

\* \* \*

## Представление переходных процессов электроэнергетических систем на гиперплоскости с двумя системами координат<sup>1</sup>

АРЦИШЕВСКИЙ Я.Л., КЛИМОВА Т.Г., РАСЩЕПЛЯЕВ А.И.

*Графическое изображение сложных переходных процессов в электроэнергетических системах на плоскости с двумя системами координат (гиперплоскости), в которых отображаются все параметры всех составляющих переходных процессов: амплитуда, частота, фаза и затухание, позволяет существенно повысить визуализацию аварийной информации. Рассмотрены два способа представления колебаний в гиперплоскости, которые определяются косинусной или синусной формой записи затухающих и незатухающих колебаний и аperiodических сигналов. Определены свойства гипервекторного представления и даны примеры его применения.*

**Ключевые слова:** электроэнергетическая система, переходные процессы, параметры, гипервекторное представление

Переходные процессы в электроэнергетических системах описываются при разных начальных условиях аperiodическими и синусоидальными (затухающими и незатухающими) сигналами. Синусоидаль-

*Graphic imaging of complex transients in electric power systems on a plane with two systems of coordinates (a hyperplane), in which all parameters of all components of transients are reflected, including their amplitudes, frequencies, phases, and damping, makes it possible to achieve much better visualization of information about emergency conditions. Two methods for representing oscillations on a hyperplane are considered, which are determined by cosine or sine form of writing damped and nondamped oscillations and aperiodic signals. The properties of hypervector representation are determined and examples of using it are given.*

**Key words:** electric power system, transients, parameters, hypervector representation

ными сигналами или воздействиями называются переменные напряжения и токи, которые аналитически можно записать с помощью синусоидальной функции в синусной или косинусной форме [1, 3].

Незатухающее синусоидальное (гармоническое) колебание описывается дифференциальным уравнением [1]:

<sup>1</sup>Статья подготовлена по результатам НИР в рамках Государственного контракта П466 Программы НК-2009–2013 г.

$$\ddot{x} = -\omega^2 x, \quad (1)$$

где  $\omega$  — циклическая частота.

Решением данного уравнения является выражение

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \alpha).$$

Здесь  $X_m$  — амплитуда;  $\alpha$  — начальная фаза колебания.

Запись решения дифференциального уравнения в виде  $x(t) = X_m \sin(\omega t + \alpha)$  является равноправной.

Дифференциальное уравнение (1) описывает гармонические колебания любой природы — механические и электрические.

Для многих задач удобно представление гармонического колебания в виде комплексной амплитуды:

$$X_m e^{j(\omega t + \alpha)} = X_m \cos(\omega t + \alpha) + jX_m \sin(\omega t + \alpha) = \dot{X} e^{j\omega t}.$$

Величина  $\dot{X}$  является комплексной амплитудой. При таком определении  $\dot{X}$  сигнал  $x(t)$ , записанный в косинусной форме, представляется как  $\text{Re}(X_m e^{j\alpha})$ , а записанный в синусной форме  $\text{Im}(X_m e^{j\alpha})$ .

Комплексная амплитуда  $\dot{X}$  соответствует положению двумерного вектора на комплексной плоскости проекций для  $t=0$  [1], при этом на комплексной плоскости в полярных координатах отображается амплитуда и фаза гармонического колебания. При описании комплексной амплитуды в декартовых координатах косинусная компонента представляет собой проекцию на действительную ось, а синусная на мнимую ось.

Любой синусоидальный сигнал может быть описан либо в синусной, либо в косинусной форме, например

$$\begin{aligned} x(t) &= X_m \sin(\omega t) = X_m \cos(\omega t - \alpha) = \\ &= X_m \cos(\omega t - \rho/2). \end{aligned} \quad (2)$$

Представление этого сигнала на комплексной плоскости (рис. 1) будет разным, поскольку синусная форма есть мнимая часть комплексной амплитуды и поэтому проецируется на мнимую ось, а косинусная — действительная часть комплексной амплитуды и проецируется на действительную ось комплексной плоскости. В любой момент времени проекция на соответствующую ось равна мгновенному значению рассматриваемого сигнала  $x(t)$ .

