

Типовые звенья и решетчатые схемы замещения индукционных магнитоэлектрических систем с движущимся проводящим элементом

ИНКИН А.И., АЛИФЕРОВ А.И., БЛАНК А.В.

Электромагнитные процессы в индукционных нагревателях исследованы в работах отечественных и зарубежных авторов на базе численного моделирования в двумерной и трехмерной постановке либо на основе аналитических методов. Однако и численные, и аналитические модели обладают рядом недостатков, главный из которых – необходимость мощной компьютерной техники и значительного расчетного времени. Ранее авторами статьи были предложены решетчатые схемы замещения, аппроксимирующие двумерные электромагнитные поля в неподвижных кусочно-однородных средах. Публикуемая статья расширяет область применения решетчатых схем замещения и посвящена синтезу активных A - H -ячеек-многополюсников, моделирующих постоянные магниты и движущуюся проводящую среду. Приводится также тестовый расчет электромагнитного поля в магнитоэлектрической установке индукционного нагрева.

Ключевые слова: электромагнитное поле, магнитоэлектрическая индукционная установка, каскадная схема замещения, решетчатая схема замещения

В электромеханике и электротехнологии широкое применение находят устройства с постоянными магнитами. В электромеханике это магнитоэлектрические машины, в электротехнологии – магнитоэлектрические индукционные нагреватели, снабженные системой постоянных магнитов, в которых с помощью приводных механизмов осуществляется взаимное перемещение нагреваемого объекта (садки) и постоянных магнитов.

Исследования электромагнитных процессов в индукционных нагревателях с постоянными магнитами в работах зарубежных [1–10] и отечественных [11–17] авторов выполнены на базе численного моделирования в двумерной [1, 2, 9, 11, 13, 15] и трехмерной [5, 7, 10, 17] постановке или на базе аналитических методов [2, 12], позволяющих рассчитывать электромагнитное поле в нагреваемом теле.

Тем не менее и численные, и аналитические модели обладают рядом недостатков. Численные двумерные и трехмерные модели при большей точности расчета нуждаются в использовании специализированных пакетов (ANSYS, FLUX и др.) и требуют предварительных многочисленных рутинных процедур при постановке и решении задачи, а главное – мощной компьютерной техники и значительного времени для расчетов.

Аналитические методы при достоверной постановке позволяют намного быстрее, чем численные модели, исследовать зависимость дифференциальных (E , H , P_v) и интегральных (P_a) электромагнитных характеристик от геометрических и физических параметров системы «индуктор–нагреваемое тело» или сформировать качественное представле-

ние об электромагнитных процессах в индукционной установке для более точной постановки задач численного моделирования. Но при этом их главным недостатком следует считать ограниченность возможностей при исследовании двумерных и трехмерных полей.

Для устранения этого недостатка авторами статьи были предложены решетчатые схемы замещения, аппроксимирующие двумерные электромагнитные поля в неподвижных кусочно-однородных средах [18–20]. Настоящая статья расширяет область применения решетчатых схем замещения электромагнитных полей и посвящена синтезу активных A - H -ячеек-многополюсников, моделирующих постоянные магниты и движущуюся проводящую среду. В статье приводится также тестовый расчет электромагнитного поля в магнитоэлектрической установке индукционного нагрева по решетчатой A - H -схеме замещения.

На рис. 1 схематично изображена плоская развертка магнитоэлектрической установки индукционного нагрева, включающая пространственно-периодическую структуру постоянных магнитов и движущийся нагреваемый объект (садку). Садка движется относительно магнитов со скоростью \vec{V} в направлении возрастания значений по оси x . Постоянные магниты намагничены в направлении оси oy . При активной длине системы, значительно превышающей полюсное деление t , исследуемое поле можно считать плоскопараллельным. При указанном направлении вектора намагниченности поле характеризуется следующими компонентами векторов:

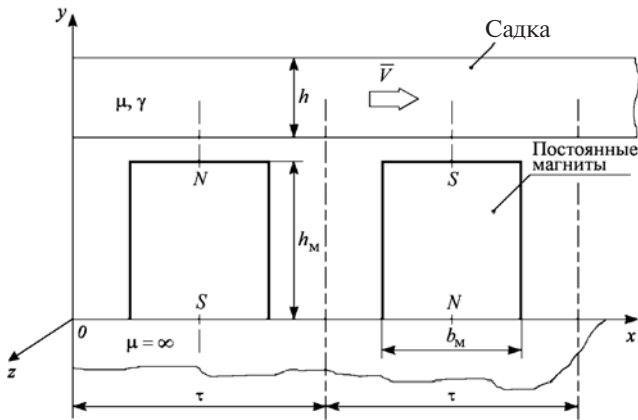


Рис. 1. Плоская развертка магнитоэлектрической установки индукционного нагрева

$$V = V_x; \quad A = A_z; \quad \vec{H} = \vec{i}H_x + \vec{j}H_y; \quad E = E_z = VB_y; \\ d = d_z = gE.$$

Типовая активная А-Н-ячейка решетчатой схемы в объеме постоянного магнита. В области постоянного магнита выделим прямоугольную ячейку Dx' Dy (рис. 2). На рис. 3 также обозначены касательные составляющие векторов \vec{A} и \vec{H} на контуре ячейки.

