

## Вопросы самовозбуждения электрических колебаний в асинхронной машине

КУНЦЕВИЧ П.А.

*Анализируются гипотезы, объясняющие явление самовозбуждения асинхронной электрической машины, к электрическим зажимам статора которой подключены конденсаторы, — асинхронного генератора (АГ). На основе энергетических соотношений в намагничивающем контуре АГ и выведенной формулы для критической глубины модуляции взаимоиндуктивности машины показано, что к АГ параметрическая трактовка самовозбуждения не применима. Приведенное в статье уравнение динамики возбуждения и его решение первого приближения обоснованно доказывают, что в физической основе самовозбуждения АГ лежит неустойчивое состояние равновесия электромеханической колебательной системы типа Томсона с двумя взаимозависимыми нелинейностями. Анализ устойчивости (неустойчивости) АГ «в малом» по Ляпунову позволил сформулировать необходимые и достаточные условия самовозбуждения. Установлена физическая закономерность распределения частот (синхронной, автоколебаний, резонансной) и выведены формулы, связывающие эти частоты. На основе решения уравнения динамики возбуждения для амплитуды и фазы автоколебаний и установленного явления фаза-частотной автоперестройки АГ объясняется механизм регенерации, что имеет решающее значение в развитии процесса самовозбуждения и установлении автоколебаний. Предложенная теоретическая модель АГ подтверждена результатами расчёта переходного процесса при самовозбуждении и экспериментально.*

*Ключевые слова: асинхронный генератор, условия самовозбуждения, электрические колебания, глубина модуляции, взаимоиндуктивность, распределение частот, механизм регенераций*

Возможность широкого использования асинхронной машины (АМ) в генераторном режиме, вероятно, рассматривалась со времени её изобретения Н. Тесла. Решению этой задачи и, в частности, устойчивости самовозбуждения АМ в смысле установления генераторного режима с вероятностью, близкой к единице, посвящено немало работ. Предлагая различные объяснения явления самовозбуждения АМ, к фазным зажимам которой подключены конденсаторы (асинхронного генератора), в работах последних лет не учитывается принцип независимости свободных колебаний, возникающих при определённых условиях в избирательных системах, которые принято называть автоколебаниями. Возможно, это послужило причиной противоречий в объяснении механизма самовозбуждения асинхронного генератора (АГ). Не отрицается в источниках информации и параметрическая трактовка самовозбуждения под действием модуляции взаимоиндуктивности машины, изолированной от других источников. Так, в [1] самовозбуждение АГ объясняется как проявление «...в области слабых токов только динамической явнополюсности...», а «...в установившемся режиме колебания поддерживаются за счёт асинхронного момента». Приведенное в [1] условие самовозбуждения не может быть достаточным, так как не отражает существующих фазовых соотношений в соответствии с теоремой А. Пуанкаре. С учётом принципа неза-

висимости автоколебаний противоречивость такой трактовки очевидна.

В [2] объяснение самовозбуждения АГ строится на математической модели без учёта нелинейности машины, что отражает приведенное в [2] без доказательства решение уравнения динамики возбуждения. Отсюда вытекает аналогия физического процесса самовозбуждения АГ с генератором постоянного тока (ГПТ), утверждаемая автором монографии [2].

В других работах объяснение самовозбуждения основывается на экспериментальных исследованиях и на неудачно заимствованных положениях известных работ [3, 4]. Используемый в [5] термин «стартер» для объяснения явления самовозбуждения АГ искажает само понятие «устойчивость», что лежит в основе указанного явления (см. ниже), и отличает в этом АГ от генератора постоянного тока и синхронного генератора.

Исследование процесса самовозбуждения АГ требует ответа на следующие фундаментальные вопросы нелинейной теории колебаний (НТК):

1. Возможно ли самовозбуждение АГ в соответствии с той или иной предложенной трактовкой? Иначе, соответствует ли предлагаемое объяснение самовозбуждения положениям НТК?

2. Как образуется регенерация (положительная обратная связь) в системе «АМ — ёмкость» и в чём заключается её особенность?

3. Как передается энергия от ротора в статорную цепь?

4. Каковы критерии самовозбуждения АГ?

5. В чём заключается физический смысл понятия «скольжение» при работе АМ в генераторном режиме?

