

Математические модели управляемых трехфазных асинхронных машин

МУСТАФАЕВ Р.И., ГАСАНОВА Л.Г.

Предлагаемые математические модели могут применяться для исследования управляемых асинхронных машин при их работе как в двигательном, так и в генераторном режимах. Выявлено, что управляемую асинхронную машину с короткозамкнутым ротором, имеющую преобразователь частоты в цепи статора, целесообразно моделировать в системе координат a_s, b_s, g_s , неподвижных в пространстве, что позволяет проще и эффективнее представлять в математической модели управляющие параметры – амплитуду и частоту напряжения статора. Получены уравнения, составляющие математическую модель трехфазной управляемой машины двойного питания, в которой преобразователь частоты питает обмотку ротора. Показано, что в этом случае целесообразно моделировать машину в системе координат a_r, b_r, g_r , вращающихся с частотой ротора машины ω_r . Результаты моделирования частотно-управляемых асинхронных машин в различных режимах работы подтвердили достоверность и эффективность предложенных математических моделей. Отмечено, что их применение наиболее эффективно при исследовании несимметричных, неполнофазных режимов работы, а также при различных видах коротких замыканий на зажимах машины либо вблизи от мест их подключения к сети.

Ключевые слова: управляемые асинхронные машины, частотное управление, математическая модель, преобразователь частоты

Управляемые асинхронные машины, в первую очередь асинхронные машины с короткозамкнутым ротором, снабженные преобразователем частоты, питающим обмотку статора, а также машины двойного питания с преобразователем частоты в роторной цепи, находят широкое применение как в качестве двигателей в различных электроприводах, так и в качестве генераторов, применяемых преимущественно в возобновляемых источниках энергии (ветроэнергетика, малая гидроэнергетика) [1–5]. Это стало возможным благодаря кардинальному развитию преобразовательной техники, т.е. появлению силовых транзисторов (IGBT) и полностью управляемых силовых тиристорных (GTO), составляющих техническую базу современных преобразователей частоты, оснащенных гибкими системами управления с синусоидальным широтно-импульсным модулятором [6–8].

Для исследования режимов работы управляемых асинхронных машин в качестве двигателей или генераторов широко применяется их математическое моделирование – один из эффективных и действенных методов исследования [9–12]. В подавляющем большинстве случаев, и совершенно обосновано, при этом используются модели двухполюсной двухфазной симметричной машины, имеющей две пары обмоток на роторе и статоре при сдвиге их в пространстве на 90° [9, 10]. Однако на практике встречаются случаи, когда использование двухфазных моделей некорректно, а иногда и недопустимо. Это относится к режимам асимметрии,

неполнофазным режимам, режимам обрыва фаз, различным видам коротких замыканий и др., исследование которых требуют наличия трех фаз.

В [9, 13] приведены уравнения асинхронных машин и проведены исследования режимов их работы в так называемой заторможенной трехфазной системе координат a_r, b_r, g_r , которая позволила избавиться от периодических коэффициентов в индуктивностях и взаимных индуктивностях в уравнениях, связывающих потокосцепления с токами.

Цель настоящей статьи – представление уравнений управляемых асинхронных машин в трехфазной системе координат a_r, b_r, g_r с демонстрацией работоспособности и адекватности разработанных моделей при исследовании некоторых режимов их работы.

В неподвижной трехфазной системе координат a_s, b_s, g_s уравнения асинхронных машин представляются в клеточно-матричной форме в виде:

$$\begin{aligned} [pY_s] &= [A_s][I_s] + [U_s] \ddot{y} \\ [pY_r] &= [A_{wr}][Y_r] + [A_r][I_r] + [U_r] \dot{y} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_s \dot{u} &= \dot{A}_{xs} \dot{u} + \dot{A}_{xm} \dot{u} + \dot{I}_s \dot{u} \\ \dot{I}_r \dot{u} &= \dot{A}_{xr} \dot{u} + \dot{I}_r \dot{u} \end{aligned} \quad (2)$$

В (1) и (2) матрицы производных потокосцеплений pY_s, pY_r , самих потокосцеплений Y_s и Y_r , статорных и роторных токов I_s и I_r , а также на напряжении U_s и U_r по сути являются вектор-столбцами:

$$\begin{aligned}
 pY_s &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} pY_{sa} & \dot{\hat{e}} pY_{sb} & \dot{\hat{e}} pY_{sg} \\ \dot{\hat{e}} pY_{sa} & \dot{\hat{e}} pY_{sb} & \dot{\hat{e}} pY_{sg} \\ \dot{\hat{e}} pY_{sb} & \dot{\hat{e}} pY_{sb} & \dot{\hat{e}} pY_{sg} \\ \dot{\hat{e}} pY_{sg} & \dot{\hat{e}} pY_{sg} & \dot{\hat{e}} pY_{sg} \end{pmatrix} & pY_r &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} pY_{ra} & \dot{\hat{e}} pY_{rb} & \dot{\hat{e}} pY_{rg} \\ \dot{\hat{e}} pY_{ra} & \dot{\hat{e}} pY_{rb} & \dot{\hat{e}} pY_{rg} \\ \dot{\hat{e}} pY_{rb} & \dot{\hat{e}} pY_{rb} & \dot{\hat{e}} pY_{rg} \\ \dot{\hat{e}} pY_{rg} & \dot{\hat{e}} pY_{rg} & \dot{\hat{e}} pY_{rg} \end{pmatrix} & Y_s &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} Y_{sa} & \dot{\hat{e}} Y_{sb} & \dot{\hat{e}} Y_{sg} \\ \dot{\hat{e}} Y_{sa} & \dot{\hat{e}} Y_{sb} & \dot{\hat{e}} Y_{sg} \\ \dot{\hat{e}} Y_{sb} & \dot{\hat{e}} Y_{sb} & \dot{\hat{e}} Y_{sg} \\ \dot{\hat{e}} Y_{sg} & \dot{\hat{e}} Y_{sg} & \dot{\hat{e}} Y_{sg} \end{pmatrix} \\
 Y_r &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} Y_{ra} & \dot{\hat{e}} Y_{rb} & \dot{\hat{e}} Y_{rg} \\ \dot{\hat{e}} Y_{ra} & \dot{\hat{e}} Y_{rb} & \dot{\hat{e}} Y_{rg} \\ \dot{\hat{e}} Y_{rb} & \dot{\hat{e}} Y_{rb} & \dot{\hat{e}} Y_{rg} \\ \dot{\hat{e}} Y_{rg} & \dot{\hat{e}} Y_{rg} & \dot{\hat{e}} Y_{rg} \end{pmatrix} & I_s &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} i_{sa} & \dot{\hat{e}} i_{sb} & \dot{\hat{e}} i_{sg} \\ \dot{\hat{e}} i_{sa} & \dot{\hat{e}} i_{sb} & \dot{\hat{e}} i_{sg} \\ \dot{\hat{e}} i_{sb} & \dot{\hat{e}} i_{sb} & \dot{\hat{e}} i_{sg} \\ \dot{\hat{e}} i_{sg} & \dot{\hat{e}} i_{sg} & \dot{\hat{e}} i_{sg} \end{pmatrix} & I_r &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} i_{ra} & \dot{\hat{e}} i_{rb} & \dot{\hat{e}} i_{rg} \\ \dot{\hat{e}} i_{ra} & \dot{\hat{e}} i_{rb} & \dot{\hat{e}} i_{rg} \\ \dot{\hat{e}} i_{rb} & \dot{\hat{e}} i_{rb} & \dot{\hat{e}} i_{rg} \\ \dot{\hat{e}} i_{rg} & \dot{\hat{e}} i_{rg} & \dot{\hat{e}} i_{rg} \end{pmatrix} & U_s &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} U_{sa} & \dot{\hat{e}} U_{sb} & \dot{\hat{e}} U_{sg} \\ \dot{\hat{e}} U_{sa} & \dot{\hat{e}} U_{sb} & \dot{\hat{e}} U_{sg} \\ \dot{\hat{e}} U_{sb} & \dot{\hat{e}} U_{sb} & \dot{\hat{e}} U_{sg} \\ \dot{\hat{e}} U_{sg} & \dot{\hat{e}} U_{sg} & \dot{\hat{e}} U_{sg} \end{pmatrix} \\
 U_r &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} U_{ra} & \dot{\hat{e}} U_{rb} & \dot{\hat{e}} U_{rg} \\ \dot{\hat{e}} U_{ra} & \dot{\hat{e}} U_{rb} & \dot{\hat{e}} U_{rg} \\ \dot{\hat{e}} U_{rb} & \dot{\hat{e}} U_{rb} & \dot{\hat{e}} U_{rg} \\ \dot{\hat{e}} U_{rg} & \dot{\hat{e}} U_{rg} & \dot{\hat{e}} U_{rg} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Матрицы активных сопротивлений статорных и роторных контуров машины являются диагональными матрицами:

$$A_s = \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} - r_{sa} & 0 & 0 \\ \dot{\hat{e}} 0 & - r_{sb} & 0 \\ \dot{\hat{e}} 0 & 0 & - r_{sg} \end{pmatrix} \quad A_r = \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} - r_{ra} & 0 & 0 \\ \dot{\hat{e}} 0 & - r_{rb} & 0 \\ \dot{\hat{e}} 0 & 0 & - r_{rg} \end{pmatrix} \tag{4}$$

Запишем матрицы:

$$\begin{aligned}
 A_{wr} &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} 0 & - \frac{1}{\sqrt{3}} w_r & \frac{1}{\sqrt{3}} w_r \\ \dot{\hat{e}} \frac{1}{\sqrt{3}} w_r & 0 & - \frac{1}{\sqrt{3}} w_r \\ \dot{\hat{e}} \frac{1}{\sqrt{3}} w_r & \frac{1}{\sqrt{3}} w_r & 0 \end{pmatrix} \\
 A_{xs} &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} x_{sa} & - 0,5x_m & - 0,5x_m \\ \dot{\hat{e}} 0,5x_m & x_{sb} & - 0,5x_m \\ \dot{\hat{e}} 0,5x_m & - 0,5x_m & x_{sg} \end{pmatrix} \\
 A_{xr} &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} x_{ra} & - 0,5x_m & - 0,5x_m \\ \dot{\hat{e}} 0,5x_m & x_{rb} & - 0,5x_m \\ \dot{\hat{e}} 0,5x_m & - 0,5x_m & x_{rg} \end{pmatrix} \\
 A_{xm} &= \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} x_m & - 0,5x_m & - 0,5x_m \\ \dot{\hat{e}} 0,5x_m & x_m & - 0,5x_m \\ \dot{\hat{e}} 0,5x_m & - 0,5x_m & x_m \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{5}$$

В (5) A_{xs} , A_{xr} , A_{xm} – матрицы индуктивных сопротивлений, связывающих статорные и роторные потокосцепления с соответствующими токами I_s и I_r , а A_{wr} – матрица относительной угловой скорости машины w_r , создающая в уравнениях баланса напряжении так называемые ЭДС вращения.