Предполагаем, что характеристика размагничивания постоянного магнита представляет собой линейную зависимость, а у-составляющая вектора индукции описывается выражением

$$B_y = B_0 + \eta H_y, \quad (1)$$

где $\eta = \frac{B_0}{H_0}$; B_0, H_0 – остаточная индукция и коэрцитивная сила магнита.

В направлении, перпендикулярном намагничиванию, составляющая вектора индукции

$$B_x = \mu_0 H_x. \quad (2)$$

Законы электромагнетизма в интегральной форме позволяют установить общие математические зависимости между основными величинами, харак-

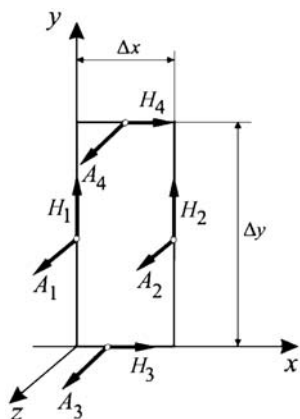


Рис. 2. А-Н-ячейка исследуемого поля

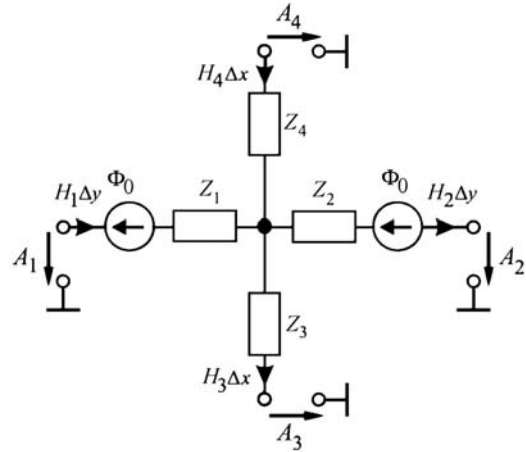


Рис. 3. Схема замещения А-Н-ячейки в объеме постоянного магнита, намагниченного в направлении оси 0у

теризующими магнитное поле в объеме ячейки. В частности, в соответствии с законом полного тока $\oint \vec{H} dl = \oint \vec{A} dl = \oint \vec{B} dS$ для контура ячейки справедливо уравнение

$$- H_1 Dy + H_2 Dy + H_3 Dx - H_4 Dx = 0, \quad (3)$$

а интегральное представление векторного магнитного потенциала $\oint \vec{A} dl = \oint \vec{B} dS$ позволяет получить следующие зависимости (на единицу длины в направлении оси 0z):

$$A_1 - A_2 = B_{\text{уср}} Dx; \quad (4)$$

$$A_4 - A_3 = B_{\text{хср}} Dy, \quad (5)$$

где $B_{\text{хср}}, B_{\text{уср}}$ – средние значения составляющих вектора индукции в ячейке.

В соответствии с (1) и (2)

$$B_{\text{хср}} = \mu_0 \frac{H_3 + H_4}{2}; \quad (6)$$

$$B_{\text{уср}} = B_0 + \eta \frac{H_1 + H_2}{2}. \quad (7)$$

Преобразуя (4) и (5) с учетом (6) и (7), имеем:

$$A_1 - A_2 = 2 \frac{B_0 Dx}{2} + H_1 Dy \eta \frac{Dx}{2 Dy} + H_2 Dy \eta \frac{Dx}{2 Dy}; \quad (8)$$

$$A_4 - A_3 = H_4 Dx \mu_0 \frac{Dy}{2 Dx} + H_3 Dx \mu_0 \frac{Dy}{2 Dx}. \quad (9)$$

Если далее считать составляющие циркуляции вектора магнитной напряженности в (3) аналогом электрических токов, векторные потенциалы в (8) и (9) – аналогом электрических напряжений, а слагаемое $\frac{B_0 Dx}{2}$ в (8) – аналогом источника ЭДС,

то уравнениям (3), (8) и (9) можно поставить в соответствие *A-H*-схему замещения (рис. 3) со следующими параметрами:

$$Z_1 = Z_2 = m_1 \frac{Dx}{2Dy}; \tag{10}$$

$$Z_3 = Z_4 = m_0 \frac{Dy}{2Dx}; \tag{11}$$

$$F_0 = \frac{B_0 Dx}{2}. \tag{12}$$

Следует отметить, что данная *A-H*-схема замещения ячейки в объеме постоянного магнита и представленная в [18] j_M - Φ -схема замещения имеют принципиальные отличия, так как в основе их синтеза лежат разные физические величины – векторный и скалярный магнитные потенциалы. При решении конкретных задач теории потенциального магнитного поля (представленной, в частности, в [18]) j_M - Φ -схема замещения и *A-H*-схема замещения дают тождественный результат и могут использоваться для оценки достоверности расчетов в инженерной практике.

