

## Проблемы определения параметров математических моделей электрических дуг в цепях с источниками тока

САВИЦКИ А., ХАЛЬТОФ М.

*Разработаны спектральные и интегральные методы экспериментального определения параметров математических моделей электрической дуги. Предложено при определении параметров осуществлять питание дуги от источников тока синусоидальной/прямоугольной формы. Показано, что на основе измерений электрических величин (спектрального распределения напряжения, средних или действующих значений напряжения и мощности) можно определить параметры и характеристики моделей. Исследовано влияние возмущений длины столба на точность методов определения параметров моделей.*

Ключевые слова: электрические цепи, электрическая дуга, математические модели

В научно-технической литературе встречаются различные методы экспериментального исследования электрической дуги [1–3]. В общем методы можно разделить на два типа: для определения параметров и характеристик физических моделей электрической дуги и математических моделей электрической дуги.

В первом случае определяются некоррелированные или слабо коррелированные данные, касающиеся многих или только отдельных выбранных физических параметров. Как правило, они включают в себя вольт-амперные статические или динамические характеристики, функцию затухания дуги, геометрические размеры столба и электродных пятен, распределения температуры, давления, скорости течения плазмы и т.д.

Во втором случае определяется весь набор выбранных коррелированных данных, описанных с помощью математической модели. Данные должны быть получены в тех же физических условиях и с теми же электрическими воздействиями, как и для физических параметров.

Относительно легко определить измеряемые электрические характеристики дуги. Такие, как, например, мощность, подвижность катодного пятна, устойчивость разряда, требуют применения подходящего источника электроэнергии (тока/напряжения). Из-за наклонной формы характеристики дуги этим источником чаще всего является идеальный (в ограниченных пределах) или реальный источник тока. Только в некоторых случаях [4] возможны отрезки возрастающих характеристик дуги, что позволяет использовать источники напряжения. Особенно большие трудности вызывает определение характеристик дуги переменного тока. В сварке применяются переменные токи форм: синусоидальной, прямоугольной, трапециевидной, а также импульсные токи биполярные и однополярные. В статье приведены методы определения параметров математических моделей устойчивой дуги

горения от источников тока биполярной формы (синусоидальной или прямоугольной).

Упрощенные математические модели электрической дуги (Майра, Касси) позволяют аппроксимировать вольт-амперную характеристику (ВАХ) только в ограниченных диапазонах параметров дуги. Поэтому разработан ряд обобщений указанных моделей. К ним принадлежат, в частности, двухполюсные модели [5–7]. На практике также используются сочетания простых моделей, в которых нелинейные активные сопротивления соединены последовательно (модель Хабеданка содержит два сопротивления, КЕМА-модель – три сопротивления) [8] или параллельно (гибридная модель с соответственно подобранной весовой функцией) [9]. По мере роста размерности модели дуги растёт сложность определения её постоянных параметров или функций.

Для более точного отображения характеристик дуги, горящей в разных физических условиях и с разными источниками тока, постоянные параметры простых (линейных) математических моделей заменяются нелинейными (чаще всего степенными) функциями сопротивления [10, 11] или температуры [12, 13]. Разработанная в ВЭИ математическая модель [14], которая носит название обобщённой модели Касси–Майра, включает в себя также модель Пентегова [7]. Достоинством обобщённой модели Касси–Майра является разработанная в [14] процедура определения четырех постоянных параметров, входящих в уравнение ВАХ. Нелинейные модели лучше соответствуют нелинейностям электрофизических характеристик газов. Однако в сравнении с линейными уравнениями простых моделей нелинейные модели требуют применения более сложного аналитического аппарата для определения спектральных распределений тока и напряжения дуги. Эти распределения нужны для расчёта параметров моделей с помощью методов, описанных в предлагаемой статье.

Представленные в статье аналитические зависимости разработаны в предположении существования идеальных условий электропитания и горения дуги, которая не подвергается внешним помехам. Цель статьи – показать возможность расширения полученных зависимостей при возникновении случайных возмущений длины столба дуги, соответствующих реальным условиям ее горения.

Получение высокой точности и повторяемости результатов измерений статических и динамических характеристик электрической дуги из-за высокой интенсивности естественных возмущений, генерированных в дуге, и большой чувствительности дуги к внешним воздействиям очень сложно. В значительной степени результаты измерений зависят от условий горения дуги в конкретной электро-технологической установке, использованной измерительной аппаратуры и применяемого исследовательского метода, времени и объема проведенных исследований. Далее предполагается горение электрической дуги в области с постоянным расстоянием между электродами при наличии весьма слабых возмущений плазменного столба. Этот эффект может быть достигнут при принятии специальных мер по стабилизации разряда [1, 2]. Относительно низкие уровни возмущений столба электрической дуги наблюдаются в стабилизированных дугах плазмотронов с фиксированной длиной столба, работающих в аргоне, и в лампах с дуговыми разрядами в газах и парах металлов при высоком давлении [15]. Особенно большие трудности может вызывать использование данных, полученных при измерениях с несколькими амплитудами вынуждающего тока (2 или 3). Причиной этого являются временные флуктуации параметров дуги, которые приводят к изменениям параметров модели. Поэтому в этом случае измерения должны быть выполнены очень быстро, а разряд должен быть стабилизирован с помощью экранирования области дуги.

Методы экспериментального определения параметров и характеристик математических моделей столба дуги можно разделить:

на спектральные, с использованием выбранных гармонических составляющих измеряемых электрических величин;

интегральные, с использованием средних и эффективных значений сигналов электрических величин.

Спектральные методы [16, 17] требуют применения либо специального измерительного оборудования, либо специального программного обеспечения компьютерных измерительных систем. Они характеризуются более высокой чувствительностью к помехам и, чаще всего, меньшей точностью. Спектральные методы в чистом виде позволяют экспе-

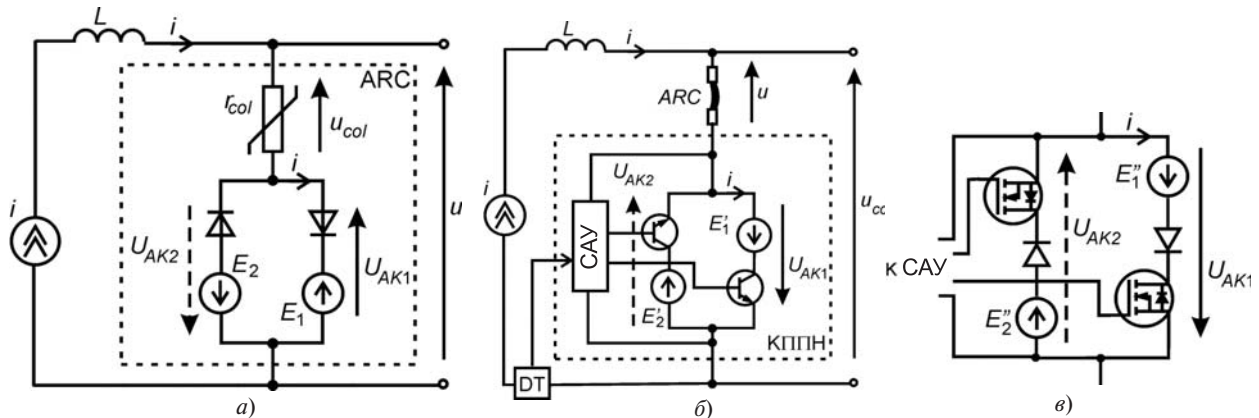
риментально определить только постоянные времена. Определение других параметров моделей дуги требует использования интегральных величин. В отличие от спектральных, интегральные методы не используют спектрального распределения, и поэтому они проще в реализации и более точны. Кроме того, они позволяют определить параметры большего числа моделей [18, 19].

