Экранирование низкочастотного электрического поля тонкостенной незамкнутой сферической оболочкой с учетом емкостных свойств

ЕРОФЕЕНКО В.Т., ШУШКЕВИЧ Г.Ч.

Решение задачи экранирования низкочастотного электрического поля тонкостенной незамкнутой сферической оболочкой сведено к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Получена формула для вычисления коэффициента экранирования. Приведены результаты вычислительного эксперимента.

К л ю ч е в ы е с л о в а: *низкочастотное электрическое поле, интегральное уравнение, коэффициент экранирования, уравнение Лапласа*

The solution of the problem of shielding a low-frequency electric field by an open thin-walled spherical shell is reduced to solving Fredholm's integral equation of the second kind. A formula for calculating the shielding factor is obtained, and results from a numerical experiment are presented.

K e y w o r d s: *low-frequency electric field, integral equation, shielding factor, Laplace equation*

Источниками низко- и высокочастотных электромагнитных полей (ЭМП) являются радио- и телевизионные передающие устройства, системы обычной и сотовой связи, радиотелефоны. Уровень этих полей достаточно высок, что приводит к ухудшению параметров электромагнитной среды, снижению эффективности работы технических средств и обслуживающего персонала [1–4]. Наиболее эффективным средством снижения уровня ЭМП (электрической и магнитной напряженности) в окружающей среде является применение активного и пассивного экранирования либо пространства, в котором желательно снизить уровень ЭМП, либо технических средств, влияние на которые внешнего ЭМП следует исключить [5–7]. В [8–10] предложена методика расчета низкочастотных электромагнитных полей для случая, когда незамкнутые экраны являются идеально проводящими. В этом случае поле не проникает через стенки экранов. Для экранов же с низкой проводимостью материала поле проникает через стенку оболочки – для моделирования таких процессов используют неклассические граничные условия [11].

В статье решена краевая задача с неклассическими граничными условиями, описывающими процесс проникновения низкочастотного электрического поля через тонкую незамкнутую сферическую оболочку с учетом ёмкостных свойств оболочки.

Постановка задачи. В пространстве R^3 с диэлектрической проницаемостью ε_0 и магнитной проницаемостью μ_0 расположена полупрозрачная тонкостенная незамкнутая сферическая оболочка Γ_Δ толщиной Δ. Оболочка Γ_Δ выполнена из материала с диэлектрической проницаемостью ε, магнитной проницаемостью μ, удельной электрической проводимостью γ и расположена на поверхности сферы Γ_1 радиусом a, круговое отверстие имеет угол раствора θ_0 (рис. 1). Оболочку Γ_Δ заменим на идеальную поверхность $\Gamma = \{r = a, \theta_0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi \le 2\pi\}$.

Для решения задачи свяжем с точкой 0 сферические координаты $\{r, \theta, \varphi\}$:

$$x = r\cos\varphi\,\sin\theta;\quad y = r\sin\varphi\,\sin\theta;\quad z = r\cos\theta,$$

где $0 \le r < \infty;\ 0 \le \theta \le \pi;\ 0 \le \varphi \le 2\pi$.

В пространстве распространяется первичное низкочастотное электрическое поле с электрическим потенциалом u_0, изменяющимся с круговой частотой ω. Для электрического потенциала u_1 поля внутри сферической поверхности и для потенциала $u_2 = u_0 + u_2'$ вне поверхности Γ_1 сформулируем краевую задачу экранирования со специальными граничными условиями [11] на поверхности экрана Γ:

$$\Delta u_1 = 0,\ 0 \le r < a,\ \Delta u_2' = 0,\ r > a; \tag{1}$$

$$u_1\Big|_{\Gamma_1\setminus\Gamma} = u_2\Big|_{\Gamma_1\setminus\Gamma},\ \frac{\partial u_1}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma_1\setminus\Gamma} = \frac{\partial u_2}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma_1\setminus\Gamma},\ 0 \le \theta < \theta_0; \tag{2}$$

$$u_1\Big|_{\Gamma} = u_2\Big|_{\Gamma} + V,\ V = \mathrm{const},$$

$$\frac{\partial(u_2 - u_1)}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma} = -apF(u_2 + u_1)\Big|_{\Gamma},\ \theta_0 < \theta \le \pi. \tag{3}$$