Типовая активная *A-H*-ячейка решетчатой схемы в объеме движущейся проводящей среды. Рассмотрим далее ячейку $Dx \times Dy$ в объеме садки, движущейся со скоростью V . При движении проводящей среды контур ячейки (см. рис. 2) пронизывается индуцированным током DJ_0 , и уравнение, составленное по закону полного тока, будет иметь вид

$$- H_1 Dy + H_2 Dy + H_3 Dx - H_4 Dx = DJ_0. \tag{13}$$

Значение индуцированного тока определяется скоростью V и средним значением y -составляющей вектора индукции:

$$DJ_0 = gVB_{ycp} Dx Dy = gV(A_1 - A_2)Dy, \tag{14}$$

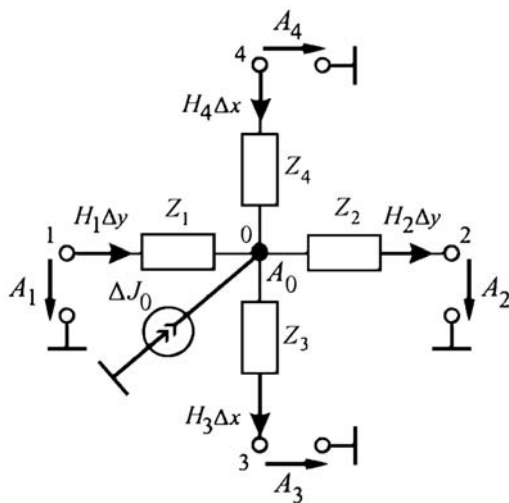


Рис. 4. Схема замещения *A-H*-ячейки в объеме движущейся садки

где g – удельная электрическая проводимость садки.

По аналогии с (8) и (9) для ячейки справедливы уравнения:

$$A_1 - A_2 = H_1 Dy m \frac{Dx}{2Dy} + H_2 Dy m \frac{Dx}{2Dy}; \tag{15}$$

$$A_4 - A_3 = H_4 Dx m \frac{Dy}{2Dx} + H_3 Dx m \frac{Dy}{2Dx}. \tag{16}$$

Следовательно, ячейке в движущейся проводящей среде можно поставить в соответствие *A-H*-схему замещения (рис. 4), содержащую источник тока, значение которого пропорционально магнитному потоку, пронизывающему ячейку в направлении оси Oy .

Сопротивления в схеме замещения равны:

$$Z_1 = Z_2 = m \frac{Dx}{2Dy}; \tag{17}$$

$$Z_3 = Z_4 = m \frac{Dy}{2Dx}. \tag{18}$$

При моделировании схемы замещения с помощью программы-симулятора электрических цепей (Multisim, Micro-Cap и т.п.) в качестве источника DJ_0 целесообразно в соответствии с (14) использовать источник тока, управляемый напряжением (Voltage-Controlled Current Source).

Если предположить, что ток источника DJ_0 состоит из двух составляющих:

$$DJ_0 = gV(A_1 - A_0)Dy + gV(A_0 - A_2)Dy = DJ_1 + DJ_2, \tag{19}$$

то схему на рис. 4 можно преобразовать, подключив к клеммам 1-0 и 0-2 вместо общего источника источники тока DJ_1 и DJ_2 .

Аналогично могут быть получены параметры схемы замещения ячейки в цилиндрической системе координат:

$$Z_1 = Z_2 = m \frac{r_0 Da}{2Dr}; \tag{20}$$

$$Z_3 = m \frac{Dr}{2r_1 Da}; \tag{21}$$

$$Z_4 = m \frac{Dr}{2r_2 Da}; \tag{22}$$

$$DJ_0 = gw_0 r_0 (A_1 - A_2)Dr, \tag{23}$$

где r_1, r_2, r_0 – меньший, больший и средний радиусы ячейки; Dr, Da – размеры ячейки в радиальном и угловом направлении; w_0 – угловая частота вращения ячейки.

