D_d + d + b)}{D_d^2 + d^2 + \frac{a+b}{3} \frac{D_d + d + b}{D_d} + \frac{b-a}{3} \frac{D_d + d + b}{D_d} + \frac{(b+a)}{2} \frac{D_d + d + b}{D_d}}$	$k_{ст}^{КЗ.ВНШ} = 1 + \frac{a}{2a + 6d + 2b}$ $k_{бок}^{КЗ.ВНШ} = - \frac{b}{2a + 6d + 2b}$

Там же представлен порядок вычисления потоков х.х.  $F_{ст}^{кз}$  и  $F_{бок}^{кз}$  с помощью программы ELCUT.

**Пример 1.** Картина поля трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой при высоте обмоток, равных высоте окна ( $h_{об1} = h_{об2} = h_{окн}$ ). Вначале примем  $m_{ст} = m_{бок}$ . Последовательность подготовительных расчетов для трех значений магнитной проницаемости стали ( $m_{Fe} = 100\mu_0$ ,  $m_{Fe} = 10\mu_0$  и  $m_{Fe} = \mu_0$ ) в рассматриваемом случае представлена в первых восьми пунктах табл. 2. Значения  $L_1, L_2, M$  найдены в Приложении 1. Они использованы для определения индуктивности  $L_{кз}$  КЗ трансформатора. По ее значению вычислены токи обмоток  $I_1^{кз.внш}$  и  $I_2^{кз.внш}$  (при  $R_1 = R_2 = 0$ ,  $w = 2\pi f = 2\pi \cdot 50$ ) в режиме КЗ при приложенном к внутренней обмотке напряжении сети  $U_1 = 11000\sqrt{3}$ .

Далее определены заносимые в программу ELCUT плотности токов КЗ в обмотках  $d_1^{кз.внш}$ ,  $d_2^{кз.внш}$ .

Картина осесимметричного магнитного поля, рассчитанная по этим данным с помощью МКЭ для случая  $m_{Fe} = 100\mu_0$ , представлена на рис. 2. На картине явно виден антипоток  $F_{бок}^{кз.внш}$  в боковом ярме, замыкающийся по короткозамкнутой внешней обмотке и захватывающий более 50% её толщины. В стержне при этом протекает сверхпоток  $F_{ст}^{кз.внш}$ , который помимо зазора  $d$  проникает также и в КЗ обмотку. Значения  $F_{ст}^{кз.внш}$  и  $F_{бок}^{кз.внш}$ , выданные программой, приведены в табл. 2, в которой также представлены потоки х.х., найденные в приложении с помощью программы ELCUT при заданном напряжении сети  $U_1 = 11000\sqrt{3}$ . Как и следовало ожидать, при  $m_{Fe} = 100\mu_0$  эти величины

Таблица 2

Параметр и формула для расчета	$m_{Fe} = 100\mu_0$	$m_{Fe} = 10\mu_0$	$m_{Fe} = \mu_0$
$L_1$ , Гн	0,1860	0,0206	0,0037
$L_2$ , Гн	20,712	2,5496	0,6509
$M$ , Гн	1,9421	0,2096	0,0338
$L_{кз}^{кз.внш} = L_1 \cdot \frac{M^2}{L_2}$ , Гн	0,0038953	0,0033676	0,0019448
$I_1^{кз.внш} = \frac{U_1}{wL_{кз}}$ , А	5,1897e+003	6,0028e+003	1,0394e+004
$I_2^{кз.внш} = -\frac{M}{L_2} I_1^{кз.внш}$ , А	-4,8662e+002	-4,9352e+002	-5,3976e+002
$d_1^{кз.внш} = \frac{w_1 I_1^{кз.внш}}{ah_{об1}}$ , А/м2	1,8148e+007	2,0991e+007	3,6348e+007
$d_2^{кз.внш} = \frac{w_2 I_2^{кз.внш}}{ah_{об2}}$ , А/м2	-1,1876e+007	-1,2044e+007	-1,3172e+007
$F_{ст}^{кз.внш}$ , Вб	0,16888	0,16271	0,10291
$F_{бок}^{кз.внш}$ , Вб	-0,023411	-0,018335	-0,009266
$F_{ст}^{xx}$ , Вб	0,15781	0,15387	0,099273
$F_{бок}^{xx}$ , Вб	0,15645	0,142989	0,072797
$k_{ст}^{кз.внш} = \frac{F_{ст}^{кз.внш}}{F_{ост}}$	1,0701	1,0574	1,03662
$k_{бок}^{кз.внш} = \frac{F_{бок}^{кз.внш}}{F_{0бок}}$	-0,14963	-0,1282	-0,1273

