

*Elektrichestvo (Electricity), 2016, No. 6, pp. 21–25.*

## Environmental Consequences of Emergency Situations in Electrical Networks

SKOPINTSEV Vladimir Alekseyevich (Public Company «Institut Energoset'proekt», Moscow, Russia) –  
Head of the Department, Dr. Sci. (Eng.)

*Emergency situations entailing ecological consequences for a human and natural environment may occur during operation of overhead power lines and substations. A method ical approach and calculation formulas are proposed for evaluating the ecological risk associated with emergency situations in electric networks. An analysis of deviations from normal operation in the Ural power system entailing ecological consequences that occurred for the period from 2006 to 2015 is given.*

*Key words: electric network, emergency situation, ecological consequences, risk of negative consequences, statistical data*

### REFERENCES

1. **Andriyevskii V.N.** *Upravleniye predpriyatiyem elektricheskikh setei. 2ye izd.* (Enterprise management of electrical networks. 2nd Publ.). Moscow, Publ. Energoatomizdat, 1988, 344 p.
2. **STO-56947007.** *Standart organizatsii OAO «FSK EES». Ekologicheskaya bezopasnost' elektrosetevykh obyektov. Trebovaniya pri proektirovani. Data vvedeniya 15.03.2010* (Standard Organization JSC «Federal Grid Company of Unified Energy System» (FGC UES). Environmental Safety of Electricity Facilities. Requirements for the Design. Late of introduction 15.03.2010).
3. **Federal'nyi zakon RF ot 27.12.02 No. 184-F3. O tekhnicheskoy regulirovani** (Federal Law of 27.12.02 No. 184-F3. On technical regulation).

4. **RD 03-418-01** *Metodicheskiye ukazaniya po provedeniyu analiza riska opasnykh proizvodstvennykh ob'yektov* (Guidelines for risk analysis of harardous production facilities). Moscow, Publ. Russia «Gostekhnadzor», 2001.

5. **Skopintsev V.A.** *Kachestvo elektroenergeticheskikh system: nadezhnost', bezopasnost', ekonomichnost', shivuchest'* (Quality of electric power systems: reliability, safety, efficiency, survivability). Moscow, Publ. «Mashinostroyeniye», 2015, 352 p.

6. **Venttsel' Ye.S., Ovcharov L.A.** *Teoriya sluchainykh protsessov i yeye inzhenernye prilozheniya* (The theory of random processes and its engineering application). Moscow, Publ. «Nauka», 1991, 384 p.

*Электричество, 2016, № 6, с. 25–33.*

## Расчет магнитных потерь электромеханических устройств

АФАНАСЬЕВ А.А.

*На основе решения уравнения Ландау–Лифшица для однодоменной структуры магнетика предлагаются формулы для расчёта гистерезисных явлений при переменном, вращательном и переменном-вращательном перемагничивании электротехнической стали. Рассматриваются расчётные кривые нутации вектора намагниченности, гистерезисные петли при продольном и поперечном гармоническом воздействии внешнего магнитного поля на домен с учётом его структуры при статическом симметричном намагничивании. Обсуждаются возможности использования полученных уравнений для многодоменного ферромагнетика. Проводится гармоническая линеаризация симметричной гистерезисной петли с целью определения параметров эквивалентных синусоид магнитного поля и удельных гистерезисных потерь. Метод численного расчета потерь от вихревых токов в стальных листах шихтованного магнитного сердечника, предлагаемый авторами, основан на определении среднего значения вектора Пойнтинга плоских электромагнитных волн, воздействующих на обе стороны каждого листа локальных элементарных участков (ЭУ) сердечника. Программа численного метода предусматривает разбиение нелинейных фрагментов магнитной цепи (зубцов, ярм, постоянных магнитов) на совокупность ЭУ, магнитная проницаемость которых дискретно постоянна внутри (после итерационного уточнения) и испытывает скачки на границах ЭУ. Расчёты магнитных потерь, выполненные на основе этой полевой программы, учитывают особенности геометрической формы каждого ЭУ.*

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** электромеханические устройства, уравнения Ландау–Лифшица, перемагничивание, гармоническая линеаризация, удельные магнитные потери, математическое моделирование, численные расчёты

Современные программы численного математического моделирования электрических машин по-

зволяют при минимуме допущений получить результаты, близкие к данным физических исследо-

ваний. Однако адекватный расчет магнитных потерь в ферромагнитных сердечниках вызывает значительные трудности ввиду сложности происходящих явлений. Математические подходы к описанию динамических процессов в стали носят феноменологический характер, и их достоверность должна подтверждаться опытными данными.

Среди известных (и нашедших достаточно широкое применение) методов расчета магнитных потерь, предложенных в конце прошлого века, следует назвать модели Прейзаха [1, 2] и Джилса–Атертона [3]. Первая модель оперирует с плотностью распределения множества специфических магнитных доменов<sup>1</sup>, имеющих в одноосном магнитном поле прямоугольные симметричные петли гистерезиса с предельными значениями  $\pm 1$ . Модель учитывает толщину шихтованных листов электротехнической стали, её электропроводность, но имеет существенное ограничение, связанное с требованием квазистационарности магнитного поля, поскольку предполагает полное проникновение магнитного потока в сечение стали.

Применение нейронных сетей позволило учесть в этой модели и динамические эффекты [5]. Свидетельством универсальных свойств такой версии модели является возможность учёта поперечного магнитного поля (гистерезис вращающегося магнитного поля) и действия механических напряжений и температуры [5–8]. Однако её реализация достаточно сложна и специфична.

Модель Джилса – Атертона ввиду своей простоты и доступности получила достаточно широкое применение в расчётной практике [9, 10]. В ней используется простейшая аппроксимация статической петли гистерезиса и линейная связь коэрцитивной силы динамической петли гистерезиса со скоростью изменения напряженности магнитного поля.

**Расчёт гистерезисных явлений на основе решения уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта.** В 60–90-е годы прошлого столетия в Московском энергетическом институте под руководством А.И. Пирогова и Ю.М. Шамаева были широко развёрнуты работы по исследованию динамических свойств магнитных сердечников и лент для устройств автоматики и вычислительной техники [11, 12]. Ещё ранее значительные результаты в этом направлении были получены проф. К.М. Поливановым [13, 14].

