

## Влияние стабилизатора на переход в нормальное состояние высокотемпературной сверхпроводящей токонесущей ленты<sup>1</sup>

РАХМАНОВ А. Л., ИВАНОВ С. С.

*Исследовано влияние стабилизирующей нормальной матрицы на переход высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) в нормальное состояние. Показано, что максимально допустимый ток в таком проводнике зависит от универсального параметра, в который входит коэффициент теплоотвода, удельное сопротивление стабилизирующего покрытия, параметры вольт-амперной характеристики ВТСП и геометрические характеристики проводника. Найдены аналитические выражения для тока перехода в нормальное состояние, максимально допустимого превышения температуры и значения критического теплового импульса, которые применимы в широком диапазоне параметров. Показано, что стабилизирующее покрытие может приводить к некоторому увеличению тока перехода в нормальное состояние ВТСП, а также к весьма существенному повышению устойчивости по отношению к тепловым импульсам. Однако стабилизирующее покрытие не может устранить локальный характер перехода сверхпроводника в нормальное состояние, если только проводник не является полностью криостатически стабилизированным. Установлено, что для существующих ВТСП влияние стабилизирующего покрытия на критические параметры и динамику процесса перехода в нормальное состояние на начальной стадии весьма ограничено. Кардинального изменения устойчивости сверхпроводящего состояния с помощью стабилизатора можно достичь в режиме полной криостатической стабилизации.*

*Ключевые слова: высокотемпературный сверхпроводник, стабилизирующая матрица, вольт-амперная характеристика, критический тепловой импульс, устойчивость сверхпроводящего состояния*

Проблема перехода сверхпроводников в нормальное состояние является одной из центральных в прикладной сверхпроводимости. В большинстве приложений именно данный процесс ограничивает допустимую плотность тока в сверхпроводящей системе, а также во многом определяет надежность ее работы [1–6]. Основные исследования в данной области были выполнены во второй половине прошлого века, задолго до создания технических высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). На первый взгляд, может показаться, что сценарии перехода в нормальное состояние для ВТСП и традиционных (НТСП) сверхпроводников отличаются лишь количественно из-за разных значений критической плотности тока  $j_c$ , теплоемкости  $C$ , теплопроводности  $k$ , критической  $T_c$  и рабочей  $T_0$  температуры [5, 7–10]. Однако по мере изучения нормального перехода в ВТСП стало ясно, что различия в процессах перегрева ВТСП и НТСП более существенны, чем простая разница в характерных энергиях, токах и времени развития тепловых и электромагнитных процессов [11, 12]. Несмотря на схожесть физических механизмов перехода (в обоих случаях это разогрев сверхпроводника током), большая разница в значениях параметров приводит

к качественно различной картине сверхпроводящего перехода. Так, при переходе НТСП в нормальное состояние наблюдается распространение нормальной фазы в виде бегущей тепловой волны, скорость которой может достигать километров в секунду [1–5, 13].

В то же время для ВТСП в широком диапазоне параметров переход в нормальное состояние хорошо описывается в приближении перегретой неустойчивости, когда сверхпроводник разогревается на ограниченном участке, а переход не сопровождается заметным распространением тепловой волны [14, 15]. Более того, в [16] было показано, что одним из сценариев развития нормального перехода в ВТСП может быть так называемый режим с обострением, который характерен для многих систем с нелинейным тепловыделением [17, 18]. При развитии перегрева с обострением горячая область локализована в пространстве, а температура в этой области обращается в бесконечность за конечное время. Естественно, в сверхпроводнике такой процесс заканчивается не обращением температуры в бесконечность, а локальным переходом токонесущего элемента в нормальное состояние. Ряд экспериментов по изучению перехода в нормальное состояние высокотемпературных сверхпроводников указывает именно на локальный характер перегрева (см., например, [19]).

<sup>1</sup>Работа выполнена на основе грантовой поддержки Фонда «Научный потенциал» (Human Capital Foundation).

Обычно развитие перехода НТСП в нормальное состояние выглядит так [1–5]. В проводнике возникает случайное или регулярное тепловое возмущение. Оно может быть результатом какого-то внешнего (теплого, механического, электромагнитного) воздействия или результатом неоднородности свойств проводника («слабая точка»). Если возмущение превышает некое критическое значение, то температура в возмущенной области быстро растет, превышает критическую,  $T > T_c$ , а затем по сверхпроводнику распространяется волна перегрева, которая переводит его в нормальное состояние. Скорость тепловой волны при гелиевых температурах обычно велика (от десятков метров до километров в секунду). В результате сверхпроводник разогревается относительно равномерно, что зачастую позволяет избежать его разрушения.

Из-за роста теплоемкости на несколько порядков процесс нормального перехода при азотных температурах ( $T_0 = 77$  К) развивается гораздо медленнее, чем при гелиевых ( $T_0 = 4$  К). По этой причине, в частности, скорость распространения нормальной зоны при  $T_0 = 77$  К составляет сантиметры и даже миллиметры в секунду [5, 7]. Данное свойство повышает опасность локального разрушения ВТСП при переходе [15]. По той же причине и начальный разогрев ВТСП до  $T_i T_c$  происходит медленнее. Переход в ВТСП имеет три четко выделяемых в эксперименте фазы [20]. Сначала происходит медленный рост температуры  $T$  и электрического поля  $E$  в проводнике. В зависимости от типа образца и внешних условий эта фаза может продолжаться от нескольких секунд до минут и даже часов. Затем рост  $T$  и  $E$  значительно ускоряется и через доли секунды происходит переход в нормальное состояние. При этом температура в возмущенной области сверхпроводника нарастает почти скачкообразно. В данной работе рассматриваются первые две фазы развития неустойчивости. Изучение именно этих начальных фаз позволяет найти критические параметры системы (максимальный ток, допустимый разогрев и значение критического теплового импульса). Данная проблема уже исследовалась в литературе [14, 20]. Авторы настоящей работы, во-первых, исследуют влияние стабилизирующего покрытия на параметры, определяющие устойчивость сверхпроводящего состояния, во-вторых, получают аналитическое выражение для критического теплового импульса.