весьма незначительно отличаются от потока х.х.  $F_0$  идеализированного трансформатора (при  $m_{Fe} = \infty$ ), равного

$$F_0 = \frac{U_1}{w w_1} = \frac{11000 / \sqrt{3}}{(2p \times 50) 128} = 0,157923 \text{ Вб,}$$

и можно считать, что индукция х.х. в магнитопроводе

$$B_0 = \frac{F_0}{s_{ст}} = \frac{0,157932}{0,135} = 1,167 \text{ Тл, } B_{0m} = \sqrt{2} B_0 = 1,65 \text{ Тл.}$$

Наконец в последних строках табл. 2 приведены (прямым делением потоков  $F_{ст}^{кз.внш}$  и  $F_{бок}^{кз.внш}$  на соответствующие потоки х.х.) коэффициенты магнитного состояния (КМС) стержня и бокового ярма при КЗ внешней обмотки.

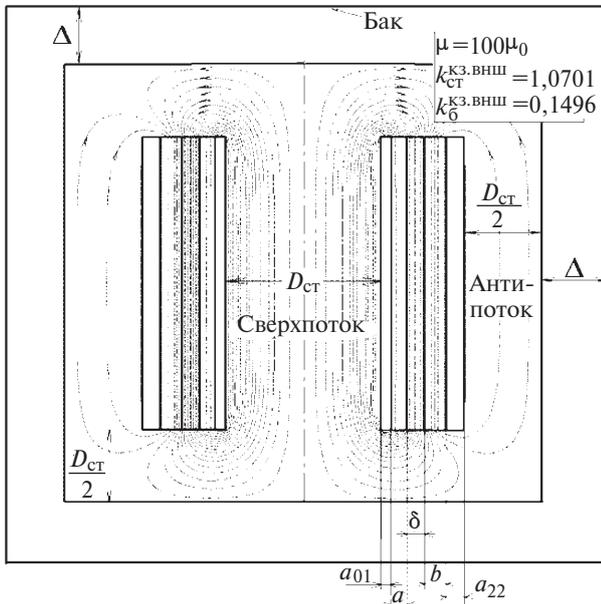


Рис. 2. Магнитное поле трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой в случае  $h_{об1} = h_{об2} = h_{окн}$

Значения этих КМС, полученные с помощью расчета потоков программой ELCUT, практически

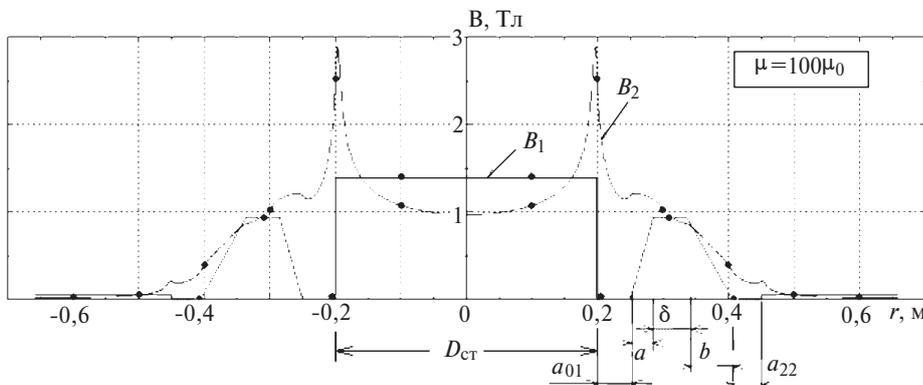


Рис. 3. Распределение магнитной индукции вдоль радиусов трансформатора при КЗ внешней обмотки:  $B_1$  – в середине трансформатора;  $B_2$  – в стыковом ярме на границе с окном со стороны стали

совпадают с найденными по формулам табл. 1 для идеализированного трансформатора ( $m_{Fe} = \infty$ ):

$$k_{ст}^{кз.внш} = 1,0693; k_{бок}^{кз.внш} = - 0,143.$$

Как следует из анализа табл. 2, подобные значения КМС при КЗ трансформатора наблюдаются и при других значениях  $m_{Fe}$ , включая случай воздушного трансформатора внутри бака, когда  $m_{Fe} = m_0$ .

На рис. 3 представлены кривые индукции  $B_1^{кз}(r)$  (по среднему сечению трансформатора) и  $B_2^{кз}(r)$  (по сечению, проходящему на границе окна и стыкового ярма со стороны стали), где  $r$  – радиус точки в сечении. Как видно, на некоторых участках действующее значение индукции при КЗ существенно превышает действующее значение индукции х.х.  $B_0 = 1,167$  Тл. Таким образом, при КЗ внешней обмотки наибольшие магнитные нагрузки – в угловых точках стержня.

Принимая во внимание осевую симметрию поля и симметрию по высоте, при построении картины поля на рис. 2 можно было ограничиться одной четвертью рисунка. Это обстоятельство учитывается в последующих примерах.

