

Картины магнитных сверх- и антипоток в короткозамкнутом двухобмоточном трансформаторе.

Ч. 2. Двухстержневой трансформатор

ШАКИРОВ М.А., ВАРЛАМОВ Ю.В.

Представлены оригинальные картины магнитных полей, подтверждающие явления возникновения сверх- и антипоток в различных частях магнитопровода короткозамкнутых трансформаторов. Поля построены на основе метода конечных элементов с применением стандартной программы ELCUT. Разработанная методика доступна для проверки и применения в условиях университетских студенческих программ обучения. Вторая часть исследований посвящена двухстержневому трансформатору.

К л ю ч е в ы е с л о в а: трансформатор, магнитный поток, ярмо, обмотка, короткое замыкание, метод конечных элементов, схема замещения

Имея одно и то же назначение, силовые трансформаторы броневого и стержневого типов существенно различаются по конструкции, что вносит особенности в их работу. В наибольшей степени эти особенности проявляются в экстремальных условиях, в частности в режимах короткого замыкания (КЗ) [1–3]. На одних участках стали могут возникнуть сверхпоток, т.е. потоки перевозбуждения, превышающие потоки холостого хода (х.х.) на этих же участках, на других – антипоток, т.е. потоки, имеющие противоположное потокам х.х. направление [4–9].

Можно считать, что с учетом первой части статьи [9] для броневого трансформатора эти аномальные (с точки зрения традиционной теории) явления получили системное подтверждение в виде совокупности различных подходов:

теоретических исследований, приведших к разработке новых схем замещения броневого осесимметричного трансформатора и позволивших вывести формулы для оценки сверх- и антипоток в установившихся режимах КЗ [4–7];

физических экспериментов по выявлению этих потоков в моделях броневого трансформаторов [8];

наглядных картин магнитных полей в азимутальной плоскости трансформаторов в режиме КЗ на основе метода конечных элементов (МКЭ) [9].

В отличие от осесимметричных броневого трансформаторов в двухстержневом магнитопровод несимметричен относительно обмоток, поскольку одна часть каждой обмотки находится в окне, а другая – вне окна [10, 11], что делает более сложной картину магнитного поля. Вместе с тем из общих физических соображений вытекает, что сверх- и антипоток той или иной интенсивности должны возникать при КЗ в силовых трансформаторах любой конструкции.

Цель настоящей статьи (второй ее части) – подтвердить существование сверх- и антипоток в короткозамкнутом двухстержневом трансформаторе на основе численного расчета его магнитных полей с помощью МКЭ. При этом исследуется магнитное поле прототипа реального трансформатора, созданного на кафедре ТОЭ СПбГПУ, который позволил экспериментально наблюдать эти явления с помощью измерительных витков в установившихся режимах КЗ [12]. Термин прототип подразумевает, что задача расчета поля рассматривается в упрощенной плоскопараллельной постановке для идеализированного двухстержневого трансформатора при пренебрежении потерями в стали и активными сопротивлениями обмоток. При этом определяются также границы между аномальными потоками в ярмах и обмотках исследуемого трансформатора.

Двухстержневой трансформатор. Объект исследования – описанная в [12] магнитная система с О-образным раздвижным железным сердечником (рис. 1,а), на левую и правую части которой намотано по шесть цилиндрических катушек из медного провода толщиной 2,5 мм (рис. 1,б).

Каждая из катушек (A_1, A_2), (B_1, B_2), ..., (a_1, a_2), (b_1, b_2), ... образует слой с числом витков, равным 55. Слои обмоток вплотную прилегают друг к другу, поэтому за толщину слоя принимается диаметр провода. При значении воздушного зазора $d=0$ (рис.1,а) высота окна $h_{\text{окн}} = 175$ мм, ширина $L = 49$ мм. Высота обмотки катушек $h_{\text{об}} = 0,874h_{\text{окн}} = 153$ мм. Длина пути по средней линии железа равна 0,76 м, а поперечное квадратное сечение сердечника $S_{\text{Fe}} = 5 \cdot 5,7 = 28,5$ см². Допустимый ток в обмотках 10 А.

Установка позволяет моделировать двухстержневые трансформаторы с различными числами витков внутренней и внешней (наружной) обмоток и

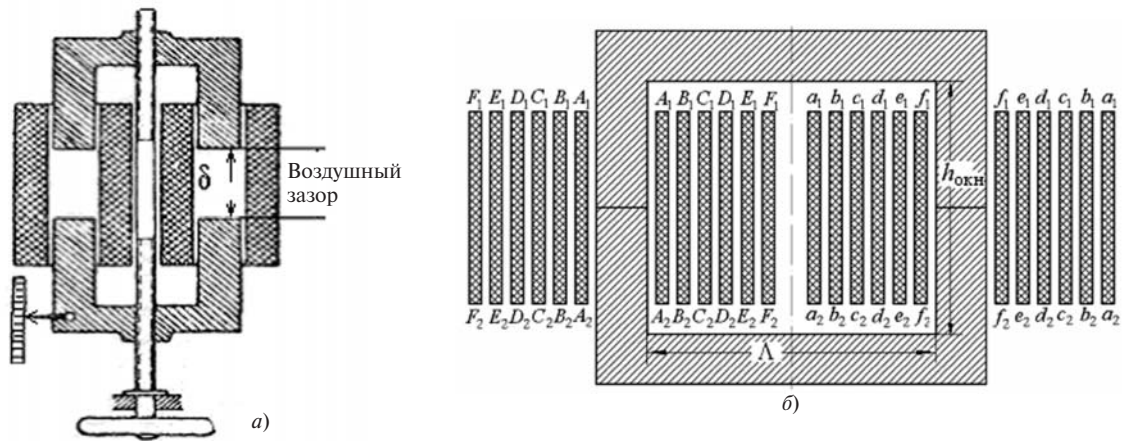


Рис. 1. Макет двухстержневого трансформатора (а) и послойная геометрия его обмоток (б)

проводить физические эксперименты при различных значениях высоты обмоток $h_{об} < 0,874h_{окн}$. На рис. 2 эта установка представлена в виде двухстержневого трансформатора, в котором внутренняя обмотка на каждом стержне содержит по три катушки, последовательно подключенные друг к другу с помощью соединительных проводников, расположенных за пределами обмоток. Ее ширина $a = 3 \cdot 2,5 = 7,5$ мм. Внешняя обмотка стержня также содержит по три последовательно соединенные катушки, ее ширина $b = 3 \cdot 2,5 = 7,5$ мм.

Таким образом, рассматривается трансформатор с одинаковыми внутренней и внешней обмотками. Каждая обмотка содержит $w_1 = w_2 = 2 \cdot (3 \cdot 55) = 330$ витков. Коэффициент трансформации $n = w_1 / w_2 = 1$. Зазор между внутренней и внешней обмотками $d = 2,5$ мм. Расстояние между внешними обмотками левого и правого стержней 4 мм. Зазоры между сердечником и внутренними обмотками равны с одной стороны 10 мм, с другой 5 мм. На рис. 2 показаны также измерительные витки, подсоединяе-

мые к осциллографу и позволяющие при выполнении физических экспериментов контролировать изменения магнитных потоков в различных частях стали трансформатора.