К сигналам в плоскости комплексных амплитуд могут быть применены линейные операции [1]:

умножение комплексной амплитуды на константу;

сложение комплексных амплитуд (соответствующих одной и той же частоте);

вычитание комплексных амплитуд (соответствующих одной и той же частоте);

интегрирование комплексной амплитуды по времени;

дифференцирование комплексной амплитуды по времени,

которые приводят к такому же результату, как если бы они были проделаны над соответствующими гармоническими сигналами, а затем от них взята комплексная амплитуда. Однако такое представление описывает незатухающий гармонический сигнал только одной действительной частоты и все действия применимы к векторам одной частоты.

Затухающее колебание имеет еще один параметр — постоянную времени затухания, поэтому полностью описать сигнал в координатах действительной и мнимой части комплексной плоскости не представляется возможным.

Затухающее колебание любой природы, включая электрические величины, описывается дифференциальным уравнением

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - 2b\dot{x}, \quad (3)$$

имеющим характеристическое уравнение  $p^2 + 2bp + \omega_0^2 = 0$ , корни которого вычисляются по формуле:

$$p_{1,2} = -b \pm j\sqrt{\omega_0^2 - b^2} = -b \pm j\omega. \quad (4)$$

Решение данного уравнения можно также представить в синусной и косинусной форме:

$$x(t) = X_m e^{-bt} \sin(\omega t + \alpha) = X_m e^{-bt} \cos(\omega t + \alpha). \quad (5)$$

В начальный момент времени это колебание также может быть представлено в векторном виде на комплексной плоскости аналогично колебанию (2) (рис. 1), однако при этом теряется информация о затухании данного колебания.

Корни характеристического уравнения представляют собой комплексную частоту [5, 6], которая определяет комплексную плоскость частоты, по действительной оси которой откладывается затухание  $b$ , а по мнимой — циклическая частота колебания  $\omega$ .

Если совместить комплексную плоскость проекций и комплексную плоскость частоты, то удастся сохранить информацию о всех четырех параметрах затухающего синусоидального колебания, при этом сформируется плоскость с двойной системой

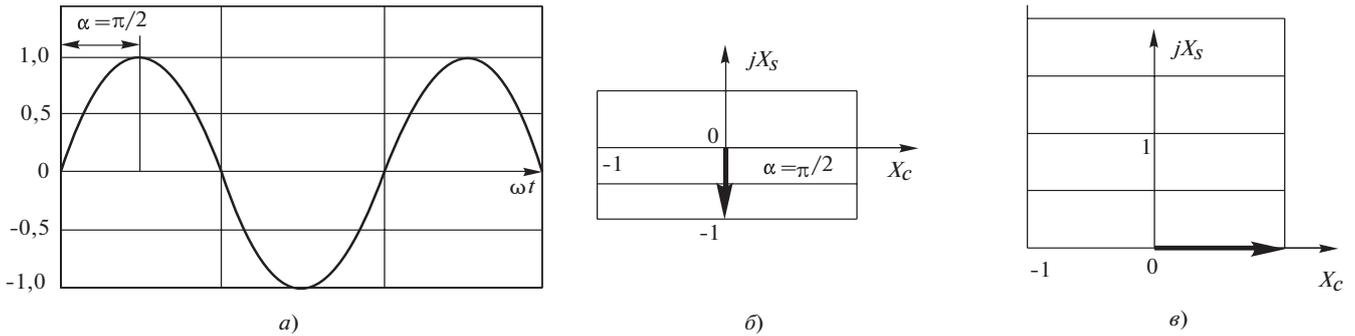


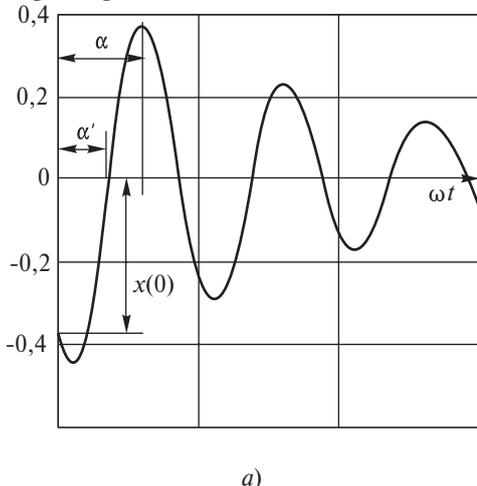
Рис. 1. Представление синусоидального сигнала: а — на комплексной плоскости; б — в косинусной форме; в — в синусной

координат — четырехмерная плоскость. Эту плоскость, в отличие от двумерной, целесообразно назвать гиперплоскостью (сверхплоскостью). Вектор на плоскости двух систем координат будет иметь размерность, равную четырем, поэтому для отличия от двумерного вектора (рис. 1) его целесообразно назвать гипервектором, поскольку плоскость называется гипервекторной плоскостью. Гипервекторная форма графического представления таких неперiodических несинусоидальных электрических величин была предложена в [6].