6. Как объяснить кажущееся противоречие между нарастанием амплитуды и уменьшением частоты автоколебаний с уменьшением взаимоиндуктивности машины при самовозбуждении?

7. Каковы критерии фаза-частотной автоперестройки в системе?

8. Является ли модуляция ЭДС асинхронного генератора в процессе его возбуждения физической закономерностью для электромеханических автоколебательных систем (АКС)?

В публикациях последних лет ряд вопросов пока не находит определённых ответов или приведенные объяснения противоречивы. Очевидно, ответ на вопрос 1 следует искать, рассматривая математическую модель объекта исследования «АМ – ёмкость» с привлечением фундаментальных достижений в теории колебаний. Ответы на вопросы 2, 3 и 4 могут быть найдены в результате решения дифференциального уравнения движения системы с учётом начальных условий. Вопрос 5 связан с фазовыми соотношениями вращения ротора и электромагнитного поля автоколебаний. Наиболее сложные и не менее важные вопросы 6 и 7, ответы на которые находятся в связи с динамикой фаза-частотной автоперестройки системы и взаимодействием частот (синхронной, резонансной, автоколебаний) при возбуждении и установлении стационарного режима. Ответ на вопрос 8 следует искать с учётом принципа независимости автоколебаний и физических свойств ферромагнетиков.

Самовозбуждение любой системы есть вопрос устойчивости. Известные критерии устойчивости нелинейных систем позволяют сделать достоверные выводы в отношении их устойчивости с известной областью неопределённости. Сравнительную оценку критерия устойчивости по А.И. Ляпунову, как наиболее достоверного в смысле физической осуществимости того или иного состояния равновесия, по мнению автора статьи, наиболее точно выразил А.А. Фельдбаум, отметив, что если система устойчива по Ляпунову, то она действительно устойчива, если система неустойчива по Ляпунову, – система действительно неустойчива [6]. Только на такой основе можно предложить достоверное объяснение явления самовозбуждения АГ.

**Модель колебательной системы «АМ– ёмкость».**

Независимо от подходов и методов исследования в данной статье математическая модель АГ основывается на эквивалентной Г-образной схеме замеще-

ния АМ [7] (рис. 1) с допущениями Горева–Парка [8] и упрощающими допущениями:

1) исследуемая система симметрична;

2) мощность приводного двигателя несоизмеримо больше мощности АГ настолько, что при изменении нагрузки частоту вращения ротора АМ можно считать неизменной ( $\omega = \text{const}$ );

3) ротор АМ выполнен из ферромагнитных материалов с остаточным электромагнитным полем;

4) процесс самовозбуждения рассматривается при начальных условиях: синхронная частота  $\omega = \text{const}$ , резонансная частота  $\omega_p(0) = \omega$ ; амплитуда синхронной составляющей тока  $I_0 = \text{const}$  (если это не отмечается особо).

На рис. 1 условные обозначения приняты в соответствии с [7]. Цепь  $x_m - r_m - r_1 - x_1 - X_c$  образует намагничивающий контур (НК).

В соответствии с [9] Г-образная схема замещения АГ преобразуется в параллельную схему (рис. 2,а) с эквивалентными параметрами:

$$R'_0 = \frac{R_0^2 + X_0^2}{R_0}; \quad X'_0 = \frac{X_0^2 + R_0^2}{X_0};$$

$$R_\vartheta = \frac{(R_2 / s - R_1)^2 + X_K^2}{R_1 - R_2 / s}; \quad s = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega};$$

$$X_\vartheta = X'_0 \frac{(R_2 / s - R_1)^2 + X_K^2}{(R_2 / s - R_1)^2 + (X'_0 + X_K)X_K},$$

где  $R_0 = r_1 + r_m$ ;  $X_0 = x_1 + x_m$ ;  $X_K = X_1 + X_2$ ;  $X_1 = \sigma_1 x_1$ ;  $X_2 = \sigma_1^2 x_2'$ ;  $R_1 = \sigma_1 r_1$ ;  $R_2 = \sigma_1^2 r_2'$ ;  $s$  – скольжение АМ, отн. ед.;  $r_1, x_1$  – активное и индуктивное сопротивление фазной обмотки статора;  $r_2', x_2'$  – активное и индуктивное сопротивление ротора, приведенные к фазным обмоткам статора;  $r_m$  – эквивалентное сопротивление активных магнитных материалов АМ; поправочный коэффициент  $\sigma_1$  согласно [7] принимается  $\sigma_1 = 1 + x_1 / x_m$ .