В следующем разделе сформулирована исследуемая модель ВТСП и записаны основные уравнения теории. В третьем разделе эти уравнения решены аналитически для случая однородного разогрева образца. Показано, что наличие стабилизирующего покрытия не меняет универсальной динамики раз-

вития неустойчивости, описанной в [14], влияя лишь на характерные значения времени, поля и температуры перехода. В четвертом разделе вычислен максимальный ток образца ( $I_q$ ). Показано, что  $I_q$  зависит от универсального параметра, в который входит коэффициент теплоотвода, удельное сопротивление стабилизирующего покрытия, параметры вольт-амперной характеристики ВТСП и геометрические характеристики проводника. В пятом разделе вычислен максимально допустимый перегрев образца и с точностью до численного множителя порядка единицы найдено выражение для критического теплового импульса. Показано, что зависимость этих величин от свойств стабилизирующего покрытия определяется тем же единственным безразмерным параметром, что и ток перехода  $I_q$ . В заключительном разделе проведен анализ полученных результатов. Покрытие способно заметно повлиять на устойчивость, если введенный авторами универсальный параметр имеет порядок единицы. Однако оценки показывают, что для существующих материалов этот параметр мал. Соответственно, стабилизатор способен увеличить критические параметры только на несколько десятков процентов. Радикальное повышение устойчивости возможно лишь в режиме криостабилизации, т.е. при малых токах и большой доле в проводнике стабилизатора с низким сопротивлением, который находится в хорошем тепловом и электрическом контакте со сверхпроводником. Обсуждается влияние на устойчивость геометрии проводника и буферных изолирующих прослоек.

**Основные уравнения.** Разогрев сверхпроводника током описывается уравнением теплопроводности, которое удобно представить в виде

$$C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = C[k(T) \nabla^2 T] + Q(T, I), \quad (1)$$

с граничным условием на поверхности

$$k \nabla_n T = W(T, T - T_0), \quad (2)$$

где  $T$  и  $T_0$  – температура сверхпроводника и охладителя;  $C$ ,  $k$  – теплоемкость и теплопроводность;  $Q$  – удельное тепловыделение, зависящее от протекающего тока  $I$ ;  $W$  – поток тепла через единицу поверхности;  $\nabla_n$  – обозначает производную, нормальную к поверхности. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) ВТСП может быть представлена в виде

$$E = E_0 \frac{J_s \frac{1}{I_c} \frac{1}{\lambda}}{3 \frac{1}{I_c} \frac{1}{\lambda}}, \quad (3)$$

где  $I_s$  – ток, протекающий в сверхпроводнике;  $E$  – электрическое поле, а значение  $E_0$  обычно полага-

ют равным 1 или 0,1 мкВ/см, определяя таким образом критический ток  $I_c(T)$ . Показатель степени  $n \gg 1$ , вообще говоря, зависит от температуры и тока. Ток  $I_m$  в стабилизирующей матрице подчиняется обычному закону Ома  $I_m = x_m AE / r_m$ , где  $x_m$  — доля стабилизатора в сечении токонесущего элемента;  $A$  — площадь сечения ленты;  $r_m$  — удельное его сопротивление. Пусть доля сверхпроводника в сечении равна  $x_s$ , а диэлектрика  $x_d$ , тогда  $x_s + x_m + x_d = 1$ , а связь полного тока и электрического поля имеет вид

$$I = x_s I_c(T) \frac{\int_0^d E dx}{E_0}^{1/n} \quad (4)$$

Нас интересуют тепловые процессы, происходящие при азотных температурах в сверхпроводящем состоянии. Эти процессы протекают медленнее соответствующих электромагнитных, значит нет необходимости рассматривать уравнения электродинамики и можно считать, что ток задан внешним источником, а однородное по сечению электрическое поле полностью определяется стационарной ВАХ. Поэтому полагаем, как обычно, что электрическое поле и температура одинаковы в стабилизаторе и сверхпроводнике, а для теплоемкости и теплопроводности используем усредненные по сечению параметры. Это подразумевает, что время распространения тепла поперек образца  $Cd^2 / k_\lambda$  и время электромагнитной релаксации в этом же направлении  $\tau_0 d^2 / r_\lambda$  малы по сравнению с характерным временем разогрева сверхпроводника, здесь  $d$  — толщина ленты;  $k_\lambda$ ,  $r_\lambda$  — поперечная теплопроводность и удельное поперечное сопротивление ленты. Следовательно, тепловой и электрический контакт между сверхпроводником и стабилизатором должен быть качественным. Полагая, что лента не слишком толстая, т.е. число Био  $d(\partial W / \partial T) / k_\lambda \ll 1$ , можем проинтегрировать уравнение теплопроводности и получить

$$C(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k(T) \partial T}{\partial x} \right) + Q(T, I) - 2W(T, T - T_0) d, \quad (5)$$

где  $x$  — координата вдоль оси ленты (теплоотвод через торцы ленты не учитывается). Поскольку нас интересует ограниченный диапазон температур (от температуры кипения азота до  $T_c$ ), то для простоты резонно пренебречь температурными зависимостями теплоемкости и теплопроводности, а также полагать, что теплоотвод зависит только от разности температур  $T - T_0$ .

Введем безразмерные параметры:

$$q = T / T_0; \quad \epsilon = E / E_0; \quad i = \frac{I}{[x_s I_c(T_0)]}; \quad t = t / t_0;$$

$$x = x / x_0; \quad t_0 = \frac{CT_0}{x_s I_c(T_0) E_0}; \quad x_0 = \sqrt{\frac{kT_0}{x_s I_c(T_0) E_0}};$$

$$i_c(q) = \frac{I_c(T)}{I_c(T_0)}; \quad s = \frac{x_m E_0 A}{x_s r_m I_c(T_0)};$$

$$w(q-1) = \frac{W(T - T_0) d}{x_s E_0 I_c(T_0)}. \quad (6)$$

В новых обозначениях с учетом сделанных допущений уравнения (4) и (5) принимают вид:

$$i = i_c(q) e^{1/n} + s \epsilon \quad (7)$$

$$\partial q / \partial t = \partial^2 q / \partial x^2 + i \epsilon(q) - w(q-1).$$

**Однородный разогрев.** Проанализируем сначала процесс однородного разогрева сверхпроводника, следуя [14], но с учетом стабилизирующей матрицы. Тогда второе из уравнений (7) принимает вид

$$\frac{dq}{dt} = i \epsilon(q) - w(q-1). \quad (8)$$

Подчеркнем, что это исследование является основным в настоящей работе авторов. Во-первых, во многих устройствах к переходу сверхпроводника в нормальное состояние приводят протяженные возмущения с характерным пространственным масштабом  $x_{pert} \gg x_0$ , которые могут быть описаны уравнением (8). Во-вторых, как было показано в [15], учет неоднородности приводит лишь к перенормировке параметров однородного уравнения для учета теплоотвода вдоль проводника. Именно по этим причинам уравнение (8) хорошо описывает эксперимент по нормальному переходу для большого числа разнообразных ВТСП систем — от микромостиков до модельных соленоидов [14].