Представленные математические модели дуг охватывают только некоторые из часто используемых вариантов. Параметры моделей зависят от физико-химических условий газовой среды горящих дуг и от электрических характеристик источников питания [19]. В ходе реализации различных технологических операций параметры окружающей среды и источников питания могут меняться в широком диапазоне. Это ведёт к тому, что в таких случаях наиболее предпочтительными являются универсальные варианты моделей (например, модель Пентегова или обобщённая модель Касси–Майра).

Точность экспериментального определения параметров математических моделей электрической дуги имеет большое влияние на выбор характеристик проектируемых систем питания и управления электротехнологических установок [20]. Описанные методы используют сигналы тока и напряжения дуги, которые после цифровой обработки позволяют определить параметры динамических моделей и статические ВАХ. Эти сигналы в сочетании с известными моделями могут значительно облегчить разработку оптимальных структур систем управления установок.

**Проблемы определения параметров моделей электрической дуги в цепи с синусоидальным источником тока.** В пространственной структуре электрической дуги высокого давления можно выделить три области с разными физическими свойствами плазмы: прикатодная, дугового столба и прианодная [1–4]. Первая и третья области характеризуются очень малой толщиной слоев, содержанием нетермической плазмы, большими напряжениями электрического поля и почти постоянными значениями падений напряжения (слабо зависящими от длины дуги и силы тока). Зато область столба дуги содержит термическую плазму [21]. В ней наблюдается малая напряженность электрического поля, а падение напряжения пропорционально зависит от длины столба.

В длинных высоковольтных дугах роль приэлектродных падений напряжения мала, и ими часто пренебрегают, а в коротких дугах (например сварочных) падение напряжения на столбе становится сравнимым с суммой приэлектродных падений напряжения и оно должно быть учтено при анализе электрических и тепловых процессов дуги. В дугах переменного тока с электродами, отличающимися



**Рис. 1.** Принципиальная электрическая схема для компенсации приэлектродных падений напряжения в системах для определения характеристик дуги: *a* – макромодель дуги с выделенным нелинейным сопротивлением, отображающим приэлектродные падения напряжения; *b* – последовательное соединение компенсатора приэлектродных падений напряжения со слаботочной дугой; *в* – фрагмент компенсатора с транзисторами MOSFET для исследования сильноточной дуги (КППН – компенсатор приэлектродных падений напряжения; CAY – система автоматического управления; DT – датчик тока)

по форме, размерам, типам материалов, методам охлаждения и т.д., возникают большие различия в эмиссионных способностях электродов, временно работающих в качестве катода. Это приводит к несимметрии приэлектродных падений напряжения и к несимметрии всей динамической петли дуги. Для устранения последствий несимметрии в старых сварочных трансформаторных устройствах (например для сварки методом TIG) использовались различные специальные схемы, предназначенные для устранения постоянной составляющей тока.

Существует несколько приемов экспериментального определения приэлектродных падений напряжения [22, 23]. Эти падения легко отображаются в макромоделях электрических дуг симметричных и несимметричных (рис. 1,а). По аналогичному принципу работают физические компенсаторы приэлектродных падений напряжения, включаемые в цепи питания электрической дуги, применяемые для измерительных целей. На рис. 1,б показан пример структуры компенсатора слаботочной дуги, а на рис. 1,в изображены две ветви компенсатора сильноточной дуги построенного на транзисторах MOSFET. В их моделях надо учитывать падения напряжения на полупроводниковых элементах:

макромодель с падением напряжения  $U_D$  на проводящих диодах (рис. 1,а):

$$U_{AK1} = E_1 + U_D; \tag{1}$$

$$U_{AK2} = E_2 + U_D; \tag{2}$$

компенсатор с падением напряжения  $U_T$  на проводящих транзисторах в ключевом режиме (рис. 1,б):

$$U_{AK1} = E_1 + U_T; \tag{3}$$

$$U_{AK2} = E_2 + U_T, \tag{4}$$

где  $U_{AK1}$ ,  $U_{AK2}$  – суммы приэлектродных падений напряжения в цепи с несимметричной дугой.

В цепи с транзисторами MOSFET (рис. 1,в) надо учесть падения напряжения на транзисторах и диодах.

Однако в компьютерной реализации измерительной системы удобнее применять расчетный способ определения мгновенного значения падения напряжения на столбе. В случае симметричной дуги

$$u_{col} = u - U_{AK} \operatorname{sgn} i, \tag{5}$$

а в случае несимметричной

$$u_{col} = \begin{cases} u - U_{AK1}, & i \geq 0; \\ u - U_{AK2}, & i < 0, \end{cases} \tag{6}$$

где  $U_{AK}$  – сумма приэлектродных падений напряжения в цепи с симметричной дугой;  $u$  – мгновенное значение напряжения дуги.

Значение  $u_{col}$  является основой для расчета среднего значения напряжения

$$U_{av} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{O}(u - U_{AK} \operatorname{sgn} i) dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{O}u_{col} dt \tag{7}$$

и действующего значения напряжения

$$U_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{O}(u - U_{AK} \operatorname{sgn} i) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{O}u_{col} dt} \tag{8}$$

на столбе дуги. Им тоже пользуются для расчета активной мощности

$$P_{col} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{O}(u - U_{AK} \operatorname{sgn} i) i dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \dot{O}u_{col} i dt \tag{9}$$

и среднего значения активного сопротивления столба

$$R_{col} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{\dot{O}(u - U_{AK} \operatorname{sgn} i)}{i} dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{\dot{O}u_{col}}{i} dt, \tag{10}$$