С учётом допущений 3) и 4) параллельная схема замещения АМ (рис. 2,а) преобразуется в последовательную (рис. 2,б) с источником тока  $i_0$ , который учитывает начальные условия при  $t = 0$ .

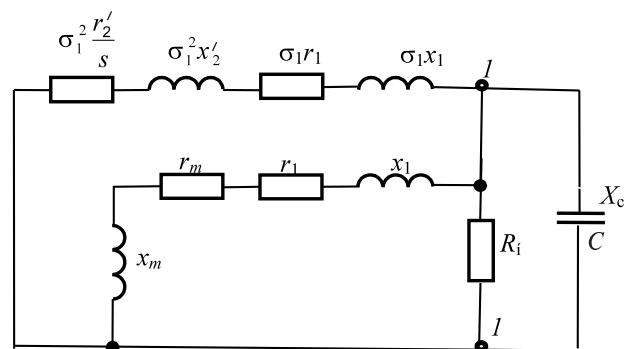


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения асинхронного генератора

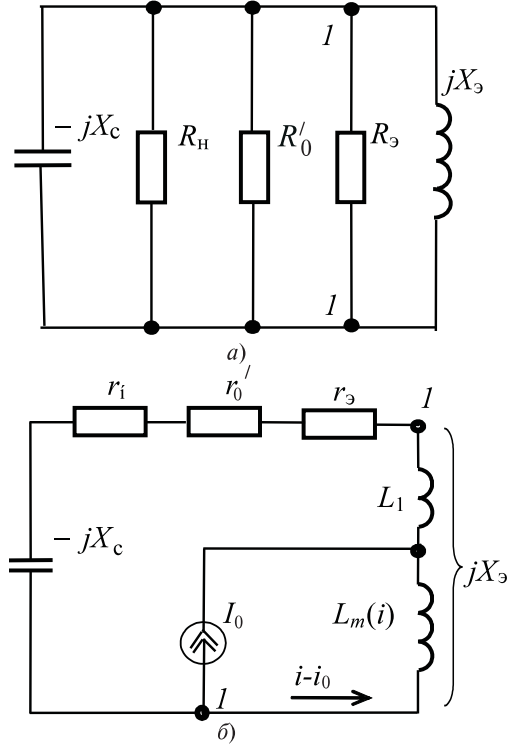


Рис. 2. Преобразованная схема замещения асинхронного генератора: а – в параллельную; б – в последовательную

Полное сопротивление АМ (справа от линии I-I) после устранения мнимости в знаменателе соответствует равенству

$$Z_{1-1} = \frac{1}{Y_{1-1}} = \frac{jR_H R'_0 R_3 X_3 [R_H R'_0 R_3 - j(R_H R'_0 + R_H R_3 + R'_0 R_3) X_3]}{R_H^2 (R'_0)^2 R_3^2 X_3^2 + (R_H R'_0 + R_H R_3 + R'_0 R_3)^2 X_3^2},$$

которое содержит вещественную и мнимую части:

$$\text{Re } Z_{1-1} = \left[ R_H \frac{(R'_0)^2 R_3^2}{A} + R'_0 \frac{R_H^2 R_3^2}{A} + R_3 \frac{R_H^2 (R'_0)^2}{A} \right] X_3^2;$$

$$\text{Im } Z_{1-1} = X_3 \frac{R_H^2 (R'_0)^2 R_3^2}{A}.$$

Параметры последовательной схемы замещения АГ:

$$r_H = R_H \frac{(R'_0)^2 R_3^2 X_3^2}{A}; \quad r(s) = R'_0 \frac{R_H^2 (R'_0)^2 X_3^2}{A};$$

$$r'_0 = R'_0 \frac{R_H^2 R_3^2 X_3^2}{A}; \quad x_3 = X_3 \frac{R_H^2 (R'_0)^2 R_3^2}{A};$$

$$x_m = x_3 - x_1;$$

$$A = R_H^2 (R'_0)^2 R_3^2 + (R_H R'_0 + R_H R_3 + R'_0 R_3)^2 X_3^2. \quad (1)$$

