

Аналитический расчет магнитного поля магнитоэлектрического двигателя на основе конформных и зеркальных отображений

АФАНАСЬЕВ А.А., АХМЕТЗЯНОВ Д.И.

Обоснован способ получения аналитических выражений для расчета распределения индукции в воздушном зазоре магнитоэлектрических машин с учетом зубчатости одного из сердечников. Подход основан, во-первых, на представлении постоянных магнитов эквивалентными поверхностными слоями токов и, во-вторых, на применении двойного конформного преобразования сложной зубчатой области к гладкому зазору (полосе). В статье сделаны необходимые ссылки на литературу, позволяющие сформировать алгоритм вычислений в каждом конкретном случае. Результаты расчетов по предложенному аналитическому методу подтверждены сравнением с результатами численных расчетов поля в конкретном вентильном двигателе.

Ключевые слова: магнитоэлектрический двигатель, магнитное поле, расчет, метод конформных и зеркальных отображений

Электрические двигатели с постоянными магнитами находят широкое применение в промышленности, энергетике, на транспорте, в бытовой технике. Поэтому вопросы расчёта, оптимизации функциональных свойств этих двигателей заслуживают внимания.

В статье рассматривается решение полевой задачи аналитическими средствами на основе конформных отображений зубчатого воздушного зазора на канонические области (верхнюю полуплоскость и бесконечную полосу) и зеркальных образов источников магнитного поля относительно гладких границ бесконечной полосы.

Токковые шины постоянных магнитов. Микроскопические связанные молекулярные токи («амперовы токи») в теле постоянного магнита, компенсируя друг друга, вызывают появление поверхностных токов [1, 2]. В идеальной версии эти токи протекают в бесконечно тонком поверхностном слое. Результаты математического моделирования магнитоэлектрических машин показывают, что толщина поверхностного слоя составляет десятые доли миллиметра и зависит от типа постоянных магнитов [3].

Можно полагать, что плоскопараллельное магнитное поле призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением создаётся встречными токами I двух параллельных шин, имеющих высоту $2b = h_M$, ширину a (h_M — высота магнита в направлении его намагниченности) и находящихся на расстоянии ширины магнита b_M (рис. 1,а).

Магнитное поле прямоугольной шины в открытом пространстве. Прямоугольная шина с током I (рис. 2), расположенная в открытом пространстве, создает магнитное поле, координатные составляю-

щие напряжённости которого определяются по формулам [4, 5]:

$$H_x = \frac{I}{8\pi ab} \hat{e} (y + b)(j_1 - j_2) - (y - b)(j_3 - j_4) + (x + a) \ln \frac{r_2}{r_4} - (x - a) \ln \frac{r_1}{r_3} \hat{u} \quad (1)$$

$$H_y = \frac{I}{8\pi ab} \hat{e} (x + a)(j_2 - j_4) - (x - a)(j_1 - j_3) + (y + b) \ln \frac{r_2}{r_1} - (y - b) \ln \frac{r_4}{r_2} \hat{u} \quad (2)$$

где j_k — угол между положительным направлением оси x и отрезком, соединяющим точку наблюдения

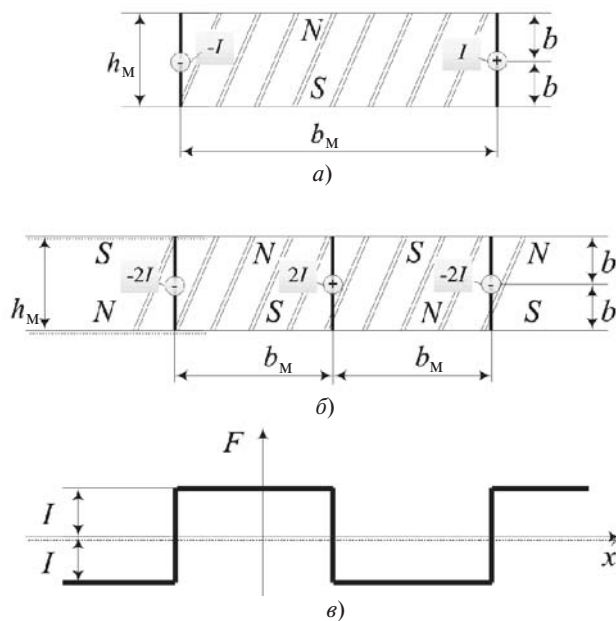


Рис. 1. Поверхностные токи: а — призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением, протекающие по эквивалентным шинам; б — в местах стыка разнополюсных магнитов; в — кривая МДС магнитов индуктора

$P(x, y)$ с k -й вершиной прямоугольной шины ($k=1, \dots, 4$); r_k — длина указанных отрезков.