На двухсистемной комплексной плоскости начало вектора определяется значениями затухания и циклической частоты и устанавливается в масштабе осей плоскости комплексной частоты, длина вектора определяется в масштабе комплексной плоскости проекций. Связь систем координат осуществляется фазой комплексной амплитуды. Для правильного отображения фазы необходимо, чтобы масштабы по действительным и мнимым осям были одинаковы в каждой системе координат. Не требуется равенства масштабов между системами координат.

Представление затухающего колебания в косинусной и синусной форме в двухсистемной комплексной плоскости показано на рис. 2.

На рис. 2 отображается затухающее колебание с параметрами:



$$x(t) = 0,5e^{-50t} \sin(2p100t - a\phi) = 0,5e^{-50t} \cos(2p100t + a).$$

Задано значение  $a\phi = 3\pi/4$ , а угол  $a = 5\pi/4$  определяется как ближайший к моменту времени  $t=0$  максимум [4].

Различие двух форм представления колебательного сигнала во времени дает различие представления в гипервекторной плоскости, состоящее в используемой проекции на оси для получения информации о мгновенных значениях и определении фазового сдвига.

Апериодический сигнал записывается в виде  $x(t) = X_m e^{-bt}$  (рис. 3,а), эта запись соответствует косинусной форме представления и отображается по действительной оси гипервекторной плоскости (рис. 3,б). Начало вектора расположено в точке заданного значения  $b$ , частота  $\omega = 0$ , эти значения относятся к осям комплексной частоты. Длина вектора определяется в масштабе осей плоскости проекции, а направление по действительной оси задается знаком начального значения.

Для представления аperiодического сигнала в синусной форме необходимо считать его мнимым сигналом и направлять его по мнимой оси (рис. 3,в). Начало вектора также определяется заданным значением  $b$ , частота  $\omega$  также равна нулю, но на

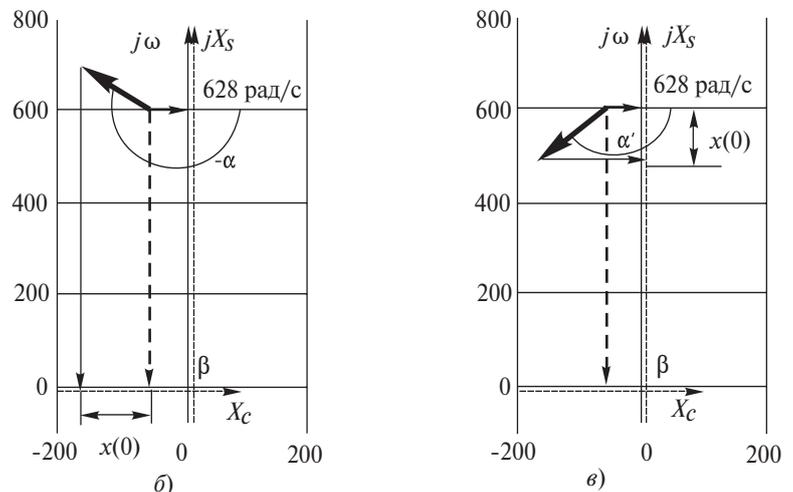


Рис. 2. Представление затухающего колебания: а — на комплексной плоскости; б — в косинусной форме; в — в синусной