Результаты экспериментальных исследований. В отличие от броневое двухстержневой трансформатор не имеет бокового ярма, поэтому режимы КЗ в них проходят по-разному. Согласно [9], если в одной части магнитопровода броневое трансформатора при КЗ наблюдается сверхпоток, то в другой его части одновременно должен возникать антипоток, что было экспериментально подтверждено в [8]. Вопрос о возможности экспериментального наблюдения одновременно сверх- и антипотока в двухстержневом трансформаторе при КЗ до сего времени оставался открытым. Следует также иметь в виду, что применение формул коэффициентов магнитного состояния (КМС) в средней части стержней двухстержневых трансформаторов в виде соотношений

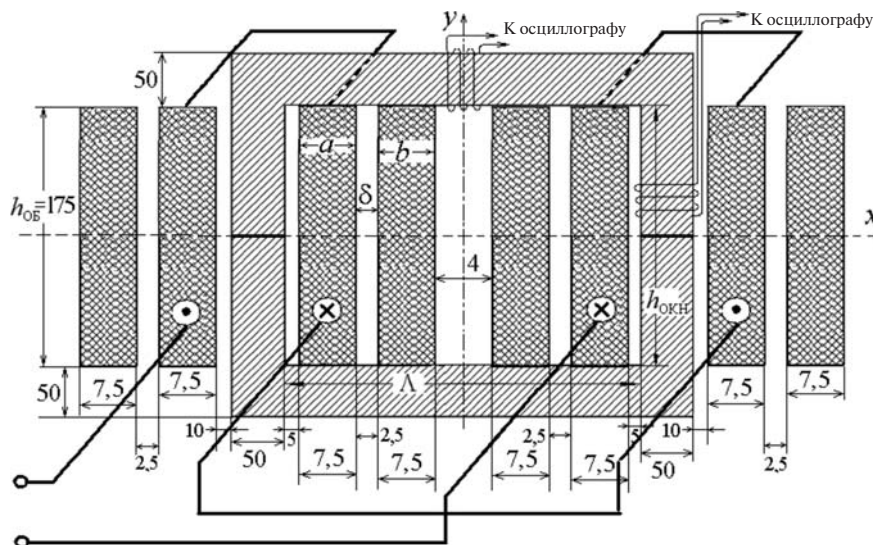


Рис. 2. Двухстержневой трансформатор при высоте обмоток, равных высоте окна ($h_{об} = h_{окн}$)

$$k_{\text{СТ}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}} = \frac{\&F_{\text{СТ}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}}{\&F_0} \left| U_{\text{ВНУТ}}^{\text{XX}} = U_{\text{ВНУТ}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}} \right. \gg 1 + \frac{a}{2a + 6d + 2b}, \quad (1)$$

$$k_{\text{СТ}}^{\text{КЗ.ВНУТ}} = \frac{\&F_{\text{СТ}}^{\text{КЗ.ВНУТ}}}{\&F_0} \left| U_{\text{ВНЕШ}}^{\text{XX}} = U_{\text{ВНЕШ}}^{\text{КЗ.ВНУТ}} \right. \gg 1 + \frac{a}{2a + 6d + 2b}, \quad (2)$$

представленных в табл. 1 первой части статьи [9], требует оговорки, поскольку в них, в частности, не учитывается особое положение частей обмоток, расположенных вне окна двустержневого трансформатора. Здесь, как и в первой части статьи [9], в (1), (2) и далее верхние индексы «кз.внеш» и «кз.внут» указывают, какая из обмоток, внешняя или внутренняя, находится в закороченном состоянии; F_0 – поток х.х. при том же напряжении (U^{XX}), при котором рассматривается режим КЗ трансформатора ($U^{\text{КЗ}}$).

Подставив в (1) и (2) значения a, b, d , показанные на рис. 2, получаем для плоскопараллельного трансформатора:

$$k_{\text{СТ}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}} \gg 1 + \frac{7,5}{2 \times 7,5 + 6 \times 2,5 + 2 \times 7,5} = 1,17; \quad (3)$$

$$k_{\text{СТ}}^{\text{КЗ.ВНУТ}} \gg - \frac{7,5}{2 \times 7,5 + 6 \times 2,5 + 2 \times 7,5} = - 0,17. \quad (4)$$

В экспериментах с описанным выше реальным трансформатором (при $h_{\text{об}} < 0,874h_{\text{окн}}$) с помощью измерительных витков были обнаружены существенно большие значения КМС стержней по сравнению с (3) и (4):

$$k_{\text{СТ}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}} = 1,5; \quad (5)$$

$$k_{\text{СТ}}^{\text{КЗ.ВНУТ}} = - 0,52, \quad (6)$$

что в рамках настоящей работы объяснить не удастся. Эксперименты проводились при частоте $f = 1000$ Гц, чтобы обеспечить известное условие $2\pi f L_{\text{КЗ}} \gg R_{\text{обм}}$, характерное для силовых трансформаторов. Практически такие же значения КМС для стержней получены в экспериментах на частотах и 500, и 300 Гц.

Постановка задачи численного анализа магнитного поля двухстержневого трансформатора. Как отмечалось в первой части статьи, построение картины магнитного поля в режиме КЗ, имеющей разумное толкование, возможно только для идеализированных трансформаторов, в которых для выполнения условия по совпадению (или противоположности) фаз магнитных потоков во всех его частях исклю-

чены активные потери в обмотках и стали магнитопровода, а для визуализации потоков в магнитопроводе магнитная проницаемость любого его k -го участка принимается конечной ($\mu_k = \text{const}$). Напомним, что при этих допущениях не имеет значения, для какого момента строится картина магнитного поля. В данной работе она строится для токов, совпадающих с их действующими значениями, что позволяет все расчеты вести относительно действующих значений магнитных величин (индукций и потоков) и в этих же величинах отображать картины магнитных полей.

Необходимость численного анализа полей обусловлена:

во-первых, требованием определения условия одновременного появления сверх- и антипоток в двухстержневых трансформаторах, а также выявления участков их дислокации в магнитопроводе с целью организации в будущем соответствующих экспериментов;

во-вторых, для оценки в режимах КЗ магнитных потоков в различных частях трансформатора, недоступных для наблюдений в экспериментах;

в-третьих, для оценки точности соотношений (1) и (2), что весьма важно при создании корректной теории двухстержневых трансформаторов.

В отличие от экспериментальных исследований численный анализ проводится в предположении наличия бака. Поскольку поля в двухстержневых трансформаторах обладают как продольной, так и поперечной антисимметрией, то далее они будут рассматриваться в пределах сектора второго квадранта прямоугольной системы координат, ограниченного положительной осью y и отрицательной осью x (рис. 2). Третьей границей области служит бак трансформатора, играющий роль идеального электромагнитного экрана. На этой границе векторный потенциал поля принимается равным нулю. На осях x и y граничное условие задается относительно касательной составляющей напряженности магнитного поля, которая принимается равной нулю ($H_t = 0$).

П р и м е ч а н и е 1. Используются значения относительной магнитной проницаемости стали до $\mu_r = 2000$, при которых можно считать, что программа ELCUT весьма точно оценивает значения L_1 , L_2 и M . При больших значениях μ_r может потребоваться задание более мелкого шага сетки МКЭ, который для программы ELCUT может оказаться критическим с точки зрения точности расчета полей. В данной работе все расчеты выполнены при шаге сетки, равном 0,2 мм.

Наиболее просто строится картина поля для режима х.х. В дополнение к указанным граничным условиям достаточно задаться током в одной из обмоток, равным, например, 1 А, и внести в программу ELCUT значение его плотности в этой обмотке.