Имеет смысл привести источник тока  $i_m$  к эквивалентной индуктивности  $L_3$ . Тогда остаточная ЭДС, приведённая к обмотке статора, равна

$$e_0 \approx \frac{L_m + L_1}{L_m} e_m = k_{\Pi} e_m, \quad (2)$$

где  $L_1$  – индуктивность рассеяния АМ;  $k_{\Pi}$  – коэффициент приведения; так как  $L_1 \ll L_m$ , то ошибка приведения  $\Delta e = e_m (\Delta L_1 / L_m)$  пренебрежимо мала.

До сих пор отступление от реального объекта исследования сделаны лишь в части допущений Горева–Парка и упрощающих допущений, которые в ограниченной ими области изменения переменных существенного влияния не оказывают. В зависимости от рассматриваемой гипотезы самовозбуждения АГ математическая модель системы должна быть дополнена соответствующим уравнением динамики.

**Гипотезы самовозбуждения АГ. Параметрическая трактовка.** Явление параметрического самовозбуждения колебательных систем, рассмотренное и подтверждённое в механике [10, 11], радиотехнике [12–14] и в двухмашинной электромеханической системе [15], бесспорно, вызывает интерес при объяснении самовозбуждения АГ. Однако гипотетические выводы, сделанные в [1, 16] на основании появления в спектре тока АГ гармонической составляющей с частотой, вдвое превышающей синхронную, противоречивы.

Действительно, в спектре тока, протекающего в НК (рис. 2,б), кроме первой гармоники  $i_1 = I_1 \sin \omega t$ , может возникать составляющая тока

$$i_2 = I_2 \sin(2\omega t + \varphi_0)$$

с удвоенной синхронной частотой, которая оказывает влияние на изменение взаимной индуктивности  $L_m(i)$ . Зависимость  $L_m(i)$  может быть аппроксимирована подходящей аналитической функцией. Тогда, учитывая допущение 4), эквивалентная индуктивность должна изменяться во времени в соответствии с равенством

$$L_3(\bar{I}_1, t) = k_{\Pi} (L_3(0) + \theta \bar{I}_1) [1 + m \sin(2\omega t + \varphi_0)], \quad (3)$$

где нелинейная индуктивность машины  $L_3(i)$  выражена уравнением касательной в точке к кривой  $L_3(\bar{I}_1, t) = \theta \bar{I}_1 + L_3(0)$  (рис. 3,а);  $\theta$  – коэффициент наклона касательной;  $m, \varphi_0$  – глубина и фаза периодического изменения индуктивности.

Для того чтобы оценить возможность параметрического возбуждения АМ, достаточно рассмотреть энергетические соотношения в НК. Поскольку напряжение на индуктивности машины может быть выражено дифференциальным уравнением

$$u_3 = L_3(\bar{I}_1 t) di_1 / dt + i_1(t) d[L_3(\bar{I}_1 t)] / dt, \quad (4)$$

то при скольжении  $s=0$  затраты мощности равны  $P_r = 0,5r\bar{I}_1^2$ , а вносимая мощность в НК

$$P_{\text{вн}} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} u_{\text{э}}(t) i_1(t) dt, \quad (5)$$

где  $T_1$  — период электрических колебаний.

Из (4) с учётом (3) и (5) выводится уравнение баланса активных мощностей; для случая данной гипотезы самовозбуждения АГ оно имеет вид

$$P = P_r + P_{\text{вн}} = \frac{1}{2} \bar{I}_1^2 r - \frac{mk_{\text{п}} r_{\text{к}} \bar{I}_1^2 \omega [L_{\text{э}}(0) + \theta \bar{I}_1]}{4r_{\text{к}}} \cos \varphi_0 = \\ = P_r \left( 1 - \frac{mk_{\text{п}} \rho(\bar{I}_1)}{2r_{\text{к}}} \cos \varphi_0 \right), \quad (6)$$

где  $r_{\text{к}} = r_{\text{н}} + r_0' + r_{\text{э}}$  — сопротивление затрат кинетической энергии ротора;  $\rho = \omega [L_{\text{э}}(0) + \theta \bar{I}_1] r_{\text{к}}$  — характеристическое сопротивление НК.