Тестовые расчеты электромагнитного поля с использованием решетчатых схем. Адекватность схемы замещения типовой *A-H*-ячейки для движущейся среды подтверждена тестовым расчетом электромагнитного поля в проводящей полосе шириной *h*, на поверхности которой (при *y = h*) задана бегущая волна «настила» тока. Задача имеет простое аналитическое решение. Если бегущая волна задана выражением

$$J(t, x) = J_m \sin\left(\frac{\omega}{c} \omega t + \frac{p x}{\rho} + Y \frac{\partial}{\partial z}\right) \quad (24)$$

где $\omega = \frac{pV}{\rho}$, то при переходе к символической форме записи решение имеет вид:

$$A_m = J_m \frac{\rho \tau h n y}{n \operatorname{sh} n h}; \quad (25)$$

$$H_{xm} = J_m \frac{\operatorname{sh} n y}{\operatorname{sh} n h}; \quad (26)$$

$$B_{ym} = -J_m \frac{j p \tau \rho \operatorname{ch} n y}{t n \operatorname{sh} n h}; \quad (27)$$

$$n = \sqrt{j \omega \tau \rho + \frac{\omega^2 \rho}{c^2 t}}.$$

На рис. 5 представлен результат расчета поля на различной глубине от поверхности полосы. Исходные данные: материал полосы – алюминий; проводимость $3,445 \times 10^7 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$; полюсное деление 20 мм; ширина полосы 10 мм; амплитуда «настила» тока 735 кА/м; скорость перемещения «настила» тока 3 м/с.

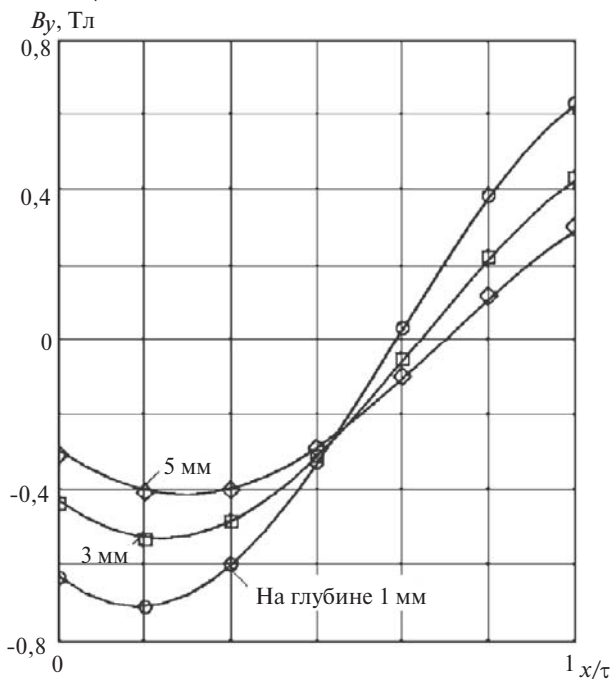


Рис. 5. Нормальная составляющая вектора индукции в объеме проводящей полосы с «настилом» тока на поверхности полосы; расчеты – аналитический и по *A-H*-схеме

Параметры *A-H*-схемы: 60 одинаковых ячеек $3,33'2 \text{ мм}$ по 12 на двойном полюсном делении в 5 слоев.

Видим хорошее совпадение между аналитическим расчетом и расчетом по *A-H*-схеме.

Аналогичная тестовая проверка была осуществлена также для *A-H*-ячейки в объеме постоянного магнита в задаче, представленной в [18].

При моделировании электромагнитного поля плоской развертки магнитоэлектрической установки индукционного нагрева (см. рис. 1) в качестве контрольного расчета использовалась численная модель, описанная в [21].

Исходные данные: материал садки – алюминий; проводимость $3,445 \times 10^7 \text{ Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}$; полюсное деление 20 мм; ширина магнита 10 мм; высота магнита 25 мм; рабочий зазор 5 мм; ширина алюминиевого слоя 10 мм; коэрцитивная сила магнита 735 кА/м; остаточная индукция магнита 1 Тл; скорость перемещения магнитов 31,42 м/с.

Параметры *A-H*-схемы: 192 ячейки по 16 на двойном полюсном делении; ширина всех ячеек 2,5 мм; алюминий – 5 слоев, каждый высотой 2 мм; рабочий зазор – 2 слоя, каждый высотой 2,5 мм; область магнитов – 5 слоев, каждый высотой 5 мм.

Результаты расчета поля представлены на рис. 6.

При моделировании электромагнитного поля магнитоэлектрической установки индукционного нагрева в цилиндрической системе координат в качестве контрольного расчета использовалась численная модель, описанная в [22].