Представляет интерес наблюдать аномальные потоки при КЗ внешней обмотки трансформатора в случаях, когда высота обмоток не равна высоте окна.

**Пример 2.** Картина поля трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой при высоте обмоток  $h_{об1} = h_{об2} < h_{окн}$ . Картины осесимметричного поля для случая при КЗ внешней обмотки, полученные с помощью программы ELCUT для рассматриваемого трансформатора при  $m_{Fe} = 100 m_0$ , представлены на рис. 4, а и б.

Анализ картин поля показал, что антипоток и в этих случаях занимает более 50% ближайшей к нему короткозамкнутой обмотки в её средней части. Коэффициенты на рис. 4, а рассчитаны относительно значений потока в

среднем поперечном сечении трансформатора. При  $h_{об1} = h_{об2} < h_{ст}$  оба значения КМС по модулю оказываются выше по сравнению с их значениями при  $h_{об} = h_{ст}$ . В случае  $h_{об1} > h_{об2}$  линии поля существенно искривлены, при этом  $k_{бок}^{кз.внш}$  почти в полтора раза превышает его значение при  $h_{об} = h_{ст}$  (рис. 2).

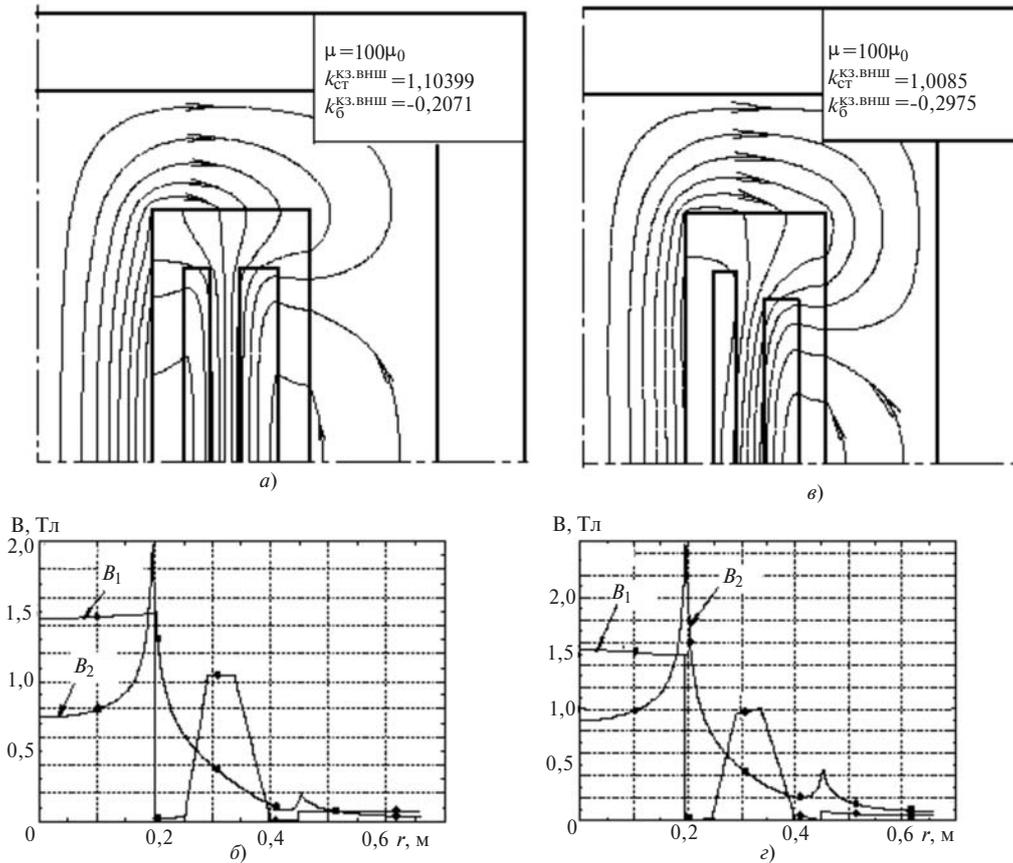


Рис. 4. Магнитное поле трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой: а и б – высота обмоток  $h_{об1} = h_{об2} = 0,771h_{ст}$ ; в и г –  $h_{об1} = 0,771h_{ст}$ ,  $h_{об2} = 0,656h_{ст}$

**Пример 3.** Картина поля трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой при высоте обмоток  $h_{об1} \neq h_{об2} < h_{окн}$ . Этот случай при  $h_{об1} = 0,771h_{ст}$  и  $h_{об2} = 0,656h_{ст}$  показан на рис. 4, в и г. Приведенные значения КМС также рассчитаны относительно значений потоков в среднем по-

перечном сечении трансформатора. Примечательно, что  $k_{бок}^{K3.VNSh}$  еще более, почти в два раза, превышает его значение при  $h_{об} = h_{ст}$  (рис. 2).