где $F(u) = (\vec{n}, \mathrm{rot}[\vec{n}, \mathrm{grad}\,u]) = -\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2\dfrac{\partial u}{\partial r}\right)$; $p = \dfrac{\varepsilon'\delta}{2\varepsilon_0 a}$;

$\delta = \dfrac{2}{k}\mathrm{tg}\dfrac{k\Delta}{2}$; $k = \omega\sqrt{\varepsilon'\mu}$, $0 \le \arg k < \pi$; $\varepsilon' = \varepsilon + i\dfrac{\gamma}{\omega}$; $\vec{n} = \vec{e}_r$ – внешний нормальный единичный вектор к поверхностям Γ, $\Gamma_1 \setminus \Gamma$, условию на бесконечности

$$u_2(M) \to 0 \text{ при } M \to \infty, \tag{4}$$

M — произвольная точка пространства.

Реальные электрические потенциалы и электрические поля определяются формулами:

$V_j = \mathrm{Re}(u_j e^{-i\omega t})$, $\vec{E}_j = -\mathrm{grad}\, V_j$, i — мнимая единица, $j = 1, 2$.

Отметим, что в [12] использовалось граничное условие сопряжения вида

$$\frac{\partial(u_2 + u_1)}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma} = -aqF(u_2 - u_1)\Big|_{\Gamma},\quad q = \frac{2}{\omega^2 \varepsilon_0 \mu \delta a}.$$

Вычислительный эксперимент показал, что величина q принимает достаточно большое значение. Поэтому в данном граничном условии пренебрегаем величиной $\frac{1}{q}\frac{\partial(u_2 + u_1)}{\partial \vec{n}}\Big|_{\Gamma}$ и получаем граничное условие $F(u_2 - u_1)\Big|_{\Gamma} = 0$. Так как в операторе F дифференцирование осуществляется вдоль поверхности Γ, то получим первое граничное условие (3), которое позволяет учитывать ёмкостные свойства оболочки Γ_1.

Можно воспользоваться другим обоснованием. Предполагается, что на одной стороне экрана располагаются распределенные по поверхности положительные заряды, а на другой — отрицательные. Считается, что заряды не могут нейтрализоваться путем передвижения с одной стороны экрана на другую. Такая структура описывается потенциалом двойного слоя, который терпит разрыв первого рода. Указанный разрыв потенциала описывается первым граничным условием (3).

Выполнение граничных условий. Представим решение задачи (1)–(3) в виде суперпозиции по базисным решениям уравнения Лапласа в сферической системе координат так, чтобы выполнялось условие на бесконечности (4):

$$\begin{aligned} u_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} x_n \left(\frac{r}{a}\right)^n P_n(\cos\theta),\quad 0 \le r < a; \\ u_2' &= \sum_{n=0}^{\infty} y_n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n(\cos\theta),\quad r > a, \end{aligned} \tag{5}$$

где x_n, y_n — неизвестные коэффициенты, подлежащие определению; $P_n(\cos\theta)$ — полиномы Лежандра [13].

В качестве первичного электрического поля примем поле электрического диполя, ориентированного вдоль оси $0z$ с точечными зарядами Q и $-Q$, расположенными соответственно в точках $M_1(0,0,-h_1)$, $M_2(0,0,-h_2)$:

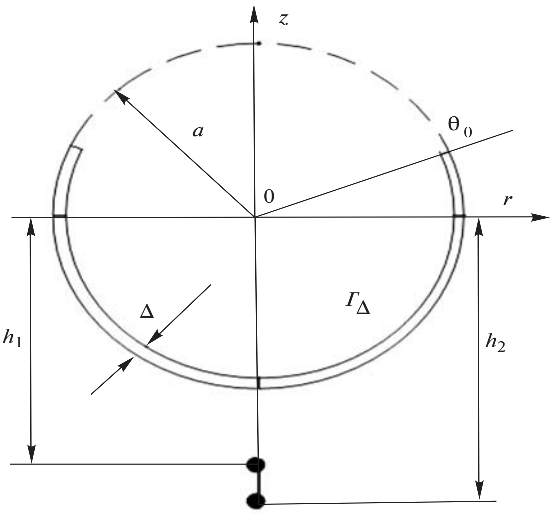

Рис. 1. Осевое сечение экрана

$$u_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + h_1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + h_2)^2}}\right),\quad h_2 > h_1 > a.$$

Полярность диполя меняется с частотой f, $\omega = 2\pi f$ — круговая частота.