В качестве физико-математической основы для исследуемых процессов были взяты различные ва-

рианты решений уравнения Ландау–Лифшица в модификации его Гильбертом применительно к поведению вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  в однодоменном ферромагнетике, находящемся в магнитном поле напряжённостью  $\mathbf{H}$ . Поле состоит из внешнего и внутреннего полей ферромагнетика. Последние связаны с обменной энергией атомов (она формирует домены с намагниченностью насыщения), анизотропией кристаллических структур, собственным магнитостатическим магнитным полем.

Каноническая форма уравнения имеет вид [15]:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = g[\mathbf{M}, \mathbf{H}] - \alpha \frac{g}{M_s} [\mathbf{M}, [\mathbf{M}, \mathbf{H}]], \quad (1)$$

где  $g < 0$  – скалярный множитель, близкий по модулю гиромангнитному отношению свободных электронов ( $|g| \gg 2,2 \times 10^5$ );  $\alpha > 0$  – безразмерная постоянная, характеризующая скорость релаксации вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  в магнитном поле  $\mathbf{H}$ , её значение уточняется из опыта;  $M_s$  – модуль вектора намагниченности, имеющий известный смысл намагниченности насыщения.

Кроме формы (1), возможен другой эквивалентный вид рассматриваемого уравнения:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \tilde{g}[\mathbf{M}, \mathbf{H}] - \frac{\alpha}{M_s} \frac{d\mathbf{M}}{dt} \times \mathbf{M}, \quad (2)$$

где  $\tilde{g} = \frac{g}{1 + \alpha^2}$ . Второе слагаемое в этом уравнении связывают с именем Гильберта. При всех движениях (эволюциях) вектора  $\mathbf{M}$  согласно (1) и (2) его длина остается неизменной.

Фиксируем элементарный объём магнитного материала радиус-вектором  $\mathbf{r}$ . Момент импульса (количество движения)  $\mathbf{J}$  единицы объёма ферромагнетика, вызываемый спином электронов (с поправкой их орбитального движения) связан с намагниченностью простым выражением

$$\mathbf{M} = g\mathbf{J}. \quad (3)$$

Поскольку изменение количества движения  $\frac{d\mathbf{J}}{dt}$  равно механическому моменту  $\mathbf{T}$ , то из (1) при отсутствии в нём второго (релаксационного) слагаемого с учётом (3) следует:

$$\mathbf{T} = \frac{1}{g} \frac{d\mathbf{M}}{dt} = [\mathbf{M}, \mathbf{H}]. \quad (4)$$

Равенство (4) показывает, что при разнонаправленности векторов  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{H}$  конец вектора  $\mathbf{M}$  под действием механического момента  $\mathbf{T}$  будет совершать прецессионное движение по окружности относительно вектора  $\mathbf{H}$ .

<sup>1</sup> Домены являются абстрактными образованиями, не имеющими никакого отношения к реальным макроскопическим доменам, структурированным в ферромагнетиках обменной энергией атомов, имеющих межатомное расстояние  $a$  и радиус электронных оболочек с вакантными местами  $r$ , причем  $3,2 \leq a/r \leq 6,2$  [4].

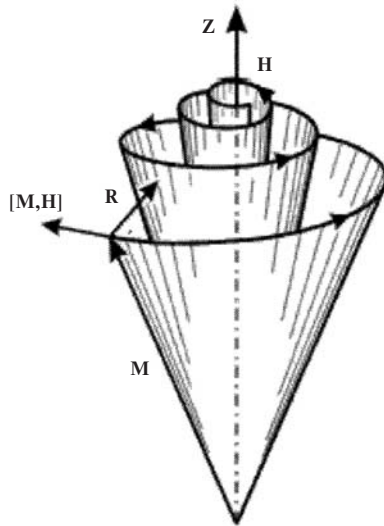


Рис. 1. Прецессия и нутация вектора намагниченности М

Второе слагаемое в (1) с учётом равенства (4) представляет ещё один момент

$$\mathbf{R} = - \frac{a}{M_s} [\mathbf{M}, \mathbf{T}], \quad (5)$$

вызывающий сближение (нутацию) вектора намагниченности с вектором  $\mathbf{H}$  (рис. 1).

**Гистерезисные явления при переменном внешнем поле (переменное перемагничивание).** Если предположить, что прямая в пространстве, по которой может изменяться во времени вектор  $\mathbf{H}$ , сохраняет своё положение и совпадает с осью декартовой системы координат, то векторное уравнение (1) в сферической системе координат будет представлено двумя скалярными уравнениями [15]:

$$\frac{dj}{dt} = -gH(t); \quad \frac{dJ}{dt} = -agH(t)\sin J, \quad (6)$$

где  $j$  – угол между осью  $x$  и направлением проекции вектора  $\mathbf{M}$  на плоскость  $0, x, y$ ;  $J$  – угол между осью  $z$  и вектором  $\mathbf{M}$ .

Первое уравнение описывает процесс движения (прецессии) проекции вектора  $\mathbf{M}$  на плоскости  $0, x, y$ , второе – процесс сближения (нутации) этого вектора с осью  $z$ . В последующем будем исследовать именно процесс нутации как составную часть полного движения этого вектора.

Для проекции вектора  $\mathbf{M}$  на ось справедливо

$$M = M_s \cos J. \quad (7)$$

Взяв производную по времени от этого равенства, с учетом второго уравнения в (6) получим

$$\frac{dM}{dt} = agM_s H(t) \sin^2 J. \quad (8)$$

Из (7) следует очевидное равенство

$$\sin^2 J = 1 - \frac{\partial M}{\partial M_s} \frac{\ddot{\theta}^2}{\dot{\theta}},$$

подставляя которое в (8), окончательно получаем

$$\frac{dM}{dt} = agM_s \frac{\partial}{\partial M_s} \left( 1 - \frac{\partial M}{\partial M_s} \frac{\ddot{\theta}^2}{\dot{\theta}} \right) \dot{H}(t). \quad (9)$$

Аналогичное дифференциальное уравнение в [11, 12] содержит вместо  $g$  упомянутый выше параметр  $\tilde{g} = \frac{g}{1+a^2}$ .

Будем в дальнейшем пренебрегать в магнетике анизотропией и напряженностью магнитостатического поля, направленного встречно вектору намагниченности<sup>2</sup>, тогда магнитная индукция в магнетике

$$B = \mu_0 M. \quad (10)$$

С учётом (10) уравнение (9) можно записать в виде

$$\frac{dB}{dt} = agB_s \frac{\partial}{\partial B_s} \left( 1 - \frac{\partial B}{\partial B_s} \frac{\ddot{\theta}^2}{\dot{\theta}} \right) \dot{H}(t), \quad (11)$$

где  $B_s$  – магнитная индукция насыщения;  $H(t)$  – напряжённость внешнего магнитного поля.