Из (6) следует, что условие параметрического возбуждения АМ (с учётом идеализации модели) может быть выражено нелинейным неравенством

$$1 - \frac{mk_{\text{п}} \rho(\bar{I}_1)}{2r_{\text{к}}} \cos \varphi_0 < 0. \quad (7)$$

Так как в данном случае  $r(s) = 0$ , то при  $\varphi_0 = 0$  условие (7) может выполняться лишь в случае, если  $r_{\text{к}} + r_{\text{вн}} = r_{\text{н}} + r_0' + r_{\text{э}} + r_{\text{вн}} < 0$ , где

$$r_{\text{вн}} = f(m) = -0,25mk_{\text{п}} \rho(\bar{I}_1) \cos \varphi_0 \quad (8)$$

— функция глубины модуляции  $m$  взаимоиנדуктивности АМ. Для этого потребовалось бы изменение взаимоиנדуктивности АГ с критической глубиной модуляции  $m_{\text{кр}} = 2r\rho(\bar{I}_1)$ , что не реально в виду

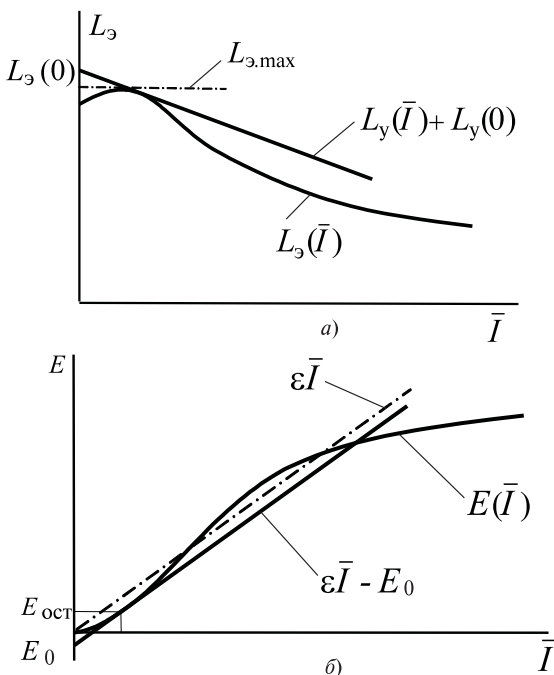


Рис. 3. Графическое представление нелинейности АГ: а — кривой  $L_{\text{э}}(I)$ ; б — вольт-амперной характеристикой

малости  $m_{\text{кр}}$ . Не обнаруживается в АГ и цепь для параметрической регенерации.

Иногда ссылаются на работу [13], в которой изложен принцип регенеративного приёма слабых сигналов радиочастоты при асинхронном воздействии на избирательную цепь внешним сигналом частоты накачки. Это явление наблюдается в двухчастотных системах, для которых справедлива теорема Мэнли—Роу. С самовозбуждением одноконтурного АГ такое объяснение не совместимо.

Таким образом, формулы (6)–(8) убеждают, что вследствие характера нелинейности АМ и противоречий, возникающих при экспериментальных исследованиях, параметрическая трактовка в случае АГ не применима.

**Автоколебательная трактовка.** В [3, 4] впервые было предложено самовозбуждение АМ рассматривать в соответствии с процессом, происходящим в автоколебательных системах (АКС) при выполнении баланса проводимостей на частоте ниже синхронной.

В [17] баланс полной проводимости АМ, выраженный относительно взаимоиנדуктивности в Т-образной схеме замещения, и условие  $s_a = (\omega_1 - \omega) < 0$  принимаются как необходимые для самовозбуждения АГ. Выражая проводимость АГ через линейную  $Y_{\text{л}}(\omega_1 / \omega)$  и нелинейную  $Y_{\text{н}}(B_m)$  части полной проводимости, где  $B_m$  — индукция насыщения стали, по точкам пересечения годографов этих функций на комплексной плоскости определяются условия «мягкого» и «жесткого» режимов самовозбуждения.

Однако взятое за основу уравнение баланса проводимостей для статических режимов не позволяет проанализировать изменение частоты, амплитуды и фазы автоколебаний в динамике и ответить определённо на некоторые вопросы, поставленные во введении настоящей статьи.