Соответственно, (1)–(5) должны быть дополнены уравнениями электромагнитного момента и момента движения [9]:

$$\begin{aligned}
 \frac{J}{p_m} p w_r &= m_{эм} - m_B; \\
 m_{эм} &= \frac{\sqrt{3}}{2} p_m x_m [(i_{sa} i_{rg} + i_{sb} i_{ra} + i_{sg} i_{rb}) - (i_{sa} i_{rb} + i_{sb} i_{rg} + i_{sg} i_{ra})].
 \end{aligned} \tag{6}$$

В (6) p_m – число пар полюсов машины; J – момент инерции движущихся частей асинхронной машины и сочлененного с ним механизма; $p = \frac{d}{dt}$ – символ дифференцирования по синхронному времени $t = w_{баз} t = 314t$, рад; $m_{эм}$ – электромагнитный момент машины; m_B – момент на валу асинхронной машины – движущий (со знаком «минус»), тормозящий (со знаком «плюс»).

Необходимо отметить, что для асинхронной

$$U_r = \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} U_{ra} \\ \dot{\hat{e}} U_{rb} \\ \dot{\hat{e}} U_{rg} \end{pmatrix}$$

машины с короткозамкнутым ротором

Для регулируемой асинхронной машины матрица напряжений статора в неподвижных в пространстве осях a_s , b_s , g_s представляется в виде:

$$U_s = \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} U_{sa} \\ \dot{\hat{e}} U_{sb} \\ \dot{\hat{e}} U_{sg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\hat{e}} k_{us} \sin(k_{fs} t) \\ \dot{\hat{e}} k_{us} \sin(k_{fs} t - j) \\ \dot{\hat{e}} k_{us} \sin(k_{fs} t + j) \end{pmatrix} \tag{7}$$

где $k_{us} = U_s / U_{баз}$; $k_{fs} = f_s / f_{баз}$; U_s , $U_{баз}$ – текущее и базовое значения модуля фазных напряжений статора; f_s , f_0 – текущее и базовое значения частоты тока (напряжения) статора; $j = 2p/3$ – угол сдвига между осями a, b, g и векторами соответствующих фазных напряжений. Управляющими параметрами здесь являются k_{us} – амплитуда статорного напряжения и k_{fs} – его частота; это при равенстве значений амплитуды и частоты всех фазных напряжений.

Таким образом, уравнения (1)–(7) в клеточно-матричной форме являются уравнениями состояния управляемой трехфазной асинхронной машины, имеющей преобразователь частоты в цепи статора. Они записаны в трехфазной системе неподвижных в пространстве координат a_s , b_s , g_s .

В отношении асинхронной машины, содержащей преобразователь частоты в цепи ротора, на наш взгляд, целесообразно записать её уравнения состояния в трехфазной системе координат a_r , b_r , g_r , вращающихся со скоростью ротора машины w_r . В этом случае путем соответствующих преобразований уравнения (1) примут вид:

$$\begin{aligned}
 [pY_s] &= [A_{ws}] [Y_s] + [A_s] [I_s] + [U_{ss}]; \\
 [pY_r] &= [A_r] [I_r] + [U_{rr}].
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

В (8) требуют пояснения матрицы A_{ws} , U_{ss} и U_{rr} . Матрица A_{ws} является матрицей A_{wr} , умноженной на отрицательную единичную матрицу, т.е.

$$A_{ws} = \begin{pmatrix} \hat{e} & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}w_r & -\frac{1}{\sqrt{3}}w_r \\ \hat{e} & \frac{1}{\sqrt{3}}w_r & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}}w_r \\ \hat{e} & \frac{1}{\sqrt{3}}w_r & -\frac{1}{\sqrt{3}}w_r & 0 \end{pmatrix}
 \tag{9}$$

U_{ss} и U_{rr} являются матрицами статорного и роторного напряжений и при записи уравнений в осях, вращающихся со скоростью ротора, примут вид:

$$U_s = \begin{pmatrix} \hat{e} U_{sa} \sin q \\ \hat{e} U_{sb} \sin(q - j_1) \\ \hat{e} U_{sg} \sin(q + j_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix} \quad U_{rr} = \begin{pmatrix} \hat{e} k_{ur} \sin(k_{fr} t) \\ \hat{e} k_{ur} \sin(k_{fr} t - j) \\ \hat{e} k_{ur} \sin(k_{fr} t + j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix}
 \tag{10}$$

где q – угол между соответствующими векторами неподвижной трехфазной системы координат и системой координат a_r, b_r, g_r , вращающихся со скоростью ротора машины w_r ; k_{ur}, k_{fr} – управляющие параметры – относительные значения амплитуды и частоты напряжения ротора при равенстве амплитуд и частот фазных напряжений. Остальные матрицы остаются без изменения.