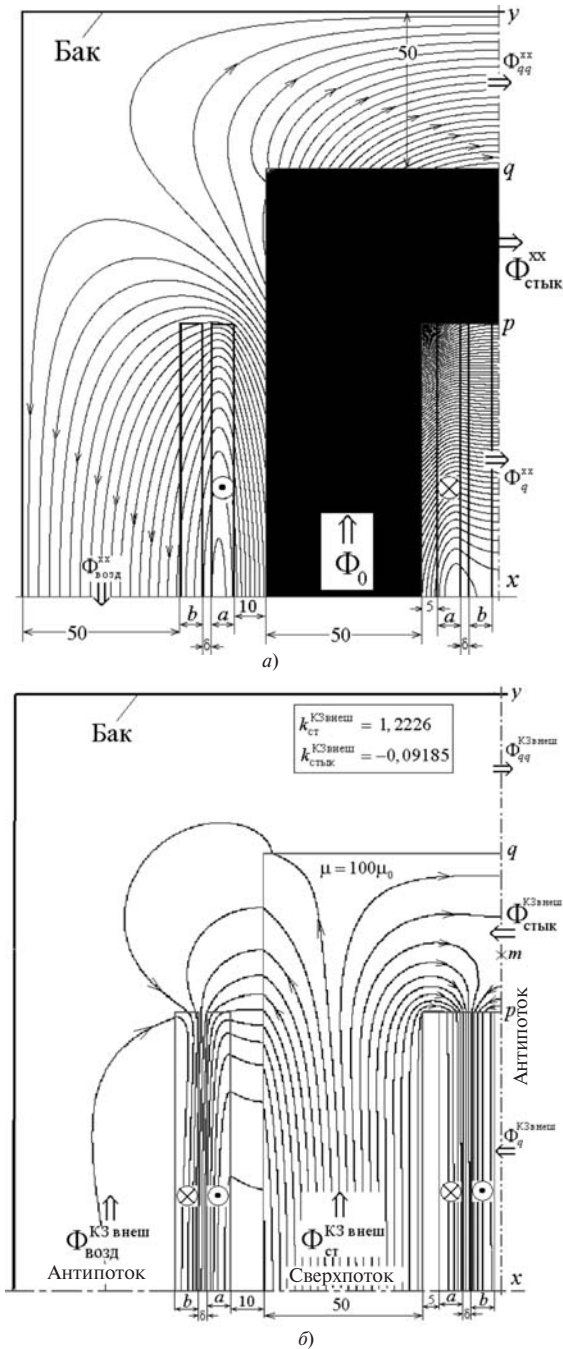


Рис. 3. Магнитное поле двухстержневого трансформатора ($h_{об} = h_{окн}$): а – в режиме х.х; б – в режиме КЗ внешней обмотки

На рис. 3,а построена картина поля при х.х. внешней обмотки и токе внутренней обмотки $I_1 = 1$ А. Аналогичная картина, но при х.х. внутренней обмотки, построена на рис. 5,а. Картины демонстрируют положительные направления магнитных потоков при х.х. в различных частях трансформатора, с которыми далее сравниваются направления потоков в режиме КЗ, соответственно, внешней и внутренней обмоток.

Подготовительные расчеты к построению картины полей в режиме КЗ. Для построения поля в режиме КЗ с помощью программы ELCUT необходимо за-

дать токи КЗ $I_1^{КЗ}$ и $I_2^{КЗ}$ во внутренней и внешней обмотках трансформатора. Связь между токами устанавливается через собственные L_1, L_2 и взаимную M индуктивности обмоток, которые также определяются с помощью программы ELCUT (см. Приложение). Тем самым исключается предвзятая информация об индуктивности КЗ $L_{КЗ}$, если ее рассчитывать по приближенным формулам из учебников. Результаты подготовительных расчетов для случая обмоток с высотой, равной высоте окна, приведены в табл. 1.

Здесь же рассчитаны индуктивности КЗ при питании трансформатора как со стороны внутренней обмотки (для примера 1), так и со стороны внешней обмотки (для примера 2).

Примечание 2. Значение тсердечника при х.х. не связано с его значением в стали при КЗ. Поэтому определять ток намагничивания при х.х., обеспечивающий поток х.х. F_0 трансформатора из цепочки равенств

$$I_0 = \frac{U_{внут}^{хх}}{wL_1} = \frac{U_{внут}^{КЗ.внеш}}{wL_1} = \frac{L_{КЗ.внеш}}{L_1} I_1^{КЗ.внеш} = (1 - k^2) I_1^{КЗ.внеш},$$

бессмысленно, поскольку при х.х. значения тсердечника и L_1 могут во много раз превышать их значения в различных частях магнитопровода при КЗ [5]. Задача данной работы скромнее и как первый шаг в демонстрации аномальных потоков в режиме КЗ для облегчения восприятия картин поля реализуется в упрощенной постановке с $m = const$. Получаемые при этом картины поля следует рассматривать в качестве промежуточного этапа для последующего осознанного выбора $m_{ст}$ и $m_{стык}$ при построении картин поля в режиме КЗ.

Для построения полей в файл исходных данных программы ELCUT заносятся: плоскопараллельная геометрия магнитопровода и обмоток; граничные условия; значения относительной магнитной проницаемости магнитопровода m_r ; плотности токов d_1 и d_2 внутренней и внешней обмоток.

Пример 1. Картина поля трансформатора с короткозамкнутой внешней обмоткой при $h_{об1} = h_{об2} - h_{окн}$. В отличие от режима х.х. при численном расчете магнитных полей в режиме КЗ необходимо задать токи обеих обмоток. В нашем случае удобно задаться током $I_1^{КЗ.внеш}$, например $I_1^{КЗ.внеш} = 1$ А. Тогда для тока в короткозамкнутой внешней обмотке

$$I_2^{КЗ.внеш} = - \frac{M}{L_2} I_1^{КЗ.внеш}. \tag{7}$$

Задание тока $I_1^{КЗ.внеш}$ адекватно заданию напряжения на зажимах внутренней обмотки идеализированного трансформатора:

$$U_{внут}^{КЗ.внеш} = wL_{КЗ}^{КЗ.внеш} I_1^{КЗ.внеш}, \tag{8}$$

Таблица 1

Параметр	Значение параметра при $m = \eta, \eta_0$				
	2000 η_0	1000 η_0	100 η_0	10 η_0	$m = \eta_0$
L_1 , Гн	24,479	12,245	1,2360	0,1339	0,0205
L_2 , Гн	24,483	12,250	1,2405	0,1385	0,0256
M , Гн	24,478	12,245	1,2354	0,1334	0,0204
$k = M / \sqrt{L_1 L_2}$	0,99989	0,99979	0,9977	0,9795	0,8892
$L_{кз}^{кз.внеш} = L_1 \cdot M^2 / L_2$	0,00520	0,00520	0,00565	0,00542	0,00429
$L_{кз}^{кз.внут} = L_2 \cdot M^2 / L_1$	0,00520	0,00520	0,00567	0,00560	0,00537

где

$$L_{кз}^{кз.внеш} = L_1 \cdot \frac{M^2}{L_2}. \tag{9}$$

Но при этом же напряжении должен рассматриваться режим х.х. и определяться поток х.х. F_0 , входящий в выражения КМС (1), отсюда

$$F_0 = \frac{U_{внут}^{хх}}{ww_1} = \frac{U_{внут}^{кз.внеш}}{ww_1} = \frac{L_{кз}^{кз.внеш}}{w_1} I_1^{кз.внеш}, \tag{10}$$

что позволяет представить (1) в удобном для численного анализа виде:

$$k_{ст}^{кз.внеш} = \frac{F_{ст}^{кз.внеш}}{F_0} \Big|_{U_{внут}^{хх} = U_{внут}^{кз.внеш}} = \frac{w_1 F_{ст}^{кз.внеш}}{L_{кз}^{кз.внеш} I_1^{кз.внеш}}. \tag{11}$$

Аналогично, для КМС в средней части стыкового яра можно записать:

$$k_{стык}^{кз.внеш} = \frac{F_{стык}^{кз.внеш}}{F_0} \Big|_{U_{внут}^{хх} = U_{внут}^{кз.внеш}} = \frac{w_1 F_{стык}^{кз.внеш}}{L_{кз}^{кз.внеш} I_1^{кз.внеш}}. \tag{12}$$

Значения $F_{ст}^{кз.внеш}$ и $F_{стык}^{кз.внеш}$ определяются с помощью программы ELCUT.