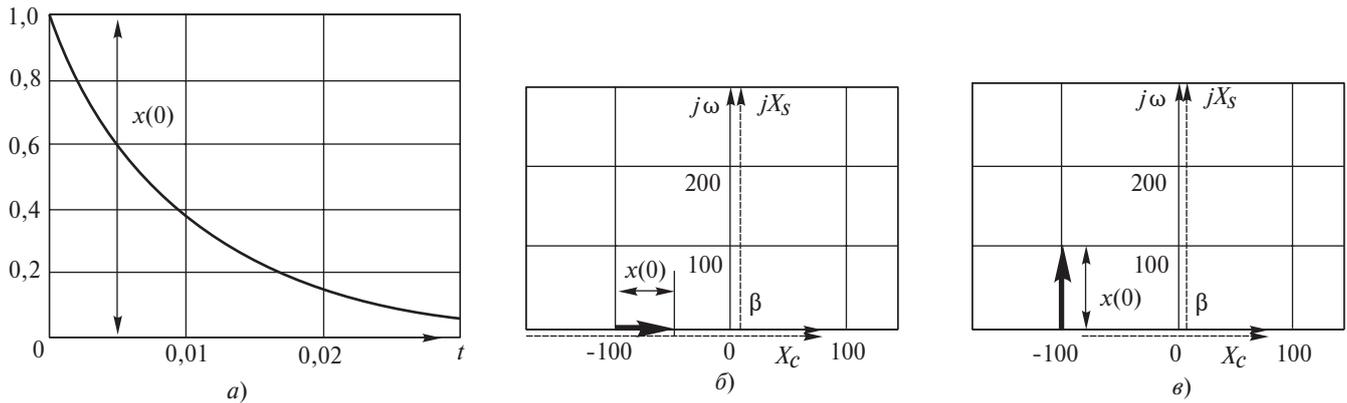


Рис. 3. Представление аperiodического сигнала в гипервекторной плоскости

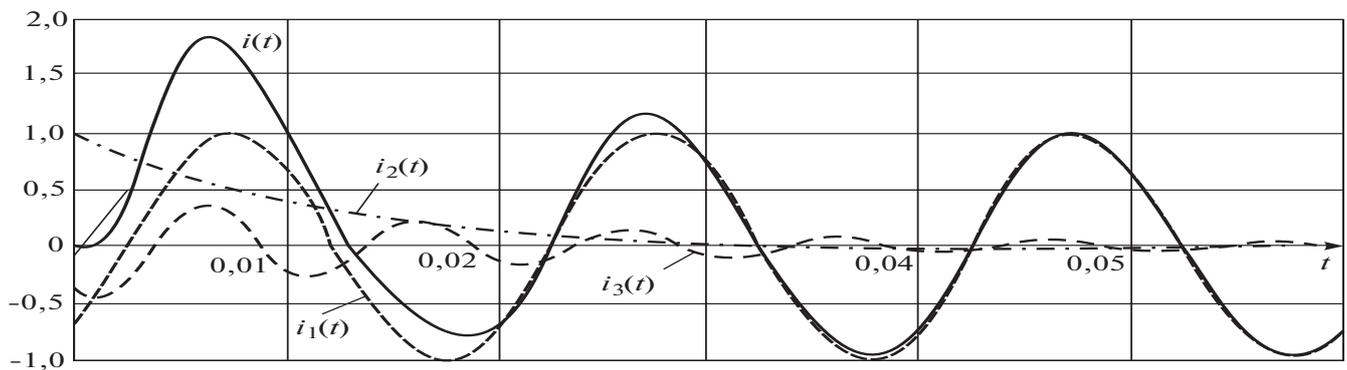


Рис. 4. Модель переходного процесса

правление задается по мнимой оси в соответствии со знаком начального значения.

С комплексными векторами на гиперплоскости возможны следующие действия:

умножение комплексной амплитуды на константу, независимо от значения частоты происходит изменение длины вектора в соответствии с масштабом осей проекции;

сложение комплексных амплитуд (соответствующих одной и той же частоте);

вычитание комплексных амплитуд (соответствующих одной и той же частоте);

интегрирование комплексной амплитуды по времени, при этом изменяется длина и фаза гипервектора в соответствии с масштабом осей проекции, начало гипервектора не меняет своих координат, причем угол поворота гипервектора по часовой стрелке равен углу комплексной частоты  $j_s = \arctg(\omega / b)$ ;

дифференцирование комплексной амплитуды по времени, при этом изменяется длина и фаза гипервектора в соответствии с масштабом осей проекции, начало гипервектора не меняет своих координат, в этом случае угол поворота гипервектора против часовой стрелки равен углу комплексной частоты  $j_s$ .