**Пример 4.** Картина поля трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой при высоте обмоток  $h_{об1} \neq h_{об2} < h_{окн}$  и  $m_{ст} < m_{бок}$ . Важным положением теории трансформатора является утверждение о различной намагниченности магнитопровода в режиме КЗ. Поэтому может оказаться, что на разных его участках значения магнитной проницаемости  $m_{Fe}$  будут различны. На рис. 5 показано поле короткозамкнутого трансформатора при резко отличающихся друг от друга значениях магнитной проницаемости стержня и бокового ярма. В целом и здесь наблюдается та же картина распределения магнитных потоков, что и в предыдущих примерах.

**Пример 5.** Картины магнитного поля трансформатора с короткозамкнутой внутренней обмоткой при высоте обмоток, равных высоте окна ( $h_{об1} = h_{об2} = h_{окн}$ ). Алгоритм построения картины поля трансформатора с КЗ внутренней обмоткой аналогичен изложенному в Примере 1, причем в данном случае можно воспользоваться значениями  $L_1, L_2, M$  из табл. 2. Отличие состоит в том, что теперь первичной становится внешняя обмотка, и,

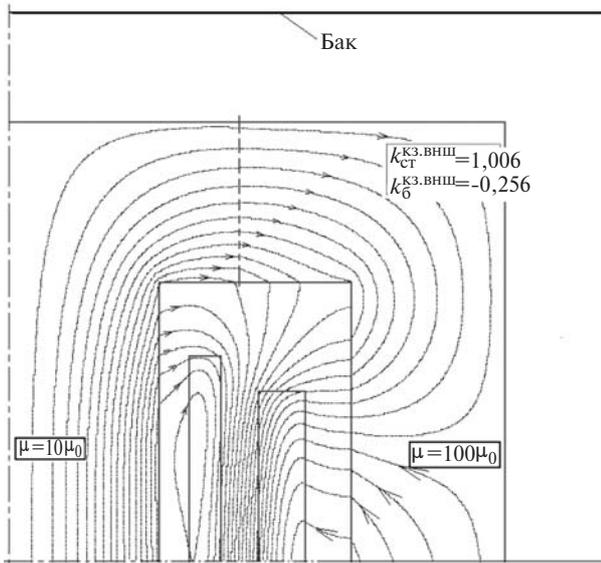


Рис. 5. Магнитное поле трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой при  $m_{ст} < m_{бок}$  и высоте обмоток  $h_{об1} = 0,771h_{ст}$ ,  $h_{об2} = 0,656h_{ст}$

Таблица 3

Параметр и формула для расчета	$\mu_{Fe} = 100\mu_0$	$\mu_{Fe} = 10\mu_0$	$\mu_{Fe} = \mu_0$
$L_1$ , Гн	0,1860	0,0206	0,0037
$L_2$ , Гн	20,712	2,5496	0,6509
$M$ , Гн	1,9421	0,2096	0,0338
$L_{K3}^{K3.BHT} = L_2 - \frac{M^2}{L_1}$ , Гн	0,433761	0,416771	0,342132
$I_2^{K3.BHT} = \frac{U_1 w_2}{w L_{K3}}$ , А	4,8826e+002	5,0816e+002	6,1902e+002
$I_1^{K3.BHT} = -\frac{M}{L_1} I_2^{K3.BHT}$ , А	-5,0981e+003	-5,1704e+003	-5,6549e+003
$d_1^{K3.BHT} = \frac{w_1 I_1^{K3.BHT}}{a h_{o61}}$ , А/м <sup>2</sup>	-1,7828e+007	-1,8081e+007	-1,9774e+007
$d_2^{K3.BHT} = \frac{w_2 I_2^{K3.BHT}}{b h_{o62}}$ , А/м <sup>2</sup>	1,1916e+007	1,2401e+007	1,5107e+007
$F_{CT}^{K3.BHT}$ , Вб	-0,011177	-0,0091161	- 0,004023
$F_{BOK}^{K3.BHT}$ , Вб	0,18041	0,16603	0,094119
$F_{CT}^{XX}$ , Вб	0,154730	0,13109	0,0518650
$F_{BOK}^{XX}$ , Вб	0,157460	0,150346	0,0891304
$k_{CT}^{K3.BHT} = \frac{F_{CT}^{K3.BHT}}{F_{CT}^{XX}}$	-0,072235	-0,069540	-0,07756
$k_{BOK}^{K3.BHT} = \frac{F_{BOK}^{K3.BHT}}{F_{BOK}^{XX}}$	1,145748	1,104315	1,05597

следовательно, изменятся подготовительные расчеты, начиная с этапа 4 при определении токов обмоток и их плотностей (табл. 3). Напряжение, приложенное к первичной внешней обмотке, равно  $U_1 w_2 / w_1$ . Занеся найденные значения плотности токов в программу ELCUT, получим картину поля и графики индукции.