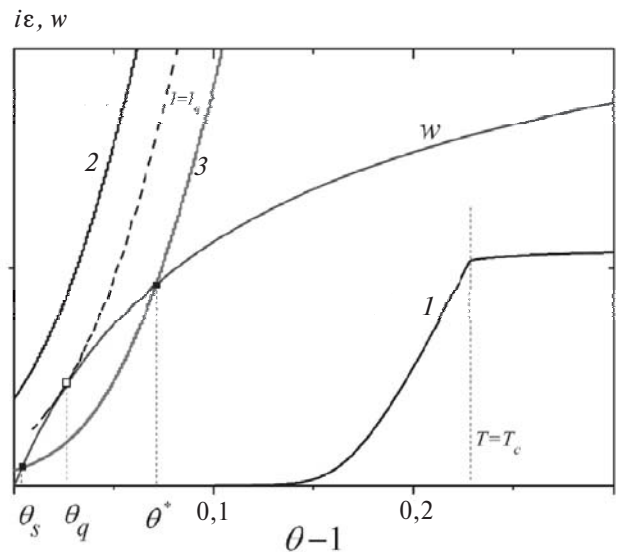


Рис. 1. Температурные зависимости теплоотвода (кривая  $w$ ) и тепловыделения при разных токах:  $I = I_q$  — штриховая кривая;  $I < I_q$ ;  $I > I_q$ ;  $I < I_q$  — соответственно 1, 2 и 3

Поскольку  $w(0)=0$ , то  $T=T_0$ , если  $I=0$ . Характерный вид функции  $w(q-1)$  схематически показан на рис. 1 (кривая  $w$ ). Эта функция быстро растет при малой разности температур между поверхностью и охладителем, и этот рост сменяется на более плавный при увеличивающейся разности  $q-1$ .

Напротив, как показывает ВАХ сверхпроводника (4), медленный рост диссипации при низких температурах сменяется резким ее нарастанием при приближении к  $T_c$  (см. рис. 1). При малых токах теплоотвод даже в нормальном состоянии больше тепловыделения (самая правая кривая на рис. 1). В этом случае сверхпроводящее состояние абсолютно устойчиво относительно перегрева и малых бросков тока (криостатически стабилизировано). Однако такой случай обычно мало интересен для приложений, так как при этом для реальных параметров существующих систем сверхпроводник не реализует и малой доли своей токонесущей способности. Напротив, если ток слишком велик (самая левая кривая на рис. 1), то система абсолютно неустойчива, так как тепловыделение всегда больше теплоотвода. При меньших токах (график  $I < I_q$  на рис. 1) кривая теплоотвода дважды пересекается с кривой тепловыделения. Это и есть самый интересный для практики случай. Возникают два положения равновесия. Одно — устойчивое при малом разогреве,  $T=T_s$ , второе — неустойчивое при более высокой температуре,  $T=T^*$ . Граничный ток между устойчивым и неустойчивым состояниями  $I_q$  будем называть током перехода.

Наиболее интересной для практики является ситуация, когда ток несколько меньше тока перехода, поскольку в этом случае и реализуется в полной мере токонесущая способность сверхпроводника. При работе в таком режиме может возникнуть ситуация, когда в результате броска тока или случайного разогрева ток в системе несколько превысит значение  $I_q$ . Рассмотрим случай, когда  $|I - I_q| \ll I_q$ . Температуру, при которой кривые тепловыделения и теплоотвода касаются, обозначим  $T_q$ , а электрическое поле —  $E_q$ . Введем обозначения:  $q_q = T_q / T_0$ ,  $e_q = E_q / E_0$ ,  $i_q = I_q / x_s I_c(T_0)$ . Тогда, используя условия касания кривых тепловыделения и теплоотвода:  $w(q_q) = i_q e_q(q_q)$  и  $\partial(w - ie) / \partial q$ , а также ВАХ проводника (первое из уравнений (7)), получаем систему уравнений для определения параметров  $q_q$ ,  $e_q$  и  $i_q$ :

$$i_q = i_c(q_q) e_q^{1/n} + s e_q i_q e_q(q_q) = w(q_q - 1);$$

$$i_q \frac{\partial w}{\partial q} = \frac{\partial w}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial q} \quad (9)$$

Полагая, что

$$|T_s - T_q|, |T^* - T_q| \ll T_c - T_q, \quad (10)$$

разложим правую часть (8) вблизи точки  $i=i_q$ ,  $q=q_q$ . С учетом двух последних равенств (9) получим

$$\frac{dq}{dt} = (i - i_q) e_q = q(q - 1)^2, \quad (11)$$

где

$$q = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial q^2} [i_q \epsilon(q) - w(q - 1)]_{q_q}. \quad (12)$$

Отметим, что в рассматриваемой ситуации значение  $q$  всегда положительно (см. рис. 1). Для температур теплового равновесия  $T_s$  и  $T^*$  имеем:

$$q_s = q_q - \sqrt{\frac{(i_q - i) e_q}{q}}; \quad q^* = q_q + \sqrt{\frac{(i_q - i) e_q}{q}}. \quad (13)$$

Решение уравнения (11):

$$q - q_q = \begin{cases} \frac{M}{\Pi} \sqrt{\frac{(i_q - i) e_q}{q}} \operatorname{th}[\sqrt{q e_q (i_q - i)} (t - t_q)], & i < i_q; \\ \frac{M}{\Theta} \sqrt{\frac{(i - i_q) e_q}{q}} \operatorname{tg}[\sqrt{q e_q (i - i_q)} (t - t_q)], & i > i_q. \end{cases} \quad (14)$$

Время  $t_q$  определяется очевидным условием  $q(t_q) = q_q$ . Следуя [14], перепишем полученный результат в размерных обозначениях:

$$\frac{T - T_q}{T_f} = \begin{cases} \frac{M}{\Pi} \operatorname{th} \frac{t - t_q}{t_f}, & i < i_q; \\ \frac{M}{\Theta} \operatorname{tg} \frac{t - t_q}{t_f}, & i > i_q, \end{cases} \quad (15)$$

где

$$T_f = T_0 \sqrt{\frac{q}{|i - i_q| e_q}}; \quad t_f = \frac{t_0}{\sqrt{q |i - i_q| e_q}}. \quad (16)$$

Полученный результат показывает, что общий характер развития неустойчивости не зависит от наличия стабилизатора и его свойств. Переход на начальной стадии развивается в три этапа [11, 14]: сначала медленный рост температуры, который может продолжаться в течение часов, потом ускорение разогрева и, не рассматриваемая здесь, третья стадия — нормальный переход [14, 19]. Если же ток меньше тока перехода, то после его включения температура сначала растет относительно быстро, а потом медленно выходит на стационарное значение. Полученные формулы для  $T(t)$  описывают эксперимент для разных ВТСП и НТСП образцов, работающих в различных условиях [11, 13, 14]. Отме-



тим, что были испытаны образцы и устройства как со стабилизатором, так и без него.