Модель	Уравнения модели	Статическая характеристика	Параметр	
			определённый спектральным методом	определённый интегральным методом
Майра (11)	$q_M \frac{dg}{dt} + g = \frac{i^2}{P_M}$	$U_{col} = \frac{P_M}{I}$	$q_M = \frac{1}{4w\epsilon} \frac{1}{c_M} \frac{1}{c_M} \frac{\ddot{u}}{\dot{u}}$ $P_M = U_{rms} I_{rms} \sqrt{\frac{1 - c_M^2}{1 + c_M^2}}$	$q_M = \frac{1}{2w\epsilon} \frac{1}{c_M} \frac{1}{c_M} \frac{\ddot{u}}{\dot{u}} - 1$ $P_M = P_{col}$
Касси (12)	$q_C \frac{dg^2}{dt} + g^2 = \frac{i^2}{U_C^2}$	$U_{col} = U_C \operatorname{sgn}(I)$	$q_C = \frac{1}{4w\epsilon} \frac{1}{c_C} \frac{1}{c_C} \frac{\ddot{u}}{\dot{u}}$ $U_C = \sqrt[4]{\frac{2(u_{col}^4)_{av}}{3 - c_C^2}}$	$q_C = \frac{(u_{col}^4)_{av} - 1}{U_C^4}$ $U_C = U_{rms} = \sqrt{(u_{col}^2)_{av}}$
Модель Пентегова (13)	$q \frac{di_q^2}{dt} + i_q^2 = i^2;$ $u = R_{st}(i_q)i = \frac{U_{st}(i_q)}{i_q}$	$U_{st}(I) = U_{CP} \operatorname{sgn}(I) + \frac{P_M}{I}$	$q_P = \frac{1}{2w\epsilon} \frac{1}{c_P} \frac{1}{c_P} \frac{\ddot{u}}{\dot{u}} - 1$ $P_{MP} = \frac{W_P}{W}; U_{CP}^2 = \frac{W_U}{W}$	$q_P = \frac{1}{2w\epsilon} \frac{1}{c_P} \frac{1}{c_P} \frac{\ddot{u}}{\dot{u}} - 1$ $P_{MP} = \frac{(U_{rms} I_{rms})^2 - P_{col}^2}{R_{col} I_{rms}^2 - P_{col}}; R_P = \frac{R_{col} P_{col} - U_{rms}^2}{R_{col} I_{rms}^2 - P_{col}}$
Модель Пентегова (14)		$U_{st}(I) = R_P I + \frac{P_{MR}}{I}$		

а также для спектрального анализа напряжения на столбе дуги. В (7)–(10) предполагается симметрия значений приэлектродных падений напряжения.

В таблице приводятся основные формулы, определяющие выбранные математические модели электрических дуг и их параметры. Все представленные модели удовлетворяют уравнению баланса энергии в столбе дуги. Модели Майра и Касси являются частными случаями модели Пентегова [7, 24]. Предполагается, что дуга находится в цепи с синусоидальным источником тока  $i = I_{rms} \sqrt{2} \cos(\omega t + j/2)$ .

В случае модели Майра статическая ВАХ электрической дуги имеет гиперболическую форму. В указанной модели используются обозначения:  $U_{col}$  – статическое напряжение на столбе дуги;  $I$  – постоянный ток;  $g$  – электрическая проводимость;  $P_M$  – постоянное значение мощности модели Майра;  $q_M$  – постоянная времени модели Майра. Разложение в ряд Фурье напряжения  $u_{col} = i/g$  приводит к спектральному методу определения параметров модели. В формулу для постоянной времени

этой модели введена переменная  $c_M$ , которая определяется соотношением

$$U_{2k+1} / U_{2k-1} = c_M = \text{const}, k = 1, 2, 3, \dots, \quad (15)$$

где  $2k + 1, 2k - 1$  – номера соседних нечетных гармоник;  $U$  – амплитуда соответствующей гармоники напряжения  $u_{col}$ .

Мощность  $P_M$  модели Майра, приведенная в таблице, может быть также выражена с помощью спектрального параметра  $c_M$  (введенные обозначения:  $U_{rms}$  – действующее значение напряжения на столбе дуги;  $I_{rms}$  – действующее значение тока;  $P_{col}$  – среднее значение мгновенной электрической мощности (активная мощность) столба).

Параметры модели Майра могут быть тоже определены интегральным методом без необходимости определения спектра напряжения. Для этого используются эффективные значения тока  $I_{rms}$ , напряжения  $U_{rms}$  и среднее значение мгновенной электрической мощности  $P_{col}$ .



Модель Касси предполагает горизонтальную статическую ВАХ; в этой модели:  $U_C$  – постоянное значение напряжения;  $q_C$  – постоянная времени.

После воздействия синусоидального тока  $i = I_{rms} \sqrt{2} \cos(\omega t + j/2)$  можно получить периодическое решение уравнения модели в виде напряжения. Разложение в ряд Фурье  $u_{col}^2 = (i/g)^2$  приводит к спектральному методу определения параметров модели. В формулу для постоянной времени  $q_C$  вводят переменную  $c_C$ :

$$A_{2(k+1)} / A_{2k} = c_C(k) = \text{const}, \quad (16)$$

где  $2k, 2(k+1)$  – номера соседних четных гармоник;  $A$  – амплитуда соответствующей гармоники напряжения на столбе дуги.

Напряжение  $U_C$  модели Касси также может быть выражено с помощью спектрального параметра  $c_C$  (введенное обозначение  $(u_{col}^4)_{av}$  – среднее значение четвертой степени напряжения на столбе дуги). Параметры модели Касси также можно определить интегральным методом без необходимости определения спектра напряжения. Для этого используются действующие значения напряжения  $U_{rms}$  и среднее значение напряжения на столбе дуги (четвертой степени).

Для моделей (электрической дуги) Пентегова активное сопротивление определяется с использованием некоторого виртуального запаздывающего тока  $i_q(t)$ , который изменяется с определенной постоянной времени  $q$  и отображает тепловое состояние дуги. В случае высокой частоты источника питания переменного тока  $f \gg 1/q$  тепловое состояние дуги определяется эффективным значением тока. Все изоэнергетические состояния характеризуются одной переменной – током состояния  $i_q(t)$ . В стационарном режиме ток состояния  $i_q(t)$  должен совпадать с реальным током  $i(t)$ . Похожим образом с помощью этой переменной можно также определить параметры и динамические характеристики моделей дуги (см. таблицу).

Предположим, что в цепи с дугой при выбранной статической характеристике действует ток синусоидальной формы угловой частоты  $\omega$ :

$$i = I_m \cos(\omega t + j/2), \quad (17)$$

тогда ток состояния модели Пентегова

$$i_q^2 = I_{rms}^2 (1 + \cos j \cos 2\omega t), \quad (18)$$

где  $I_{rms} = I_m / \sqrt{2}$  – действующее значение тока.