Призматические магниты закрепляются на ярме ротора магнитоэлектрической машины. На границе полюсных зон имеются места стыка разнополярных магнитов (рис. 1, б). Место стыка как источник магнитного поля может быть представлено эквивалентной шиной с током $2I$. Эта шина и её зеркальные образы в стали статора и ротора (рис. 3) будут одним из источников магнитного поля в воздушном зазоре, находящемся в открытом пространстве.

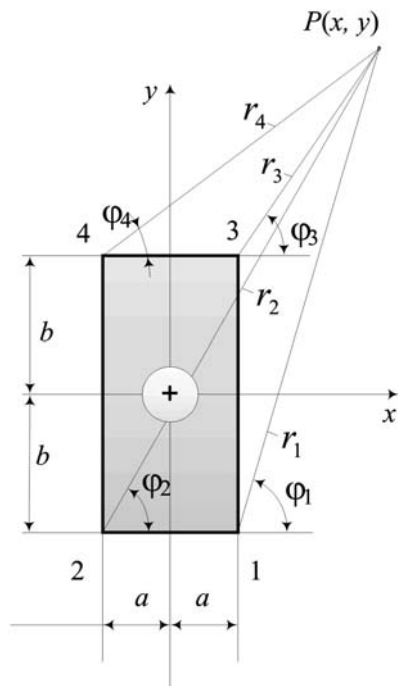


Рис. 2. Прямоугольная шина в открытом пространстве

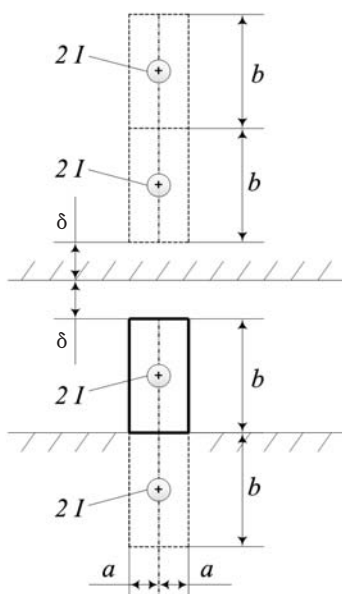


Рис. 3. Шина с током $2I$, соответствующая стыку разнополюсных магнитов, и её зеркальные образы в стали статора и ротора

Рассмотрение зеркальных образов исходной шины в предлагаемом виде предполагает, что магнитная проницаемость стальных сердечников электрической машины равна бесконечности¹.

Варианты двойных конформных отображений. Анализ магнитного поля в зубчатом воздушном зазоре удобно проводить, конформно преобразовывая воздушный зазор, расположенный в плоскости z , в виртуальную бесконечную полосу с гладкими границами, расположенную в комплексной плоскости s .

Такое преобразование проводится в два этапа. Первый этап состоит в конформном преобразовании реального воздушного зазора плоскости z на верхнюю комплексную плоскость t . На втором этапе верхняя комплексная плоскость t конформно отображается в бесконечную гладкую полосу плоскости s .

При представлении поперечного разреза машины с бесконечно большим радиусом воздушный зазор становится плоским.

Конформное соответствие немагнитного зубчатого зазора с отсутствием кривизны в плоскости z с верхней комплексной полуплоскостью t задается дифференциальным уравнением Кристоффеля—Шварца:

$$\frac{dz}{dt} = l(t). \quad (3)$$

Верхняя комплексная плоскость t может быть преобразована в бесконечную горизонтальную полосу $s = t + js$ шириной $h_M + d$ двумя различными способами в зависимости от особенностей конформного преобразования первого этапа.

Возможны два способа такого преобразования. Первый предполагает, что крайние левые и правые точки зубчатой полосы плоскости z с бесконечно большими значениями ($z = \pm \infty$) с помощью уравнения (3) преобразуются на первом этапе, соответственно, в точки $t = \pm 1$. Интервал вещественной оси плоскости t ($-1 \leq t \leq 1$) будет соответствовать поверхности ротора, а остальные точки этой оси — поверхности статора. Тогда преобразование верхней комплексной плоскости t в полосу s задается уравнением

$$s = t + js = \frac{h_M + d}{p} \ln \frac{1+t}{1-t}. \quad (4)$$

Второй способ предполагает, что уравнение (3) преобразует на первом этапе точку $z = -\infty$ в точку

¹ При учёте конечного значения магнитной проницаемости m стали значение I в его образе уменьшится до значения $\frac{m}{m+1} I$.

Поскольку в стальных сердечниках статора и ротора $m \gg 1$, то погрешность допущения $m = \infty$ будет пренебрежимо мала [1, 4].