**Ток перехода в нормальное состояние: влияние стабилизатора.** Найдем зависимость тока перехода  $I_q$  от количества и параметров материала стабилизатора. Будем полагать, что условия (10) выполнены, тогда разложим функции  $I_c(T)$  и  $W(T - T_0)$  в ряд по разности  $T - T_0$  и ограничимся в разложениях линейными членами. В безразмерных обозначениях имеем:

$$i_c(q) = 1 + i\check{y}(q - 1); w(q - 1) = h(q - 1), \quad (17)$$

где  $i\check{y} = \partial i_c / \partial q$  при  $T = T_0$ , а параметр  $h$  – безразмерный коэффициент теплоотдачи при той же температуре; обычно  $i\check{y} < 0$ . В размерных единицах

$$i\check{y} = \frac{T_0}{I_c[T]_0} \frac{\partial I_c}{\partial T}; h = \frac{\partial W}{\partial T} \frac{T_0 d}{x_s I_c(T_0) E_0}. \quad (18)$$

Подставляя (17) в систему (9), получаем:

$$i_q = [1 + i\check{y}(q_q - 1)] e_q^{1/n} + s e_q; q_q - 1 = \frac{i_q e_q}{h}; \quad (19)$$

$$\frac{n i\check{y} i_q e_q^{(1+n)/n}}{n s e_q + [1 + i\check{y}(q_q - 1)] e_q^{1/n}} + h = 0.$$

Если нет покрытия ( $s = 0$ ), то эта система имеет аналитическое решение [14]:

$$e_{q0} = \frac{\sqrt[3]{h} \sqrt[4]{\frac{1}{3} n^{1/(n+1)}}}{i |i\check{y}| \sqrt[4]{\frac{1}{3} n^{1/(n+1)}}}; i_{q0} = \frac{n \sqrt[3]{h} \sqrt[4]{\frac{1}{3} n^{1/(n+1)}}}{n + 1 \sqrt[4]{\frac{1}{3} n^{1/(n+1)}}}; \quad (20)$$

$$q_{q0} - 1 = \frac{h}{n + 1 |i\check{y}|}.$$

Этот результат остается приблизительно верен и при  $s \neq 0$ , если покрытие не оказывает заметного влияния на ток перехода  $I_q$ . Из (19) и (20) следует, что это условие выполняется, если  $|i\check{y}|(q_{q0} - 1) e_{q0}^{1/n} < s e_{q0}$  или  $s < s_0$ , где

$$s_0 = \frac{\sqrt[3]{n} |i\check{y}| \sqrt[4]{\frac{1}{3} n^{1/(n+1)}}}{n \sqrt[4]{\frac{1}{3} n^{1/(n+1)}}}. \quad (21)$$

Исключив  $q_q$  из (19), получим:

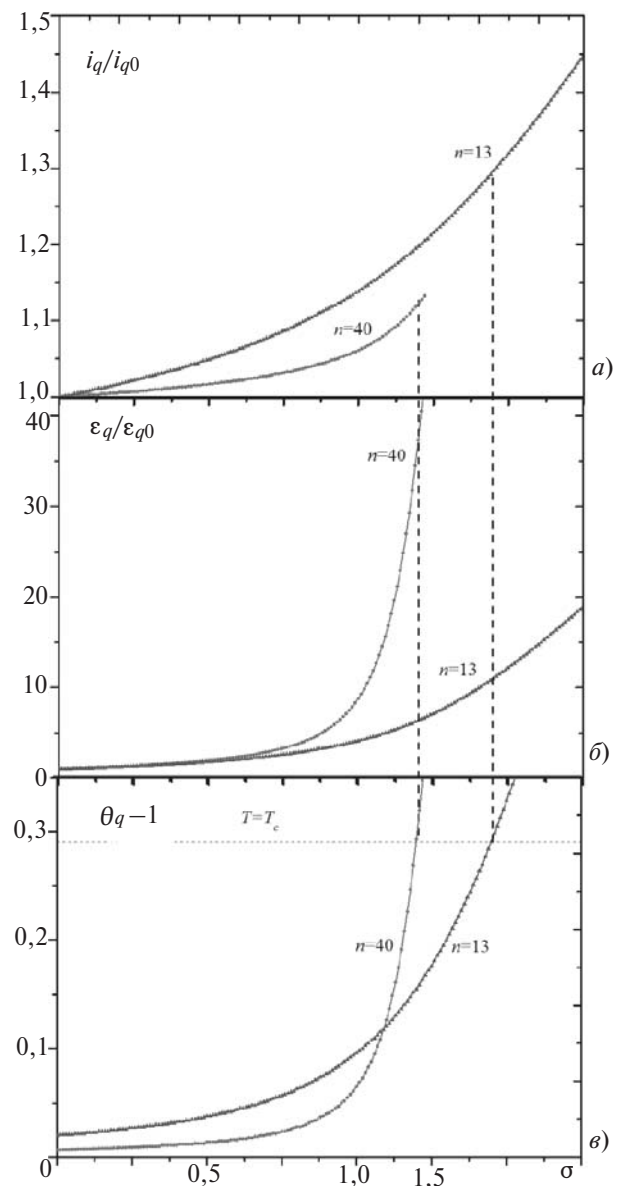
$$j = \frac{i_q}{i_{q0}} = \frac{n + 1}{n} \frac{n + s e}{n + e^{1+1/n}}; \frac{e^2}{n^2} + e^{1+1/n} - s e^{1-1/n} = 1, \quad (22)$$

где обозначено:

$$e = \frac{e_q}{e_{q0}}; s = \frac{s}{s_0}. \quad (23)$$

Таким образом, влияние стабилизирующего покрытия определяется показателем степени ВАХ сверхпроводника  $n$  и безразмерным параметром  $s$ .

Зависимость параметров перехода от свойств покрытия проиллюстрирована на рис. 2. Как видно из рисунка, стабилизирующее покрытие может заметно повлиять на характеристики перехода, если значение  $s$  больше или порядка единицы. При этом рост максимально допустимого тока более значителен для меньших значений  $n$ . С ростом толщины и проводимости покрытия растет максимальный ток, но растет и диссипация, следовательно, увеличивается и температура образца, приближаясь к критической (горизонтальная пунктирная линия на рис. 2, в), что, в свою очередь, ограничивает максимально допустимый ток. Следовательно, возможность повышения максимального тока с помощью стабилизирующего покрытия весьма огра-



**Рис. 2.** Зависимость параметров перехода от значения  $s$ , характеризующего свойства стабилизирующего покрытия:  $a - i_q(s)/i_{q0}$ ;  $b - \epsilon_q(s)/\epsilon_{q0}$ ;  $c - \theta_q(s)/\theta_{q0}$ . Штриховые вертикальные линии показывают значения параметров, при которых температура  $T_q = T_c$  для  $|i\check{y}| = 3.5$

ничена. Как показывают элементарные оценки с помощью полученных здесь формул, для реально существующих ВТСП ток перехода можно повысить до 20%.