Используя временные диаграммы, полученные из модели Пентегова [24], можно вычислить эффективное значение напряжения и среднее значение

активного сопротивления столба дуги. В то же время значение угла смещения  $j$  связано с постоянной времени дуги:

$$\sin j = \frac{2\omega q}{\sqrt{1 + (\omega q)^2}}. \quad (19)$$

Модель Пентегова со статической ВАХ гиперболически-горизонтального вида позволяет относительно точно отобразить динамические состояния термической плазмы, вызванные слабыми и сильными токами. Для определения параметров модели дуги предлагается экспериментальный метод из трёх серий измерений для трёх различных эффективных значений синусоидального тока. На этой основе определяются действующие значения напряжений, токов и средних значений сопротивления столба дуги ( $U_{rms1}, I_{rms1}, R_1$ ), ( $U_{rms2}, I_{rms2}, R_2$ ), ( $U_{rms3}, I_{rms3}, R_3$ ) соответственно. Искомые параметры модели определяются формулами для  $P_{MP}$  и  $U_{CP}$ . Определители  $W_P, W_C$  и  $W$  вычисляются следующим образом:

$$W = \begin{vmatrix} 2(R_1 I_{rms1}^2 - R_2 I_{rms2}^2) & I_{rms1}^2 - I_{rms2}^2 \\ 2(R_2 I_{rms2}^2 - R_3 I_{rms3}^2) & I_{rms2}^2 - I_{rms3}^2 \end{vmatrix}; \quad (20)$$

$$W_P = \begin{vmatrix} (U_{rms1} I_{rms1})^2 - (U_{rms2} I_{rms2})^2 & I_{rms1}^2 - I_{rms2}^2 \\ (U_{rms2} I_{rms2})^2 - (U_{rms3} I_{rms3})^2 & I_{rms2}^2 - I_{rms3}^2 \end{vmatrix}; \quad (21)$$

$$W_U = \begin{vmatrix} 2(R_1 I_{rms1}^2 - R_2 I_{rms2}^2) & \textcircled{R} \\ 2(R_2 I_{rms2}^2 - R_3 I_{rms3}^2) & \textcircled{R} \end{vmatrix} \quad (22)$$

$$\textcircled{R} \begin{vmatrix} (U_{rms1} I_{rms1})^2 - (U_{rms2} I_{rms2})^2 \\ (U_{rms2} I_{rms2})^2 - (U_{rms3} I_{rms3})^2 \end{vmatrix}.$$

Модель дуги Пентегова со статической ВАХ в гиперболическом линейном виде позволяет относительно точно отображать динамические состояния в термической плазме, вызванные слабыми и сильными токами. Это может быть особенно полезно в тех случаях, когда дуга горит в некоторых газах с примесями (содержащих аргон, водород, пары металлов) или в газах высокого давления; когда используются электроды малого диаметра, и т.д. Аналитическое решение математической модели Пентегова позволяет определять параметры  $P_{MR}$  и  $R_P$  интегральным методом (см. таблицу).

**Проблемы определения параметров моделей электрической дуги в цепи с прямоугольными источниками тока.** Имеет место постепенный отказ от источников синусоидального тока при сварке из-за следующих причин:

недостаточная стабильность горения дуги, особенно в диапазоне низких частот;

трудности в реализации сварочных работ длинной дугой;

отсутствие технологического обоснования для формирования тока синусоидальной формы выbranной частоты;

уменьшенная теплоотдача дуги, несмотря на относительно высокие амплитуды напряжения;

трудности в управлении электрическими характеристиками источников;

высокая стоимость источников питания синусоидального тока управляемой частоты.

Современные сварочные работы (например TIG) часто осуществляются с помощью импульсных токов. Замена в целях диагностики дуги импульсных токов синусоидальными может привести:

к нарушению технологического процесса;

увеличению стоимости строительства исследовательского стенда;

искажению информации в связи с большими различиями между характеристиками дуг различной длины, мощности и т.д.

Рассмотрим цепь с электрической дугой от биполярного источника тока с регулируемой частотой  $f = 1/T$ . Пусть амплитуда тока прямоугольной формы имеет значение  $I_1$ . Изменение скважности импульсов  $k_w$  позволяет изменять в широком диапазоне среднее значение сварочного тока.

Рассмотрим две математические модели электрической дуги: слаботочную – Майра и сильноточную – Касси. Предположим, что в цепи с дугой применяется последовательный компенсатор (рис. 1,б). С помощью ваттметра можно измерить среднее значение мгновенной электрической мощности  $(p_{col})_{av} = (u_{col}i)_{av}$ , равное мощности Майра  $P_M$ . В отличие от этого для модели Касси с помощью вольтметра можно измерить действующее значение напряжения на столбе дуги  $(u_{col})_{rms}$ , равное напряжению  $U_C$  модели Касси. В случае отсутствия компенсатора параметры моделей вычисляются:

$$P_M = P_W - U_{AK}I; \quad (23)$$

$$U_C = U_V - U_{AK}, \quad (24)$$

где  $P_W$  – мощность, указанная ваттметром;  $U_V$  – эффективное значение напряжения, указанное вольтметром.

Применение прямоугольного симметричного биполярного источника тока позволяет определить параметры аппроксимирующей статическую ВАХ дуги функции, использованной в модели Пентегова. Это может быть сделано достаточно точно получением множества точек во время квазистатического изменения амплитуды источника тока. Однако в этом случае надо считаться с возможностью

влияния внешних возмущений и флуктуаций плазмы на изменения параметров модели дуги, поэтому авторы предлагают использовать экспресс-метод.

С этой целью необходимо выполнить измерения дважды: с двумя разными максимальными значениями тока  $I_1$  и  $I_2$ . Похожим образом, как в случае постоянного тока, записываются координаты двух точек на статических ВАХ  $(I_1, U_1)$  и  $(I_2, U_2)$ .

При аппроксимации симметричной статической характеристики столба дуги гиперболически горизонтальной функцией параметры могут быть рассчитаны по формулам:

$$P_{MP} = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1} I_1 I_2; \quad (25)$$

$$U_{CP} = \frac{U_1 I_1 - U_2 I_2}{I_1 - I_2} - U_{AK}, \quad (26)$$

где  $I_1, I_2, U_1, U_2$  – действующие значения токов и напряжений;  $U_{AK} > 0$ .

При аппроксимации симметричной статической характеристики столба дуги гиперболически линейной функцией параметры функции могут быть рассчитаны по формулам:

$$P_{MR} = \frac{\frac{U_2 I_1 - U_1 I_2}{I_1^2 - I_2^2} - \frac{U_{AK}}{I_1 + I_2} \frac{\dot{I}}{\dot{I}}}{\frac{\dot{I}}{\dot{I}}} I_1 I_2; \quad (27)$$

$$R_P = \frac{U_1 I_1 - U_2 I_2}{I_1^2 - I_2^2} - \frac{U_{AK}}{I_1 + I_2}. \quad (28)$$

Периодические резкие изменения направления тока не влияют на энергетическое состояние дуги, поведение которой такое же, как при питании от источника постоянного тока. В таком состоянии не раскрывается инерция дуги, что делает невозможным определение постоянных времени моделей. Для получения эффекта периодических изменений энергетических состояний дуги предлагается подключать параллельно к источнику импульсов дополнительный источник питания постоянного тока со значением  $I_0$ . Это возмущение вводится на короткое время, и оно не влияет на ход технологического процесса.