Для наглядности представим уравнения состояния машины двойного питания, записанные в развернутом виде:

$$\begin{aligned}
 pY_{sa} &= U_{sa} \sin q + \frac{1}{\sqrt{3}}w_r (y_{sb} - y_{sg}) - r_s i_{sa}; \\
 pY_{sb} &= U_{sb} \sin(q - j_1) + \frac{2p}{3} \frac{\ddot{\theta}}{\omega} + \frac{1}{\sqrt{3}}w_r (y_{sg} - y_{sa}) - r_s i_{sb}; \\
 pY_{sg} &= U_{sg} \sin(q + j_1) + \frac{2p}{3} \frac{\ddot{\theta}}{\omega} + \frac{1}{\sqrt{3}}w_r (y_{sa} - y_{sb}) - r_s i_{sg}; \\
 pY_{ra} &= k_{us} \sin(k_{fr} t) - r_r i_{ra}; \\
 pY_{rb} &= k_{us} \sin(k_{fr} t - \frac{2p}{3} \frac{\ddot{\theta}}{\omega}) - r_r i_{rb}; \\
 pY_{rg} &= k_{us} \sin(k_{fr} t + \frac{2p}{3} \frac{\ddot{\theta}}{\omega}) - r_r i_{rg}; \\
 pq &= 1 - w_r; \\
 pw_r &= \frac{p m}{J} (m_{эм} - m_B).
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

При симметричном питании $U_{sa} = U_{sb} = U_{sg} = U_s$; к этим уравнениям должны быть добавлены уравнения (6).

Связь между токами и потокосцеплениями для обоих видов записи уравнений в матричной форме представляется в виде:

$$\begin{pmatrix} \hat{e} i_{sa} \\ \hat{e} i_{sb} \\ \hat{e} i_{sg} \\ \hat{e} i_{ra} \\ \hat{e} i_{rb} \\ \hat{e} i_{rg} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{sa} & -0,5x_m & -0,5x_m \\ 0,5x_m & x_{sb} & -0,5x_m \\ 0,5x_m & -0,5x_m & x_{sg} \\ x_m & -0,5x_m & -0,5x_m \\ 0,5x_m & x_m & -0,5x_m \\ 0,5x_m & -0,5x_m & x_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_m & -0,5x_m & -0,5x_m \\ -0,5x_m & x_m & -0,5x_m \\ -0,5x_m & -0,5x_m & x_m \\ x_{ra} & -0,5x_m & -0,5x_m \\ -0,5x_m & x_{rb} & -0,5x_m \\ -0,5x_m & -0,5x_m & x_{rg} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{e} y_{sa} \\ \hat{e} y_{sb} \\ \hat{e} y_{sg} \\ \hat{e} y_{ra} \\ \hat{e} y_{rb} \\ \hat{e} y_{rg} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \\ \dot{u} \end{pmatrix}
 \tag{12}$$

В развернутой форме:

$$\begin{aligned}
 i_{sa} &= k_{sa1} y_{sa} + k_{sa2} y_{sb} + k_{sa3} y_{sg} + k_{sa4} y_{ra} + \\
 &+ k_{sa5} y_{rb} + k_{sa6} y_{rg}; \\
 i_{sb} &= k_{sb1} y_{sa} + k_{sb2} y_{sb} + k_{sb3} y_{sg} + k_{sb4} y_{ra} + \\
 &+ k_{sb5} y_{rb} + k_{sb6} y_{rg}; \\
 i_{sg} &= k_{sg1} y_{sa} + k_{sg2} y_{sb} + k_{sg3} y_{sg} + k_{sg4} y_{ra} + \\
 &+ k_{sg5} y_{rb} + k_{sg6} y_{rg}; \\
 i_{ra} &= k_{ra1} y_{sa} + k_{ra2} y_{sb} + k_{ra3} y_{sg} + k_{ra4} y_{ra} + \\
 &+ k_{ra5} y_{rb} + k_{ra6} y_{rg}; \\
 i_{rb} &= k_{rb1} y_{sa} + k_{rb2} y_{sb} + k_{rb3} y_{sg} + k_{rb4} y_{ra} + \\
 &+ k_{rb5} y_{rb} + k_{rb6} y_{rg}; \\
 i_{rg} &= k_{rg1} y_{sa} + k_{rg2} y_{sb} + k_{rg3} y_{sg} + k_{rg4} y_{ra} + \\
 &+ k_{rg5} y_{rb} + k_{rg6} y_{rg}.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Коэффициенты $k_{sa1} - k_{rb6}$ определяются из обратной матрицы, состоящей из параметров машины (12).

Таким образом, системы (11) и (13) с учетом выражения для $m_{эм}$ из (6) составляют математическую модель управляемой машины двойного питания. Напомним, что уравнения записаны в трехфазной системе координат a_r, b_r, g_r , вращающихся со скоростью ротора машины.

Продемонстрируем управляемость и достоверность разработанных моделей на примере расчета некоторых режимов работы асинхронной машины, параметры которой приведены в Приложении (п. 1).