**Локальный разогрев, критический тепловой импульс.** Для того чтобы проанализировать динамику перехода ВТСП в нормальное состояние на начальном этапе и найти значение предельно допустимого теплового импульса, необходимо воспользоваться уравнением теплопроводности (7). Перепишем его в новых обозначениях:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + (i - i_q) e_q + q(q - q_q)^2, \quad (24)$$

как и (12):

$$q = \frac{q_0 j e^{1/n}}{2(n+1)k + \frac{(n^2-1)se^{\frac{1}{n}}}{n^2}} [n + e^{1+1/n}], \quad (25)$$

где  $q_0$  – значение  $q$  в случае, когда стабилизирующее покрытие отсутствует ( $s=0$ ):

$$q_0 = \frac{(n+1)(n|i\ddot{y}|)^{n/(n+1)} h^{(n+2)/(n+1)}}{2n}. \quad (26)$$

Из полученных в предыдущем разделе результатов следует, что допустимое значение тока в системе должно быть меньше  $I_q$ . Проанализируем, что происходит со сверхпроводником при возникновении локального разогрева, если текущий в нем ток в точности равен току перехода  $I_q$ . В этом случае (24) приобретает известный в математике вид:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + q(q - q_q)^b, \quad (27)$$

где  $b=2$ . Как хорошо известно, если  $b > 1$ , это уравнение имеет так называемые решения с обострением, когда рост температуры сопровождается локализацией разогретой области [17,18]. Как показано в [15], показатель степени  $b$  быстро растет с увеличением температуры в разогретой области, достигая значений порядка 100 и более для типичных лент ВТСП второго поколения. В результате сверхпроводник переходит в нормальное состояние на локальном участке. Поскольку скорость распространения нормальной зоны при азотных температурах мала, то вся запасенная в системе энергия выделяется в сверхпроводнике локально, приводя к разрушению материала. Естественно, наличие стабилизирующего покрытия и эффективного теплоотвода увеличивает стабилизацию сверхпроводника, однако, как ясно из полученных результатов, опасность локального разрушения сохраняется.

Она может быть полностью снята только при условии работы системы в условиях полной криостатической стабилизации (см. кривую при  $I \ll I_q$  на рис. 1). Очевидно, работа при закритических токах  $I \sim I_q$  только усугубляет ситуацию. Таким образом, если  $I \sim I_q$ , то сколь угодно слабый локальный импульс тепла приведет к возникновению локальной взрывной неустойчивости.

Устойчивость системы относительно тепловых импульсов становится конечной, если  $I < I_q$ . С математической точки зрения в этом случае слагаемое  $(i - i_q) e_q$  в правой части (24) частично компенсирует степенной рост разогрева. Анализ показывает: если возмущение температуры в сверхпроводнике  $T(x) - T_0$  таково, что  $T(x) < T^*$  (см. рис. 1), то после прекращения действия возмущения система возвращается к первоначальной температуре  $T = T_s$ . Максимально допустимый однородный перегрев образца  $T - T_s < DT_{\max} = T^* - T_s$  легко вычисляется с помощью (24):

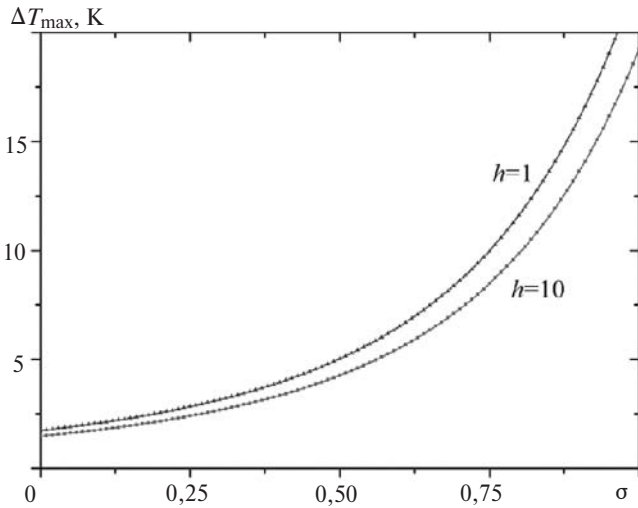
$$DT_{\max(s)} = DT_{\max(0)} \sqrt{\frac{(i_q - i) e q_0}{(i_{q0} - i) q}}, \quad (28)$$

где максимально допустимое значение перегрева нестабилизированного образца

$$DT_{\max(0)} = 2T_0 \sqrt{\frac{(i_{q0} - i) e q_0}{q_0}}. \quad (29)$$

Поскольку при наличии стабилизирующего покрытия возрастают ток перехода  $I_q$  и электрическое поле перехода  $E_q$ , то при этом может увеличиться и допустимый разогрев сверхпроводника. На рис. 3 показано изменение максимального значения перегрева от параметра стабилизирующего покрытия  $s$ . Отметим, что эта величина не сильно зависит от остальных параметров задачи, таких как  $h, i\ddot{y}$  и  $i$  в широком диапазоне их значений. Для иллюстрации на рис. 3 приведены данные для двух различных значений параметра теплоотвода. Зависимость от остальных параметров столь же слабая. Как видно из рисунка, стабилизирующее покрытие заметно повышает допустимый перегрев, если  $s > 0,5$ .

Перейдем к вычислению критического локального теплового импульса. Очевидно, такой импульс вызовет неустойчивость, если возмущение температуры будет достаточно велико,  $T(x) > T^*$ , и охватить заметный объем сверхпроводника, иначе продольный теплоотвод его демпфирует. Постановка задачи о нахождении критического теплового импульса  $Q_c$  в общем виде лишена смысла. Действительно, значение  $Q_c$  зависит от длительности импульса и его формы. Как обычно, будем полагать, что само возмущение происходит быстро, адиабатически.



**Рис. 3.** Зависимость максимально допустимого разогрева от значения  $\sigma$ , характеризующего свойства стабилизирующего покрытия, для двух разных значений безразмерного параметра теплоотвода  $h$ ;  $i/i_{q0} = 0,9$ ;  $|\dot{\gamma}| = 3,5$ ;  $n = 13$ ;  $T_0 = 70$  К

тически, а импульс — одиночный и локальный. При этих предположениях критическое значение импульса  $Q_c$  будем искать с точностью до численного множителя. Однако аналитическая зависимость  $Q_c$  от параметров будет определена точно.