$t=0$, а точку $z=+\infty$ – в точку $t=+\infty$. В этом случае положительная часть вещественной оси плоскости t будет соответствовать ротору, а отрицательная – статору. Переход от верхней комплексной плоскости t к полосе s задается уравнением

$$s = t + js = \frac{h_M + d}{p} \ln t. \quad (5)$$

Конформные преобразования и расчёты магнитного поля с формированием прямолинейной полосы по формуле (4). Рассмотрим конформные отображения первого вида, когда определяем значения постоянных в дифференциальном уравнении Кристоффеля–Шварца (3) для относительно большого числа пазов, симметрично расположенных относительно начала координат. В этом случае значение постоянных конформного отображения на верхнюю полуплоскость t находятся на вещественной оси этой плоскости также симметрично относительно начала координат. Указанное обстоятельство позволяет определять неизвестные значения постоянных только для одной половины многоугольника в исходной («физической») плоскости z . Образу правой открытой вершины зубчатой полосы плоскости z следует придать значение $t=1$. Тогда левой открытой вершине зубчатого зазора будет соответствовать постоянная плоскости t со значением $t=-1$.

Обратимся к многоугольнику с тремя пазами, из которых один (центральный) является открытым² (рис. 4).

Конформное отображение половины этого многоугольника справа от мнимой оси комплексной плоскости z на верхнюю половину плоскости t задаётся дифференциальным уравнением

$$\frac{dz}{dn} = \frac{jb_{\Pi}}{2p} \frac{1}{n-1} \sqrt{\frac{(n-a_2^2)(n-a_5^2)(n-a_6^2)}{(n-a_3^2)(n-a_4^2)(n-a_8^2)}}, \quad (6)$$

в котором пять постоянных a_j^2 ($j=2, \dots, 6$) подлежат определению. Для трех остальных постоянных примем значения: $a_1^2=1$, $a_7^2=\infty$, $a_8^2=0$. Неизвестные значения пяти постоянных a_j^2 ($j=2, \dots, 6$) определяются из решения соответствующих пяти нелинейных уравнений, составление и решение которых приведено в [6].

Аналитические исследования проводились на магнитоэлектрических двигателях однофазного исполнения, характеристики которых известны из опыта и данных численного моделирования [7]. Применительно к электродвигателю с 12 зубцовыми катушками (рис. 5,а) ($h_M + d = 7,5 \times 10^{-3}$ м;

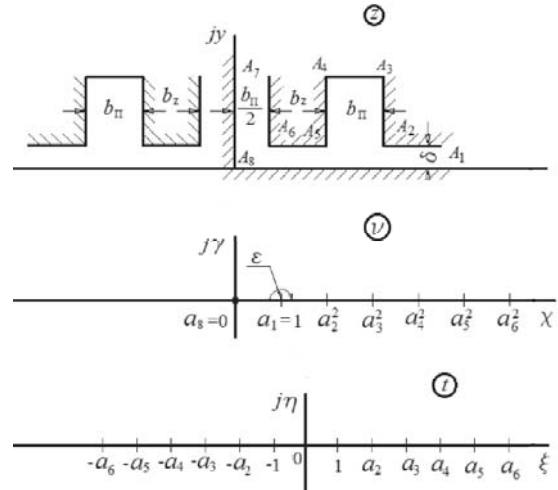


Рис. 4. Конформное отображение воздушного зазора с тремя пазами на верхнюю полуплоскость

$b_{\Pi} = 8,5 \times 10^{-3}$ м; $b_z = 16,9 \times 10^{-3}$ м) найдены следующие значения пяти неизвестных постоянных конформного отображения³: $a_2^2 = 1,0000599699$; $a_3^2 = 1,0001741245$; $a_4^2 = 1,0001791644$; $a_5^2 = 1,000520287$; $a_6^2 = 4,1137201400$.

Подставив выражения $n=t^2$ в (6) и исключив из нее множитель $(n-a_8^2)$ (в полном многоугольнике вершина A_8 отсутствует), найдем дифференциальное уравнение Кристоффеля–Шварца для конформного отображения всего многоугольника в плоскости z на верхнюю полуплоскость t :

$$\frac{dz}{dt} = t(t) = \frac{jb_{\Pi}}{p} \frac{1}{t^2-1} \sqrt{\frac{(t^2-a_2^2)(t^2-a_5^2)(t^2-a_6^2)}{(t^2-a_3^2)(t^2-a_4^2)}}. \quad (7)$$

Видим, что в (7) формально присутствует десять постоянных $\pm a_j$ ($j=2, \dots, 6$), из которых только половина связана с расчётным определением.

Расчёт магнитного поля в виртуальной бесконечной полосе. При выбранной структуре постоянных в (7) конформное преобразование верхней полуплоскости t на бесконечную полосу s будет соответствовать уравнению

$$s = t + js = \frac{h_M + d}{p} \ln \frac{1+t}{1-t}, \quad (8)$$

причём верхняя граница полосы будет относиться к поверхности статора, нижняя – ротора.