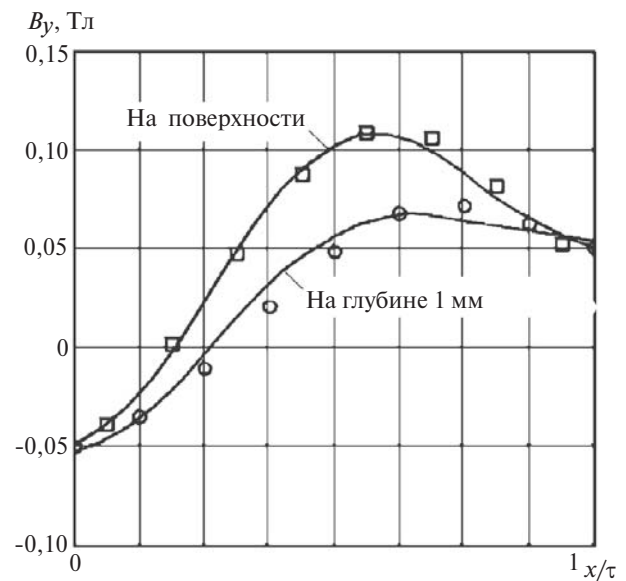


Рис. 6. Нормальная составляющая вектора индукции в объеме движущейся садки в плоской развертке магнитоэлектрической установки индукционного нагрева; расчеты – численный и по *A-H*-схеме

Исходные данные: материал садки – алюминий; проводимость $3,77 \cdot 10^7 \text{ Ом}^{-1}\text{ж}^{-1}$; число пар полюсов 2; диаметр садки 80 мм; ширина магнита 74 мм; высота магнита 50 мм; рабочий зазор 30 мм; коэрцитивная сила магнита 735 кА/м; остаточная индукция 1 Тл; частота вращения садки 3000 об/мин.

Параметры $A-H$ -схемы: 160 ячеек, в области магнитов по 16 на двойном полюсном делении, в области рабочего зазора и садки – по 12 на двойном полюсном делении. Область садки на радиусе от 20 до 40 мм разбита на 5 слоев: 1, 2, 4, 6 и 7 мм. Внутренний объем садки в расчетную область не включен, поскольку электромагнитное поле в нем отсутствует.

На рис. 7 представлен результат расчета удельной плотности внутренних источников тепла по радиусу садки. Расчеты $A-H$ -схем осуществлялись с помощью программы-симулятора для схемотехнического моделирования электрических цепей Multisim 10.

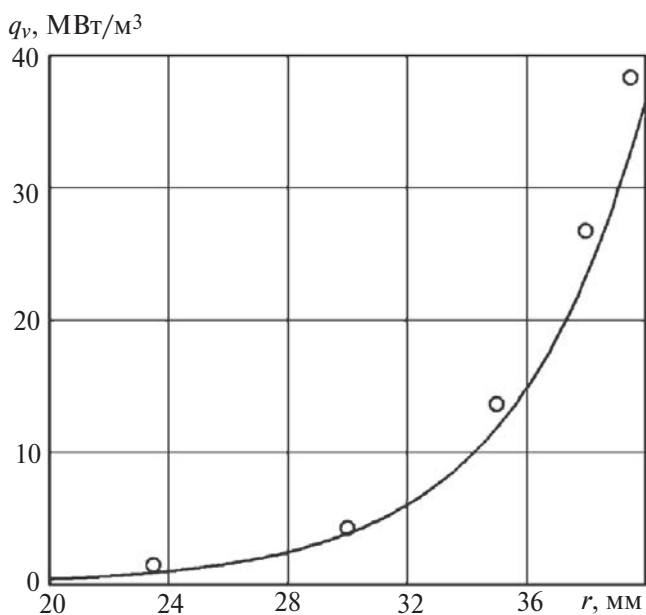


Рис. 7. Удельная плотность внутренних источников тепла в объеме движущейся садки в цилиндрической модели магнитоэлектрической установки индукционного нагрева; расчеты – численный и по $A-H$ -схеме

Результаты расчетов свидетельствуют о достаточно высокой точности разрабатываемого расчетного метода.

Выводы. 1. На основании общих законов электромагнетизма в интегральной форме синтезированы типовые звенья и решетчатые $A-H$ -схемы замещения потенциальных полей в объемах постоянных магнитов и вихревых электромагнитных полей в проводящих движущихся средах. Эквивалентность решетчатых $A-H$ -схем и моделируемых полей подтверждена тестовыми расчетами конкретных задач теории поля.

2. На базе решетчатой $A-H$ -схемы замещения подтверждено тестовыми расчетами решение задачи из области электротехнологии – расчет электромагнитного поля в магнитоэлектрической установке индукционного нагрева.

3. Конкретные задачи теории поля могут быть решены с помощью решетчатых схем, синтезированных по парам различных физических величин ($E-H$, $j_M-\Phi$, $A-H$), что может быть использовано при проверке правильности решения задач.