Как известно, аналитический анализ формы кривой электрических токов и напряжений в линейных системах в условиях переходных процессов

дает представление сигнала форме суммы затухающих колебательных составляющих:

$$i(t) = \sum_{k=1}^n \hat{a}_k I_k e^{-j b_k t} \cos(\omega_k t + a_k) = \sum_{k=1}^n \hat{a}_k I_k e^{-j b_k t} \sin(\omega_k t + a_k \phi). \quad (6)$$

Аperiodический сигнал ( $\omega_k = 0$ ) и незатухающий синусоидальный сигнал ( $b_k = 0$ ) являются частными случаями в записи (6). На рис. 4 представлен пример модельного переходного процесса, состоящего из трех компонент.

На рис. 5 отображены гипервекторные диаграммы в нулевой момент времени. С ростом времени гипервекторы колебаний, представленные в косинусной и синусной форме, вращаются в положительном направлении, т.е. против часовой стрелки. При этом длина гипервекторов затухающих колебаний уменьшается со временем. Положение гипервекторов аperiodических сигналов со временем не меняется. Суммарное значение соответствующих проекций определяет мгновенное значение сигнала во временной области.

Применение гипервекторного представления иллюстрируется на примере реального переходного процесса  $u_0(t)$ , зафиксированного на одной из подстанций Нижнего Новгорода (рис. 6). Исследуемый процесс разделен на участки «до возмущения» (1) и «после возмущения» (2).

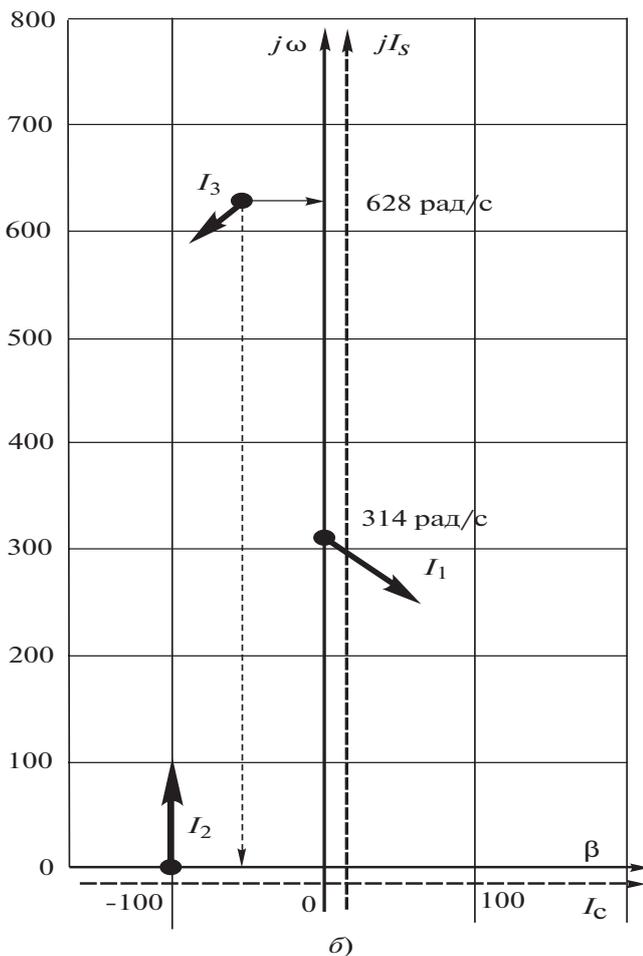
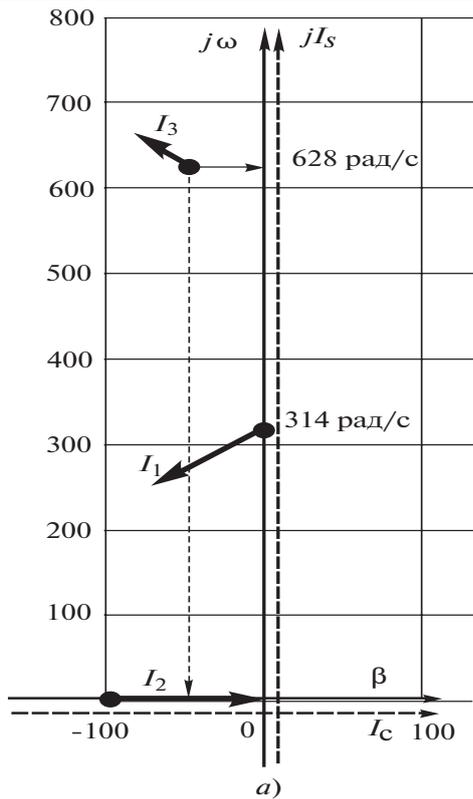