Формулы (1) и (2) позволяют получить выражения для радиальной B_s и тангенциальной B_t составляющих магнитной индукции в бесконечной полосе s , вызванных эквивалентной магнитной шиной с током $I = 2H_{cB} h_M$ (образом шины стыка соседних магнитов) и бесконечным числом её зер-

² Центральный паз выбран открытым для уменьшения числа искомых постоянных в дифференциальном уравнении конформного преобразования.

³ Значения постоянных уточнялись итерационными процедурами до невязки 10^{-9} .

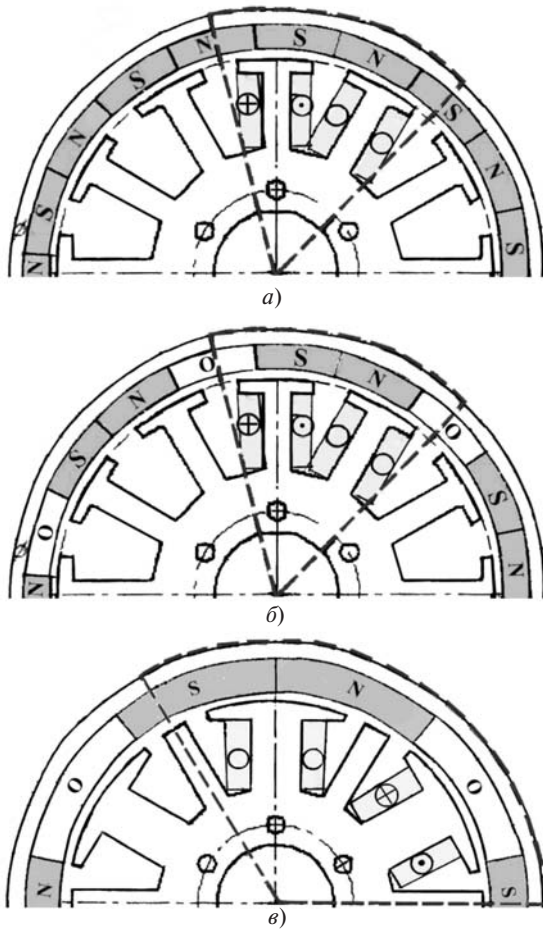


Рис. 5. Типы поперечной геометрии однофазных ВДПМ

кальных образов в стали ротора и статора. Эти выражения применительно к точкам наблюдения на верхней границе полосы ($s = b + d = h_M + d$) имеют вид:

$$\begin{aligned}
 B_s(t, s = b + d) = & \frac{\mu_0 I}{2pa_s b} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (t + a_s)' \\
 & \frac{\dot{u}}{e} \operatorname{arctg} \frac{2b(t + a_s)}{(t + a_s)^2 + [2bn + d(2n - 1)][2b(n - 1) + d(2n - 1)]} \\
 & - (t - a_s)' \\
 & \frac{\dot{u}}{e} \operatorname{arctg} \frac{2b(t - a_s)}{(t + a_s)^2 + [2bn + d(2n - 1)][2b(n - 1) + d(2n - 1)]} \\
 & + [2bn + d(2n - 1)] \ln \sqrt{\frac{(t + a_s)^2 + [2bn + d(2n - 1)]^2}{(t - a_s)^2 + [2bn + d(2n - 1)]^2}} \\
 & - [2b(n - 1) + d(2n - 1)] \ln \sqrt{\frac{(t + a_s)^2 + [2b(n - 1) + d(2n - 1)]^2}{(t - a_s)^2 + [2b(n - 1) + d(2n - 1)]^2}}
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$B_t(t, s = b + d) = 0, \tag{10}$$

где a_s — ширина шины одного магнита в комплексной плоскости s .

Две аналогичные шины с током I противоположного знака, расположенные левой и правой исходной шины на расстоянии полюсного деления t_s , будут создавать свои радиальные магнитные поля, которые складываются с полями (9). Эти поля также можно рассчитать по (9), приняв вместо переменной t переменные $(t + t_s)$ и $(t - t_s)$, соответственно, где

$$t_s = \frac{h_M + d}{p} \ln \frac{1 + t_t}{1 - t_t}. \tag{11}$$

Размер полюсного деления t_t в плоскости t определяется из интегрального равенства

$$t_z = b_M = \int_0^{t_t} |t| dt. \tag{12}$$

По формулам, аналогичным (11), (12), определяется толщина токовой шины одного магнита в плоскостях t и s :

$$a_s = \frac{h_M + d}{p} \ln \frac{1 + a_t}{1 - a_t}; \quad a_z = \int_0^{a_t} |t| dt. \tag{13}$$

Для учёта влияния полюсных зон соседних периодов на рассматриваемый период можно к найденному полю добавить поля шин, соответствующих сдвигам на $\pm t_s k$ ($k = 2, 3, \dots$).