Потенциал этого поля в окрестности сферической оболочки равен [14]:

$$u_0 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{r}{a}\right)^n P_n(\cos\theta),\quad 0 \le r < a, \tag{6}$$

где $a_n = \frac{(-1)^n Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{a^n}{h_1^{n+1}} - \frac{a^n}{h_2^{n+1}}\right)$.

Учитывая представления (5), (6) и выполняя граничные условия (2), (3), с учетом разложения

$$f(\theta) = \begin{cases} 0, & 0 \le \theta < \theta_0 \\ V, & \theta_0 < \theta \le \pi \end{cases} = \sum_{n=0}^{\infty} f_n P_n(\cos\theta)$$

получаем соотношение между коэффициентами x_n, y_n:

$$x_n = f_n + y_n + a_n, \tag{7}$$

где $f_n = V\left(n + \frac{1}{2}\right)\int_{\theta_0}^{\pi} P_n(\cos\theta)\sin\theta\, d\theta = \frac{2n+1}{2n(n+1)} \times$

$\times V \sin\theta_0 P_n^1(\cos\theta_0)$, $n \ge 1$; $f_0 = 0{,}5V(1 + \cos\theta_0)$,

и парные сумматорные уравнения по полиномам Лежандра вида:

$$\left.\begin{array}{l} \sum\limits_{n=0}^{\infty} (nx_n + (n+1)y_n)P_n(\cos\theta) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} na_n P_n(\cos\theta), \\ 0 \le \theta < \theta_0; \\ \sum\limits_{n=0}^{\infty} (n(1 + (n+1)p)x_n + (n+1)(1 + np)y_n)P_n(\cos\theta) = \\ = \sum\limits_{n=0}^{\infty} n(1 - (n+1)p)a_n P_n(\cos\theta),\quad \theta_0 < \theta \le \pi. \end{array}\right\} \tag{8}$$

Исключим из (8) коэффициенты x_n с помощью представления (7) и введем в рассмотрение новые величины:

$$(2n+1)T_n = \Delta_n y_n + (2n(n+1)p)a_n + n(1+(n+1)p)f_n,\ n=0,1,...; \qquad (9)$$

$$g_n = \frac{2n+1-p/2}{2n+1+2n(n+1)p};\ \Delta_n = 2n+1+2n(n+1)p,$$

тогда парные уравнения (8) преобразуются к виду:

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{n=0}^{\infty}(-g_n)T_nP_n(\cos\theta)=\sum_{n=0}^{\infty}(\alpha_n a_n+\beta_n f_n)P_n(\cos\theta),\\&0\le\theta<\theta_0;\\&\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)T_nP_n(\cos\theta)=0,\ \theta_0<\theta\le\pi,\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

где $\alpha_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)p^2}{\Delta_n}$; $\beta_n = \dfrac{n(n+1)p^2}{2\Delta_n}$.

Преобразуем парные сумматорные уравнения (10) к регулярному интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Для этого введем в рассмотрение новую функцию $\varphi(t)$, которая связана с коэффициентами T_n соотношением:

$$T_n = \int_0^{\theta_0}\varphi(t)\cos(n+0{,}5)t\,dt,\ n=0,1,2,... \qquad (11)$$

После преобразований получим [15, 16]:

$$\varphi(x) - \int_0^{\theta_0}K(x,t)\varphi(t)dt = G(x),\ 0<x<\theta_0, \qquad (12)$$

где $G(x) = \dfrac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}(\alpha_n a_n+\beta_n f_n)\cos(n+0{,}5)x.$