В [25] описан метод экспериментального определения постоянных времени моделей электрической дуги в электрической цепи с прямоугольным, биполярным и симметричным током (11)–(14). В исследованиях включен широкий диапазон изменений скважности  $k_w$  от 0,3 до 0,7. Такие значения  $k_w$  используются в установках для сварки методом TIG. Из-за применяемого в [25] метода аппроксимации диаграммы напряжения существует ограничение на значение постоянной составляющей тока. Это ограничение гарантирует биполярность результирующего сигнала. Этот метод является предпоч-

тительным для изучения дуг с малыми значениями постоянных времени и низкими частотами тока.

Представленный в этой статье интегральный метод не содержит ограничений на значения постоянной составляющей тока и основан на аналитическом определении эффективных и средних значений напряжения, средних значений мощности или активного сопротивления математических моделей дуги. Предполагается, что скажность источника тока прямоугольной формы  $k_w = t / T = 0,5$ . Кроме того, в цепи действует постоянная составляющая тока любого значения  $I_0$  (рис. 2). Ток может быть описан зависимостью:

$$i = I_0 + I_m (-1)^n \text{ при } -\frac{p}{4} < \frac{\omega t}{\pi} < \frac{p}{4} - n \frac{T}{2\omega} < \frac{T}{4}, \quad (29)$$

где  $n = -1, 0, 1, 2, \dots$

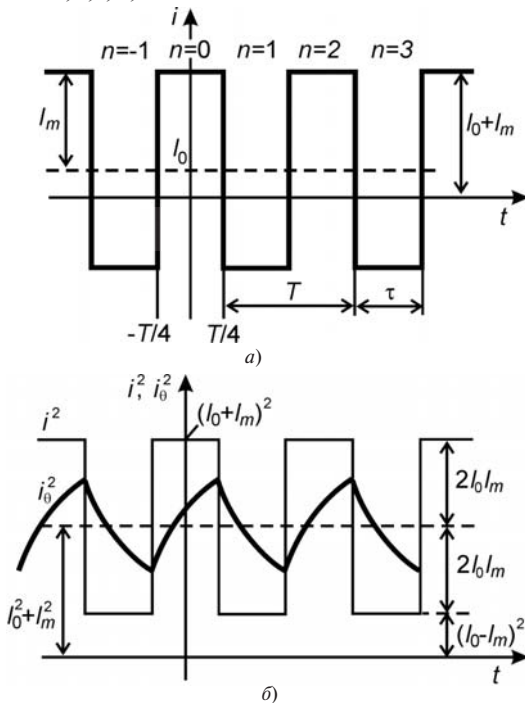


Рис. 2. Диаграммы токов в цепях с моделями дуги: а – тока  $i$ ; б – тока состояния  $i^2$

В модели Майра (11) среднее значение мгновенной электрической мощности столба дуги  $P_{col}$  позволяет определить фиксированный параметр  $P_M = P_{col}$ . На основе среднего значения напряжения столба дуги может быть вычислено значение постоянной времени, выраженной неявным уравнением. Если предположить  $q_M \ll T$ , тогда можно определить постоянную времени  $q_M$  в явном виде по приближенной формуле:

$$\frac{q_M}{T} \gg \frac{P_M I_0 + U_{av} (I_m^2 - I_0^2)}{2 P_M I_m \ln \frac{I_m + I_0}{I_m - I_0}}, \quad (30)$$

В модели Касси (12) действующее значение напряжения столба дуги  $U_{rms}$  позволяет определить

фиксированный параметр модели  $U_C = U_{rms}$ . На основе действующего значения активного сопротивления столба дуги может быть определено значение постоянной времени, выраженной сложным неявным уравнением. Если предположить  $q_C \ll T$ , тогда можно определить постоянную времени  $q_C$  в явном виде по приближенной формуле:

$$\frac{q_C}{T} \gg \frac{U_C^2 (I_m^2 - I_0^2) - R_{rms}^2 (I_m^2 - I_0^2)^2}{4 U_C^2 I_m I_0 \ln \frac{I_m + I_0}{I_m - I_0}}, \quad (31)$$

где

$$R_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{U_{AK} \operatorname{sgn} i \dot{i}}{i} dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{U_{col} \dot{i}}{i} dt. \quad (32)$$

В модели Пентегова (13) со статической характеристикой типа Айртона значение напряжения  $U_{CP}$  определяется по (26), а значения мощности  $P_{MP}$  по (25). На основании действующего значения напряжения столба дуги и среднего значения сопротивления столба дуги может быть вычислено значение постоянной времени, выраженной неявным уравнением. Принятое предположение  $q_P \ll T$  позволяет приближенно определить постоянную времени  $q_P$  в явном виде:

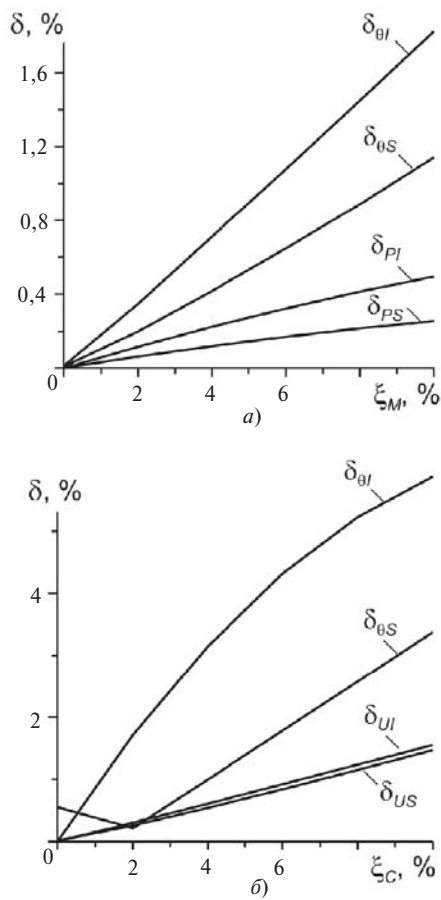
$$\frac{q_P}{T} \gg \frac{(U_{rms}^2 - 2 R_{col} P_M - U_C^2) (I_m^2 - I_0^2) + R_M^2 (I_m^2 + I_0^2)}{4 P_M^2 I_m I_0 \ln \frac{I_m + I_0}{I_m - I_0}}. \quad (33)$$

**Влияние возмущений длины столба на точность определения параметров математических моделей электрической дуги.** В модели Майра предполагается  $P_M = \text{const}$ , тем не менее из аппроксимации статической ВАХ столба дуги  $P_M = U_{st} I_{st}$  следует, что возмущение длины дуги приводит к изменению напряжения и тем самым – к изменениям мощности столба дуги. Поэтому принимаем  $P_M = P_{M0} (1 + x_M / 100)$ , где  $x_M$  – процентное возмущение мощности. Точно так в модели Касси предполагается постоянное значение напряжения  $U_C = \text{const}$ . Однако из аппроксимации статической характеристики следует, что возмущения длины дуги приводят к изменениям  $U_C = U_{C0} (1 + x_C / 100)$ , где  $x_C$  – процентное возмущение напряжения. Подобные возмущения учтены в модели Пентегова (13):  $P_{MP} = P_{M0} (1 + x_M / 100)$  и  $U_{CP} = U_{C0} (1 + x_C / 100)$ , и в модели Пентегова (14):  $P_{MR} = P_{M0} (1 + x_M / 100)$  и  $R_P = R_{P0} (1 + x_R / 100)$ .