Для асинхронной машины с короткозамкнутым ротором и преобразователем частоты в цепи статора исследуем режим частотного пуска при ее работе в генераторном режиме, что характерно, например, для ветроэлектрических установок (типа «Siemens Wind Power»), оснащенных указанными машинами. Расчет проведен на персональном ком-

пьютере по программе Matcad. Полученные авторами флюктограммы частоты вращения ротора генератора w_r , электромагнитного момента $m_{эм}$ и фазных токов статора i_{sa} , i_{sb} , i_{sg} при подключении генератора к сети с моментом на валу $m_B = -0,3$ (знак минус – генераторный режим) показали, что переходный процесс при прямом пуске составляет около 140 рад, максимальные значения фазных токов при пуске равны в среднем около $i_{спуск} = 4,5$, а установившиеся – около $i_{суст} = 0,27$.

Флюктограммы частотного пуска, полученные авторами для того же генератора при линейном изменении амплитуды статорного напряжения k_{us} и его частоты k_{uf} (алгоритм исследования представлен в п. 2 Приложения), показали, что при частотном пуске среднее значение момента $m_{эм}$ не превышает 1,5, фазные токи не превосходят значений $i_{спуск} = 1,8$, переходный процесс составляет примерно $t_{пр} \gg 300$ рад.

Сопоставляя результаты исследования частотного управления и пуска на базе трехфазной модели асинхронной машины с исследованиями по методу, представленному, например, в [12], основу которого составляет двухфазная модель машины, необходимо отметить, что качественно и с незначительными различиями количественно они совпадают.

Как было отмечено, для машины двойного питания уравнения (11), записанные в трехфазной системе координат a_r , b_r , g_r , вращающихся со скоростью ротора машины w_r , представлены впервые. Расчеты по этим уравнениям, алгоритм которых приведен в Приложении (п. 3), при ступенчатом изменении частоты вращения w_r от 1,15 до

0,85 (на 30%) представлены на рис. 1, а–г. Флюктограмма на рис. 1, а показывает изменения частоты вращения вала генератора w_r , которая определяется значениями регулирующих параметров преобразователя частоты, питающего обмотку ротора машины двойного питания $k_{ur} = k_{fr}$. Примерно до значения $t = 600$ рад происходит прямой пуск при закороченной обмотке ротора с движущим моментом на валу $m_B = -0,75$, далее частота вращения ротора с помощью регулирования $k_{ur} = k_{fr} = -0,15$ поднимается до $w_r = 1,15$, чему соответствует момент $m_B = -1$ (рис. 1, б) (здесь движущий момент генератора квадратично зависит от частоты вращения, т.е. $m_B = k_M w_r^2$, что характерно для ветроэлектрической установки). Таким образом, с помощью регулирования k_{ur} и k_{fr} частота вращения w_r изменяется в соответствии с графиком на рис. 1, а, а момент $m_{эм}$ – в соответствии с флюктограммой рис. 1, б. Представлены также флюктограммы изменения фазных токов статора I_{sa} и ротора I_{ra} (рис. 1, в и г), токи I_{sb} , I_{sg} и I_{rb} , I_{rg} идентичны токам, представленным на рис. 1, в и г.

Сопоставляя результаты решения данной задачи на разработанной модели, записанной в трехфазной системе координат a_r , b_r , g_r , вращающихся со скоростью ротора машины двойного питания, с результатами, приведенными, например, в [12], можно отметить их полное качественное сходство.

Как было отмечено выше, для решения ряда задач требуется применение именно трехфазных моделей. Так, авторами были получены флюктограммы изменения частоты вращения асинхронного генератора с короткозамкнутым ротором при его ра-