На рис. 6 по (11) построены кривые магнитных индукций на верхней границе бесконечной полосы при следующих параметрах: $I = 2 H_{CB} h_M = 2 \cdot 374 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 5984 \text{ A}$; $d = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $b = h_M = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $a_z = 0,167 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $a_s = 0,1453 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $t_z = b_M = 25,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; $t_s = 22 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

В бесконечной полосе сечения эквивалентных шин с током будут иметь конфигурацию, отличную от прямоугольной. При учете этого искажения

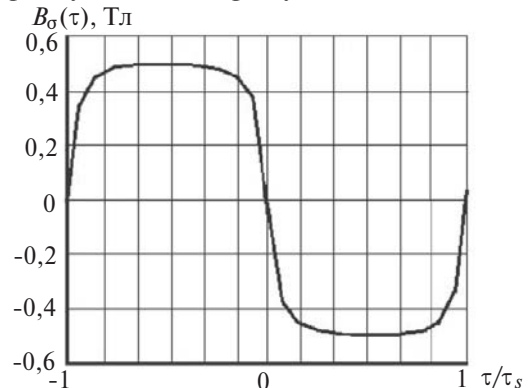


Рис. 6. Магнитная индукция на верхней границе виртуальной полосы при числе магнитных периодов $k = 2$

можно прямоугольные шины заменить совокупностью линейных токов [8], магнитные поля которых и их зеркальные образы в стали статора и ротора легко находятся. Однако для данного случая соответствующие расчёты показывают, что вертикальный размер шины остается неизменным, а горизонтальное отклонение не превышает 0,6 мм.

Расчёт магнитного поля в зубчатой бесконечной полосе. Магнитная индукция на поверхности статора (в плоскости z) равна

$$B_z = B_x + jB_y = B_s(t, s = b + dz) \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial t}{\partial s} \quad (14)$$

где

$$\frac{dz}{ds} = \frac{dz}{dt} \frac{dt}{ds} = l(t) \frac{dt}{ds} = l_1(t) \quad (15)$$

— отношение плотностей магнитного потока (магнитных индукций), соответственно, в плоскостях z и s .

Из (13)

$$\frac{dt}{ds} = \frac{p}{2(h_M + d)} (1 - t^2), \quad (16)$$

тогда с учётом (7) получим

$$\frac{dz}{ds} = l_1(t) = - \frac{jb_{II}}{2p(h_M + d)} \sqrt{\frac{(t^2 - a_2^2)(t^2 - a_5^2)(t^2 - a_6^2)}{(t^2 - a_3^2)(t^2 - a_4^2)}}, \quad (17)$$

где значения t берутся из интервалов $[-\infty < t < -1]$; $[1 < t < +\infty]$.

Составляющие магнитной индукции определялись в программе MathCAD по формулам:

$$B_y(x) = B_s(t) \frac{\text{Re } l_1(t)}{[l_1(t)]^2}; \quad B_x(x) = B_s(t) \frac{\text{Im } l_1(t)}{[l_1(t)]^2}, \quad (18)$$

где $t = \frac{p}{e^{d+h_M} - 1}$; $x(t) = \int_0^t l_1(u) du$.

На рис. 7, а и б построены кривые магнитной индукции на поверхности сердечника статора в плоскости z . Видим, что на участках этой поверхности, принадлежащих пазам, радиальная составляющая магнитной индукции $B_y(x)$ равна нулю: магнитный поток на таких участках замыкается на стенки пазов, формируя тангенциальные составляющие магнитной индукции $B_x(x)$. Отметим также всплески кривых радиальных и тангенциальных составляющих магнитной индукции на краях коронок зубцов, достигающих значений 3 Тл.

Однофазный электродвигатель с рассмотренной геометрией пазов статора выполнялся и с другим индуктором (рис. 5, б), у которого магнитный пери-

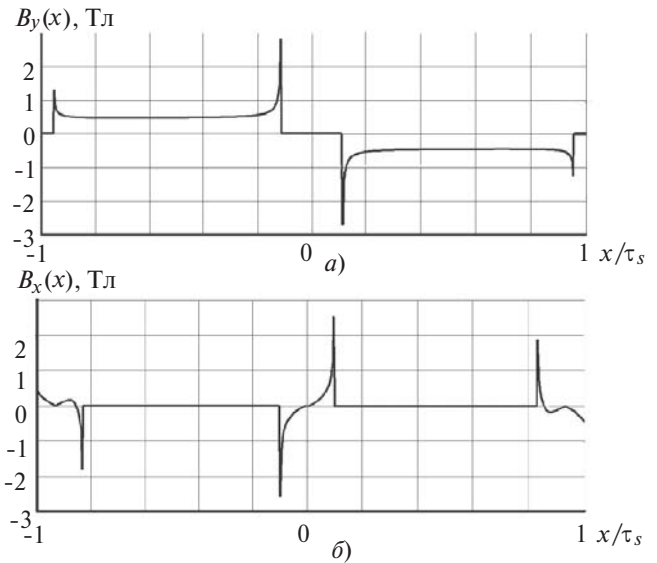


Рис. 7. Магнитная индукция на верхней границе физической зубчатой полосы при числе магнитных периодов $k = 2$: а – радиальная составляющая; б – тангенциальная

од, состоящий из трех полюсных зон, содержит одну неактивную полюсную зону (в ней магниты отсутствуют) [7]. Такая конструкция обеспечивает оптимальное предпусковое положение ротора относительно статора.