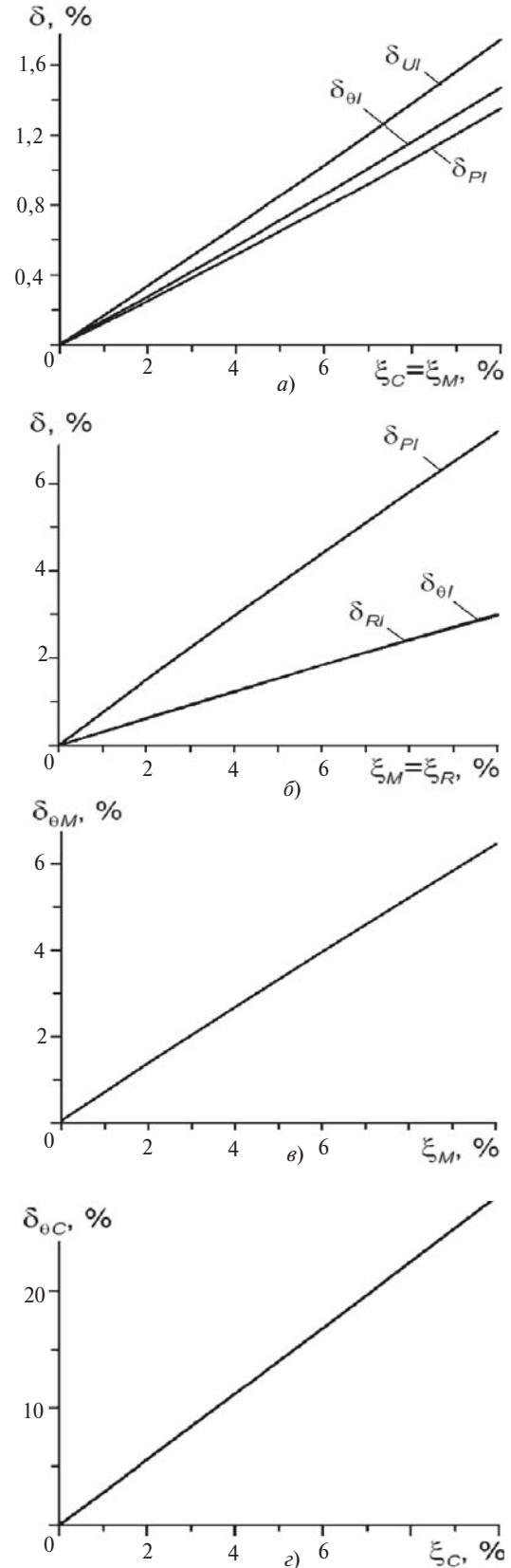
Математические модели столба дуги (см. таблицу) моделировались в программе MATLAB-Simulink. Рассматривалась простая цепь с источником тока синусоидальной формы и частотой 50 Гц и нагрузкой в виде модели дуги. Для выработки возмущений  $x(t)$  использовался генератор случай-

ных чисел с тактовой частотой 300 Гц, каскадно соединенный с инерционным членом первого порядка с постоянной времени  $T = 0,00035$  с. Результаты исследований в виде графических диаграмм погрешностей  $d$  определения отдельных параметров моделей показаны на рис. 3 и 4. Небольшие погрешности определения параметров в условиях нулевых амплитуд возмущений следуют из ошибок округлений численных методов. В какой-то степени они отражают погрешности в работе измерительных систем. Увеличение интенсивности возмущения длины столба дуги приводит к увеличению погрешностей определения параметров моделей. В моделях Майра и Касси особенно чувствительны к возмущениям зависимости, определяющие постоянные времени. Непосредственное применение предлагаемых аналитических методов для экспериментального определения параметров модели Касси (12), и в частности модели Пентегова (13), требует очень точной стабилизации параметров дуги.

Питание дуги от источника тока, который генерирует меандр, позволяет получить не только более высокую стабильность разряда, но также осуществ-



**Рис. 3.** Влияние возмущений длины дуги с различной интенсивностью на погрешность определения параметров ( $P$ ,  $q$ ,  $U$ ) простых математических моделей столба дуги спектральным (индекс  $S$ ) и интегральным (индекс  $I$ ) методами:  $a$  – модель Майра ( $P_{M0} = 60$  Вт;  $q_M = 1 \cdot 10^{-3}$  с;  $I_m = 5$  А);  $b$  – модель Касси ( $U_{C0} = 40$  В;  $q_C = 4 \cdot 10^{-4}$  с;  $I_m = 100$  А)



**Рис. 4.** Влияние возмущений длины дуги с различной интенсивностью на погрешность определения параметров математических моделей столба дуги интегральным методом:  $a$  – модель Пентегова (13) ( $P_{M0} = 60$  Вт;  $U_{C0} = 50$  В;  $q_P = 5 \cdot 10^{-4}$  с;  $I_m = 100 \pm 5$  А);  $b$  – модель Пентегова (14) ( $P_{MR} = 80$  Вт;  $R_P = 0,06$  Ом;  $q_R = 4 \cdot 10^{-4}$  с;  $I_m = 100$  А);  $c$  – модель Майра ( $P_{M0} = 60$  Вт;  $q_M = 1 \cdot 10^{-3}$  с;  $I_m = 5$  А;  $I_0 = 3$  А);  $z$  – модель Касси ( $U_{C0} = 40$  В;  $q_C = 4 \cdot 10^{-4}$  с;  $I_m = 100$  А;  $I_0 = 120$  А)



лать выбранные технологические операции (например сварку методом TIG) даже током пониженной частоты. В соответствии с предположениями аналитического метода, применяемого для получения формул (30)–(32), выполнено компьютерное моделирование процессов в цепи с дугой и источником тока с частотой 25 Гц и скважностью  $k_w = 0,5$ . Подобным образом исследовано влияние помех, приводящих к изменению длины дуги, на точность определения параметров математических моделей. Получена высокая точность определения значений мощности  $P_M$  модели Майра и напряжения  $U_C$  модели Касси. Результаты расчетов погрешностей определения постоянных времени моделей показаны на рис. 4, в и г. Видно, что они растут линейно с амплитудой возмущений, при этом рост гораздо быстрее в модели Касси, чем в модели Майра.