Последовательность подготовительных расчетов при $h_{об} = h_{окн}$ для построения поля и определения потоков представлена в пп. 1–4 табл. 2. Задается ток внутренней обмотки $I_1^{кз.внеш} = 1$ А. По (7) вычисляется ток в короткозамкнутой обмотке $I_2^{кз.внеш}$ и определяются заносимые в программу ELCUT плотности токов КЗ в обмотках:

$$d_1^{кз.внеш} = \frac{(w_1 / 2) I_1^{кз.внеш}}{ah_{об}}; \tag{13}$$

$$d_2^{кз.внеш} = - \frac{(w_2 / 2) I_2^{кз.внеш}}{bh_{об}}. \tag{14}$$

В п. 5 занесен поток х.х. F_0 , найденный по (10). Картина поля приведена на рис. 3,б. Прямым делением найденных программой значений потоков $F_{ст}^{кз.внеш}$ и $F_{стык}^{кз.внеш}$ в средних частях стержня и стыкового яра на поток х.х. вычислены соответствующие значения КМС, приведенные в пп. 6 и 7. Все потоки, полученные с помощью программы, изображены в табл. 2 подчеркнутыми снизу; что означает приведение их к потоку F_0 . Поток $F_{возд}^{кз.внеш}$ от обмоток до бака имеет отрицательный знак и может рассматриваться как антипоток (весьма незначительный), пронизывающий внешнюю КЗ обмотку; $F_{a/слева}^{кз.внеш}$, $F_{a/справа}^{кз.внеш}$, $F_{b/слева}^{кз.внеш}$, $F_{b/справа}^{кз.внеш}$ в пп. 9–12 – относительные значения потоков в толщах, соответственно, левых и правых половинок обмоток. Примечательно, что значения этих величин справа и слева практически одинаковы (за исключением случая $m = \eta_0$). Также практически совпадают значения потоков слева и справа в промежутках между обмотками ($F_{д-слева}^{кз.внеш}$, $F_{д-справа}^{кз.внеш}$), приведенные в пп. 13 и 14.

Образование антипотока в стыковом яре трансформатора при $h_{об} = h_{окн}$ является неожиданным и в этом смысле может рассматриваться для теории трансформаторов как весьма важное. Примечательным является сам факт сосуществования в стали яра встречно направленных потоков с разветвлением в точке m (рис. 3,б), в которой магнитная индукция обращается в нуль. Более нагляд-

Таблица 2

№ п/п	Параметр	Значение параметра при $m = m_0, m_0$				
		2000 m_0	1000 m_0	100 m_0	10 m_0	$m_{Fe} = m_0$
1	$I_1^{кз.внеш}$, А	1	1	1	1	1
2	$I_2^{кз.внеш}$, см. (7)	-0,999812	-0,99959	-0,9959	-0,963098	-0,79476
3	$d_1^{кз.внеш}$, см. (13)	125714	125714	125714	125714	125714
4	$d_2^{кз.внеш}$, см. (14)	-125690	-125663	-125200	-121075	-99912
5	F_0 , см. (10)	$1,575 \times 10^{-5}$	$1,575 \times 10^{-5}$	$1,713 \times 10^{-5}$	$1,643 \times 10^{-5}$	$1,300 \times 10^{-5}$
6	$k_{ст}^{кз.внеш}$, см. (11)	1,1949	1,3198	1,2226	1,1949	0,9058
7	$k_{стык}^{кз.внеш}$, см. (12)	-0,1713	-0,1150	-0,0918	-0,1125	-0,0801
8	$F_{возд}^{кз.внеш}$	-0,0526	-0,0483	-0,0469	-0,0386	-0,0171
9	$F_{a/слева}^{кз.внеш}$	0,2788	0,2564	0,2546	0,2492	0,2025
10	$F_{a/справа}^{кз.внеш}$	0,2819	0,2591	0,2573	0,2517	0,2038
11	$F_{b/слева}^{кз.внеш}$	0,2788	0,2547	0,2538	0,2574	0,2713
12	$F_{b/справа}^{кз.внеш}$	0,2819	0,2592	0,2583	0,2609	0,2724
13	$F_{d-слева}^{кз.внеш}$	0,1865	0,1715	0,1709	0,1728	0,1811
14	$F_{d-справа}^{кз.внеш}$	0,1879	0,1727	0,1721	0,1738	0,1815
15	F_{qq}	-0,0051	-0,0050	-0,0033	0,0079	0,0267
16	F_q	-0,000084	-0,000229	0,00241	0,0107	-0,0552
17	$F_{x=0}^{общ}$	-0,1764	-0,1198	-0,0927	-0,0945	-0,1147
18	m_p / p_q	0,37	0,33	0,326	0,35	0,35
19	F_{m_p} / F_{m_q}	2,69	1,85	1,7	2,15	3,19

ная картина разветвления потоков представлена на рис. 4,а (для $m = 100m_0$), из которой следует, что антипоток $F_{стык}^{кз.внеш}$ формируется как разность двух потоков, один из которых F_{mp} действительно ориентирован встречно направлению потока х.х., а другой, существенно меньший, F_{mq} – по направлению потока х.х. Положение точки разветвления m в табл. 2 представлено отношением отрезков m_p / p_q , а соотношение между встречно направленными потоками в стыковом ярме – отношением F_{mq} / F_{mp} . Реальный антипоток F_{mp} пронизывает только короткозамкнутую (внешнюю) обмотку в окне трансформатора.

Поперечные по отношению к оси y потоки F_{qq} (между стыковым ярмом и баком),

$F_{стык} = k_{стык}^{кз.внеш}$ (в средней части стыкового ярма) и F_q (в окне трансформатора) создают общий антипоток, равный (с учетом принятых на рис. 3,а направлений)

$$F_{x=0}^{общ} = F_q + F_{стык} + F_{qq}. \quad (15)$$

В частности, согласно табл. 2 при $m = 100m_0$

$$F_{x=0}^{общ} = 0,00241 - 0,09185 - 0,0033 = -0,0927. \quad (16)$$

Значения $F_{x=0}^{общ}$ приведены в п.17 табл. 2.