В наших предположениях произвольный возмущающий тепловой импульс

$$Q = AC \int_0^{x_{\text{pert}}} [T(x) - T^*] dx, \quad (30)$$

где  $x_{\text{pert}}$  — размер возмущенной области. В безразмерных обозначениях

$$Q = ACT_0 x_0 \int_0^{x_{\text{pert}}} [q(x) - q_s] dx, \quad (31)$$

где  $q(x)$  определяется из (24).

Для того чтобы найти точную зависимость критического импульса от параметров, сделаем следующее масштабное преобразование функции и переменных в (24):

$$q - q_q = a_q q \tilde{y} \quad t = a_t t \tilde{y} \quad x = a_x x \tilde{y} \quad (32)$$

где коэффициенты  $a_i$  связаны соотношением:

$$\frac{a_t}{a_x^2} = 1; \quad \frac{a_t}{a_q} = \frac{1}{(i_q - i)e_q}; \quad a_t a_q = \frac{1}{q}, \quad (33)$$

откуда

$$a_x = \frac{1}{\sqrt[4]{(i_q - i)q e_q}}; \quad a_q = \sqrt{\frac{(i_q - i)e_q}{q}} \frac{1}{(i_q - i)e_q}; \quad a_t = a_x^2. \quad (34)$$

Уравнение (24) в результате преобразуется:

$$\frac{\partial q \tilde{y}}{\partial t \tilde{y}} = \frac{\partial^2 q \tilde{y}}{\partial x \tilde{y}^2} + 1 + q \tilde{y}^2, \quad (35)$$

а выражение для теплового импульса принимает вид

$$Q = ACT_0 x_0 \frac{(i_q - i)^{1/4} e_q^{1/4}}{q^{3/4}} g, \quad (36)$$

где  $g$  — «безразмерный тепловой импульс» для (35):

$$g = \int_0^{x_{\text{pert}}} [q \tilde{y}(\tilde{x}) - 1] d\tilde{x} \quad (37)$$

Все коэффициенты (35) равны единице, следовательно, значение «безразмерного критического импульса»  $g = g_c$  является числом, не зависящим от параметров. Естественно, это число зависит от формы импульса, т.е. от соотношения между максимальным значением температуры в импульсе и его пространственным размером. Тогда выражение для критического значения теплового импульса можно записать в виде

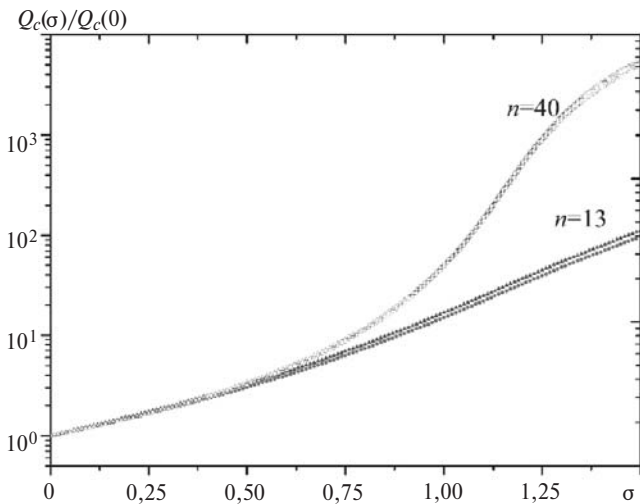
$$Q_c(s) = Q_c(0) \frac{j - \frac{i}{i_{q0}} \frac{1}{4}}{1 - \frac{i}{i_{q0}} \frac{1}{4}} \frac{e^{1/4}}{\frac{j}{3} \frac{q}{i_{q0}} \frac{1}{4}}, \quad (38)$$

где  $Q_c(0)$  — критический импульс для нестабилизированного образца, аналитическое выражение для которого удобно записать как

$$Q_c(0) = ACT_0 x_0 \frac{j - \frac{i}{i_{q0}} \frac{1}{4}}{q_0^{3/4}} \frac{h}{k(n+1)|\dot{\gamma}|} \frac{1}{\beta} g_c. \quad (39)$$

Зависимость отношения  $Q_c(s)/Q_c(0)$  от  $s$  показана на рис. 4 для двух значений показателя степени ВАХ и двух разных значений тока. Из рисунка видно, что стабилизирующее покрытие может заметно повысить устойчивость сверхпроводящего состояния относительно тепловых импульсов, если параметр  $s$  приближается к единице. Эффект не очень сильно зависит от тока, но довольно значительно меняется с изменением  $n$ : чем оно больше, тем заметнее влияние покрытия.

**Заключение.** Исследовано влияние стабилизирующего покрытия на параметры перехода в нормальное состояние ВТСП проводников, к которым, в частности, относятся ВТСП ленты второго и первого поколения. Обобщены результаты, полученные в [11, 14–16], а также определено критическое значение теплового импульса. Результаты получены аналитически, что позволяет провести достаточно общий анализ устойчивости сверхпроводящего состояния в ВТСП токонесущих элементах.



**Рис. 4.** Зависимость критического значения импульса  $Q_c$  от параметра  $s$ , описывающего свойства стабилизирующего покрытия, для разных показателей степени ВАХ ( $n = 13$  и  $40$ ) и разных значений тока (верхние кривые —  $i = 0,95i_{q0}$ ), нижние —  $i = 0,9i_{q0}$ ; остальные параметры те же, что использованы при построении кривых на рис. 3

Показано, что стабилизирующее покрытие может приводить к некоторому (на несколько десятков процентов) увеличению тока перехода в ВТСП, а также к весьма существенному повышению устойчивости по отношению к тепловым импульсам. Однако стабилизирующее покрытие не может устранить локальный характер перехода сверхпроводника в нормальное состояние, если только проводник не является полностью криостатически стабилизированным. Действительно, если нет полной криостатической стабилизации, то наличие покрытия, во-первых, не устраняет степенной рост энерговыделения с температурой (результатом чего является режим разогрева с обострением). Во-вторых, даже при наличии покрытия распространение нормальной зоны по сверхпроводнику при азотных температурах происходит медленно. Естественно, однако, что стабилизирующее покрытие, в принципе, может защитить сверхпроводник от разрушения, так как снижает его разогрев, принимая на себя часть тока (данная проблема в настоящей работе не обсуждается).

Таким образом, стабилизирующее покрытие из металла с высокой проводимостью не решает проблему локального разрушения токонесущего элемента кардинально, но может быть полезным в определенных случаях.