Значения мощности  $P_{MP}$  и напряжения  $U_{CP}$  модели Пентегова (13) можно определить с высокой точностью по (25) и (26). Для этой цели дуга двукратно запитывается симметричным прямоугольным током ( $I_0 = 0$ ) с двумя различными амплитудами. Постоянная времени может быть определена теоретически по (31) при любой составляющей  $I_0 \neq 0$ . Однако исследование процесса моделирования показало, что даже небольшие помехи длины дуги приводят к очень большим, неприемлемым значениям погрешности  $d_{qp}$ . В таких случаях авторы предлагают использовать приближённые зависимости, аппроксимирующие временные диаграммы [25]. Ограниченное применение этих приближенных зависимостей следует из требования bipolarности тока питания, но допускает практически любое значение скважности  $k_w$ .

**Выводы.** 1. Представленные аналитические зависимости позволяют точно определять параметры выбранных математических моделей дуги в идеализированных условиях (в случае питания от источника тока с заданной синусоидальной или прямоугольной формой в отсутствие помех параметров дуги).

2. Подтверждена практическая возможность применять аналитические зависимости для ограниченных возмущений длины столба дуги компьютерным моделированием.

3. Наиболее чувствительны к помехам оказались методы определения параметров моделей, содержащих горизонтальные участки статических ВАХ (Касси (12) и Пентегова (13)) и работающих при синусоидальном источнике тока, а также методы, использующие различные амплитуды тока.

4. Представленные методы определения параметров выбранных математических моделей дуги основаны на применении вторичных источников электропитания, стандартно используемых в боль-

шинстве сварочных установок. Это позволяет избежать проблем нарушений технологических процессов и снижает стоимость диагностики дуги.

*Авторы выражают благодарность канд. техн. наук Стефану Вонсовичу за обсуждение проблем и помощь в проведении исследований.*

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Асиновский Э.И., Кириллин А.В., Низовский В.Л. Стабилизированные электрические дуги и их применение в теплофизическом эксперименте. — М.: Физматлит, 2008, 264 с.
2. Новиков О.Я., Путько В.Ф., Танаев В.В. Низкотемпературная плазма. Т. 2: Математические методы исследования динамики и проблемы управления низкотемпературной плазмой. — Новосибирск: Наука (Сибирское отделение), 1991, 256 с.
3. Залеский А.М. Основы теории электрических аппаратов. — М.: Высшая школа, 1974, 184 с.
4. Лесков Г.И. Электрическая сварочная дуга. — М.: Машиностроение, 1970, 335 с.
5. Заруди М.Е. Методы расчета дуги в канале при движении газа (установившееся движение). — Сб. «Явления переноса в низкотемпературной плазме». — Минск, 1969, с. 69–81.
6. Воронин А.А. Повышение эффективности контактно-дугогасительных систем силовых коммутационных аппаратов с удлиняющейся дугой: Автореф. дис.... к.т.н., Самара, 2009, 21 с.
7. Пентегов И.В. Математическая модель столба динамической электрической дуги. — Автоматическая сварка, 1976, № 6 (279), с. 8–12.
8. Gustavsson N. Evaluation and Simulation of Black-box Arc Models for High Voltage Circuit-breakers. LiTH-ISY-EX-3492-2004.
9. Tseng K.J., Wang Y. and Vilathgamuwa D.M. Development of a Dynamic Model of Electric Arc for Power Electrics Simulations. — Proc. IEEE Industrial Applications Conference (IAS'96), 1996, vol. 4, pp. 2173–2180.
10. Hutter S., Uglesić I. Universal ARC Resistance Model «ZAGREB» for EMTP. CIRED 19th International Conference on Electricity Distribution, Vienna, 21–24 May 2007, Paper 0001, pp. 1–4.
11. Schavemaker P.H., van der Sluis L. The arc model blockset. Proceedings of the Second IASTED International Conference Power and Energy Systems (EuroPES), 25–28 June, 2002, Crete (Greece), pp. 644–648.
12. Shvartsas M., Ben-Yaakov S. A SPICE Compatible Model of High Intensity Discharge Lamps. Power Electronics Specialists Conference, 1999 (PESC 99). 30th Annual IEEE, vol. 2, pp. 1037 – 1042.
13. Halliop B., Dawson F.P., Pugh M.C. A Dynamic Model of a High-Temperature Arc Lamp. — IEEE Transactions on Industry Applications, November/December 2010, vol. 46, No 6, pp. 2233–2242.
14. Белкин Г.С. О постоянных величинах в обобщенном уравнении Касси–Майра для динамической вольт-амперной характеристики дуги. — Электричество 2012, № 3, с. 19–22.
15. Sawicki A., Świtoń J., Sosicki R. Modelowanie i symulacja procesów elektrycznych w układzie z lampą sodową. — Śląskie Wiadomości Elektryczne, 2011, nr 1, pp. 4–7.
16. Мякишев В.М., Жеваев М.С., Шишков Е.М. Способ определения постоянной времени сварочной дуги. — Электротехника, 2009, № 2, с. 20–22.
17. Sawicki A., Haltof M. Metoda widmowa wyznaczania parametrów modeli Mayra i Cassiego łuku elektrycznego. Biuletyn Instytutu Spawalnictwa, 2015, nr 2, pp. 54–56, 59, 60.

18. Sawicki A., Haltof M. Badanie wpływu zaburzeń długości kolumny na metodę wyznaczania parametrów modelu Pentegowa opisującego łuk elektryczny o charakterystyce statycznej typu Ayrton. – Biuletyn Instytutu Spawalnictwa, 2014, nr 6, pp. 47–50.

19. Sawicki A., Haltof M. Zagadnienia wyboru modelu łuku elektrycznego i metody wyznaczania jego parametrów. Rozdział w monografii, Kielce Politechnika Świętokrzyska, 2015.

20. Kruczynin A.M., Sawicki A. Podstawy projektowania układów dynamicznych z łukiem elektrycznym. Seria Monografie, nr 96, Częstochowa, Wyd. PCz., 2004, 169 s.

21. Krouchinin A.M., Sawicki A. A theory of electrical arc heating., Częstochowa, The Publishing Office of Technical University of Częstochowa, 2003, 176 s.

22. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. – М.: Иностранная литература, 1961, 371 с.

23. Sawicki A. Asymetria charakterystyk dynamicznych łuku elektrycznego. – Śląskie Wiadomości Elektryczne, 2010, nr 4, pp. 10–14.

24. Пентегов И.В., Сидорев В.Н. Сравнительный анализ моделей динамической сварочной дуги. – Автоматическая сварка, 1989, № 2 (431), с. 33–36.

25. Sawicki A., Haltof M. Wyznaczanie parametrów modeli łuku elektrycznego urządzeń TIG. – XXV Sympozjum Środowiskowe PTZE, Wieliczka, 28.06.-01.07.2015, pp. 271–273.