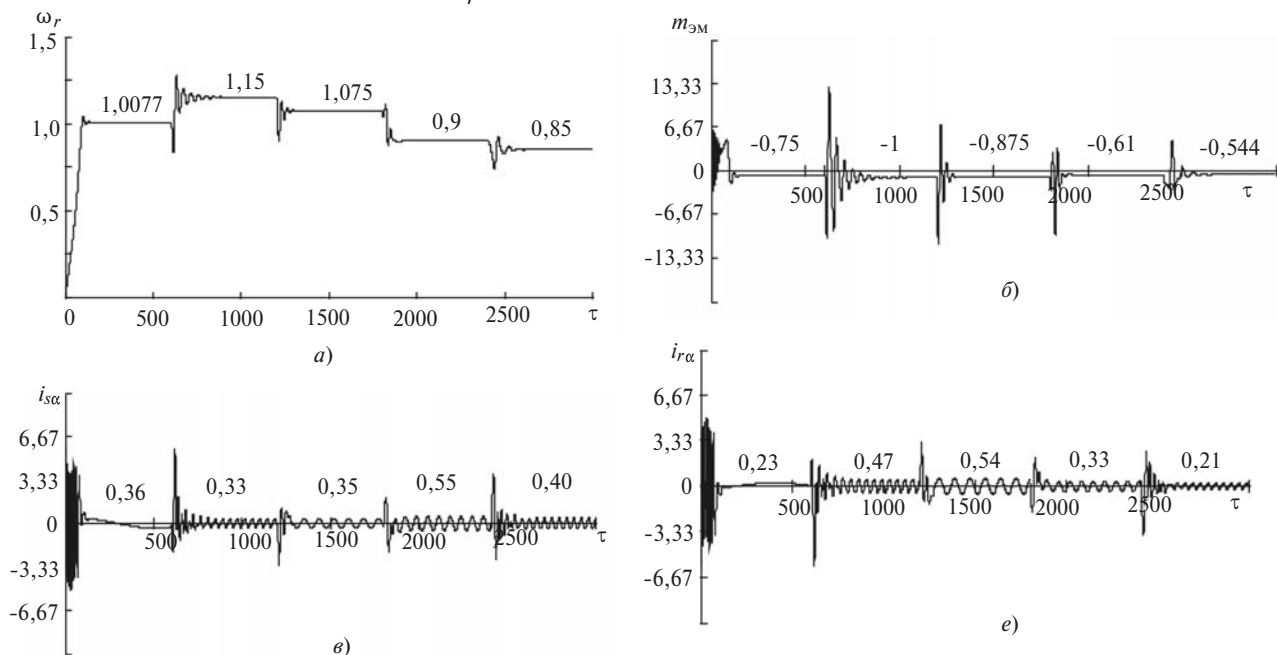


Рис. 1

боте с $k_{ur} = k_{fr} = 1$ и вращающим моментом $m_B = -1$. После подключения генератора к трехфазной сети частота вращения принимает установившееся значение $\omega_r = 1,01$, фазные токи статора устанавливаются на значениях $I_{sa} = I_{sb} = I_{sg} = 0,42$. При $t = 200$ рад имитируется режим симметричного трехфазного короткого замыкания (время действия которого $t_{кз} = 50$ рад). В промежутке времени $t = 250, 330$ рад ($\Delta t = 80$ рад) исследовался режим отключения генератора от короткого замыкания и перевод его в систему симметричного трехфазного напряжения. Анализ флюктограмм показал, что при КЗ и его отключении частота вращения генератора растет до $\omega_r = 1,3$, токи в фазах достигают значений $I_{sa} = I_{sb} = I_{sg} = 10,5$.

В заключение рассмотрим режим работы машины двойного питания при обрыве фазы напряжения на роторе. Уравнения машины записаны в трехфазной координатной системе a_r, b_r, g_r при вращении ротора со скоростью ω_r .

На рис. 2, а–з представлены частота вращения ω_r , электромагнитный момент $m_{эм}$, фазные токи статора и токи ротора. В период времени 0, 700 рад осуществляется прямое подключение генератора с движущим моментом на валу $m_B = -1$ к электрической сети при замыкании накоротко обмотки ротора. При $t = 700$ рад подается напряжение на трехфазную обмотку ротора от преобразователя частоты со значениями $k_{ur} = k_{fr} = -0,15$. При этом частота ротора увеличивается до значения $\omega_r = 1,15$, токи статора становятся равными 0,33, а токи ротора 0,45, электромагнитный момент в установившемся режиме $m_{эм} = m_B = -1$. При $t = 1500$ рад имитируется обрыв фазы b ротора. При этом в машине устанавливается несимметричный режим работы с высокочастотными колебаниями частоты вращения ротора ω_r и момента $m_{эм}$. Токи статора становятся несимметричными: $I_{sa} = 0,24, I_{sb} = 0,18, I_{sg} = 0,88$, как и токи ротора: $I_{ra} = 0,82, I_{rb} \gg 0$ (обрыв именно этой фазы), $I_{rg} = 0,7$.