Рис. 5. Гипервекторное представление модельного переходного процесса, записанного в косинусной (а) и синусной (б) формах

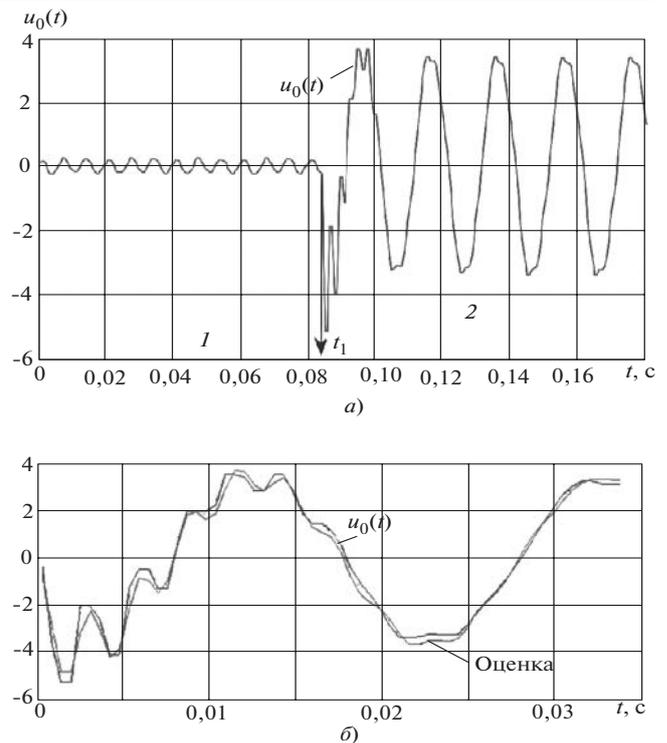


Рис. 6. Пример переходного процесса (а) и его оценка (б):  $u_0(t)$  — исследуемый сигнал

Разложение переходного процесса на колебательные составляющие проводится с помощью вейвлет-преобразования [7]. Оценка параметров первой гармоники дает следующие значения: амплитуда – 3,54 отн.ед., частота – 49,73 Гц, фаза – 2,26 рад. После оценки второй составляющей (амплитуда – 1,85 отн.ед., частота – 354,21 Гц, затухание – -0,010, фаза – 4,6 рад) восстанавливается исходный сигнал. На рис. 6,б представлен результат оценки. Оценка и исходный сигнал достаточно близки.

Полученные колебательные составляющие показаны на гипервекторной плоскости (рис. 7) в косинусной и синусной формах.

В косинусной форме представления сумма проекций на действительную ось дает мгновенное значение полного сигнала в нужный момент времени. В синусной форме представления сумма проекций на мнимую ось дает мгновенное значение полного сигнала в нужный момент времени. С течением времени векторы в обеих формах представления вращаются против часовой стрелки.

**Заключение.** Графическое представление сложных переходных процессов в электроэнергетических системах на плоскости с двумя системами координат (гиперплоскости), в которых отображаются все параметры всех составляющих переходных процессов: амплитуда, частота, фаза и затухание, позволяет существенно повысить визуализацию аварийной информации.