Для того чтобы стабилизирующее покрытие существенно повлияло на параметры перехода, необходимо выполнение двух условий. Во-первых, доля стабилизатора должна быть достаточно велика, чтобы выполнялось условие  $s \gg 1$  [см. (23)]. Во-вторых, ток и тепло должны свободно переходить из сверхпроводника в стабилизатор, а для этого харак-

терные тепловое и электродинамическое значения времени  $t_{k\Lambda} = Cd^2 / k\Lambda$  и  $t_{m\Lambda} = m_0 d^2 / r\Lambda$  должны быть много меньше характерного времени разогрева сверхпроводника  $t_0$ . Естественно, в ВТСП ленте поперечная теплопроводность определяется теплопроводностью диэлектрического слоя  $k_i$  ( $t_{k\Lambda} \gg Cd_i^2 k_i$ , где  $d_i$  — толщина диэлектрической прослойки в ленте). Напротив, поперечная электропроводность ленты  $1 / r\Lambda$  имеет порядок проводимости стабилизатора, тогда  $t_{m\Lambda} \gg m_0 d^2 / r_m$ . Следовательно, для достижения максимального эффекта стабилизации необходимо выполнение условий:

$$d^2 < \frac{r_m C T_0}{m_0 x_s I_c(T_0) E_0}; \quad d_i^2 < \frac{k_i T_0}{x_s I_c(T_0) E_0}. \quad (40)$$

Таким образом, значения толщины ленты и изолирующих слоев не должны быть слишком большими.

Оценим параметр  $s$ . Удобно считать, что  $I_c(T) \gg I_c(0)(1 - T / T_c)$ , тогда  $|\partial I_c / \partial T| \gg I_c(T_0) / (T_c - T_0)$ . Производная  $\partial W / \partial T$  называется коэффициентом теплоотдачи, обозначим его  $h_0$ . Определим критическую плотность тока  $j_c = I_c / A$ . Пусть площадь сечения ленты  $A = dL$ , где  $L$  — ее ширина (для иной геометрии проводника переобозначения очевидны), тогда

$$s = x_m n^{2/(n+1)} \frac{E_0}{L x_s r_m j_c(T_0)} \frac{h_0 (T_c - T_0)}{x_s j_c(T_0) E_0 L} \frac{d^{(n-1)/(n+1)}}{L}$$

Выберем наиболее благоприятные для стабильности параметры, чтобы оценить реально достижимый максимум значения  $s$ . Пусть  $n = 10 \text{ } \ddot{ } 40$ ;  $E_0 = 10^{-4} \text{ } \ddot{ } 10^{-5}$  В/м;  $r_m = 10^{-10}$  Ом·м;  $x_s j_c(T_0) = 10^8 \text{ } \ddot{ } 10^9$  А/м<sup>2</sup>;  $h_0 = 10^4$  Вт/м<sup>2</sup>К;  $T_c - T_0 = 20$  К;  $L = 0,01$  м;  $x_m = 0,5$ , тогда  $s \gg 0,01$ . Следовательно, при весьма благоприятных, но реальных значениях параметров стабилизирующее покрытие несколько повышает стабильность ВТСП ленты, однако оказать кардинального влияния на переход не может.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. — М: Издательский дом МЭИ, 2008, 446 с.
2. Dresner L. Stability of superconductors. — New York: Plenum Press, 1995, 226 с.
3. Wilson M.N. Superconducting Magnets. — Oxford: Clarendon Press, 1987, 352 с.



4. Гуревич А.В., Минц Р.Г., Рахманов А.Л. Физика композитных сверхпроводников. — М.: Наука, 1984, 240 с.
5. Gurevich A.V., Mints R.G. and Rakhmanov A.L. The physics of composite superconductors. — New York: Begell House Inc., 1997, 350 с.
6. Mints R.G. and Rakhmanov A.L. — Rev. Mod. Phys., 53, 551, 1981.
7. Гуревич А.В., Минц Р.Г., Рахманов А.Л. — Письма в ЖТФ, 1988, 14, с. 561—564.
8. Trillaud F., Bascunan J., Kim W.S., Voccio J.P., Iwasa Y. — IEEE Trans. on Appl. Supercond., 2008, 18, 1329.
9. Sumption M.D., Majoros M., Susner M., Lyons D., Peng X., Clark C.F., Lawless M.N., Collings E.W. — Supercond. Sci. Technol., 2010, 23, 075004.
10. Pelegrin J., Martinez E., Angurel L.A., Xie Y.Y., Selvamanickam V. — IEEE Trans. on Appl. Supercond., 2011, 21, 3041.
11. Vysotsky V.S., Sytnikov V.E., Rakhmanov A.L., Ilyin Y. — Fusion Eng. and Design, 2006, 81, 2417.
12. Usak P., Polak M., Demencik E. — Physica C, 2007, 455, 67.
13. Vysotsky V.S., Ilyin Yu., Funaki K., Takeo M., Shimohata K., Nakamura S., Yamada M., Hasegawa M., Rakhmanov A.L. — IEEE Trans. on Appl. Supercond., 2001, 11, 2118.
14. Rakhmanov A.L., Vysotsky V.S., Ilyin Yu., Kiss T., Takeo M. — Cryogenics, 2000, 40, 19.
15. Рахманов А.Л., Иванов С.С., Балашов Н.Н., Дегтяренко П.Н. — Прикладная физика и математика, 2013, 1, с. 68—73.
16. Rakhmanov A.L., Vysotsky V.S., Zmitrenko N.V. — IEEE Trans. on Appl. Supercond., 13, 1942, 2003.
17. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. — М: Физматгиз, 1997, 319 с.
18. Samarskii A.A., Galaktionov V.A., Kurdyumov S.P., Mikhailov A.P., and Grinfeld M. Blow-Up in Quasilinear Parabolic Equations. — Berlin: Walter De Gruyter Inc., 1994, 538 p.
19. Дегтяренко П.Н., Дулькин И.Н., Фишер Л.М., Калинин А.В., Волошин И.Ф., Ямпольский В.А. — Физика низких температур, 2011, 37, с. 128—133.
20. Shoyhet V.A. and Umans S.D. — IEEE Trans on Appl. Supercond., 2007, 17, 1623.