На рис. 8 и 9 показаны кривые распределения магнитной индукции этого электродвигателя, соответственно, в равномерном и зубчатом воздушных зазорах. Расхождение аналитических и численных данных на рис. 9 в области паза обусловлено двумя факторами: линия наблюдения в численном расчете была окружностью, проходящей по вершинам зубцов статора, а в аналитическом расчете — абрисом поверхности статора, параллельно которому составляющая магнитной индукции равна нулю; в аналитическом расчёте радиус воздушного зазора принимался бесконечно большим.

Конформные преобразования и расчёты магнитного поля с формированием прямолинейной полосы по

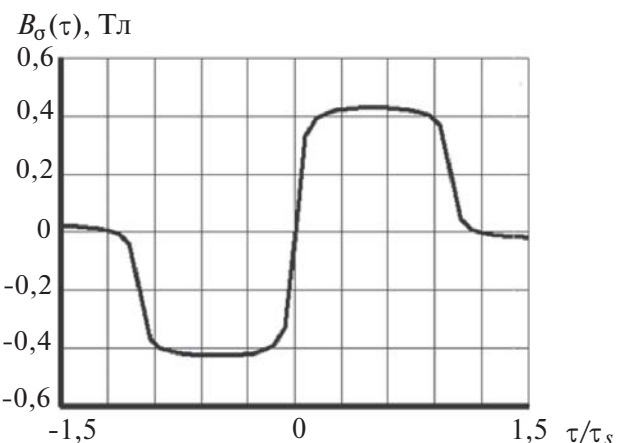


Рис. 8. Магнитная индукция на верхней границе прямолинейной полосы при числе магнитных периодов $k = 2$

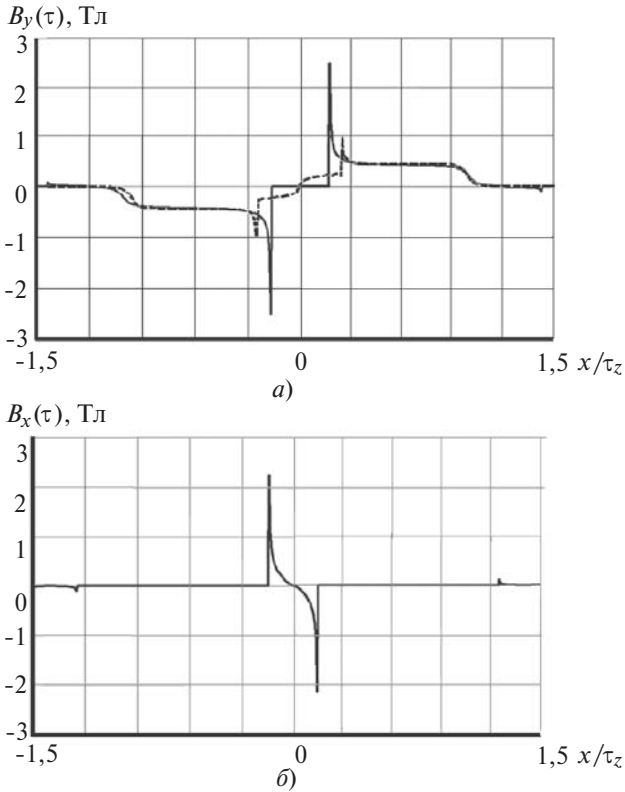


Рис. 9. Магнитная индукция на поверхности статора (рис. 5,б): а – радиальная составляющая; б – тангенциальная (сплошная линия – аналитический расчёт; пунктирная – численный)

(5). Второй способ формирования прямолинейной бесконечной полосы рассмотрим применительно к однофазному вентильному двигателю с поперечной геометрией, показанной на рис. 5,в.