При прекращении действия внешнего поля обменные силы спонтанно изменяют значение индукции до остаточного значения  $B_r$  (эффект последнего действия).

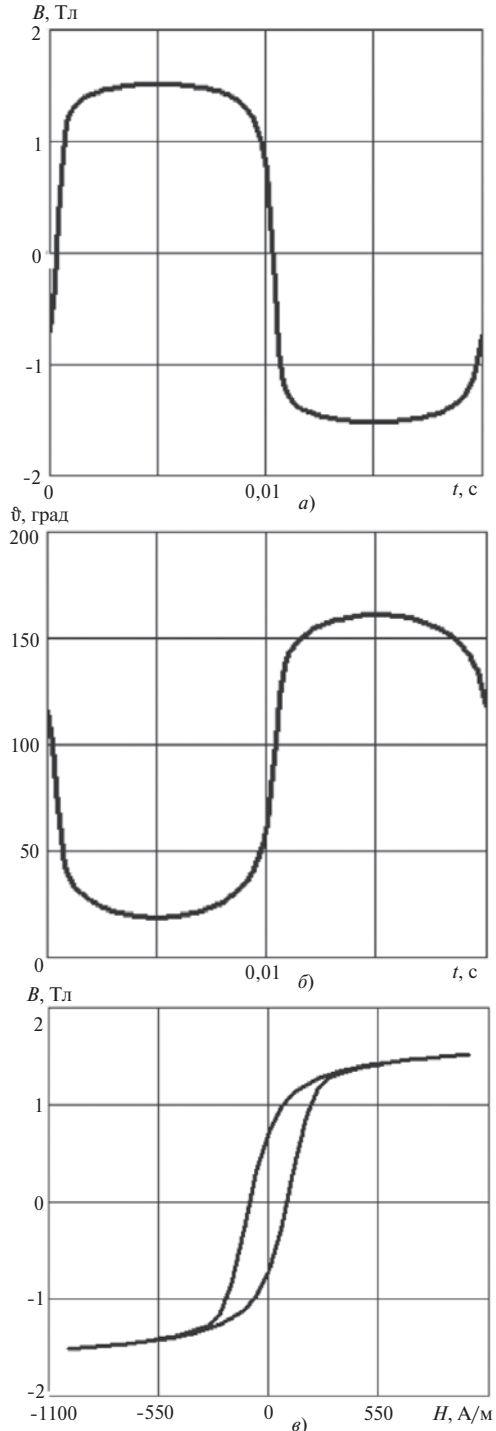
В справочных изданиях приводится информация о симметричных статических петлях гистерезиса  $B = B(H)$  для различных марок электротехнических сталей. Эта информация в виде зависимостей  $H_0 = H_c(B)$  (одна зависимость соответствует восходящей, другая – нисходящей ветви статической петли) может использоваться в (11) в качестве фрагментов внешнего магнитного напряжения, формирующего статическую петлю. Тогда разность  $H(t) = H_1(t) - H_c(B)$  может рассматриваться как внешнее напряжение, выстраивающее динамическую петлю на базе статической.

На рис 2, иллюстрирующем переменное перемагничивание, показаны в виде кривых решения дифференциальных уравнений<sup>3</sup> (6), (11) с коэффициентом релаксации  $a = 9 \times 10^{-5}$  и зависимость  $B(H)$  для частоты 50 Гц применительно к изотропной

<sup>2</sup> Вводя коэффициент восприимчивости  $k_M$  [14], имеем  $M = k_M H$  и  $B = \mu_0(k_M + 1)H$ , где  $m = k + 1$  – относительная магнитная проницаемость. Поскольку для электротехнических сталей при  $M < M_s$  значение  $m > 1$ , то можно считать  $B \approx \mu_0 k_M H = \mu_0 M$ .

<sup>3</sup> Решения дифференциальных уравнений и графические построения выполнялись с помощью математической программы Mathcad 15.

холоднокатаной стали 2213 с толщиной листа 0,5 мм [16]. Потери на гистерезис, вычисленные по площади петли  $B(H)$  на рис. 2 с помощью формулы (19), составили 2,77 Вт/кг. Полные магнитные потери для магнитной индукции  $B_m = 1,5$  Тл на частоте 50 Гц равны 4,44 Вт/кг [16].



**Рис. 2.** Переменное перемагничивание холоднокатаной изотропной электротехнической стали 2213 толщиной 0,5 мм с индукцией насыщения 1,6 Тл при синусоидальном изменении напряженности магнитного поля с амплитудой 1000 А/м и частотой 50 Гц: а и б – изменения магнитной индукции  $B$  и угла нутации  $J$  вектора намагниченности (начальные значения:  $B(0) = -0,7$  Тл;  $J(0) = 115,94$  град); в – зависимость  $B(H)$  при  $H_{сБ} = 94,4$  А/м

**Гистерезисные явления при вращающемся внешнем поле (переменно-вращательное и вращательное перемагничивание).** В магнитных сердечниках электрических машин помимо переменного перемагничивания (в трансформаторах, зубцах) наблюдается вращательное или переменно-вращательное (в ярмах) перемагничивание. Опытные данные свидетельствуют [17], что гистерезисные потери при этом могут до 1,5 раз превышать аналогичные потери переменного перемагничивания при магнитных индукциях до 1 Тл. При больших уровнях индукции наблюдается обратная картина.