Ядро интегрального уравнения имеет вид

$$K(x,t) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}g_n\cos(n+0{,}5)x\cos(n+0{,}5)t = K_0(x,t)+K_1(x,t), \qquad (13)$$

где

$$K_0(x,t) = \frac{4}{\pi p}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{C_n(x,t)}{2n+1} = \frac{1}{\pi p}\left(\ln\operatorname{ctg}\left(\frac{x+t}{4}\right)+\ln\operatorname{ctg}\left(\frac{|x-t|}{4}\right)\right);$$

$$K_1(x,t) = \frac{1}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}d_nC_n(x,t);\ C_n(x,t) = \cos\left(n+\frac12\right)t\cos\left(n+\frac12\right)x;$$

$$d_n = \frac{2-(2n+1)(p+4/p)}{(2n+1)(2n+1+2n(n+1)p)},\ d_n = O(n^{-2}) \text{ при } n\to\infty.$$

Вычисление коэффициента экранирования. Изменение напряженности электрического поля в произвольной точке M_0 внутри сферической оболочки в течение периода $T = 2\pi/\omega$ определяется по формуле

$$\vec{E}_1(M_0,\bar t) = -\frac{1}{a}\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{Re}(x_n\exp(-2\pi i\bar t))\left(\frac{r}{a}\right)^{n-1}\times (nP_n(\cos\theta)\vec e_r + P_n^1(\cos\theta)\vec e_\theta),$$

где $0\le\bar t\le1$, $\bar t = t/T$ — безразмерное время в отн. ед.

Если точка $M_0(0,0,z)$ находится на оси $0z$, то $|z|<a$, $\theta=0$ ($\cos\theta=1$, $P_n(1)=1$) или $\theta=\pi$ ($\cos\theta=-1$, $P_n(-1)=(-1)^n$), $P_n^1(\pm1)=0$, и тогда

$$\vec E_1(M_0,\bar t) = \begin{cases}E_1^{(+)}(M_0,\bar t)\vec e_r,\ 0\le z<a,\ \theta=0;\\ E_1^{(-)}(M_0,\bar t)\vec e_r,\ -a<z\le0,\ \theta=\pi,\end{cases}$$

где

$$E_1^{(+)}(M_0,\bar t) = -\frac1a\sum_{n=1}^{\infty}n\mathrm{Re}(x_n\exp(-2\pi i\bar t))\left(\frac{z}{a}\right)^{n-1},$$

$0\le z<a$;

$$E_1^{(-)}(M_0,\bar t) = -\frac1a\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n n\mathrm{Re}(x_n\exp(-2\pi i\bar t))\left(\frac{|z|}{a}\right)^{n-1},$$

$-a<z\le0$;

$$x_n = f_n + a_n + ((2n+1)T_n - 2n(n+1)pa_n - n(1+(n+1)p)f_n)/\Delta_n.$$

Коэффициент экранирования (ослабления) поля в точке M_0, расположенной на оси $0z$ внутри сферической оболочки, вычисляем по формуле

$$K^{(\pm)}(M_0,\bar t) = \frac{\left|E_1^{(\pm)}(M_0,\bar t)\right|}{\left|E_0^{(\pm)}(M_0,\bar t)\right|}, \qquad (14)$$

где

$$E_0^{(+)}(M_0,\bar t) = -\frac1a\sum_{n=1}^{\infty}a_n n\cos(2\pi\bar t)\left(\frac{z}{a}\right)^{n-1},\ 0\le z<a;$$

$$E_0^{(-)}(M_0,\bar t) = -\frac1a\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n n\cos(2\pi\bar t)\left(\frac{|z|}{a}\right)^{n-1},$$

$-a<z\le0$; a_n — действительное число.