Примечание 3. Из табл. 2 следует, что знаки потоков F_{qq} и F_q зависят от значения m . Отрицательный знак F_{qq} является признаком появления дополни-

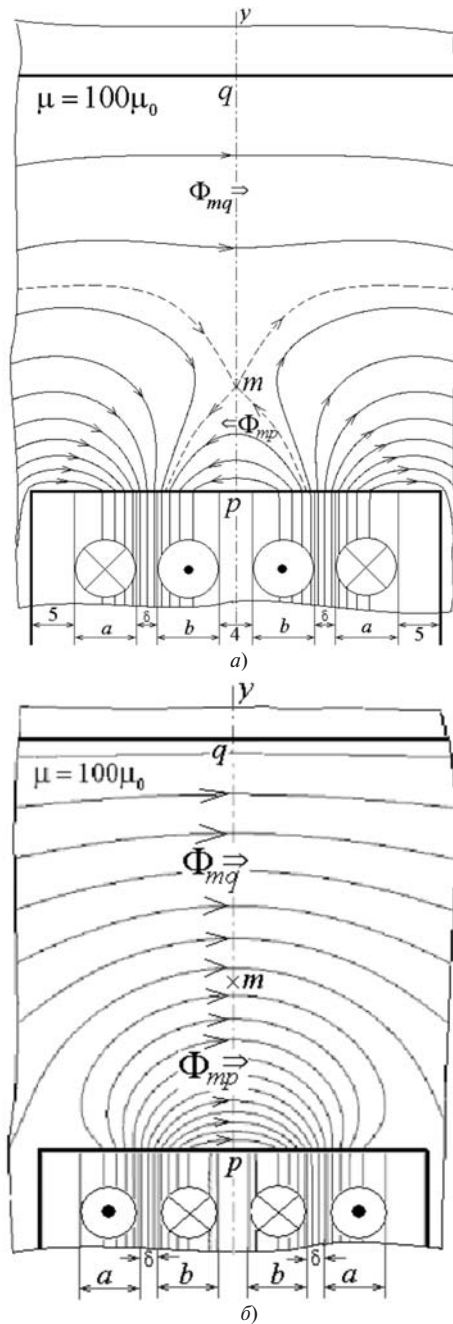


Рис. 4. Магнитное поле в верхнем стыковом ярме двухстержневого трансформатора ($h_{об} = h_{окн}$): a – при короткозамкнутой внешней обмотке шириной a ; b – при короткозамкнутой внутренней обмотке шириной a

тельной точки ветвления на оси y между стыковым ярмом и баком, а положительный знак \underline{F}_q – признаком образования замкнутых линий поля в промежутке между внешними обмотками. Важно отметить, что при $h_{об} = h_{окн}$ знаки величин в пп. 7 и 17 совпадают и являются отрицательными.

Примечание 4. В отличие от броневых трансформатора, в котором при любом КЗ отсутствуют общие потоки, т.е. потоки в стали, охватывающие одновременно обе обмотки, в двухстержневом трансформаторе при КЗ внешней обмотки общий поток присутствует в виде потока в стали \underline{F}_{mq} (рис. 3,б), однако охватывает не две, а одновременно все четыре обмотки. Его соседство в

точке раздела m с антипоток \underline{F}_{mp} опровергает сформулированный автором [2] принцип: «...в любом поперечном сечении магнитопровода не может быть одновременно два противоположно направленных и территориально разделенных потока».

Пример 2. Сверх- и антипотки в трансформаторе с короткозамкнутой внутренней обмоткой при $h_{об1} = h_{об2} = h_{окн}$. Алгоритм построения картины поля аналогичен изложенному выше, и для случая $h_{об} = h_{окн}$ можно воспользоваться данными табл. 1. Отличие состоит в том, что первичной становится внешняя обмотка шириной b , следовательно, изменятся подготовительные расчеты при определении токов обмоток и их плотностей, как показано в табл. 3. Поскольку изначально необходимо задаться током внешней обмотки $I_2^{кз.внут} = 1$ А, то ток внутренней обмотки можно определить по формуле

$$I_1^{кз.внеш} = - \frac{M}{L_1} I_2^{кз.внеш}; \quad (17)$$

выражение для потока х.х. принимает вид

$$F_0 = \frac{U_{внеш}^{хх}}{ww_2} = \frac{U_{внеш}^{кз.внут}}{ww_2} = \frac{L_{кз}^{кз.внут}}{w_2} I_2^{кз.внеш}. \quad (18)$$

Определив плотности токов в обмотках и занеся их в программу ELCUT, получим картину полей при КЗ (рис. 5,б). Из анализа табл. 3 и рис. 5,б следует:

антипоток возникает в стержне и занимает значительную часть сечения левой половины короткозамкнутой внутренней обмотки;

значения потоков в толщах левых и правых половинок обмоток практически одинаковы; также практически совпадают значения потоков слева и справа в промежутках между обмотками, приведенные в пп. 13 и 14;

сверхпоток имеет место в стыковом ярме (см. также рис. 4,б); в точке соприкосновения m происходит объединение потока \underline{F}_{mq} , исходящего из левых половинок обмоток вне окна, с потоком \underline{F}_{mp} , исходящим из правых половинок обмоток в окне трансформатора;

все поперечные по отношению к оси потоки (\underline{F}_{qq} , $\underline{F}_{стык}$, \underline{F}_q) ориентированы одинаково и потому входят в (14) со знаком плюс; в частности, согласно табл. 3 при $m=100m_0$

$$\underline{F}_{x=0}^{общ} = 0,0093 + 1,07 + 0,01345 = 1,0927 \quad (19)$$

(см. п.17 табл. 3);

в отличие от внешней обмотки (см. примечание 4) при КЗ внутренней обмотки общего потока в

Таблица 3

№ п/п	Параметр	Значение параметра при $m = \mu_0$				
		$2000\mu_0$	$1000\mu_0$	$100\mu_0$	$10\mu_0$	$\mu_{Fe} = \mu_0$
1	$I_2^{КЗ.ВНУТ}$, А	1	1	1	1	1
2	$I_2^{КЗ.ВНЕШ}$, см. (17)	-0,999975	-0,99998	-0,9995	-0,99628	-0,99492
3	$d_1^{КЗ.ВНУТ}$, см. (13)	-125710	-125712	-125654	-125247	-125075
4	$d_2^{КЗ.ВНУТ}$, см. (14)	125714	125714	125714	125714	125714
5	F_0 , см. (18)	$1,575 \times 10^{-5}$	$1,576 \times 10^{-5}$	$1,719 \times 10^{-5}$	$1,700 \times 10^{-5}$	$1,628 \times 10^{-5}$
6	$k_{ст}^{КЗ.ВНУТ}$	-0,2144	-0,3259	-0,2211	-0,1841	-0,0959
7	$k_{стык}^{КЗ.ВНУТ}$	1,2190	1,105	1,07	0,947	0,4584
8	$F_{возд}^{КЗ.ВНУТ}$	0,05289	0,0530	0,04679	0,07702	0,1815
9	$F_{a/слева}^{КЗ.ВНУТ}$	0,2789	0,2787	0,2552	0,2545	0,2487
10	$F_{a/справа}^{КЗ.ВНУТ}$	0,2890	0,2817	0,2582	0,2596	0,2680
11	$F_{b/слева}^{КЗ.ВНУТ}$	0,2769	0,2767	0,2553	0,2520	0,2463
12	$F_{b/справа}^{КЗ.ВНУТ}$	0,2820	0,2817	0,2582	0,2604	0,2706
13	$F_{d-слева}^{КЗ.ВНУТ}$	0,1865	0,1864	0,1839	0,1713	0,1730
14	$F_{d-справа}^{КЗ.ВНУТ}$	0,1879	0,1877	0,1721	0,1735	0,1804
15	F_{qq}	0,0054	0,0056	0,0093	0,0435	0,1568
16	F_q	0,00078	0,00137	0,01345	0,1132	0,4620
17	$F_{x=0}^{общ}$	1,2257	1,1125	1,0927	1,1033	1,0773
18	m_p / p_q	0,44	0,44	0,43	0,43	0,55
19	F_{m_p} / F_{m_q}	1,76	1,75	1,71	2,1	3,3

стали, охватывающего одновременно две или четыре обмотки, не существует.