При произвольной ориентации вектора  $\mathbf{H}$  векторное уравнение (1) в сферической системе координат будет представлено двумя более общими скалярными уравнениями [15]:

$$\begin{aligned} \frac{dj}{dt} \sin J &= gH_J(t) + agH_j(t); \\ \frac{dJ}{dt} &= agH_J(t) - gH_j(t), \end{aligned} \tag{12}$$

где  $H_J(t)$ ,  $H_j(t)$  – проекции вектора  $\mathbf{H}$  в сферических координатах:

$$\begin{aligned} H_J(t) &= H_x(t) \cos J \cos j + H_y(t) \cos J \sin j - H_z(t) \sin J; \\ H_j(t) &= -H_x(t) \sin j + H_y(t) \cos j. \end{aligned} \tag{13}$$

Будем полагать, что вектор  $\mathbf{H}$  совершает вращательное движение в плоскости  $0, x, z$ , описывая своим концом (в общем случае) эллипс; проекции вектора на осях  $z$  и  $x$  совершают гармонические колебания с разными амплитудами  $H_{zm}$  и  $H_{xm}$ :

$$\begin{aligned} H_x(t) &= H_{xm} \cos \omega t; \\ H_z(t) &= H_{zm} \sin \omega t. \end{aligned} \tag{14}$$

Для этой плоскости с учётом формул (13):

$$\begin{aligned} j &= 0; \quad H_y(t) = 0; \quad H_j(t) = 0; \\ H_J(t) &= H_x(t) \cos J - H_z(t) \sin J. \end{aligned} \tag{15}$$

В результате второе уравнение (12) для угла нутации  $J$  примет вид:

$$\frac{dJ}{dt} = ag[H_x(t) \cos J - H_z(t) \sin J]. \tag{16}$$

При  $H_{zm} = H_{xm}$  имеем круговое вращение, при  $H_{xm} \ll H_{zm}$  – переменно-вращательное перемагничивание, близкое к переменному.

Дифференцируя равенство (7), с учетом (16) получаем

$$\frac{dM}{dt} = -agM_x [H_x(t) \cos J - H_z(t) \sin J] \sin J.$$

После подстановки в эту формулу очевидных выражений

$$\sin J = \sqrt{1 - \frac{\frac{\partial B}{\partial H} \frac{\partial \dot{H}}{\partial t}}{M_s}}, \quad \cos J = \frac{M}{M_s}$$

и равенства (10) окончательно получим:

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} = & agB_s \frac{\partial B}{\partial H} \frac{\partial \dot{H}}{\partial t} \sin wt - \\ & - agB_s \sqrt{1 - \frac{\frac{\partial B}{\partial H} \frac{\partial \dot{H}}{\partial t}}{M_s}} H_{xm} \cos wt. \end{aligned} \quad (17)$$

С учётом известной статической петли гистерезиса по оси *z*, полученной экспериментально, и различия магнитных свойств стали по направлениям перпендикулярных осей *z* и *x* (явление анизотропии) коэффициент релаксации *a* в слагаемых правой части формулы (17) будет неодинаковым. В этом общем случае формулу (17) запишем так:

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dt} = & a_z gB_s \frac{\partial B}{\partial H} \frac{\partial \dot{H}}{\partial t} (H_{zm} \sin wt - H_{cB}) - \\ & - a_x gB_s \sqrt{1 - \frac{\frac{\partial B}{\partial H} \frac{\partial \dot{H}}{\partial t}}{M_s}} H_{xm} \cos wt, \end{aligned} \quad (18)$$

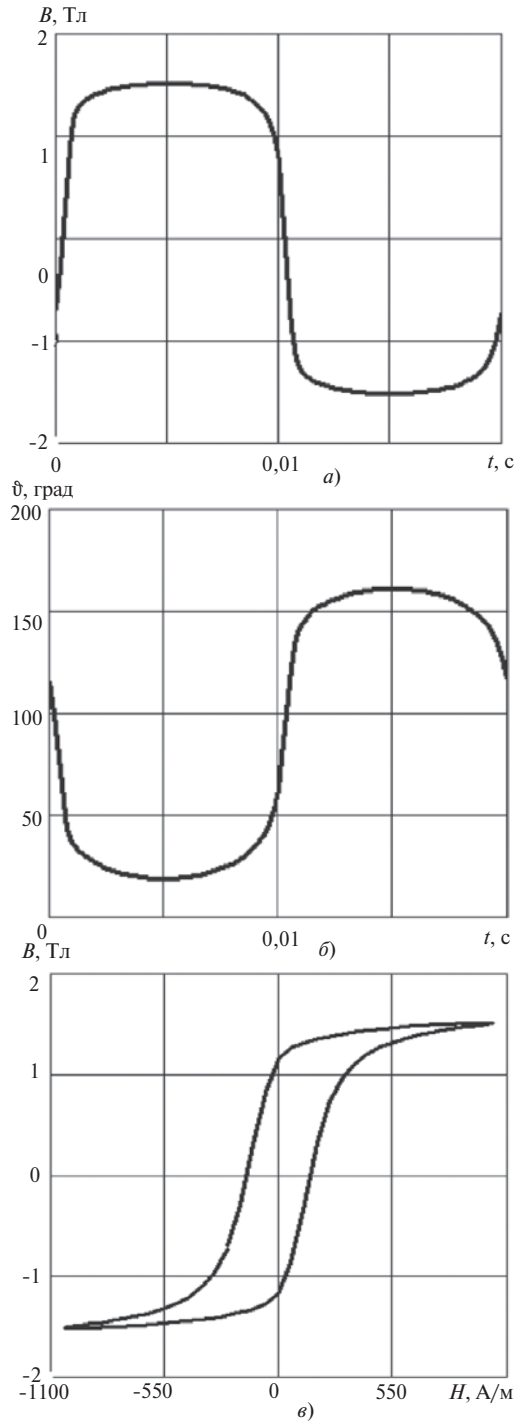
где *a<sub>x</sub>*, *a<sub>z</sub>* – коэффициенты релаксации вектора **M** применительно к внешним магнитным полям, действующим по осям *z* и *x*.

При эллиптическом вращении вектора **H** в плоскости *z,0,x* векторы **M** и **B** будут следовать за ним, совершая одновременно прецессионные и нутационные движения в соответствии с (18).

Коэффициенты релаксации по осям *z* и *x* выбираются таким образом, чтобы за период изменения внешнего магнитного поля совершался полный цикл перемагничивания (изменения магнитной индукции) по этим осям.

На рис. 3 и 4, относящихся к переменному-вращательному перемагничиванию, показаны в виде кривых решения дифференциальных уравнений (16), (18) с коэффициентами релаксации *a<sub>x</sub>* = 9·10<sup>-7</sup>; *a<sub>z</sub>* = 9·10<sup>-5</sup> и зависимости *B(H)* для частот 50 и 150 Гц применительно к изотропной холоднокатаной стали 2213 с толщиной листа 0,5 мм [16].