Вычислительный эксперимент. Для численного решения интегрального уравнения (12) воспользуемся методом коллокации. Разобьем отрезок $[0,\theta_0]$ на N частичных отрезков $[\theta_0^0,\theta_0^1]$, $[\theta_0^1,\theta_0^2]$, ..., $[\theta_0^{N-1},\theta_0^N]$ длиной $h=\theta_0/N$, $\theta_0^s = sh$, $s=0,1,...,N$, $\theta_0^N=\theta_0$. Приближенное решение интегрального уравнения ищем в виде линейной комбинации:

$$\varphi(t) = \sum_{n=1}^{N}C_n\psi_n(t),\ \psi_n(t) \text{ — базисные функции.} \qquad (15)$$

В качестве базисных функций выбираем систему функций Хаара [18], а в качестве точек коллокации — точки $x^{(m)} = (\theta_0^m + \theta_0^{m-1})/2$ — середины частичных отрезков. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов C_n:

$$\sum_{n=1}^{N} C_n \left(\delta_{nm} - \int_{\theta_0^{n-1}}^{\theta_0^{n}} K(x^{(m)},t)dt \right) = G(x^{(m)}), \quad m = 1,...,N, \qquad (16)$$

где $G(x^{(m)}) = \dfrac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_n a_n + \beta_n f_n) \cos(n+0,5)x^{(m)}$.

Решая систему (16), вычисляем коэффициенты T_n по формуле:

$$T_n = \sum_{j=1}^{N} C_j \int_{\theta_0^{j-1}}^{\theta_0^{j}} \cos(n+0,5)t\,dt.$$

Кроме того, для получения достоверного решения системы линейных алгебраических уравнений (16) необходимо проверить обусловленность системы. Матрица, соответствующая системе, считается хорошо обусловленной, если число обусловленности матрицы ≥ 1 [19].

Был проведен вычислительный эксперимент. Число обусловленности системы линейных алгебраических уравнений в пространстве L_1, L_2 [20] для рассмотренных параметров задачи не превышало 40. При выполнении расчетов бесконечные суммы, входящие в представление интегральных уравнений (12), вычислялись с точностью 10^{-5} при шаге $h = 0,05$. Расчеты выполнялись в системе компьютерной математики Mathcad 14 [21].

В ходе вычислений были получены значения коэффициента экранирования $K^{(+)}(M_0,0)$ для некоторых углов раствора θ_0 незамкнутой полупрозрачной сферической оболочки Γ и следующих параметров: $h_1/a = 1,2$; $h_2/a = 1,201$; $\Delta/a = 0,1$; $f = 100$ Гц; $\varepsilon = 50\varepsilon_0$; $\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}$ Ф/м; $\gamma = 0$; $\mu = \mu_0$; $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м; $V = 1$ В; $Q = 0,01$ Кл.

На рис. 2 представлены графики $K^{(+)}(M_0,0)$, $0 \leq z/a < 1$ для углов раствора θ_0: *1* —100°, *2* —90°, *3* — 60°, *4* — 45°, *5* — 30°.

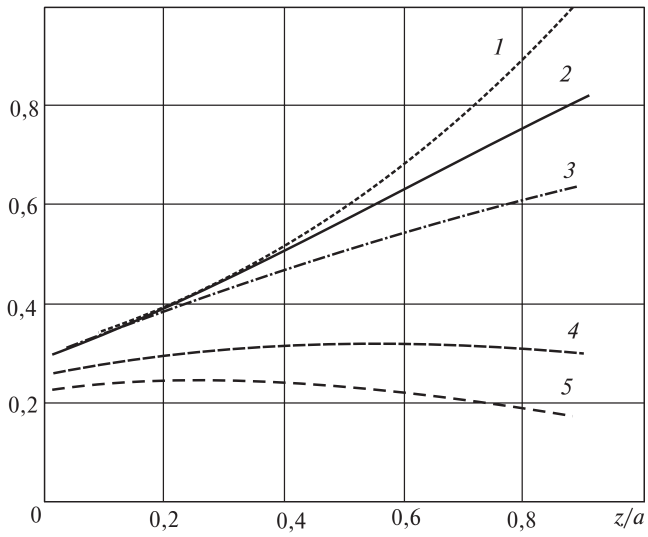

Рис. 2. Зависимости коэффициента экранирования от z/a для $\Delta/a = 0,1$ $f = 100$ Гц и различных углов раствора θ_0