Магнитное поле трансформатора с короткозамкнутой внутренней обмоткой для случая  $h_{o61} = h_{o62} = h_{oKH}$  и распределение индукции вдоль радиусов трансформатора в его середине и в стыковом яре на границе с окном со стороны стали показывают:

антипоток возникает в стержне и занимает более 50% сечения ближайшей (внутренней) короткозамкнутой обмотки;

коэффициент магнитного состояния стержня и бокового яра при  $\mu_{Fe} = 100\mu_0$  весьма близки к их

значениям, полученным из формул табл. 1 для идеализированного трансформатора ( $\mu_{Fe} = \infty$ ):

$$k_{CT}^{K3.BHT} = -0,0693; k_{BOK}^{K3.BHT} = 1,143;$$

анти- и сверхпоток имеют место и при других значениях магнитной проницаемости стали, включая  $\mu = \mu_0$ .

**Пример 6.** Картина поля трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой при высоте обмоток  $h_{o61} = h_{o62} < h_{oKH}$ . Этот случай при  $\mu_{Fe} = 100\mu_0$  иллюстрируется на рис. 6,а. Отчетливо просматривается антипоток, занимающий более 50% ближайшей к стержню КЗ внутренней обмотки, причем оба КМС по модулю превышают их значения для случая неукороченных обмоток (рис. 5).

**Пример 7.** Картина поля трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой при высоте обмоток  $h_{o61} \neq h_{o62} < h_{oKH}$ . Этот случай при  $\mu_{Fe} = 100\mu_0$  ил-

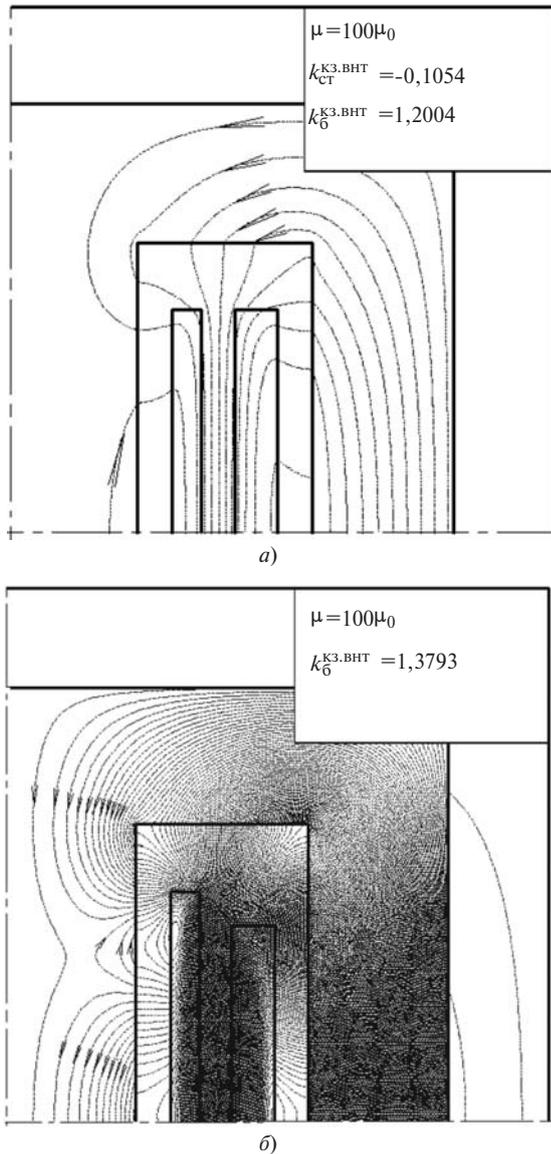


Рис. 6. Магнитное поле в трансформаторе с короткозамкнутой внутренней обмоткой: а –  $h_{об1} = h_{об2} = 0,771h_{ст}$ ; б –  $h_{об1} = 0,771h_{ст}$ ,  $h_{об2} = 0,656h_{ст}$

люстрируется на рис. 6,б. Как видно, при неодинаково укороченных обмотках сверхпоток в среднем поперечном сечении бокового яра оказывается больше сверхпотоков, наблюдавшихся во всех предыдущих случаях – он превышает поток х.х. на 37,9%. Антипоток вытесняется из средней части стержня, при этом он «уживается» с трубками магнитного потока, исходящими из бокового яра. В этих условиях, когда в стержне имеют место разнонаправленные потоки, понятие КМС стержня теряет смысл; в нем есть точки, в которых индукция равна нулю – в данном случае на окружности радиуса  $r \gg 12$  на высоте 24,6 см от среднего поперечного сечения трансформатора.