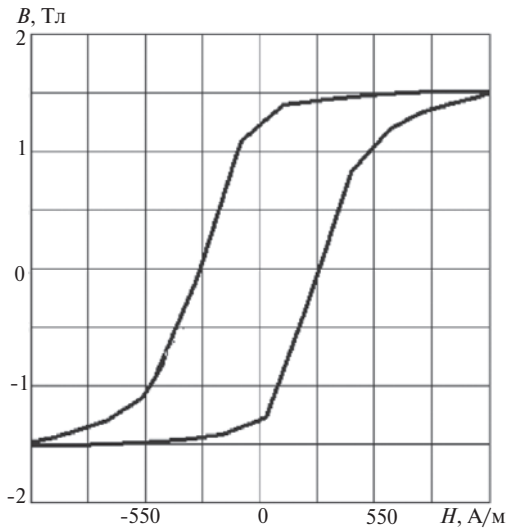
Замкнутый (циклический) характер кривых с отсутствием интервалов последействия достигается варьированием начального значения магнитной индукции в дифференциальном уравнении (18). Потери на гистерезис, вычисленные в соответствии с (19) по площади петли *B(H)* на рис. 3, составили 6,76 Вт/кг. Это значение примерно в 2,4 раза превышает аналогичные потери при рассмотренном выше переменном перемагничивании. На частоте



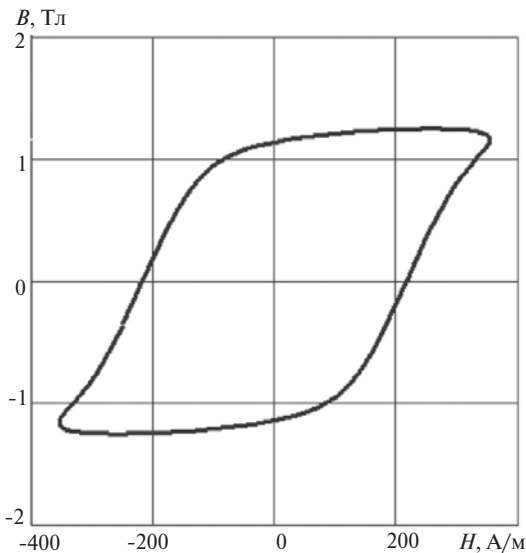
**Рис. 3.** Переменно-вращательное перемагничивание холоднокатаной изотропной электротехнической стали 2213 толщиной 0,5 мм с индукцией насыщения 1,6 Тл при синусоидальном изменении напряженности магнитных полей *H<sub>z</sub>(t)* и *H<sub>x</sub>(t)* с амплитудами соответственно 1000 и 250 А/м и частотой 50 Гц: *a* и *б* – изменения магнитной индукции *B* и угла нутации *J* вектора намагниченности (начальные значения: *B*(0) = - 0,7 Тл; *J*(0) = 115,9 град); *в* – зависимость *B(H)*

150 Гц (рис. 4) и большем в два раза значении *H<sub>xm</sub>* гистерезисные потери увеличились до 39,8 Вт/кг.

На рис. 5 иллюстрируется вращательное перемагничивание на частоте 50 Гц, при котором *a<sub>x</sub>* = 9·10<sup>-8</sup>; *a<sub>z</sub>* = 9·10<sup>-5</sup>; *H<sub>zm</sub>* = *H<sub>xm</sub>* = 250 А/м; гистерезисные потери составили 6,75 Вт/кг. На



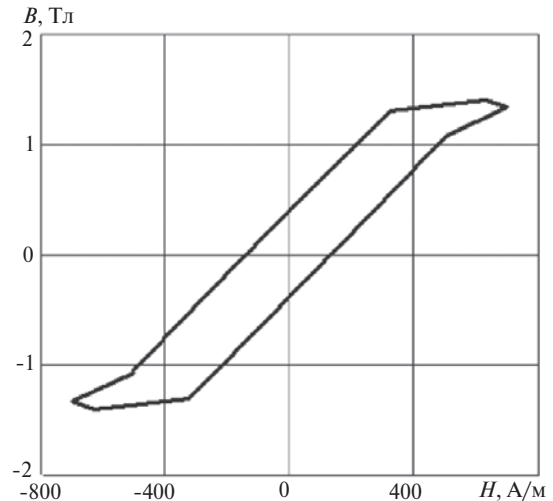
**Рис. 4.** Переменно-вращательное перемагничивание холоднокатаной изотропной электротехнической стали 2213 толщиной 0,5 мм с индукцией насыщения 1,6 Тл при синусоидальном изменении напряженности магнитных полей  $H_z(t)$  и  $H_x(t)$  с амплитудами 1500 и 500 А/м, частотой 150 Гц и  $B(t=0) = -0,9$  Тл



**Рис. 5.** Вращательное перемагничивание холоднокатаной изотропной электротехнической стали 2213 толщиной 0,5 мм с индукцией насыщения 1,6 Тл при синусоидальном изменении напряженности магнитных полей  $H_z(t)$  и  $H_x(t)$  с одинаковыми амплитудами 250 А/м, частотой 50 Гц и  $B(t=0) = -0,35$  Тл

рис. 6 показаны кривые вращательного перемагничивания при  $a_x = 9 \times 10^{-7}$ ;  $a_z = 9 \times 10^{-5}$  на частоте 500 Гц с одинаковыми амплитудами продольного и поперечного внешнего поля 500 А/м. Гистерезисные кривые  $B(H)$  состоят из участков, близких по форме отрезкам прямых; значение гистерезисных потерь равно 52,9 Вт/кг.

Полученные уравнения, как отмечалось выше, соответствуют однодоменному магнетиду. В структуре из многих доменов (их размеры для железа равны примерно  $10^{-3}$  см) границы между ними являются специфическими образованиями (стенками Блоха [4]) толщиной  $(0,25, 0,35) \times 10^{-5}$  см. У размаг-

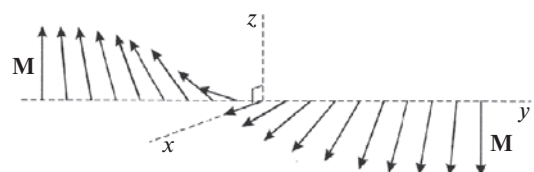


**Рис. 6.** Вращательное перемагничивание холоднокатаной изотропной электротехнической стали 2213 толщиной 0,5 мм с индукцией насыщения 1,6 Тл при синусоидальном изменении напряженности магнитных полей  $H_z(t)$  и  $H_x(t)$  с одинаковыми амплитудами 500 А/м, частотой 500 Гц и  $B(t=0) = -1,05$  Тл

ниченного магнетика направления векторов намагниченности доменов, имеющих общую границу, образуют углы в 90 или 180° [4, 18]. Между краями стенки Блоха совершается плавный поворот направления вектора намагниченности, как показано на рис. 7.