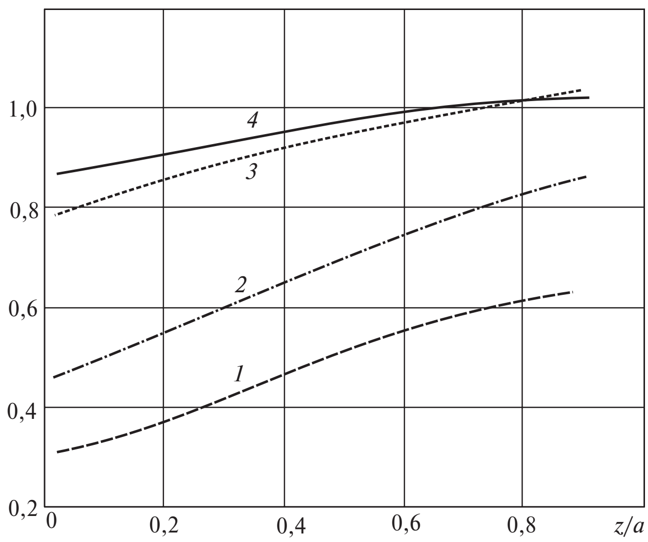

Рис. 3. Зависимости коэффициента экранирования от z/a для различных значений Δ/a

На рис. 3 представлены графики $K^{(+)}(M_0,0)$, $0 \leq z/a < 1$ для угла раствора $\theta_0 = 60°$, $f = 1000$ Гц и различных значений отношений толщины оболочки Δ к радиусу Δ/a: *1* — 0,1; *2* — 0,05; *3* — 0,01; *4* — 0,005.

На рис. 4 представлены графики $K^{(+)}(M_0,0)$, $0 \leq z/a < 1$ для угла раствора $\theta_0 = 60°$, $f = 1000$ Гц,

Потенциал V	Значения коэффициентов экранирования при отношениях z/a, равных						
	0,01	0,21	0,41	0,61	0,91	- 0,51	- 0,91
0,01	0,768556	0,828029	0,875641	0,911813	0,948297	0,560321	0,317385
100	0,768604	0,828101	0,875732	0,911915	0,948408	0,560327	0,317386
10000	0,773313	0,835131	0,884677	0,922087	0,959392	0,560942	0,317412

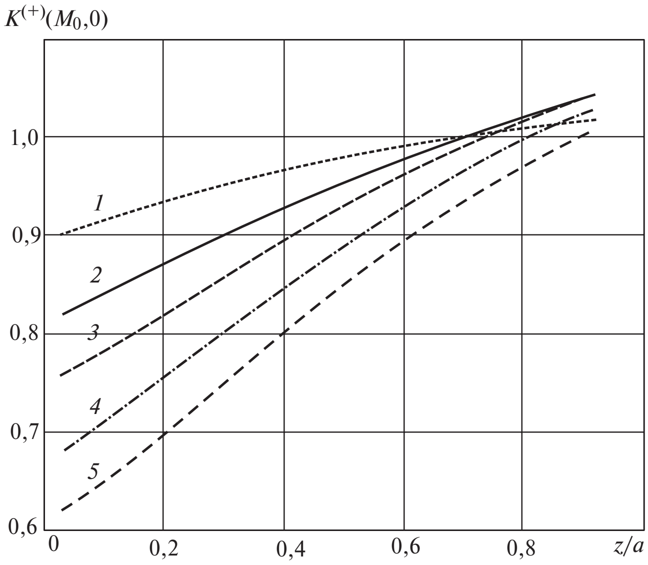

Рис. 4. Зависимости коэффициентов экранирования от z/a для различных значений $\varepsilon/\varepsilon_0$

$\Delta/a = 0{,}01$ и различных значений отношений $\varepsilon/\varepsilon_0$: *1* – 20; *2* – 40; *3* – 60; *4* – 90; *5* – 120.

В таблице приведены значения коэффициентов экранирования $K^{(+)}(M_0,0)$ при изменении потенциала V, значений $-1 < z/a < 1$ и следующих параметров: $h_1/a = 1{,}2$; $h_2/a = 1{,}201$; $\Delta/a = 0{,}01$; $\theta_0 = 90°$; $f = 500$ Гц; $\varepsilon = 50\varepsilon_0$; $\gamma = 0$; $\mu = \mu_0$; $Q = 0{,}1$ Кл.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Воронин Г.П.** Электромагнитная совместимость: безопасность электронных систем и аппаратуры, защита окружающей среды и здоровья человека. – Электроника: Наука, технология, бизнес, 2000, № 2.