4. Отличительная особенность представленных решетчатых $A-H$ -схем замещения состоит в том, что при выбранной системе отсчета они позволяют исследовать переменные электромагнитные поля в объеме установки широко известными методами расчета и моделирования электрических цепей постоянного тока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Karban P., Mach F., Dolezel I. Higher-order finite element modeling of rotational induction heating of nonferromagnetic cylindrical billets. Heating by electromagnetic sources HES-10. – Padua, 2010, pp. 515–522.
2. Dughiero F., Forzan M., Lupi S., Nicoletti F., Zerbetto M. A new high efficiency technology for the induction heating of non magnetic billets. – COMPEL, 2011, vol. 30 (5), pp. 1528–1538.
3. Patent WO2013128241. Device for induction heating of a billet/F. Dughiero, M. Forzan, M. Zerbetto, 2013.
4. Mach F., Karban P., Dolezel I. Induction heating of cylindrical non-magnetic ingots by rotation in static magnetic field generated by permanent magnets. – Journal of Computational and Applied Mathematics, 2012, vol. 236 (18), pp. 4732–4744.
5. Mach F., Karban P., Dolezel I., Sima P., Jelinek Z. Model of Induction Heating of Rotating Non-Magnetic Billets and its Experimental Verification. – IEEE Transactions on Magnetics, 2014, vol. 50.2, pp. 309–312.
6. Dughiero F., Forzan M., Pozza C., Zerbetto M. Multi rotors permanent magnet heater for controlling temperature distribution in aluminum billets. – Proc. of the Intern. Scien. Colloquium Modelling for Electromagnetic Processing. Hannover, 16–19 September 2014. – Hannover: Leibniz University of Hannover, 2014, pp. 415–420.
7. Dughiero F., Forzan M., Pozza C., Sempredoni N. Permanent Magnet Heater for aluminium strips continuous annealing lines. – Proc. of the Intern. Scien. Colloquium Modelling for Electromagnetic Processing. Hannover, 16–19 September 2014. – Hannover: Leibniz University of Hannover, 2014, pp. 239–244.
8. Mach F., Kus P., Karban P., Dolezel I. Optimization of the system for induction heating of non-magnetic cylindrical billets in rotating magnetic field produced by permanent magnets. – Computing, 2013, vol. 95 (1), pp. 537–552.
9. Buceniks I., Kravalis K., Krishbergs R. Pressure-flow rate characteristics of the pumps with permanent magnets. – Magnetohydrodynamics, 2007, vol. 47, No.1, pp. 97–104.
10. Ben-David O., Levy A., Mikhailovich B. MHD flow under an impact of permanent magnets driving system. – Proc. of the IX Intern. Conf. on MHD. – Riga, 2014, vol. 2, pp. 222–226.
11. Golovenko E., Gudkov I., Goremykin V., Michailov K., Kinev E. Optimization design of induction heaters in the field of rotating permanent magnets with cylindrical load of non-ferrous metals. – Proc. of the XVII Congress, 21–25 May 2012, St. Petersburg. Publ. of the St. Petersburg State Electrical Engineering University «LETI», 2012, pp. 91–97.

12. Aliferov A., Blank A., Forzan M., Inkin A., Lupi S. Analytical and numerical analysis of electrical parameters of induction heating with permanent magnets. — Proc. of the XVII Congress, 21–25 May 2012, St. Petersburg. Publ. of the St. Petersburg State Electrical Engineering University «LETI», 2012, pp. 81–91.

13. Aliferov A., Promzelev V., Morev A. The study of heating mode temperature behavior of non-magnetic pieces in an induction system with permanent magnets. — Applied Mechanics and Materials, 2015, vol. 698, pp. 61–64.

14. Пат. РФ № 140034. Устройство индукционного нагрева изделий нецилиндрической формы/А.И. Алиферов, Р.А. Бикеев, А.В. Бланк, А.И. Инкин, А.Э. Морев, В.А. Промзелев. — БИ, 2014, № 12.

15. Инкин А.И., Бланк А.В., Алиферов А.И., Порсев Е.Г., Промзелев В.А. Исследование электромагнитных параметров установок индукционного нагрева с постоянными магнитами. — Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники, 2012, №1(25), часть 1, с. 178–182.

16. Бикеев Р.А., Бланк А.В., Тимофеев В.Н., Промзелев В.А. Исследование электромеханических, электрических и тепловых характеристик системы индукционного нагрева с постоянными магнитами. — Научный вестник НГТУ, 2014, № 1 (54), с. 128–133.

17. Бикеев Р.А., Промзелев В.А., Бланк А.В., Морев А.Э. Особенности нагрева немагнитных изделий прямоугольного сечения во вращающемся поле постоянных магнитов. — Известия Томского политехнического университета. Математика и механика. Физика, 2014, т. 325, № 2, с. 143–148.