[07.08.15]

*Авторы: Антони Савицки окончил в 1977 г. электрический факультет Ченстоховского политехнического института (ЧПИ). В 2000 г. защитил докторскую диссертацию «Теория и практика проектирования электрооборудования дугового и плазменного нагрева» в Московском энергетическом институте. Профессор ЧПИ.*

*Мацей Хальтоф окончил в 2013 г. электрический факультет ЧПИ. В 2013 г. поступил в очную аспирантуру электрического факультета ЧПИ.*

*Elektrichestvo (Electricity), 2016, No. 1, pp. 25–34.*

## Problems of Determining Parameters of Mathematical Electric Arc Models in Circuits With Bipolar Current Source

SAWICKI Antoni (Czestochowa University of Technology (CUT) Czestochowa, Polska) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

HALTOF Maciej (CUT, Czestochowa, Polska) – PhD Student

*There have been presented developed spectral and integral experimental methods of parameters determination in chosen mathematical models of electric arc. There has been assumed electric arc source fed by current source with sinus or square wave. There have been shown that based on measurements of chosen electric quantities (voltage spectrum distribution, mean or rms values of voltage and power) it is possible to obtain parameters and characteristics of models. Effect of disturbances in column length on accuracy of determining arc models parameters have been investigated.*

**Key words:** *electrical circuits, electrical arc, mathematical model*

### REFERENCES

1. Asinovskii E.I., Kirillin A.V., Nizovskii V.L. *Stabilizirovannye elektricheskiye dugi i ikh primeneniye v teplofizicheskom eksperimencie* (Stabilized Electric Arcs and Their Application in a Thermophysical Experiment. FIZMATLIT, 2008. 264 p.). Moscow, Publ. Fizmatlit, 2008, 264 p.

2. Novikov O.Yu., Put'ko V.F., Tanayev V.V. *Nizkotemperaturnaya plazma. T. 2: Matematicheskiye metody issledovaniya dinamiki i problem upravleniya nizkotemperaturnoi plazmoi* (Low-Temperature Plasma. Vol. 2: Mathematical Methods for Investigating the Dynamics and Low-Temperature Plasma Control Problems. Siberian Branch, Novosibirsk). Novosibirsk, Publ. Nauka (Siberian Branch), 1991, 256 p.

3. Zaleskii A.M. *Osnovy teorii elektricheskikh apparatov* (Fundamentals of the Theory of Electrical Apparatuses. Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 1974, 184 p.

4. Leskov G.I. *Elektricheskaya svarochnaya duga* (Electric welding arc). Moscow, Publ. «Mashinostroyeniye», 1970, 335 p.

5. Zarudi M.E. *Sbornik «Yavleniya perenosa v nizkotemperaturnoi plazme»* (Collection «Transfer Phenomena in Low-Temperature Plasma»). Minsk, 1969, pp. 69–81.

6. Voronin A.A. *Povysheniye effektivnosti kontaktno-dugogasil'nykh sistem sil'notochnykh kommutatsionnykh apparatov s udlinyayushchey dugo: Avtoref. dis.... Cand. Sci.* (Eng.) (Achieving

More Efficient Performance of Contact-Arc-Quenching Systems of Heavy-Current Switching Apparatuses with Elongating Arc. Author's Abstract of Candidate's Dissertation in Technical Sciences). Samara, 2009, 21 p.

7. Pentegov I.V. *Avtomaticheskaya svarka – in Russ. (Automatic welding)*, 1976, No. 6(279), pp. 8–12.

8. Sustavsson N. Evaluation and Simulation of Black-box Arc Models for High Voltage Circuit-breakers. LiTH-ISY-EX-3492-2004.

9. Tseng, K.J., Wang, Y., and Vilathgamuwa, D.M. Development of a Dynamic Model of Electric Arc for Power Electronics Simulations. – Proc. IEEE Industrial Applications Conference (IAS'96), 1996, vol. 4, pp. 2173–2180.

10. Hutter S., Uglešić I. Universal ARC Resistance Model «ZAGREB» for EMTP. CIREC 19th International Conference on Electricity Distribution, Vienna, 21-24 May 2007, Paper 0001, pp. 1–4.

11. Schavemaker P.H., van der Sluis L. The arc model blockset. Proceedings of the Second IASTED International Conference Power and Energy Systems (EuroPES), 25–28 June, 2002, Crete (Greece), pp. 644–648.

12. Shvartsas M., Ben-Yaakov S. A SPICE Compatible Model of High Intensity Discharge Lamps. Power Electronics Specialists Conference, 1999 (PESC 99). 30th Annual IEEE, vol. 2, pp. 1037 – 1042.

13. **Halliop B., Dawson F.P., Pugh M.C.** A Dynamic Model of a High-Temperature Arc Lamp. – IEEE Transactions on Industry Applications, November/December 2010, vol. 46, No 6, pp. 2233–2242.
14. **Belkin G.S.** *Elektrichestvo in Russ. (Electricity)*, 2012, No. 3, pp. 19–22.
15. **Sawicki A., Hwitoc J., Sosicski R.** Modelowanie i symulacja procesów elektrycznych w układzie z lampą sodową. – *НІНські Віdomoñci Elektryczne*, 2011, nr 1, pp. 4–7.
16. **Myakishev V.M., Zhevayev M.S., Shishkov E.M.** *Elektrotehnika – in Russ. (Electrical Engineering)*, 2009, No. 2, pp. 20–22.
17. **Sawicki A., Haltof M.** Metoda widmowa wyznaczania parametrów modeli Mayra i Cassiego łuku elektrycznego. *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa*, 2015, nr 2, pp. 54–56, 59, 60.
18. **Sawicki A., Haltof M.** Badanie wpływu zaburzeń długości kolumny na metodę wyznaczania parametrów modelu Pentegowa opisującego łuk elektryczny o charakterystyce statycznej typu Ayrton. – *Biuletyn Instytutu Spawalnictwa*, 2014, nr 6, pp. 47–50.
19. **Sawicki A., Haltof M.** Zagadnienia wyboru modelu łuku elektrycznego i metody wyznaczania jego parametrów. Rozdział w monografii, Kielce Politechnika Hwiktokrzyska, 2015.
20. **Krucinin A.M., Sawicki A.** Podstawy projektowania układów dynamicznych z łukiem elektrycznym. Seria Monografie, nr 96, Czkstochowa, Wyd. PCz., 2004, 169 s.
21. **Krouchinin A.M., Sawicki A.** A theory of electrical arc heating., Czkstochowa, The Publishing Office of Technical University of Czkstochowa, 2003, 176 s.
22. **Finkel’nborg V., Mekker G.** Elektricheskiye dugi I termicheskaya plazma (Electric arc and thermal plasma). Moscow, Publ. «Inostrannaya literature», 1961, 371 p.
23. **Sawicki A.** Asymetria charakterystyk dynamicznych łuku elektrycznego. – *НІНские Віdomoñci Elektryczne*, 2010, nr 4, pp. 10–14.
24. **Pentegov i.V., Sidorets V.N.** *Avtomaticheskaya svarka – in Russ. (Automatic welding)*, 1989, No. 2 (431), pp. 33–36.
25. **Sawicki A., Haltof M.** Wyznaczanie parametrów modeli łuku elektrycznego urządzenia TIG. – XXV Sympozjum Hrodowiskowe PTZE, Wieliczka, 28.06.-01.07.2015, pp. 271–273.