2. **Павлов А.Н.** Воздействие электромагнитных излучений на жизнедеятельность. – М.: Гелиос АРВ, 2002.

3. **Довгуша В.В., Тихонов М.Н., Довгуша Л.В.** Влияние естественных и техногенных электромагнитных полей на безопасность жизнедеятельности. – Экология человека, 2009, № 12.

4. **Бородай П.Н., Мырова Л.О.** Опасные электромагнитные излучения от персональных компьютеров и защита от них. – Информационно-измерительные и управляющие системы, 2006, т.4, № 1–3.

5. **Резинкина М.М.** Использование численных расчетов для выбора средств экранирования от действия магнитного поля. – ЖТФ, 2007, т.77, вып.11.

6. **Шапиро Д.Н.** Электромагнитное экранирование. – Долгопрудный: Издат. дом «Интеллект», 2010.

7. **Apollonskii S.M., Erofeenko V.T., Shushkevich G.Ch.** Shielding of Electromagnetic Fields by System of Passive and Active Screens. – Proc. of St. Petersburg IEEE Chapters, 2003.

8. **Ерофеенко В.Т., Шушкевич Г.Ч.** Экранирование низкочастотных электрических полей системой экранов: тонкая незамкнутая сферическая оболочка – тонкостенная сферическая проницаемая оболочка. – ЖТФ, 2003, т.73, вып.3.

9. **Аполлонский С.М., Ерофеенко В.Т.** Электромагнитные поля в экранирующих оболочках. – Минск: Университетское, 1988.

10. **Shushkevich G.Ch.** Modelling of electromagnetic fields in problems of shielding. Computer Algebra Systems in Teaching and Research. – Proc. 4-th International Workshop, 2007.

11. **Аполлонский С.М., Ерофеенко В.Т.** Эквивалентные граничные условия в электродинамике. – СПб: Безопасность, 1999.

12. **Козловская И.С., Ерофеенко В.Т.** Модели электрических процессов в сферической тонкостенной оболочке с отверстием. – Вестник БГУ, сер. 1: Физ., Мат., Информ., 2008, № 1.

13. **Справочник** по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами/Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М.: Наука, 1979.

14. **Ерофеенко В.Т., Козловская И.С.** Основы математического моделирования. – Минск: БГУ, 2002.

15. **Шушкевич Г.Ч.** Расчет электростатических полей методом парных, тройных уравнений с использованием теорем сложения. – Гродно: ГрГУ, 1999.

16. **Уфлянд Я.С.** Метод парных уравнений в задачах математической физики. – Л.: Наука, 1977.

17. **Гримальский О.В.** Модели электромагнитной дифракции на тонких однородных оболочках. – Радиотехника и электроника, 2005, т.59, № 3.

18. **Дмитриев В.И., Захаров Е.В.** Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. – М.: МГУ, 1987.

19. **Каханер Д., Моулер К., Нэш С.** Численные методы и программное обеспечение. – М.: Мир, 1998.

20. **Вержбицкий В.М.** Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2002.

21. **Шушкевич Г.Ч., Шушкевич С.В.** Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14, ч. 1. – Минск: Изд. Гревцова, 2010.

[17.12.10]

Авторы: ***Ерофеенко Виктор Тихонович*** *окончил механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова в 1969 г. В 1993 г. защитил докторскую диссертацию «Метод теорем сложения и теория усредненных граничных условий в краевых задачах электродинамики». Профессор кафедры математической физики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета (БГУ).*

Шушкевич Геннадий Чеславович *окончил факультет прикладной математики БГУ в 1976 г. В 2008 г. защитил докторскую диссертацию «Моделирование полей в многосвязных областях в задачах электростатики и экранирования». Заведующий кафедрой информатики и компьютерного моделирования Гродненского государственного университета имени Я. Купалы (Республика Беларусь).*