Пример 3. Аномальные потоки в трансформаторе с короткозамкнутой внешней обмоткой при $h_{об1} = h_{об2} < h_{окн}$. Физические процессы в стыковом ядре короткозамкнутого трансформатора с укороченными обмотками значительно сложнее, что подтверждается картинами магнитных полей на рис. 6 при $m = 100\mu_0$ для двух вариантов укорочения обмоток. Картины полей показывают, что допущение о почти отсутствующем поле в пространстве между внешними обмотками в окне (практически соблюдающееся при $h_{об} = h_{окн}$) в данном случае

не выполняется. Методика построения полей не отличается от алгоритма, приведенного в первой части работы. Результаты расчета индуктивностей укороченных обмоток на основе МКЭ при $h_{об} < h_{окн}$ и $m = 100\mu_0$ приведены в табл. 4 (аналог табл. 1). В ней $L_{КЗ}^{КЗ.ВНЕШ}$ рассчитана для примера 3, а $L_{КЗ}^{КЗ.ВНУТ}$ – для примера 4.

Подготовительные расчеты и потоки в различных частях трансформатора с укороченными обмотками и $m = 100\mu_0$ при КЗ внешней обмотки, полученные по программе ELCUT, приведены в табл. 5, составленной по аналогии с табл. 2.

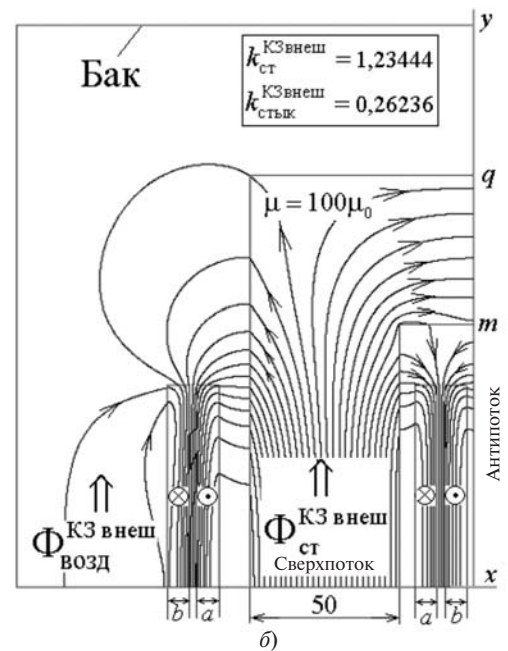
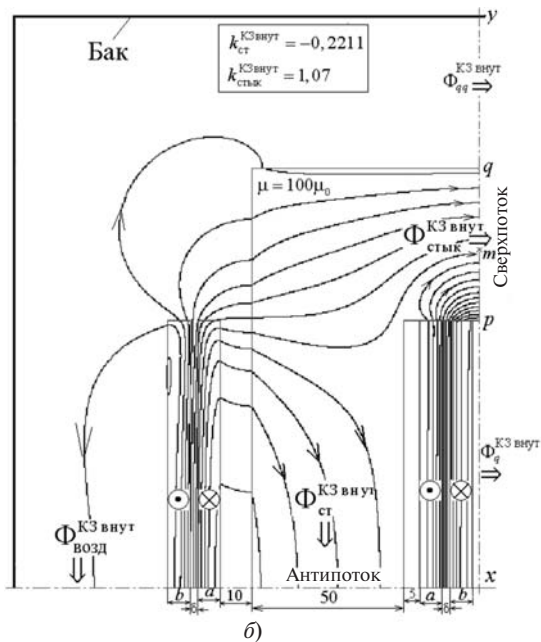
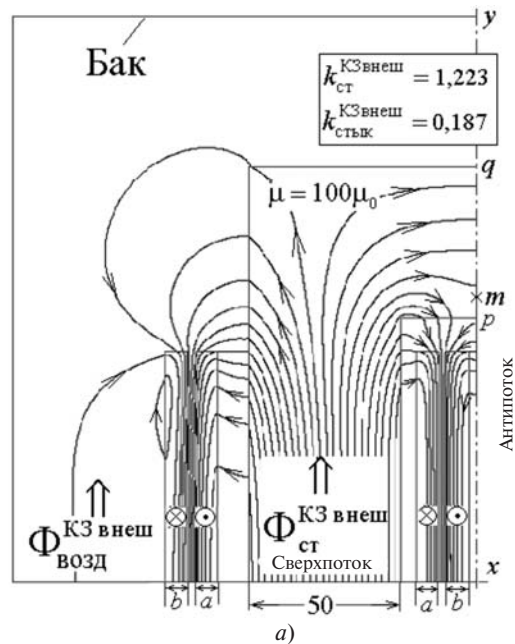
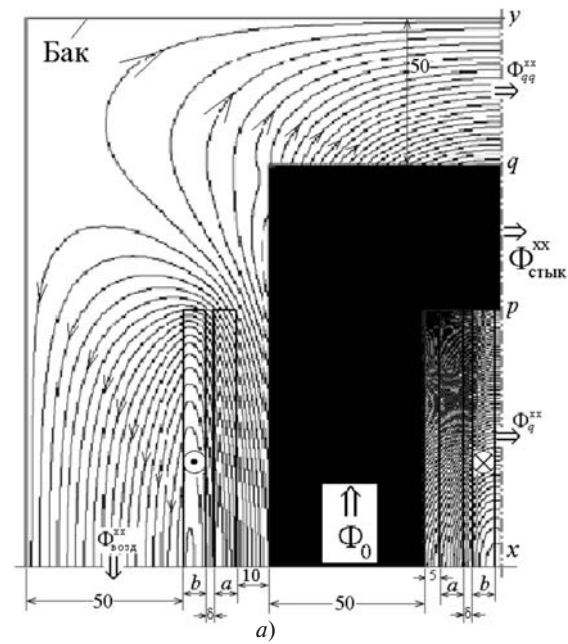


Рис. 5. Магнитное поле двухстержневого трансформатора при $h_{об} = h_{окн}$: a – в режиме х.х.; b – в режиме короткого замыкания внутренней обмотки

Рис. 6. Магнитное поле при короткозамкнутой внешней обмотке трансформатора с укороченными обмотками: a – $h_{об} < 0,874h_{окн}$; b – $h_{об} < 0,77h_{окн}$

Сравнение картины поля (рис. 3,б) с полями на рис. 6 показывает, что чем сильнее укорочение обмоток, тем ближе точка ветвления потоков m к точке p на границе окна и стыкового яра. На рис. 6,б точка m практически совпадает с этой границей и весь антипоток оказывается в окне между внешними обмотками. Поэтому знаки коэффициента $k_{ст}^{KЗ.внеш}$ в табл. 5 (в отличие от табл. 2) положительны. А это означает, что в эксперименте с измерительными витками, охватывающими середину стыкового яра, антипоток не выявится – там он либо очень слабый, либо практически отсутствует. Чтобы его заметить, следует поместить измеритель-

ные витки в воздушном промежутке между внешними обмотками в окне. Отрицательный знак F_{qq} указывает на наличие дополнительной точки разветвления в промежутке между стыковым яром и баком.