Приложение. Подготовительные расчеты к Примеру 1 по определению индуктивности обмоток с помощью программы ELCUT и потоков х.х.

Э т а п 1. Определение собственной индуктивности внутренней обмотки  $L_1$ . Задавшись токами обмоток  $I_1 = 1$  А,  $I_2 = 0$  А и введя в программу соответствующие плотности токов обмоток

$$d_1 = \frac{w_1 I_1}{ah_{об1}} = \frac{128 \text{ А}}{0,0419 \times 0,8736} = 3,4069 \times 10^3 \text{ А/м}^2;$$

$$d_2 = 0,$$

находим с помощью программы ELCUT энергию магнитного поля  $W_1$ . Из уравнения

$$\frac{L_1 I_1^2}{2} = W_1$$

получаем

$$L_1 = 2 \frac{W_1}{I_1^2} \approx 2W_1.$$

Для рассматриваемого Примера 1 при  $m_{Fe} = 100m_0$  и  $h_{об1} = h_{окн}$  получено  $W_1 = 0,092994$  Дж, следовательно,

$$L_1 = 2W_1 = 2 \times 0,092994 = 0,1860 \text{ Гн.}$$

Э т а п 2. Определение собственной индуктивности внешней обмотки  $L_2$ . Задаемся токами обмоток  $I_1 = 0$ ,  $I_2 = 1$  А и вводим в программу плотности токов

$$d_1 = 0;$$

$$d_2 = \frac{w_2 I_2}{bh_{об}} = \frac{1341 \text{ А}}{0,0629 \times 0,8736} = 2,4404 \times 10^4 \text{ А/м}^2.$$

Определив энергию магнитного поля  $W_2$ , находим

$$L_2 = 2 \frac{W_2}{I_2^2} \approx 2W_2.$$

Для рассматриваемой задачи при  $m_{Fe} = 100m_0$  и  $h_{об2} = h_{окн}$  получено  $W_2 = 10,356$  Дж, следовательно,

$$L_2 = 2W_2 = 2 \times 10,356 = 20,712 \text{ Гн.}$$

Э т а п 3. Определение взаимной индуктивности  $M$  между обмотками. В данном случае в отличие от предыдущих задаемся ненулевыми значениями токов обеих обмоток  $I_1 = 1$  А,  $I_2 = 1$  А и вводим в программу соответствующие плотности токов:

$$d_1 = \frac{w_1 I_1}{ah_{об}} = \frac{128}{0,0419 \times 0,8736} = 3,4969 \times 10^3 \text{ А/м}^2;$$

$$d_2 = \frac{w_2 I_2}{bh_{об}} = \frac{1341}{0,0629 \times 0,8736} = 2,4404 \times 10^4 \text{ А/м}^2.$$

Программа позволяет найти энергию магнитного поля

$$W = \frac{L_1 I_1^2}{2} + MI_1 I_2 + \frac{L_2 I_2^2}{2}.$$

В нашем случае (при  $I_1 = 1$  А и  $I_2 = 1$  А)

$$W \approx \frac{L_1}{2} + M + \frac{L_2}{2} \approx W_1 + M + W_2,$$

где  $W_1, W_2$  найдены на 1-м и 2-м этапах. Из этого следует расчетное соотношение

$$M = W_1 + W_2 - W.$$

Для рассматриваемого случая при  $m_{Fe} = 100m_0$  получено  $W = 8,5069$  Дж, следовательно,

$$M = 0,092994 + 10,356 - 8,5069 = 1,9421 \text{ Гн.}$$

Аналогично рассчитываются индуктивные параметры для других значений  $m_{Fe}$  магнитопровода, представленные в табл. 2.

Э т а п 4. *Определение потока холостого хода.* Потоки х.х. в стержне  $F_{ст}^{xx}$  и в боковом ярме  $F_{бок}^{xx}$  при заданном напряжении  $U_1$  внутренней обмотки находим с помощью программы ELCUT при соответствующем токе х.х.  $I_0 = U_1 / wL_1$ .

При  $m_{Fe} = 100m_0$  и  $U_1 = 11000 / \sqrt{3}$  этот ток и его плотность равны:

$$I_0 = \frac{U_1}{wL_1} = \frac{11000 / \sqrt{3}}{314 \times 0,1890} = 108,74 \text{ А;}$$

$$d_1 = d_0 = \frac{w_1 I_0}{ah_{об1}} = \frac{128 \times 108,74}{0,0419 \times 0,8736} = 3,80253 \times 10^5 \text{ А/м}^2.$$