При приложении слабого намагничивающего внешнего поля векторы намагничивания стенок Блоха обратимо повернутся в его направлении, причём только тех стенок, у которых направления намагниченности их доменов образуют наименьшие углы с направлением внешнего поля. Векторы намагниченности этих доменов также одновременно поворачиваются в направлении поля. Происходящий процесс равносителен увеличению объёма названных доменов или смещению их стенок. При дальнейшем увеличении внешнего магнитного поля векторы  $\mathbf{M}$  уже всех других доменов начинают поворот в направлении вектора  $\mathbf{H}$ .

Видим, что и во многодоменной структуре магнетика процессы его намагничивания могут описываться дифференциальными уравнениями (11), (17). Поэтому другие варианты математического моделирования динамических процессов в магнетике, ориентированные на изменение объёмов доменов из-за смещения их границ, при опытной проверке приводили примерно к тем же результатам, что и полученные на основе теории прецессионно-нутационного вращения вектора  $\mathbf{M}$  [11].



**Рис. 7.** Поворот вектора намагниченности  $\mathbf{M}$  в стенке Блоха

**Расчёт гистерезисных потерь в электротехнической стали.** При известной динамической петле полного циклического перемагничивания потери мощности на гистерезис в единице объёма магнетика составят

$$P_{\Gamma} = f \oint H dB \text{ (Вт/м}^3\text{)}, \quad (19)$$

где  $f$  – частота перемагничивания ( $1/f = T$  – время одного цикла перемагничивания).

При решении дифференциальных уравнений (11), (17) средствами математической программы Mathcad интеграл в (19) может вычисляться с заданной точностью. Приближённо интеграл в этом выражении можно заменить площадью трапеции шириной  $2H_c$  и высотой  $2B_{\max}$ , если петля имеет симметричный вид [4].

Возможно приближённое определение гистерезисных потерь с помощью комплексной магнитной проницаемости  $\hat{m} = m_1 - jm_2$ , связывающей эквивалентные комплексные амплитуды основных гармоник  $\hat{H}_m$  и  $\hat{B}_m$ .

Комплексную амплитуду  $\hat{B}_m$  определим методом гармонической линеаризации, полагая

$$H(t) = H_m \sin \omega t; \quad B(t) = F(H_m \sin \omega t),$$

где  $B(t) = F(H_m \sin \omega t)$  – известная гистерезисная функция.

Основную гармонику функции  $B(t)$  представим в виде

$$B(t) = H_m (k_s \sin \omega t + k_c \cos \omega t), \quad (20)$$

где  $k_s, k_c$  – коэффициенты гармонической линеаризации:

$$k_s = k_s(H_m) = \frac{2}{TH_m} \int_0^T \dot{O}F(H_m \sin \omega t) \sin \omega t dt;$$

$$k_c = k_c(H_m) = \frac{2}{TH_m} \int_0^T \dot{O}F(H_m \sin \omega t) \cos \omega t dt.$$

В комплексной записи уравнение (20) получит вид

$$\hat{B}_m = [k_s(H_m) + jk_c(H_m)] \hat{H}_m. \quad (21)$$

Отсюда определяются вещественная  $m_1$  и мнимая  $m_2$  составляющие комплексной магнитной проницаемости:

$$m_1 = k_s(H_m); \quad m_2 = k_c(H_m). \quad (22)$$

При известных основных гармониках  $H(t)$  и  $B(t)$  из (19) можно найти [14]:

$$P_{\Gamma} = w \frac{B_m H_m}{2g} \sin d \text{ [Вт/кг]}, \quad (23)$$

где  $d = \arctg m_2 / m_1$ ;  $g \approx 7600 \text{ кг/м}^3$  – удельная масса электротехнической стали.

Для переменного перемагничивания с частотой 50 Гц и с гистерезисной петлёй на рис. 2, в по (20) – (23) можно найти:  $B_m = 1,86 \text{ Тл}$ ;  $H_m = 1000 \text{ А/м}$ ;  $m_1 = 1,853 \times 10^{-3}$ ;  $m_2 = 1,34 \times 10^{-4}$ ;  $d = 0,072 \text{ рад}$ ;  $P_{\Gamma} = 2,77 \text{ Вт/кг}$ . При оценке потерь по площади петли рис. 2, в потери также составили  $2,77 \text{ Вт/кг}$ .

При переменном-вращательном перемагничивании на частоте 150 Гц в соответствии с рис. 4 можем аналогично получить:  $B_m = 1,85 \text{ Тл}$ ;  $H_m = 1118 \text{ А/м}$ ;  $m_1 = 1,629 \times 10^{-3}$ ;  $m_2 = 2,847 \times 10^{-4}$ ;  $d = 0,173 \text{ рад}$ ;  $P_{\Gamma} = 22,1 \text{ Вт/кг}$ . При замере площади петли на рис 4 по (19) потери составили  $39,8 \text{ Вт/кг}$ .

При гармонической линеаризации нелинейная циклическая зависимость представляет собой эллипс. Чем ближе по форме реальная гистерезисная петля к эллипсу, тем точнее будет оценка гистерезисных потерь рассмотренным методом.

Построение гистерезисных кривых по (11), (18) возможно при известном изменении напряженности магнитного поля  $H$ . Такая возможность чаще всего реализуется при оценке свойств образцов магнитного материала в лабораторных условиях [4].

Численная математическая модель электромеханического устройства позволяет исследовать гистерезисные свойства любых локальных участков магнитопровода соответствующей формы, имеющих отличные от других условия перемагничивания.

Программа метода сопряжения конформных отображений (МСКО) [21] предполагает разбиение нелинейных фрагментов магнитной цепи (зубцов, ярм, постоянных магнитов) на совокупность элементарных участков (ЭУ), магнитная проницаемость которых дискретно постоянна внутри (после итерационного уточнения) и испытывает скачки на границах ЭУ. При известных источниках магнитного поля (проводники с током, постоянные магниты) вначале определяются скалярные магнитные потенциалы точек наблюдения на границах ЭУ, затем компоненты вектора  $H$  в этих же точках. На основе граничных компонент определяется вектор  $H$  для всего ЭУ. Таким образом, программа позволяет получить зависимость  $H(t)$  для использования формул (11), (18) с целью определения кривых перемагничивания, обусловленных только явлением гистерезиса участка магнитной цепи с учётом её геометрической формы.