18. Инкин А.И., Алиферов А.И., Бланк А.В. Типовые базовые ячейки-многополюсники решетчатых схем замещения плоскопараллельных электромагнитных полей. — Электричество, 2014, № 1, с. 56–60.

19. Инкин А.И., Алиферов А.И., Бланк А.В. Типовые ячейки-многополюсники решетчатых схем замещения плоскомеридианных электромагнитных и температурных полей в задачах электротехники. — Электричество, 2014, № 11, с. 53–57.

20. Инкин А.И., Алиферов А.И., Бланк А.В. Аналитический расчет индуцированного электромагнитного поля в слое прямоугольного поперечного сечения на базе решетчатых схем. — Электротехника, 2014, № 12, с. 59–62.

21. Инкин А.И., Алиферов А.И., Бланк А.В. Установки индукционного нагрева с постоянными магнитами и их каскадные А-Н-схемы замещения для расчета электромагнитного поля. — Вестник Павлодарского государственного университета: Энергетическая серия, 2011, № 2, с. 64–74.

22. Бланк А.В., Азанов А.В. Магнитоэлектрические установки индукционного нагрева и их электротепловые расчеты на базе каскадных схем замещения. — Известия вузов. Электромеханика, 2012, № 6, с. 65–69.

[23.03.15]

Авторы: **Инкин Алексей Иванович** окончил электромеханический факультет Новосибирского электротехнического института (НЭТИ) в 1959 г. В 1987 г. защитил докторскую диссертацию в Московском энергетическом институте «Теория и электромагнитный расчет электрических машин с составными активными объемами». Профессор кафедры теоретических основ электротехники Новосибирского государственного технического университета (НГТУ).

Алиферов Александр Иванович окончил электромеханический факультет НЭТИ в 1978 г. В 1999 г. защитил докторскую диссертацию «Электротепловые процессы в токоведущих проводниках произвольной конфигурации. Теория и практика» в НГТУ. Заведующий кафедрой автоматизированных электротехнологических установок НГТУ.

Бланк Алексей Валерьевич окончил электромеханический факультет НГТУ в 1999 г. В 2005 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка метода расчета магнитного поля в дискретно-однородных цилиндрических структурах явнополюсных электрических машин» в НГТУ. Доцент кафедры теоретических основ электротехники НГТУ.

REFERENCES

Elektrichestvo (Electricity), 2015, No. 12, pp. 38–44.

Standard Sections and Lattice Equivalent Circuits of Induction Magnetolectric Systems with a Movable Conducting Element

INKIN Aleksei Ivanovich (Novosibirsk State Technical University (NSTU), Novosibirsk, Russia) — Professor, Dr. Sci. (Eng.)

ALIFEROV Aleksandr Ivanovich (NSTU, Novosibirsk, Russia) — Head of the Department, Dr. Sci. (Eng.)

BLANK Aleksei Valer'yevich (NSTU, Novosibirsk, Russia) — Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

The electromagnetic processes that take place in induction heaters considered in the works of Russian and foreign researchers were investigated on the basis of numerical modeling in 2D or 3D statement or by means of analytic methods. However, both numerical and analytic models have a number of drawbacks, the most essential of them is that these models require a powerful computer and significant computation time. Earlier, the authors of this article proposed the use of lattice equivalent circuits for approximating 2D electromagnetic fields in stationary piecewise-homogeneous media. The published article extends the application field of lattice equivalent circuits and is devoted to synthesizing active A-H-cells-multipoles modeling permanent magnets and a moving conducting medium. A test calculation of electromagnetic field in a magnetolectric installation for induction heating is given.

Key words: *electromagnetic field, magnetolectric induction installation, cascade equivalent circuit, lattice equivalent circuit*