В [18] самовозбуждение АГ рассматривается с точки зрения частотной автоперестройки АКС с нелинейной индуктивностью, однако критерий этого явления не сформулирован.

Таким образом, автоколебательная трактовка наиболее приемлема для анализа и положена в основу дальнейших исследований.

**Уравнение динамики возбуждения.** Достоверное объяснение физических аспектов самовозбуждения АГ возможно на основе фундаментальных знаний нелинейной теории колебаний при исследовании состояния равновесия системы «в малом» по Ляпунову [19]. Такая задача может быть решена, если уравнение динамики возбуждения будет получено не только относительно амплитуды и частоты основной гармонической составляющей автоколебаний [10–15], но и относительно фазы автоколебаний, что не менее важно.

В [18] отмечено, что включение последовательно с ёмкостью линейной индуктивности приближает АГ к линейным консервативным системам, в которых амплитуда  $A(t)$  и фаза  $\varphi(t)$  колебаний — медленно меняющиеся функции времени. Опыты показывают, что условия «медленности», выраженные неравенствами

$$\frac{1}{\omega} \frac{dA(t)}{dt} \ll A(t) \quad \text{или} \quad \frac{1}{\omega^2} \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} \ll 1, \quad (9)$$

выполняются в ненасыщенном АГ и при отсутствии такой индуктивности. А это означает, что в пределах одного периода колебаний ток генератора допустимо считать синусоидальным.

Уравнение электрического равновесия для последовательной схемы замещения АГ (рис. 2,б) имеет вид

$$\frac{d\psi_m}{dt} + \frac{d\psi_\sigma}{dt} + [r + r(s)]i + \frac{1}{C} \int idt = 0, \quad (10)$$

где потокосцепления  $\psi_m = L_m(i)(i - i_0)$ ,  
 $\psi_\sigma = [L_\sigma(i) - L_m(i)]i$ .

После дифференцирования (10) имеем:

$$\left[ L_\sigma(i) + i \frac{dL_\sigma(i)}{dt} \right] \frac{di}{dt} + [r + r(s)]i + \frac{1}{C} \int idt = \\ = L_m(i) \frac{di_0}{dt} + i_0 \frac{dL_m(i)}{dt} \frac{di_0}{dt} = e_0; \quad (11)$$

правая часть (11) — источник ЭДС  $e_0$  остаточного поля.

Для данной системы применим метод аналитического исследования состояния равновесия нелинейных цепей, обоснованный А.И. Ляпуновым, позволяющий величину  $L_\sigma(i) + iL_\sigma(i)/dt$  в (11) заменить уравнением касательной

$$L_\sigma(\bar{I}) = \theta i + L_\sigma(0) \quad (12)$$

к кривой  $L_\sigma(\bar{I})$  (рис. 3,а) с коэффициентом наклона  $\theta$ , а вольт-амперную характеристику (ВАХ) — уравнением касательной к ВАХ (рис. 3,б):

$$e_0 = \varepsilon i - E_0, \quad (13)$$

где  $\varepsilon$  — крутизна ВАХ в рассматриваемом интервале изменения ЭДС. Взаимное положение касательных (12) и (13) должно удовлетворять условию инвариантности:

$$\frac{\theta}{\varepsilon} = \frac{L_\sigma(\bar{I}) - L_\sigma(0)}{e(\bar{I}) - e_0}.$$

Такая замена переменных  $e$  и  $L_\sigma(i)$  касательными к ним не искажает физическую сущность объекта исследования, но упрощает интегрирование уравнения динамики, сохраняя физическую наглядность его решения.