Зубчатый воздушный зазор этого двигателя (рис. 10) конформно отображался на верхнюю полуплоскость в соответствии с дифференциальным уравнением (3), правая часть которого равна

$$l(t) = \frac{d}{\rho} \frac{1}{t - a_{13}}$$

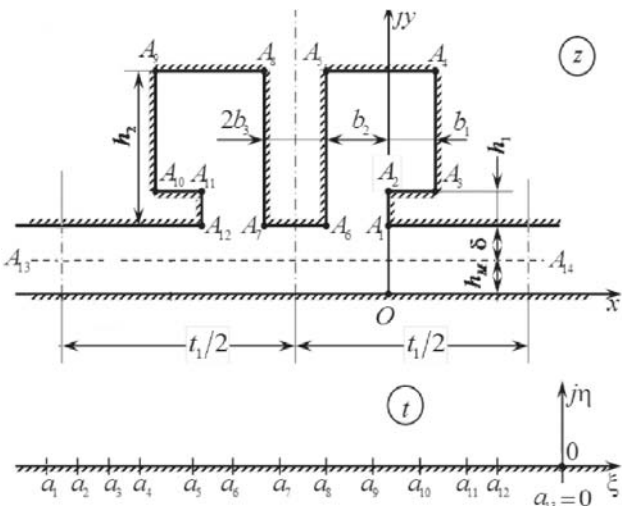


Рис. 10. Конформное отображение открытого многоугольника на верхнюю полуплоскость

$$\sqrt{\frac{(t - a_1)(t - a_2)(t - a_6)(t - a_7)(t - a_{11})(t - a_{12})}{(t - a_3)(t - a_4)(t - a_5)(t - a_8)(t - a_9)(t - a_{10})}} \quad (19)$$

Расчёт⁴ постоянных a_j ($j=1, \dots, 14$) с точностью 10^{-9} показал, что поверхности статора будет соответствовать отрицательная часть, поверхности ротора – положительная часть вещественной оси плоскости t .

Переход к прямолинейной бесконечной полосе s реализуется по выражению

$$s = t + js = \frac{h_M + d}{\rho} \ln t.$$

Магнитная индукция на верхней границе этой полосы (она соответствует поверхности статора) находится по (9), её образ в физической плоскости z – по (18).

На рис. 11 и 12 показаны кривые магнитной индукции, полученные по указанным формулам. Радиальная составляющая магнитной индукции на рис. 12 сопоставляется с аналогичной кривой, построенной по данным численного полевого расчёта [7].

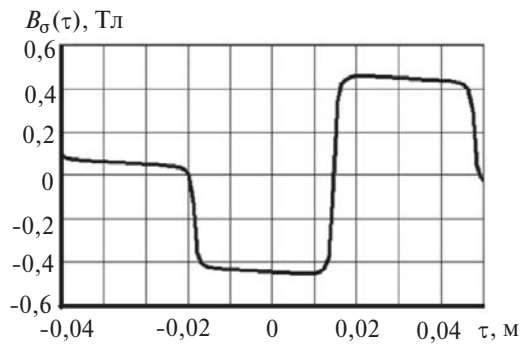


Рис. 11. Магнитная индукция на верхней границе прямолинейной полосы при числе магнитных периодов $k = 2$

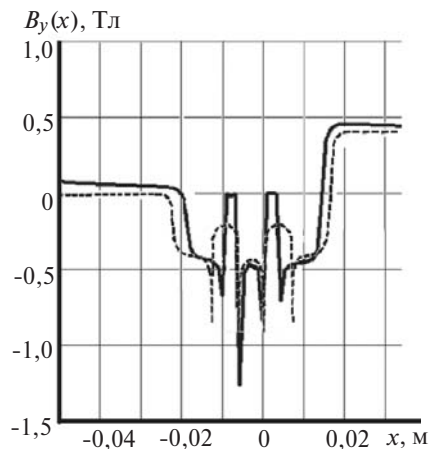


Рис. 12. Радиальная составляющая магнитной индукции на поверхности статора конструкции 3 (сплошная линия – аналитический расчёт; пунктирная – численный расчёт)

⁴ Решение системы из 11 нелинейных уравнений выполнил к.т.н. А.В. Николаев.

Выводы. 1. Постоянные высокоэнергетические магниты электрической машины как источники магнитного поля могут быть представлены упорядоченной системой токовых шин, расположенных в воздушном зазоре.

2. Конформное отображение зубчатой полосы воздушного зазора на бесконечную полосу с прямолинейными границами позволяет определить магнитное поле в прямолинейной полосе в предположении, что его источники (виртуальные проводники с токами и их зеркальные образы относительно прямолинейных границ) расположены в открытом пространстве. Магнитное поле в этом случае рассчитывается по известным формулам.

3. Пересчет магнитного поля применительно к физическому зубчатому зазору осуществляется с помощью дифференциального уравнения $\frac{dz}{ds} = I_1(t)$ двойного конформного преобразования, выражающего отношение плотностей магнитного потока (магнитных индукций) в зубчатых и прямолинейных полосах.

4. Предлагаемый аналитический расчет магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины позволяет отказаться от трудоемкой процедуры определения периодической комплексной потенциальной функции магнитного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники, ч. 3. Теория электромагнитного поля. — М.: Энергия, 1969, 352 с.