1. **Karban P., Mach F., Dolezel I.** Higher-order finite element modeling of rotational induction heating of nonferromagnetic cylindrical billets. Heating by electromagnetic sources HES-10. – Padua, 2010, pp. 515–522.
2. **Dughiero F., Forzan M., Lupi S., Nicoletti F., Zerbetto M.** A new high efficiency technology for the induction heating of non magnetic billets. – COMPEL, 2011, vol. 30 (5), pp. 1528–1538.
3. **Patent WO2013128241.** Device for induction heating of a billet/F. Dughiero, M. Forzan, M. Zerbetto, 2013.
4. **Mach F., Karban P., Dolezel I.** Induction heating of cylindrical non-magnetic ingots by rotation in static magnetic field generated by permanent magnets. – Journal of Computational and Applied Mathematics, 2012, vol. 236 (18), pp. 4732–4744.
5. **Mach F., Karban P., Dolezel I., Sima P., Jelinek Z.** Model of Induction Heating of Rotating Non-Magnetic Billets and its Experimental Verification. – IEEE Transactions on Magnetics, 2014, vol. 50.2, pp. 309–312.
6. **Dughiero F., Forzan M., Pozza C., Zerbetto M.** Multi rotors permanent magnet heater for controlling temperature distribution in aluminum billets. – Proc. of the Intern. Scien. Colloquium Modelling for Electromagnetic Processing. Hannover, 16–19 September 2014. – Hannover: Leibniz University of Hannover, 2014, pp. 415–420.
7. **Dughiero F., Forzan M., Pozza C., Sempredoni N.** Permanent Magnet Heater for aluminium strips continuous annealing lines. – Proc. of the Intern. Scien. Colloquium Modelling for Electromagnetic Processing. Hannover, 16–19 September 2014. – Hannover: Leibniz University of Hannover, 2014, pp. 239–244.
8. **Mach F., Kus P., Karban P., Dolezel I.** Optimization of the system for induction heating of non-magnetic cylindrical billets in rotating magnetic field produced by permanent magnets. – Computing, 2013, vol. 95 (1), pp. 537–552.
9. **Buceniaks I., Kravalis K., Krishbergs R.** Pressure-flow rate characteristics of the pumps with permanent magnets. – Magnetohydrodynamics, 2007, vol. 47, No.1, pp. 97–104.
10. **Ben-David O., Levy A., Mikhailovich B.** MHD flow under an impact of permanent magnets driving system. – Proc. of the IX Intern. Conf. on MHD. – Riga, 2014, vol. 2, pp. 222–226.
11. **Golovenko E., Gudkov I., Goremykin V., Michailov K., Kinev E.** Optimization design of induction heaters in the field of rotating permanent magnets with cylindrical load of non-ferrous metals. – Proc. of the XVII Congress, 21–25 May 2012, St. Petersburg. Publ. of the St. Petersburg State Electrical Engineering University «LETI», 2012, pp. 91–97.
12. **Aliferov A., Blank A., Forzan M., Inkin A., Lupi S.** Analytical and numerical analysis of electrical parameters of induction heating with permanent magnets. – Proc. of the XVII Congress, 21–25 May 2012, St. Petersburg. Publ. of the St. Petersburg State Electrical Engineering University «LETI», 2012, pp. 81–91.
13. **Aliferov A., Promzelev V., Morev A.** The study of heating mode temperature behavior of non-magnetic pieces in an induction system with permanent magnets. – Applied Mechanics and Materials, 2015, vol. 698, pp. 61–64.
14. **Patent RF No. 140034.** *Ustroistvo induktsionnogo nagreva izdelii netsilindricheskoi formy* (Induction heating device of non-cylindrical products)/A.I. Aliferov, R.A. Bikeyev, A.V. Blank, A.I. Inkin, A.E. Morev, V.A. Promzelev. – Bulletin of inventions, 2014, No. 12.
15. **Inkin A.I., Blank A.V., Aliferov A.I., Porsev E.G., Promzelev V.A.** *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta system upravleniya i radioelektroniki* – in Russ. (Reports of Tomsk State University of controlling and radioelectronics), 2012, No. 1(25), part 1, pp. 178–182.
16. **Bikeyev R.A., Blank A.V., Timofeyev V.N., Promzelev V.A.** *Nauchnyi vestnik NGTU* – in Russ. (Scientific Bulletin of the Novosibirsk State Technical University), 2014, No. 1(54), pp. 128–133.
17. **Bikeyev R.A., Promzelev V.A., Blank A.V., Morev A.E.** *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta. Matematika i mekhanika. Fizika* – in Russ. (News of the Tomsk Polytechnical University. Mathematics and mechanics. Physics), 2014, t. 325, No. 2, pp. 143–148.
18. **Inkin A.I., Aliferov A.I., Blank A.V.** *Elektrichestvo* – in Russ. (Electricity), 2014, No. 1, pp. 56–60.
19. **Inkin A.I., Aliferov A.I., Blank A.V.** *Elektrichestvo* – in Russ. (Electricity), 2014, No. 11, pp. 53–57.
20. **Inkin A.I., Aliferov A.I., Blank A.V.** *Elektrotehnika* – in Russ. (Electrical Engineering), 2014, No. 12, pp. 59–62.
21. **Inkin A.I., Aliferov A.I., Blank A.V.** *Vestnik Pavlodarskogo gosudarstvennogo universiteta: Energeticheskaya seriya* – in Russ. (Bulletin of the Pavlodar State University: Energy series), 2011, No. 2, pp. 64–74.
22. **Blank A.V., Azanov A.V.** *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika* – in Russ. (News of Higher Education Institutions. Electrical Mechanics), 2012, No. 6, pp. 65–69.