Введя эти данные в программу ELCUT, получаем потоки  $F_{ст}^{xx}$ ,  $F_{бок}^{xx}$ , приведенные в табл. 2 для соответствующего значения  $m_{Fe}$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Steinmetz C.P.** Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena. — McGraw-Hill Book Company, NY, 1897. First edition: <http://openlibrary.org>, 431 p.
2. **Boyajian A.** Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances. — AIEE Trans., Jun. 1925, pp. 805–810.
3. **Cherry E.C.** The duality between interlinkend electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. — Proceedings of the Physical Society, Feb. 1949, vol. (B) 62, pp.101–111.
4. **Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C., Minnes S., Montsinger M.V.** Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. — New York: Wiley, 1951, 239 с.
5. **Slemon G.R.** Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. — Proc. Inst. Elect. Eng., IV, 1953, vol. 100, pp.129–143.
6. **Пенчев П.Р.** Върху разсейването в трансформаторите. София: Техника, 1969, 123 с.
7. **Григоров И.Б.** Потоки в стержне и ярме двухобмоточного трансформатора в опыте к.з. и в рабочем режиме. — Электротехническая промышленность, 1972, вып. 10(19)–11(20), с. 12–16.
8. **Конов Ю.С., Короленко В.В., Левченко В.Т.** Внезапное включение невозбужденного силового трансформатора на ко-

роткое замыкание. — Электрические станции, 1972, № 1, с. 62–64.

9. **Лейтес Л.В., Пинцов А.М.** Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. — М.: Энергия, 1974, 192 с.

10. **Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M.** Transformers in Power System Transients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch. 4, pp.177–250.

11. **Leon F., Farazmand A., Joseph.** Comparing the T and p Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. — IEEE Trans. Power Delivery, Oct. 2012, vol. 27, No. 4, pp. 2390–2397,

12. **Лейтес Л.В.** Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. — М.: Энергия, 1981, 392 с.

13. **Александров Г.Н.** К расчету токов короткого замыкания в электрических сетях. — Электричество, 2004, № 7, с.16–22.

14. **Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях / Под ред. А.И. Лурье.** — М.: Знак, 2005.

15. **Александров Г.Н., Шакиров М.А.** Трансформаторы и реакторы. Новые идеи и принципы. — СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2006, 204 с.

16. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 1. — Электричество, 2014, № 9, с. 52–59.

17. **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 2. — Электричество, 2014, № 10, с.53–65.

18. **Ионкин П.А., Даревский А.И., Кухаркин, Миронов В.Г., Мельников Н.А.** Теоретические основы электротехники, т. 2. — М.: Высшая школа, 1976, 583 с.

19. **Шакиров М.А.** Анализ неравномерности распределения магнитных нагрузок и потерь в трансформаторах на основе магнитоэлектрических схем замещения. — Электричество, 2005, № 11, с.15–27.

20. **Шакиров М.А.** 2Т-образные схемы замещения трансформаторов. — Электричество, 2010, № 5, с.19–36.

21. **Шакиров М.А., Андрущук В.В., Дуань Лиюн.** Аномальные магнитные потоки в двухобмоточном трансформаторе при коротком замыкании. — Электричество, 2010, № 3, с. 55–63.

22. **Нейман Л.Р., Демирчян К.С.** Теоретические основы электротехники, т. 2. — Л.: Энергоиздат, 1981, 536 с.

23. **Вольдек А.И.** Электрические машины. — М.: Энергия. Ленинградское отделение, 1974, 840 с.

24. **Иванов-Смоленский А.В.** Электрические машины. — М.: Энергия, 1980, 927 с.

[12.01.15]

*Авторы: Шакиров Мансур Акмелович окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ, ныне Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого — СПбПУПВ) в 1967 г. В 1980 г. защитил в ЛПИ докторскую диссертацию «Разработка общих основ общей теории преобразований сложных электрических схем и применение ее к диакоптикам цепей и электромагнитных полей». Профессор кафедры теоретических основ электротехники СПбПУПВ.*

## The Patterns of Magnetic Superfluxes and Antifluxes in a Short-Circuited Two-Winding Transformer. Part 1: A Shell-Type Transformer

M.A. SHAKIROV and Yu.V. VARLAMOV

*A method for constructing the original magnetic field pattern is presented, which confirms the occurrence of superfluxes and antifluxes in different parts of the magnetic circuit of short-circuited transformers. The fields were constructed on the basis of finite element method using the standard ELCUT computer program. The obtained field patterns, taken together with the experiments on revealing superfluxes and antifluxes described in [21], put an end to the discussion about the occurrence of these fluxes in short-circuited transformers. The coincidence of the magnetic state coefficients determined numerically using the finite element method and their values determined analytically using the formulas derived from the 2T-shaped equivalent circuit of shell-type transformer confirms the validity of this equivalent circuit taking into account the assumptions under which it was constructed. The developed procedure is accessible for checking and applying under the conditions of student training programs at universities. The first part of the article is devoted to shell-type transformers, and its second part is devoted to transformers with a two-leg core.*