Elektrichestvo (Electricity), 2016, No.4, pp. 41–48.

An Analytic Technique for Calculating the Magnetic Field of a Magnetolectric Motor on the Basis of Conformal and Mirror Images

AFANAS'YEV Aleksandr Aleksandrovich (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) — Professor, Dr. Sci. (Eng.)

AKHMETZYANOV Dinar Ilnurovich (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) — Ph. D. Student

An approach to obtaining analytical expressions for calculating the induction distribution pattern in the air gap of magnetolectric machines taking into account that one of the cores has a toothed surface outline is substantiated. The proposed approach is based, first, on representing permanent magnets by equivalent surface current layers and, second, on applying a double conformal transformation of the complex toothed area to a smooth gap (band). Necessary references to the literature are made in the article, which make it possible to draw up a calculation algorithm in each particular case. The results of calculations carried out according to the proposed analytical method are confirmed by their comparison with the results of numerical calculations of the field in a particular converter-fed motor.

Key words: magnetolectric motor, magnetic field, calculation, conformal and mirror images method

REFERENCES

1. Polivanov K.M. *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki. Ch. 3. Teoriya elektromagnitnogo polya* (Theoretical fundamentals of electrical engineering. Part 3. Theory of the electromagnetic field). Moscow, Publ. «Energiya», 1969, 352 p.

2. Тамм И.Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1989, 504 с.

3. Афанасьев А.А. Математическая модель постоянного магнита в воздушном зазоре электрической машины. — *Электричество*, 2013, № 10, с. 42–47.

4. Бинс К., Лауренсон П. Анализ и расчёт электрических и магнитных полей/ Пер. с англ. — М.: Энергия, 1970, 376 с.

5. Штафль М. Электродинамические задачи в электрических машинах и трансформаторах/Пер. с чеш. — М.; Л.: Энергия, 1966, 200 с.

6. Аракелян А.К., Афанасьев А.А. Вентильные электрические машины и регулируемый электропривод, кн. 1. Вентильные электрические машины. — М.: Энергоатомиздат, 1997, 509 с.

7. Афанасьев А.А., Белов В.В., Гарифуллин М.Ф., Матвеев Д.К., Мочалов Д.О., Николаев А.В., Чихняев В.А. Однофазные вентильные электродвигатели для системы охлаждения автомобильного мотора. — *Электричество*, 2010, № 6, с. 35–38.

8. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Власов А.И., Кузнецов В.А. Универсальный метод расчёта электромагнитных процессов в электрических машинах/Под ред. А.В. Иванова-Смоленского. — М.: Энергоатомиздат, 1986, 216 с.

[29.07.15]

Авторы: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразователем частоты (теория и приложения)» защитил в МЭИ в 1991 г. Профессор кафедры автоматики и управления в технических системах Чувашского государственного университета (ЧГУ).

Ахметзянов Динар Илнурович окончил Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова в 2013 г. Аспирант на кафедре «Электроснабжение промышленных предприятий» ЧГУ.

2. Tamm I.E. *Osnovy teorii elektrichestva* (Fundamentals of the electricity theory). Moscow, Publ. «Nauka», 1989, 504 p.

3. Afanas'yev A.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2013, No. 10, pp. 42–47.

4. Bins K., Laurensen P. *Analiz i raschet elektricheskikh i magnitnykh polei/Per. s angl.* (An analysis and calculating electrical

and magnetic fields/Transl. from English). Moscow, Publ. «Energiya», 1970, 376 p.

5. **Shtafil' V.M.** *Elektrodinamicheskiye zadachi v elektricheskikh mashinakh i transformatorakh/Per. s cheshs.* (Electrodynamic problems in electrical machines and transformers/Transl. from Czech.). Moscow, Leningrad, Publ. «Energiya», 1966, 200 p.

6. **Arakelyan A.K., Afanas'yev A.A.** *Ventil'nye elektricheskiye mashiny i reguliruyemyi elektroprivod. Kn. 1. Ventil'nye elektricheskiye mashiny* (Velve electrical machines and regulating electrodrive. Book 1. Velve electrical machines). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1997, 509 p.

7. **Afnas'yev A.A., Belov V.V., Garifullin M.F., Matveyev D.K., Mochalov D.O., Nikolayev A.V., Chikhnyayev V.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 6, pp. 35–38.

8. **Ivanov-Smolenskii A.V., Abramkin Yu.V., Vlasov A.I., Kuznetsov V.A.** *Universal'nyi metod rascheta elektromagnitnykh protsessov v elektricheskikh mashinakh/Pod red. A.V. Ivanova-Smolenskogo* (Universal method of electromagnetic processes calculation in electrical machines/Edit. by A.V. Ivanov-Smolenskii). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1986, 216.