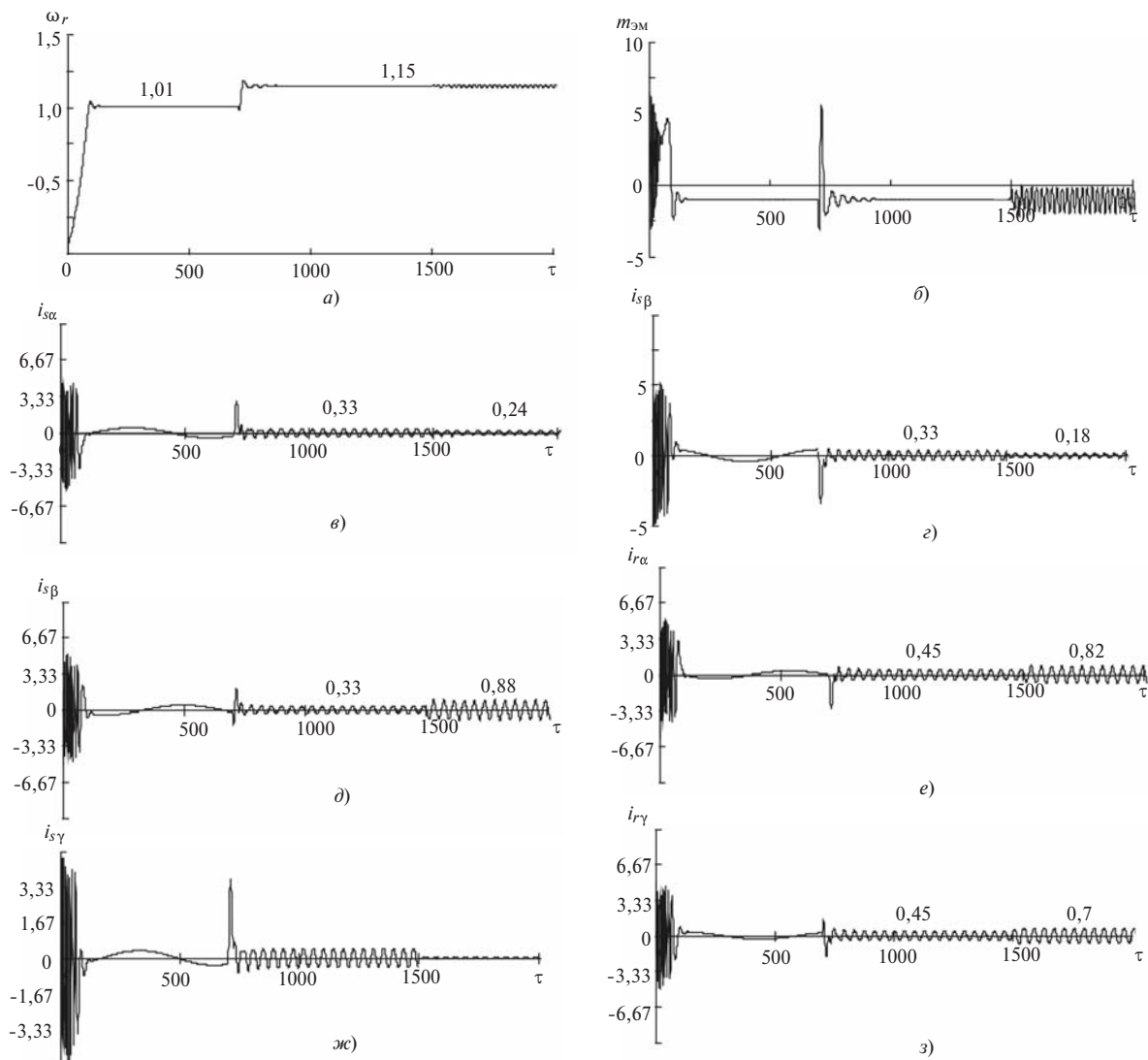


Рис. 2

$$\begin{matrix}
 \dot{e} & 2,78 & - & 1,348 & - & 1,348 & 2,696 & - & 1,348 & - & 1,348 & \ddot{u} & 1 \\
 \dot{e} & - & 1,348 & 2,78 & - & 1,348 & - & 1,348 & 2,696 & - & 1,348 & \dot{u} & \\
 \dot{e} & - & 1,348 & - & 1,348 & 2,78 & - & 1,348 & - & 1,348 & 2,696 & \dot{u} & \\
 \dot{e} & 2,696 & - & 1,348 & - & 1,348 & 2,82 & - & 1,348 & - & 1,348 & \dot{u} & \\
 \dot{e} & - & 1,348 & 2,696 & - & 1,348 & - & 1,348 & 2,82 & - & 1,348 & \dot{u} & \\
 \dot{e} & - & 1,348 & - & 1,348 & 2,696 & - & 1,348 & - & 1,348 & 2,82 & \dot{u} &
 \end{matrix}$$

3. Алгоритм исследования на модели машины двойного питания, уравнения которой записаны в трехфазной координатной системе a_r, b_r, g_r , вращающейся со скоростью ротора машины:

$$\begin{matrix}
 \dot{e} & 1 \sin Y_7 + 0,577 Y_6 (Y_1 - Y_2) - 0,045 X_1 & \ddot{u} & 1 \\
 \dot{e} & 1 \sin(Y_7 - 2,094) + 0,577 Y_6 (Y_2 - Y_0) - 0,045 X_2 & \dot{u} & \\
 \dot{e} & 1 \sin(Y_7 + 2,094) + 0,577 Y_6 (Y_0 - Y_1) - 0,045 X_3 & \dot{u} & \\
 \dot{e} & k_{ur} \sin(k_{fr} t) - 0,03 X_4 & \dot{u} & \\
 D(t, Y) = \dot{e} & k_{ur} \sin(k_{fr} t - 2,094) - 0,03 X_5 & \dot{u} & \\
 \dot{e} & k_{ur} \sin(k_{fr} t + 2,094) - 0,03 X_6 & \dot{u} & \\
 \dot{e} & 0,003 [4,67 (X_1 X_6 + X_2 X_4 + X_3 X_5) - & \dot{u} & \\
 \dot{e} & (X_1 X_5 + X_2 X_6 + X_3 X_4) - 0,756 Y_6^2] & \dot{u} & \\
 \dot{e} & 1 - Y_6 & \dot{u} &
 \end{matrix}$$

где $Y_7 = \alpha$, остальные обозначения те же, что и в п. 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булгаков А.А. Частотное управление асинхронными электродвигателями. – М.: Наука, 1966, 216 с.
2. Ботвинник М.М., Шакарян Ю.Г. Управляемая машина переменного тока. – М.: Наука, 1969, 140 с.
3. Беспалов В.Я., Котеленец Н.Ф. Электрические машины. – М.: Академия, изд. 4-е, 2013, 320 с.

4. Мустафаев Р.И., Гасанова Л.Г. Универсальная структура математической модели управляемых электрических машин переменного тока. – Электричество, 2015, № 2, с. 40–48.

5. Маленин А.А., Шишлаков В.Ф. Система автоматического управления ГЭС малой мощности методом частотного регулирования. – Информационно-управляющие системы, 2009, № 6, с. 25–29.

6. Карлов Б., Есин Е. Современные преобразователи частоты: методы управления и аппаратная реализация. – Силовая электроника, 2004, № 1, с. 50–54.

7. Деян Шрайбер (Dejan Shreiber). Преобразователи высокой мощности для возобновляемых источников энергии. – Силовая электроника, 2010, № 5, с. 90–94.