**Расчёт потерь в электротехнической стали от вихревых токов.** По данным опытных исследований [19] потери в стали горячей прокатки от вихревых токов с различными значениями частоты зависят от толщины листов стали в шихтованном магнитопроводе и содержания кремния в ней.

С ростом частоты перемагничивания из-за резкого увеличения вытеснения вихревых токов в стальных листах потери в них также резко возрастают. Численный расчёт явлений перемагничивания в шихтованном сердечнике с учётом картины вытеснения тока в каждой пластине не вызывает принципиальных затруднений, но будет громоздким из-за большого числа таких пластин.

Два обстоятельства могут упростить расчёт:

при равномерном распределении магнитного потока по активной длине машины переменные магнитные потоки, приходящиеся на отдельные листы, будут одинаковыми по амплитуде и фазе;

векторы  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{E}$  на поверхности пластин, определяющие вектор Пойнтинга (несущий энергию внутрь пластин), имеют одинаковое распределение для всех пластин.

Упомянутый выше численный метод (МСКО) позволяет получить временную зависимость усреднённой напряжённости магнитного поля на поверхности листов  $\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}_e(t)$  каждого элементарного участка (ЭУ).

В соответствии с интегральной формой второго уравнения Максвелла

$$\oint_l \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \frac{d\mathbf{F}}{dt}, \quad (24)$$

взятого для наружного контура поперечного сечения одного листа стали на торце ЭУ, можем найти временную зависимость усреднённой напряжённости электрического поля на поверхности листов  $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_e(t)$  в пределах каждого ЭУ:

$$\mathbf{E}_e(t) = - \frac{1}{2b_{\text{л}}} \frac{d\mathbf{F}_{\text{л}}}{dt} \mathbf{n}_{\text{т}}, \quad (25)$$

где  $b_{\text{л}}$ ,  $\mathbf{F}_{\text{л}}$  – соответственно, ширина и магнитный поток ЭУ, приходящийся на один лист стали;  $\mathbf{n}_{\text{т}}$  – единичный орт, касательный к контуру интегрирования в (24).

Тогда мощность объёмных потерь от вихревых токов в стали  $j$ -го ЭУ будет равна

$$P_{\text{в}j} = \frac{2N}{D} \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{E} \mathbf{H} dt, \quad [\text{Вт}/\text{м}^3], \quad (26)$$

где  $\mathbf{P}(t) = [\mathbf{E}_e(t)\mathbf{H}_e(t)] = - \frac{H_e}{2b_{\text{л}}} \frac{d\mathbf{F}_{\text{л}}}{dt} \sin j$  – вектор Пойнтинга,  $\text{Вт}/\text{м}^2$ ;  $N$ ,  $D$  – число и толщина листов в ЭУ;  $T$  – период изменения вектора;  $j$  – угол между векторами  $\mathbf{H}_e(t)$  и  $\mathbf{n}_{\text{т}}$ .

Суммируя потери  $P_{\text{в}j}$  по всем элементарным участкам, найдем долю магнитных потерь в электрической машине, приходящуюся на потери от вихревых токов в стали.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bertotti G. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. – IEEE Trans. on Magn., 1988. vol. 24, pp. 621–630.

2. Bertotti G. Hysteresis in Magnetism. – Boston: Academic Press, 1998.

3. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. – Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1986, vol. 61, pp. 48–60.

4. Рейнбот Г. Технология и применение магнитных материалов/ Пер. с нем. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963, 339 с.

5. Chevalier et al. T/ Estimation of magnetic loss in an induction motor fed with sinusoidal supply using a finite element software and a new approach to dynamic hysteresis. – IEEE Trans. on Magn., 1999, vol. 35, pp. 3400–3402.

6. Appino C., Fiorillo F., Rietto A.M. The energy loss components under alternating, elliptical and circular flux in nonoriented alloys. – Proc. of the 5 Intern. workshop on 2D magnetization problems. Grenoble (France), 1997, pp. 55–61.

7. Permiakov V., Dupre L., Makaveev D., Melkebeek J. Dependence of power losses on tensile stress for Fe-Si nonoriented steel up to destruction. – J. Appl. Phys., vol. 91, May 2002.

8. Гусев О.В. Моделирование слабых эффектов наведенной магнитной анизотропии на основе диаграммы Преайзаха: Дис. ... канд. техн. наук. – Рыбинск, 2009.

9. Амалин С.А., Новиков А.А., Строев К.Н., Строев Н.Н. Модификация модели Джилса-Атертона для учёта частотных свойств ферромагнетиков. – Электричество, 1995, № 11, с. 60 – 63.

10. Тугай Ю.И., Бесараб А.Б. Модель электромагнитного трансформатора напряжения для исследования феррорезонансных процессов. – Наукові праці ВНТУ, 2014, № 4, с. 1 – 5.

11. Пирогов А.И., Шамаев Ю.М. Магнитные сердечники для устройств автоматики и вычислительной техники. – М.: Энергия, 1973, 264 с.

12. Пирогов А.И., Хмарук О.Н., Шамаев Ю.М. Магнитные сердечники в информатике. – М.: Изд-во МЭИ, 1996, 339 с.

13. Поливанов К.М. Ферромагнетики. Основы теории технического применения. – М.: Госэнергоиздат, 1957, 256 с.

14. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. – М.: Энергия, 1969, 352 с.

15. Скроцкий Г.В. Ещё раз об уравнении Ландау–Лифшица. – Успехи физических наук, 1984, т. 144, вып. 4, с. 681–686.

16. Холоднокатаные электротехнические стали. Справочник/Под ред. Б.В. Молотилова. – М.: Металлургия, 1989, 168 с.

17. Щуйский В.П. Расчёт электрических машин/Пер. с нем. – Л.: Энергия, 1968, 732 с.

18. Шамсутдинов М.А., Назаров В.Н., Харисов А.Т. Введение в теорию доменных стенок и солитонов в ферромагнетиках. – Уфа: Башкирский государственный университет, 2010, 148 с.

19. Петров Г.Н. Электрические машины. Ч. 2. Асинхронные и синхронные машины. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963, 416 с.

20. Нейман Л.Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. – М.; Л.: Госэнергоиздат, 1949, 190 с.