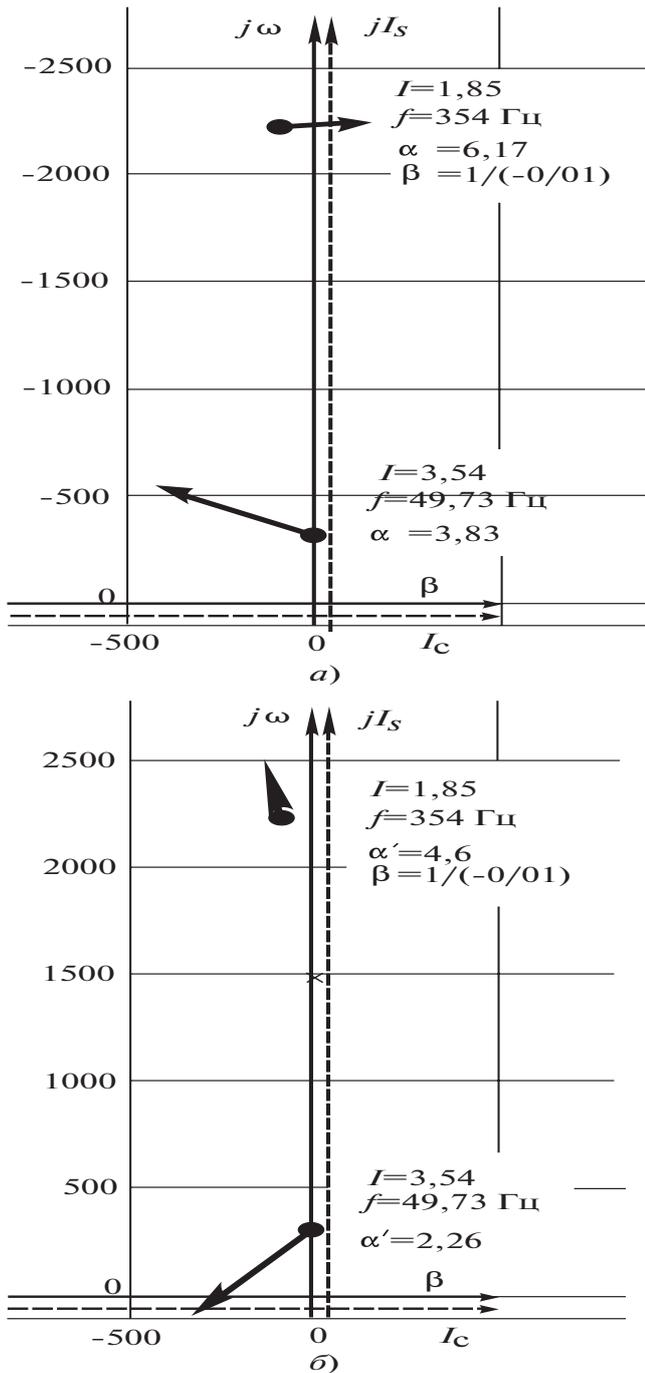


Рис. 7. Гипервекторное представление переходного процесса в косинусной (а) и синусной (б) формах

Принцип соответствия, требующий поглощения более общей теорией частных случаев, при по-

строении на гиперплоскости выполняется, так как общеизвестное векторное представление незатухающих синусоидальных сигналов одной фиксированной частоты на комплексной плоскости проекций является частным случаем гипервекторного представления при  $\mathbf{b} = 0$ . Операции дифференцирования и интегрирования реализуются соответствующим поворотом гипервектора на угол комплексной частоты, в частном случае  $\mathbf{b}_k = 0$  этот угол равен  $\pm \rho / 2$ , что соответствует правилу преобразования векторов незатухающих синусоидальных сигналов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фриш С.Э., Тиморева А.В. Курс общей физики. Т.1. – М.: ГИТТЛ, 1952.
2. Баскаков С.И. Радиотехнические сети и сигналы: Учебник. – М.: Высшая школа, 1983.
3. Башарин С.А., Федоров В.В. Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей и электромагнитного поля. – М.: Изд-во «Академия», 2004.
4. Phadke A.G. and Thorp J.S. Synchronized Phasor Measurements and Their Applications: Springer Science+Business Media, LLC, 2008.
5. Атабеков Г.И., Мамиконянц Л.Г. Применение комплексных схем замещения для расчета переходных процессов. – Электричество, 1949, № 4.
6. Арцишевский Я.Л. Гипервекторное представление непериодических несинусоидальных электрических величин. – Изв. вузов. Электромеханика, 1978, № 8.
7. Климова Т.Г., Расщепляев А.И. Оценка параметров переходных процессов в электроэнергетике с помощью вейвлет-преобразований. – Тезисы Всероссийской научно-практической конф. «Повышение надежности и эффективности эксплуатации электрических станций и энергетических систем», т. 2, 1–3 июня 2010, МЭИ (ТУ).

Авторы: Арцишевский Ян Леонардович окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1969 г. В 1976 г. защитил в МЭИ кандидатскую диссертацию по применению дискретных сигналов в векторных измерениях в РЗА. Доцент кафедры РЗАЭс МЭИ(ТУ).

Климова Татьяна Георгиевна окончила радиотехнический факультет МЭИ в 1973 г. В 1981 г. защитила в МЭИ кандидатскую диссертацию «Фазовая синхронизация пространственно разнесенных автогенераторов». Доцент кафедры РЗАЭс МЭИ (ТУ).

Расщепляев Антон Игоревич магистрант МЭИ (6-й курс). Инженер кафедры РЗАЭс.