Таблица 4

Параметр	$h_{об} = 0,874h_{окн} =$	$h_{об} = 0,77h_{окн} =$
	$=153 \text{ мм}$	$=135 \text{ мм}$
$L_1, \text{ Гн}$	1,24125	1,24648
$L_2, \text{ Гн}$	1,24528	1,25032

$M, \text{ Гн}$	1,2401	1,2449
$k = M / \sqrt{L_1 L_2}$	0,99744	0,99719
$L_{\text{КЗ}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}} = L_1 \cdot \frac{M^2}{L_2}$	0,0063385	0,007070
$L_{\text{КЗ}}^{\text{КЗ.ВНУТ}} = L_2 \cdot \frac{M^2}{L_1}$	0,0063588	0,007092

Таблица 5

№ п/п	Параметр	$h_{\text{об}} = 0,874 h_{\text{окн}} = 153 \text{ мм}$	$h_{\text{об}} = 0,77 h_{\text{окн}} = 135 \text{ мм}$
		1	$I_2^{\text{КЗ.ВНУТ}}, \text{ А}$
2	$I_2^{\text{КЗ.ВНЕШ}}, \text{ см. (17)}$	-0,99584	-0,99590
3	$d_1^{\text{КЗ.ВНЕШ}}, \text{ см. (13)}$	143790	163265
4	$d_2^{\text{КЗ.ВНЕШ}}, \text{ см. (14)}$	-143193	-162552
5	$F_0, \text{ см. (18)}$	$1,92075 \times 10^{-5}$	$2,1424 \times 10^{-5}$
6	$k_{\text{ст}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}, \text{ см. (11)}$	1,223	1,234
7	$k_{\text{стык}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}, \text{ см. (12)}$	0,1869	0,26236
8	$F_{\text{возд}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}$	0,0590	0,0714
9	$F_{\text{возд}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}$	0,2624	0,2621
10	$F_{\text{a/слева}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}$	0,2588	0,2672
11	$F_{\text{b/слева}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}$	0,2575	0,2602
12	$F_{\text{b/справа}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}$	0,2635	0,2682
13	$F_{\text{d-слева}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}$	0,1739	0,1765
14	$F_{\text{d-справа}}^{\text{КЗ.ВНЕШ}}$	0,1756	0,1787
15	F_{qq}	-0,0012	-0,0013
16	F_{q}	-0,2891	-0,3618
17	$F_{\text{x=0}}^{\text{общ}}$	-0,1043	-0,1008
18	mp / pq	0,09	0
19	F_{mp} / F_{mq}	0,055	0

Пример 4. Аномальные потоки в трансформаторе с короткозамкнутой внутренней обмоткой при $h_{\text{об}1} = h_{\text{об}2} < h_{\text{окн}}$. Подготовительные расчеты и потоки в различных частях трансформатора при КЗ внутренней обмотки, полученные по программе ELCUT при $h_{\text{об}} < h_{\text{окн}}$ и $m = 100 m_0$, приведены в табл. 6 (аналог табл. 3), а картины полей – на рис. 7.

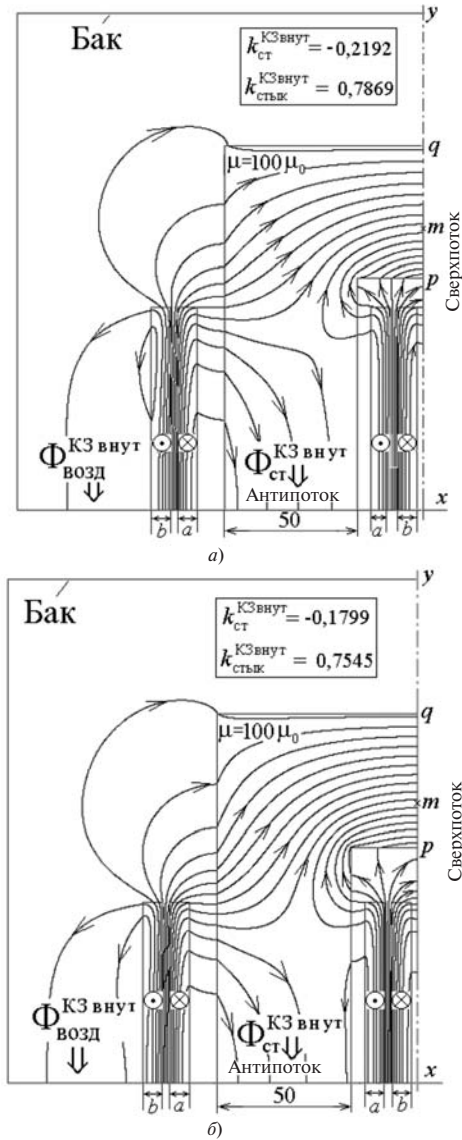


Рис. 7. Магнитное поле при короткозамкнутой внутренней обмотке трансформатора с укороченными обмоткам: $a - h_{\text{об}} < 0,874 h_{\text{окн}}$; $b - h_{\text{об}} < 0,77 h_{\text{окн}}$

Сравнение картины поля (рис. 5,б) с полями на рис. 7 показывает, что и здесь, чем сильнее укорочение обмоток, тем ближе точка ветвления потоков t к точке p на границе окна и стыкового яра. Экспериментально обнаружить сверхпоток в стыковом яре с помощью измерительных витков, охватывающих середину стыкового яра, невозможно, поскольку существенную его часть составляет поток F_q между внешними обмотками в окне трансформатора.

Картины всех магнитных полей (рис. 3–7) согласуются с очевидным положением, что неучитываемая при их построении часть трансформатора, расположенная справа от оси y , может быть заменена условным боковым ярмом с $m \neq \infty$, что важно с точки зрения возможной идентификации двухстержневого трансформатора с броневым и его 2Т-образной схемой замещения.

Таблица 6

№ п/п	Параметр	$h_{об} = 0,874h_{окн} = 153 \text{ мм}$	$h_{об} = 0,77h_{окн} = 135 \text{ мм}$
		1	$I_1^{кз.внут}, \text{ А}$
2	$I_1^{кз.внут}$	-0,99905	-0,99840
3	$d_1^{кз.внут}$	-143654	-163004
4	$d_2^{кз.внут}$	143791	163265
5	F_0	$1,92693 \times 10^{-5}$	$2,1491 \times 10^{-5}$
6	$k_{ст}^{кз.внут}$	-0,2192	-0,1799
7	$k_{стык}^{кз.внут}$	0,78695	0,75455
8	$F_{возд}^{кз.внут}$	0,06476	0,07855
9	$F_{a/слева}^{кз.внут}$	0,2593	0,2626
10	$F_{a/справа}^{кз.внут}$	0,2632	0,2681
11	$F_{b/слева}^{кз.внут}$	0,2567	0,2593
12	$F_{b/справа}^{кз.внут}$	0,2635	0,2682
13	$F_{d-слева}^{кз.внут}$	0,1737	0,1762
14	$F_{d-справа}^{кз.внут}$	0,1756	0,1787
15	F_{qq}	0,0083	0,0079
16	F_q	0,3105	0,3878
17	$F_{x=0}^{общ}$	1,1058	1,1517
18	mp / pq	0,34	0,31
19	F_{mp} / F_{mq}	1,25	0,579

Приложение. Подготовительные расчеты к примеру 1 по определению индуктивностей обмоток с помощью программы ELCUT.

Этап 1. Определение собственной индуктивности внутренней обмотки L_1 . В основе численного определения собственной индуктивности лежит энергетическое соотношение для внутренней обмотки с током I_1 :

$$\frac{L_1 I_1^2}{2} = W_1,$$

откуда

$$L_1 = 2 \frac{W_1}{I_1^2} \approx 2W_1.$$

Задавая токами обмоток $I_1 = 1 \text{ А}$, $I_2 = 0$ и вводя в программу ELCUT соответствующие плотности токов обмоток

$$d_1 = \frac{(w_1 / 2) I_1}{ah_{об}} = \frac{165 \times 1}{0,0075 \times 1,175} = 125714 \text{ А/м}^2;$$

$$d_2 = 0,$$

определяем с ее помощью энергию магнитного поля W_1 . Для рассматриваемого трансформатора с идеальным экраном при $m = 100 \mu_0$, $h_{об} = h_{окн}$ получено $W_1 = 0,61804 \text{ Дж}$, следовательно, $L_1 = 2W_1 = 2 \times 0,61804 = 1,23608 \text{ Гн}$.