**Key words:** transformer, magnetic flux, yoke, winding, short circuit, finite element method, equivalent circuit

*Варламов Юрий Владимирович окончил факультет управления и прикладной математики Московского физико-технического института в 1972 г. В 1988 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование численной методики расчета квазистационарных электромагнитных полей». Доцент кафедры «Теоретическая электротехника и электромеханика» Института энергетики и транспортных систем СПбПУПВ.*

### REFERENCES

1. Steinmetz C.P. Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena. — McGraw-Hill Book Company, NY, 1897. First edition: <http://openlibrary.org>, 431 c.
2. Boyajian A. Resolution of transformer reactances into primary and secondary reactances. — AIEE Trans., Jun. 1925, pp. 805–810.
3. Cherry E.C. The duality between interlinkend electric and magnetic circuits and the formulation of transformer equivalent circuits. — Proceedings of the Physical Society, Feb. 1949, vol. (B) 62, pp.101–111.
4. Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C., Minne S., Montsinger M.V. Transformer Engineering: A treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. — New York: Wiley, 1951, 239 c.
5. Slemmon G.R. Equivalent Circuits for Transformers and machines including nonlinear effects. — Proc. Inst. Elect. Eng., IV, 1953, vol. 100, pp.129–143.
6. Penchev P.R. V'erkhу razseivaneto v transformatorite. Sofiya. Publ. Tekhnika, 1969, 123 c.
7. Grigorov I.B. Elektrotekhnicheskaya promyshlennost — in Russ. (Power Engineering Industry), 1972, iss. 10(19)–11(20), pp. 12–16.
8. Konov Yu.S., Korolenko V.V., Levchenko V.T. Elektricheskiye stantsii — in Russ. (Power Plants), 1972, No. 1, pp. 62–64.
9. Leites L.V., Pintsov A.M. Skhemy zameshcheniya mnogoobmotochnykh transformatorov (Equivalent circuits of multiwinding transformers). Moscow, Publ. Energiya, 1974, 192 p.
10. Leon F., Gomez P., Martinez-Velasco, Rioual M. Transformers in Power System Transients: Parameter Determination. Ed. Boca Raton, FL: CRC, 2009, ch. 4, pp. 177–250.
11. Leon F., Farazmand A., Joseph. Comparing the T and p Equivalent Circuits for the Calculation of Transformer Inrush Currents. — IEEE Trans. Power Delivery, Oct. 2012, vol. 27, No. 4, pp. 2390–2397.
12. Leites L.V. Elektromagnitnye raschety transformatorov i reaktorov (Electromagnetical calculations of transformers and reactors). Moscow. Publ. Energiya, 1981., 392 p.
13. Aleksandrov G.N. Elektrichestvo — in Russ. (Electricity), 2004, No. 7, pp.16–22.
14. Elektrodinamicheskaya stoikost' transformatorov i reaktorov pri korotkikh замыkaniyakh/Pod red. A. I. Lur'ye (Electrodynamical stability of transformers and reactors by short circuits/Edit. by A.I. Lur'ye). Moscow, Publ. Znak, 2005.
15. Aleksandrov G.N., Shakirov M.A. Transformatory i reaktory. Novye idei i printsipy (Transformers and reactors. New ideas and principles). St. Petersburg, Publ. Politechnical University, 2006, 204 p.
16. Shakirov M.A. Elektrichestvo — in Russ. (Electricity), 2014, No. 9, pp. 52–59.
17. Sharirov M.A. Elektrichestvo — in Russ. (Electricity), 2014, No. 10, pp. 53–65.
18. Ionkin P.A., Darevskii A.I., Kukharkin E.S., Mironov V.G., Mel'nikov N.A. Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki, t. 2 (Theoretical principles of electrical engineering, vol. 2). Moscow, Publ. Vysshaya Shkola, 1976, 583 p.
19. Shakirov V.A. Elektrichestvo — in Russ. (Electricity), 2005, No. 11, pp.15–27.

*Authors: Shakirov Mansur Akmelovich (St. Petersburg, Russia) — Dr. Sci. (Eng.), Professor at the Peter Great St. Petersburg Polytechnical University.*

*Varlamov Yurii Vladimirovich (St. Petersburg, Russia) — Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department, the Peter Great St. Petersburg Polytechnical University.*

20. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 5, pp. 19–36.
21. **Shakirov M.A., Andrushchuk V.V., Duan' Liyun.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 3, pp. 55–63.
22. **Neiman L.R., Demirchyan K.S.** *Teoreticheskiye osnovy elektritekhniki, t. 2* (Theoretical principles of electrical engineering, vol. 2). Leningrad, Publ. Energoizdat, 1981, 536 p.
23. **Vol'dek A.I.** *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow, Publ. Energiya (Leningrad branch), 1974, 840 h.
24. **Ivanov-Smolenskii A.V.** *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow, Publ. Energiya, 1980, 927 p.