[20.04.15]

*А в т о р ы : Рахманов Александр Львович окончил Московский физико-технический институт в 1973 г. В 1988 г. защитил докторскую диссертацию «Макроскопическая электродинамика, устойчивость и диссипативные процессы в сверхпроводниках». Заведующий лабораторией Института теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук (РАН).*

*Иванов Сергей Сергеевич окончил Московский энергетический институт в 1977 г. В 1986 г. защитил кандидатскую диссертацию «Токонесущая способность комбинированных сверхпроводников в условиях воздействия слабых электромагнитных возмущений». Заведующий лабораторией Объединенного института высоких температур РАН.*

*Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 10, pp. 38–47.*

## The Influence of Stabilizer on the Transition of High-Temperature Superconducting Current-Carrying Tape in Normal State

**RAKHMANOV Aleksandr L'vovich** (*Institute of theoretical and applied electrodynamics, Russian Academy of Sciences (RAN), Moscow, Russia*) —Dr. Sci. (Eng.)

**IVANOV Sergei Sergeevich** (*United Institute for high temperatures, RAN, Moscow Region, Russia*) — Head of the Laboratory, Cand. Sci. (Eng.)

*The influence of a stabilizing normal matrix on the transition of high-temperature superconductor (HTSC) in normal state is investigated. It is shown that the maximum permissible current in such conductor depends on a universal parameter including the heat removal coefficient, the resistivity of stabilizing coating, the parameters of HTSC volt-ampere characteristic, and the conductor's geometrical characteristics. Analytic expressions are found for the current at which transition to normal state occurs, for the maximum permissible exceeding of temperature, and for the value of critical thermal impulse, which are applicable in a wide range of parameters. It is shown that the use of stabilizing coating can lead to some increase of the current at which the HTSC transfers into normal state, as well as to a very significant increase of stability with respect to thermal impulses. However, the stabilizing coating cannot remove the local pattern of superconductor's transition in normal state, unless the conductor is a fully cryostatically stabilized one. It is determined that for existing HTSCs the stabilizing coating has a very limited influence on the critical parameters and dynamics of the transition into normal state initially in the process. A cardinal change in the stability of superconducting state by means of stabilizer can be achieved in the full cryostatic stabilization mode.*

**Key words:** *high-temperature superconductor, stabilizing matrix, volt-ampere characteristic, critical thermal impulse, superconducting state stability*

## REFERENCES

1. Al'tov V.A., Zenkevich V.B., Kremlev M.G., Sychev V.V. *Stabilizatsiya sverkhprovodyashchikh magnitnykh system* (Stabilization of superconducting magnetic systems). Moscow, Publ. House of the Moscow Power Engineering Institute, 2008, 446 p.
2. Dresner L. *Stability of superconductors*. — New York: Plenum Press, 1995, 226 c.
3. Wilson M.N. *Superconducting Magnets*. — Oxford: Clarendon Press, 1987, 352 c.
4. Gurevich A.V., Mints R.G., Rakhmanov A.L. *Fizika kompozitnykh sverkhprovodnikov* (The physics of composite superconductors). Moscow, Publ. Nauka, 1984, 240 p.
5. Gurevich A.V., Mints R.G. and Rakhmanov A.L. *The physics of composite superconductors*. — New York: Begell House Inc., 1997, 350 c.
6. Mints R.G. and Rakhmanov A.L. — *Rev. Mod. Phys.*, 53, 551, 1981.
7. Gurevich A.V., Mints R.G., Rakhmanov A.L. *Pis'ma v ZhTF* (*Letters to the Technical Physics Journal*), 1988, 14, pp. 561—564.
8. Trillaud F., Bascunan J., Kim W.S., Voccio J.P., Iwasa Y. — *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, 2008, 18, 1329.
9. Sumption M.D., Majoros M., Susner M., Lyons D., Peng X., Clark C.F., Lawless M.N., Collings E.W. — *Supercond. Sci. Techn.*, 2010, 23, 075004.
10. Pelegrin J., Martinez E., Angurel L.A., Xie Y.Y., Selvamanickam V. — *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, 2011, 21, 3041.
11. Vysotsky V.S., Sytnikov V.E., Rakhmanov A.L., Ilyin Y. — *Fusion Eng. and Design*, 2006, 81, 2417.
12. Usak P., Polak M., Demencik E. — *Physica C*, 2007, 455, 67.
13. Vysotsky V.S., Ilyin Yu., Funaki K., Takeo M., Shimohata K., Nakamura S., Yamada M., Hasegawa M., Rakhmanov A.L. — *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, 2001, 11, 2118.
14. Rakhmanov A.L., Vysotsky V.S., Ilyin Yu., Kiss T., Takeo M. — *Cryogenics*, 2000, 40, 19.
15. Rakhmanov A.L., Ivanov S.S., Balashov N.N., Degtyarenko P.N. *Prikladnaya fizika i matematika* (*Applied physics and mathematics*), 2013, No. 1, pp. 68—73.
16. Rakhmanov A.L., Vysotsky V.S., Zmitrenko N.V. — *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, 2003, 13, 1942.
17. Samarskii A.A., Mikhailov A.P. *Matematicheskoye modelirovaniye* (*Mathematical modeling*). Moscow, Publ. Fizmatgiz, 1997, 319 p.
18. Samarskii A.A., Galaktionov V.A., Kurdyumov S.P., Mikhailov A.P., and Grinfeld M. *Blow-Up in Quasilinear Parabolic Equations*. — Berlin: Walter De Gruyter Inc, 1994, 538 c.
19. Degtyarenko P.N., Dul'kin I.N., Fisher L.M., Kalinov A.V., Voloshin I.F., Yampol'skii V.A. *Fizika nizkikh temperature* (*Physics of low temperatures*), 2011, No. 37, pp. 128—133.
20. Shoyhet B.A. and Umans S.D. — *IEEE Trans. on Appl. Supercond.*, 2007, 17, 1623.

\* \* \*

## ЧИТАТЕЛЯМ, ПОДПИСЧИКАМ, РЕКЛАМОДАТЕЛЯМ ЖУРНАЛА «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО»

Подписка в России и странах СНГ принимается в отделениях связи.

Полные тексты статей в формате .pdf размещены на сайте Российской универсальной научной электронной библиотеки (РУНЭБ): [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)  
Для желающих представить в журнал статью сообщаем, что правила подготовки рукописей публикуются в №№ 6 и 12 каждого года и на сайте журнала.

Реклама в черно-белом изображении может быть размещена на страницах журнала и на его обложке, а также в виде вкладки.

Возможно размещение рекламы в цветном изображении.

Стоимость оплаты рекламных статей — по договоренности.

При повторении той же рекламы в следующем номере — скидка 10%. При публикации той же рекламы в третьем и последующих номерах — скидка 20%. Последний срок представления рекламного материала — за 1,5 месяца до выхода номера из печати (обычно номер выходит в середине каждого месяца).

Адрес для переписки: 101000 Москва, Главпочтамт, а/я 648

тел./факс: (495)362-7485

E-mail: [etr1880@mail.ru](mailto:etr1880@mail.ru)