Этап 2. Определение собственной индуктивности внешней обмотки L_2 . Задаемся токами обмоток $I_1 = 0$, $I_2 = 1 \text{ А}$, вводим в программу плотности токов $d_1 = 0$, $d_2 = 125714 \text{ А/м}^2$ и, определив энергию $W_2 = 0,62028 \text{ Дж}$, получаем

$$L_2 = 2W_2 = 2 \times 0,62028 = 1,24056 \text{ Гн}.$$

Этап 3. Определение взаимной индуктивности M между обмотками. Задаемся ненулевыми значениями токов в обеих обмотках $I_1 = I_2 = 1 \text{ А}$ и вводим в программу соответствующие плотности токов: $d_1 = d_2 = 125714 \text{ А/м}^2$.

Программа позволяет найти энергию магнитного поля W , которая может быть представлена в виде

$$W = \frac{L_1 I_1^2}{2} - M I_1 I_2 + \frac{L_2 I_2^2}{2}.$$

В нашем случае (при $I_1 = I_2 = 1 \text{ А}$)

$$W \approx \frac{L_1}{2} - M + \frac{L_2}{2} \approx W_1 - M + W_2,$$

где W_1, W_2 найдены на 1-ом и 2-м этапах, откуда

$$M = W_1 + W_2 - W.$$

Для рассматриваемого трансформатора с идеальным экраном и $m = 100 \mu_0$ получено $W = 0,002837 \text{ Дж}$, следовательно,

$$M = 0,61804 + 0,62028 - 0,002837 = 1,235483 \text{ Гн}.$$

Формулы всех трех этапов и результаты расчетов по программе ELCUT для различных значений $m = \mu_0, \mu_0$ магнитопровода представлены в табл. 1.

Выводы. 1. Картины магнитных полей показали, что и в броневом, и в двухстержневом трансформаторах аномальные потоки КЗ существуют попарно: одновременно со сверхпоток в одной его части возникает антипоток в другой (и наоборот).

2. При КЗ в обоих трансформаторах наблюдаются сгущения магнитных линий в областях стыковых ярм, к которым непосредственно прилегают обмотки. Из этого следует, что, вопреки распространенному мнению, независимо от размеров поперечных сечений стыковых ярм в указанных областях при КЗ возможно сильное насыщение стали.

3. Примеры картин магнитных полей могут быть использованы для постановки физических экспериментов в реальных устройствах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Г.Н., Шакиров М.А. Трансформаторы и реакторы: новые идеи и принципы. — СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2006, 204 с.
2. Григоров И.Б. Потоки в магнитопроводах мощных силовых трансформаторов и автотрансформаторов с учетом потока рассеяния. — Электротехника, 1975, № 4, с. 20–25.
3. Конов Ю.С., Короленко В.В., Левченко В.Т. Внезапное включение невозбужденного силового трансформатора на короткое замыкание. — Электрические станции, 1972, № 1, с. 62–64.
4. Шакиров М.А. Анализ неравномерности распределения магнитных нагрузок и потерь в трансформаторах на основе магнитоэлектрических схем замещения. — Электричество, 2005, № 11, с. 15–27.
5. Шакиров М.А. 2Т-образные схемы замещения трансформаторов. — Электричество, 2010, № 5, с. 19–36.
6. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 1. — Электричество, 2014, № 9, с. 52–59.
7. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 2. — Электричество, 2014, № 10, с. 53–65.
8. Шакиров М.А., Андрушук В.В., Дуань Лиюн. Аномальные магнитные потоки в двухобмоточном трансформаторе при коротком замыкании. — Электричество, 2010, № 3, с. 56–63.
9. Шакиров М.А., Варламов Ю.В. Картины магнитных сверх- и антипотоков в короткозамкнутом двухобмоточном трансформаторе. Ч. 1. Броневого трансформатор. — Электричество, 2015, № 8, с. 9–19.
10. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980, 927 с.

Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 9, pp. 27–38.

The Patterns of Magnetic Superfluxes and Antifluxes in a Short-Circuited Two-Winding Transformer. Part 2: A Two-Leg Transformer

SHAKIROV Mansur Akmelovich (*Peter Great St. Petersburg Polytechnical University, St. Petersburg, Russia*) — Professor, Dr. Sci. (Eng.)

VARLAMOV Yurii Vladimirovich (*Peter Great St. Petersburg Polytechnical University, St. Petersburg, Russia*) — Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

The original magnetic field patterns are presented that confirm the superflux and antflux occurrence phenomena in different parts of the magnetic core of short-circuited transformers. The field patterns are constructed using the standard ELCUT computer program based on the finite element method. The developed procedure is accessible for validation and application in the environment of university student education programs. The second part of investigations is devoted to a two-leg transformer.

Key words: transformer, magnetic flux, yoke, winding, short-circuit, finite element method, equivalent circuit

REFERENCES

1. Aleksandrov G.N., Shakirov M.A. *Transformatory i reaktory: novye idei i printsipy* (Transformers and reactors: new ideas and principles). St. Petersburg, Publ. Politechnical University, 2006, 204 p.
2. Grigorov I.B. *Elektrotehnika — in Russ. (Electrical Engineering)*, 1975, No. 4, pp. 20–25.
3. Konov Yu.S., Korolenko V.V., Levchenko V.T. *Elektricheskiye stantsii — in Russ. (Power Plants)*, 1972, No. 1, pp. 62–64.
4. Shakirov M.A. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2005, No. 11, pp. 15–27.
5. Shakirov M.A. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 5, pp. 19–36.
6. Shakirov M.A. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 9, pp. 52–59.
7. Shakirov M.A. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 10, pp. 53–65.
8. Shakirov M.A., Andrushchuk V.V., Duan' Liyun. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 3, pp. 56–63.
9. Shakirov M.A., Varlamov Yu.V. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 8, pp. 9–19.
10. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow, Publ. Energiya, 1980, 927 p.
11. Vol'dek A.I. *Elektricheskiye mashiny* (Electrical Machines). Moscow; Leningrad, Publ. Energiya, 1974, 840 p.
12. Shakirov M.A., Andrushchuk V.V. *Nauchno-tehnicheskiye vedomosti SPbGPU (St. Petersburg State Polytechnic University Scientific and Technical Gazette)*, 2013, No. 4-1 (183), pp. 167–176.

11. Вольдек А.И. Электрические машины. — М.; Л.: Энергия, 1974, 840 с.

12. Шакиров М.А., Андрушук В.В. Антипотоки и сверхпотоки в двухстержневом трансформаторе в режиме короткого замыкания. — Научно-технические ведомости СПбГПУ, 2013, № 4–1 (183), с. 167–176.

[12.01.15]

Авторы: Шакиров Мансур Акмелович окончил электромеханический факультет Ленинградского политехнического института (ЛПИ, ныне Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого — СПбПУПВ) в 1967 г. В 1980 г. защитил в ЛПИ докторскую диссертацию «Разработка общих основ общей теории преобразований сложных электрических схем и применение ее к диакоптикае цепей и электромагнитных полей». Профессор кафедры теоретических основ электротехники СПбПУПВ.

Варламов Юрий Владимирович окончил факультет управления и прикладной математики Московского физико-технического института в 1972 г. В 1988 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование численной методики расчета квазистационарных электромагнитных полей». Доцент кафедры «Теоретическая электротехника и электромеханика» Института энергетики и транспортных систем СПбПУПВ.

11. **Vol'dek A.I.** *Elektricheskiye mashiny* (Electrical Mashines).
Moscow; Leningrad, Publ. Energiya, 1974, 840 p.