21. Афанасьев А.А. Метод сопряжения конформных отображений в задачах электромеханики. – Чебоксары: Изд-во Чувашского университета, 2011, 390 с.

[12.10.15]

Автор: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразователем частоты (теория и приложения)» защитил в МЭИ в 1991 г. Профессор кафедры автоматики и управления в технических системах Чувашского государственного университета.



## Magnetic Loss Calculation in Mathematically Modeling Electromechanical Devices

AFANAS'YEV Aleksandr Aleksandrovich (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) – Professor, Dr. Sci (Eng.)

Formulas for calculating the hysteresis phenomena entailing alternating, rotary, and alternating-rotary remagnetization of electric steel are proposed based on solving the Landau–Lifshitz equation for a single-domain magnetic structure. Calculated nutation curves of a magnetization vector are considered along with hysteresis loops under the longitudinal and transverse harmonic influence of external magnetic field on the domain taking into account its structure under the conditions of static symmetrical magnetization. Possibilities of using the obtained equations for a multidomain ferromagnetic are discussed. A symmetrical hysteresis loop is subjected to harmonic linearization for determining the parameters of equivalent magnetic field sine-wave curves and specific hysteresis losses. The author proposes a method for numerically calculating eddy current losses in steel sheets of a laminated magnetic core, which is based on determining the mean Poynting vector value for plane electromagnetic waves acting on both sides of each sheet of the core's local elementary sections (ESs). The program implementing the numerical method decomposes the magnetic circuit nonlinear fragments (teeth, yokes, and permanent magnets) into a totality of ESs the magnetic permeability of which is discretely constant inside (after iterative refinement) and experiences jumps at the ES boundaries. The magnetic loss calculations carried out on the basis of this field program take into account the geometric shape features of each ES.

Key words: *electromechanical devices, Landau–Lifshitz equations, remagnetization, harmonic linearization, specific magnetic losses, mathematical modeling, numerical calculations*

### REFERENCES

1. Bertotti G. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. – IEEE Trans. on Magn., 1988. vol. 24, pp. 621–630.
2. Bertotti G. Hysteresis in Magnetism. – Boston: Academic Press, 1998.
3. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis. – Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1986, vol. 61, pp. 48–60.
4. Reinbot G. *Tekhnologiya i primeneniye magnitnykh materialov/Per. s nemets.* (Technology and application of the magnetic materials/Transl. from German). Moscow and Leningrad, Gosenergoizdat, 1963, 339 c.
5. Chevalier et al. T. Estimation of magnetic loss in an induction motor fed with sinusoidal supplu using a finite element software and a new approach to dynamic hysteresis. – IEEE Trans. on Magn., 1999, vol. 35, pp. 3400–3402.
6. Appino C., Fiorillo F., Rietto A.M. The energy loss komponents under alternating, elliptical and circular flux in nonoriented alloys. – Proc. of the 5 Intern. workshop on 2D magnetization problems. Grenoble (France), 1997, pp. 55–61.
7. Permiakov V., Duprre L., Makaveev D., Melkebeek J. Dependence of power losses on tensile stress for Fe-Si nonoriented steel up to destruction. – J. Appl. Phys., vol. 91, May 2002.
8. Gusev O.V. *Modelirovaniye slabykh effektov navedennoi magnitnoi anizotropii na osnove diagrammy Preisakha* (Modeling of weak effects induced magnetic anisotropy based on Preisach chart): Diss.... Cand. Sci. (Eng.). Rybinsk, 2009.
9. Amelin S.A., Novikov A.A., Stroyev K.N., Stroyev N.N. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1995, No. 11, pp. 60 – 63.
10. Tugai Yu.I., Besarab A.B. *Naukovi pratsi VNTU – in Ukrainian (Scientific proc. of the VNTU)*, 2014, No. 4, pp. 1 – 5.
11. Pirogov A.I., Shamayev Yu.M. *Magnitnye serdechniki dlya ustroystv avtomatiki i vychislitel'noi tekhniki* (Magnetic cores for automation and computer technology). Moscow, Publ., «Energia», 1973, 264 p.
12. Pirogov A.I., Khmaruk O.N., Shamayev Yu.M. *Magnitnye serdechniki v informatike* (Magnetic cores in computer science). Moscow, Publ. of the Moscow Power Engineering Institute, 1996, 339 p.
13. Polivanov K.M. *Ferromagnetiki. Osnovy teorii tekhnicheskogo primeneniya* (Ferromagnetic materials. Theoretical foundations of the technical application). Moscow, Gosenergoizdat, 1957, 256 p.
14. Polivanov K.M. *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki. Ch. 3. Teoriya elektromagnitnogo polya* (Theoretical foundations of electrical engineering. Part. 3. Theory of electromagnetic field). Moscow, Publ. «Energia», 1969, 352 p.
15. Skrotskii G.V. *Uspekhi fizicheskikh nauk – in Russ. (Progress of Physical Sciences)*, 1984, vol. 144, iss. 4, pp. 681–686.
16. Kholodnokatanye elektrotekhnicheskoye stali: *Spravochnik/Pod red. B.V. Molotilova* (Cold rolled electrical Steel. Handbook/Edit. by B.V. Molotilov). Moscow, Publ. «Metallurgiya», 1989, 168 p.
17. Shuiskii V.P. *Raschet elektricheskikh mashin/Per. s nemets.* (Calculating of electrical machines/ Transl. from German). Leningrad, Publ. «Energia», 1968, p. 732.
18. Shamsutdinov M.A., Nazarov V.N., Kharisov A.T. *Vvedeniye v teoriyu domennykh stenok i solitonov v ferromagnetikakh* (Introduction to the theory of domain walls and solitons in ferromagnets). Ufa, Bashkir State University, 2010, 148 p.
19. Petrov G.N. *Elektricheskoye mashiny. Asinkhronnyye i sinkhronnyye mashiny* (Electrical machines. Asynchronous and synchronous machines). Moscow and Leningrad, Gosenergoizdat, 1963, 416 p.
20. Neiman L.R. *Poverkhnostnyy effect v ferromagnitnykh telakh* (Skin effect in the ferromagnetic bodies). Moscow and Leningrad, Gosenergoizdat, 1949, 190 p.
21. Afanas'yev A.A. *Metod sopryazheniya konformnykh otobrazhenii v zadachakh elektromekhaniki* (The method of conformal mapping interface in electrical engineering problems). Cheboksary, Chuvash University, 2011, 390 p.