8. Гузев Б.В., Хакимьянов М.И. Современные промышленные высоковольтные преобразователи частоты для регулирования асинхронных и синхронных двигателей. – Нефтегазовое дело, 2011, № 3, с. 441–450.

9. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высшая школа, 1987, 248 с.

10. Копылов И.П., Мамедов Ф.А., Беспалов В.Я. Математическое моделирование асинхронных машин/Под ред. И.П. Копылова. – М.: Энергия, 1969, 327 с.

11. Ковач К.П., Рац И. Переходные процессы в машинах переменного тока/Пер. с нем. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963, 744 с.

12. Мустафаев Р.И., Гасанова Л.Г. Моделирование и исследование квазистационарных режимов работы ВЭУ с асинхронными генераторами при частотном управлении. – Электричество, 2009, № 6, с. 36–41.

13. Мустафаев Р.И., Саидов Р.А. Исследование асинхронных двигателей насосов водяных скважин. – Электротехника, 2011, № 4, с. 57–62.

[07.12.15]

А в т о р ы: Мустафаев Рауф Исмаил оглы, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник отдела «Перспективное развитие электроэнергетики» Азербайджанского НИПИИЭнергетики, Баку.

Гасанова Ляман Гасан гызы, кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник отдела «Перспективное развитие электроэнергетики» Азербайджанского НИПИИЭнергетики, Баку.

Elektrichestvo (Electricity), 2016, No. 5, pp. 59–66.

Mathematical Models of Three-Phase Controlled Asynchronous Machines

MUSTAFAYEV Rauf Ismail ogly (Azerbaijan Scientific-Research Design Institute of Power Engineering (ASRDIPE), Baku, Azerbaijan) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)
 GASANOVA Lyaman Gasan gyzy (ASRDIPE, Baku, Azerbaijan) – Cand. Sci. (Eng.)

The proposed mathematical models can be used for studying controlled asynchronous machines operating either as motors or generators. It is found that for studying a controlled asynchronous machine with a squirrel-cage rotor fitted with a frequency converter feeding the stator circuit, it is advisable to write the equations of its mathematical model in the system a_s, b_s, g_s of coordinates as fixed in space. With such a model, the controlling parameters, namely the stator voltage amplitude and frequency, can be represented in a more efficient and easy way. Equations constituting the mathematical model of a three-phase controlled double-fed machine, in which the rotor winding takes power supply from a frequency converter, are obtained. It is shown that in this case it is advisable to model the machine in the system a_r, b_r, g_r of coordinates as rotating at the machine's rotor frequency ω_r . The results obtained from simulation of frequency-adjustable asynchronous machines in different modes of their operation have

confirmed that the proposed mathematical models yield a valid and efficient output. It is pointed out that the most efficient application of the proposed mathematical models lies in the field of studying unbalanced and incomplete-phase modes of their operation, as well as modes involving various kinds of short-circuit faults at the machine terminals or close to locations at which they are connected to the network.

Key words: controlled asynchronous machines, frequency control, mathematical model, frequency converter

 REFERENCES

1. **Bulgakov A.A.** *Chastotnoye upravleniye asinkhronnyimi elektrodvigatelyami* (Frequency control of induction electromotors). Moscow, Publ. «Nauka», 1966, 216 p.
2. **Botvinnik M.M., Shakaryan Yu.G.** *Upravlyayemaya mashina peremennogo toka* (AC controlling machine), Moscow, Publ. «Nauka», 1969, 140 p.
3. **Bespalov V.Ya., Kotelenets N.F.** *Elektricheskiye mashiny. Izd. 4* (Electrical machines. Publ. 4). Moscow, Publ. «Akademiya», 2013, 320 p.
4. **Mustafayev R.I., Gasanova L.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 2, pp. 30–48.
5. **Malenin A.A., Shishlakov V.F.** *Informatsionno-upravlyayushchiye sistemy – in Russ. (Information and control systems)*, 2009, No. 6, pp. 25–29.
6. **Karlov B., Esin E.** *Silovaya elektronika – in Russ. (Power electronics)*, 2004, No. 1, pp. 50–54.
7. **Dejan Schreiber.** *Silovaya elektronika – in Russ. (Power electronics)*, 2010, No. 5, pp. 90–94.
8. **Guzeyev B.V., Khakim'yanov M.I.** *Neftegazovoye delo (Oil and gas business)*, 2011, No. 3, pp. 441–450.
9. **Kopylov I.P.** *Matematicheskoye modelirovaniye elektricheskikh mashin* (Mathematical modeling of electric machines). Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 1987, 248 p.
10. **Kopylov I.P., Mamedov F.A., Bespalov V.Ya.** *Matematicheskoye modelirovaniye asinkhronnykh mashin/Pod red. I.P. Kopylova* (Mathematical modeling of asynchronous machines/Edit. by I.P. Kopylov). Moscow, Publ. «Energiya», 1969, 327 p.
11. **Kovach K.P., Rats I.** *Perekhodnye protsessy v mashinakh peremennogo toka/Per. s nemetskogo* (Transients in AC machines/Trans. from German). Moscow and Leningrad, Publ. Gosenergoizdat, 1963, 744 p.
12. **Mustafayev R.I., Gasanova L.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2009, No. 6, pp. 36–41.