После дифференцирования и преобразования (11) уравнение динамики АГ можно представить в канонической форме:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + 2[\alpha + \beta i + \gamma di/dt] di/dt + \omega_p^2 i = 0, \quad (14)$$

где  $\alpha = \frac{1}{2} \frac{r + r(s) - \varepsilon}{L_\sigma(\bar{I})}$ ;  $\beta = \frac{1}{2} \frac{\eta}{L_\sigma(\bar{I})}$ ;  $\gamma = \frac{\theta}{L_\sigma(\bar{I})}$ ;

$$\omega_p^2 = \frac{1}{L_\sigma(\bar{I})C}; \quad (14a)$$

$$L_\sigma(\bar{I}) = \theta \bar{I} + L_\sigma(0); \quad \eta = d[r(s)]/d\bar{I}; \quad \theta = [L_\sigma(\bar{I})]/d\bar{I};$$

$$\varepsilon = d[e(\bar{I})]/d\bar{I}. \quad (14b)$$

Таким образом, уравнение динамики самовозбуждения АГ (14) удаётся привести к аналогичным уравнениям АКС. Уравнение (14) отличается от известных уравнений АКС наличием двух взаимозависимых нелинейностей, особенностями источника и нелинейной зависимостью резонансной частоты колебательного звена от взаимоиндуктивности.

**Асимптотическое интегрирование уравнения возбуждения.** При интегрировании (14) имеет смысл использовать асимптотический метод Крылова—Боголюбова [20], позволяющий свести интегрирование нелинейного уравнения к интегрированию эквивалентного линейного с ошибкой  $\mu^2$ , где  $\mu$  — малый параметр. Заменой в (14) времени  $t$  на переменную  $y = \omega t$ , а  $dt$  на  $dy = \omega dt$  коэффициенты в уравнении приводят к безразмерным величинам. Прибавляя и вычитая величину  $\omega^2$ , приведем (14) к виду

$$\frac{d^2i}{dt^2} + i = -\frac{2}{\omega} \left[ \alpha + \beta i + \gamma \frac{di}{dy} \right] \frac{di}{dy} + \delta i, \quad (15)$$

где  $\delta = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$  — относительная расстройка;  $\omega$  — синхронная частота;  $\omega_p$  — резонансная частота; здесь  $\omega_p$  — нелинейная функция тока.

Правая часть (15) — малая величина  $\mu$  порядка  $10^{-3} - 10^{-2}$ , что подтверждается результатами испытаний ненасыщенного АГ в режиме холостого хода и согласуется с условиями «медленности» (9). Это позволяет уравнение (14) интегрировать методом Крылова—Боголюбова, получившим также название «Метод медленно меняющихся амплитуд» [20].

Уравнение (15) можно записать в форме Крылова—Боголюбова:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + i = \mu f \left( i \frac{di}{dy} \right); \quad (16)$$

$$\mu f \left( i \frac{di}{dy} \right) = -\frac{2}{\omega} \left( \alpha + \beta i + \gamma \omega \frac{di}{dy} \right) \frac{di}{dy} + \delta i. \quad (17)$$

Предполагаемое гармоническое решение (16) задается в виде

$$i = I(y) \cos(y - \varphi) = I(y) \cos \Phi, \quad (18)$$

где  $I$ ,  $\varphi$  — амплитуда и фаза основной гармоники тока АГ.

Равенство (17) разделяется на два укороченных дифференциальных уравнения для амплитуды тока и аргумента  $\Phi = y - \varphi$ . Для этого следует подставить в (17) предполагаемое решение (18) и его производную, полученное выражение разложить в ряд Фурье (можно использовать элементарные тригонометрические преобразования). Далее величину  $-2dI/dy$  следует приравнять коэффициенту ряда при  $\sin \Phi$ , а величину  $2d\Phi/dy$  — коэффициентам ряда при  $\cos \Phi$ . Приходим к укороченным уравнениям первого приближения:

$$\frac{di}{dy} = -\frac{\alpha}{\omega} I; \quad \frac{d\Phi}{dy} = \frac{1}{2} \delta. \quad (19)$$

Их интегрирование даёт решения относительно амплитуды  $I$  и фазы  $\varphi$ :

$$I = I(0) \exp(-\alpha t); \quad (20a)$$

$$\varphi = 0,5\delta\omega t + \varphi_0, \quad (20б)$$

а полное решение (14) имеет вид

$$i(t) = I(0) \exp(-\alpha t) \cos(\omega t - \varphi), \quad (21)$$

где  $I(0)$  — амплитуда тока при начальных условиях;  $t$  — текущее время; величина  $\varphi$  означает набег (накопление) фазы автоколебаний в переходном режиме в пределах текущего времени  $T_i$ .

Конечный результат интегрирования (21) по форме мало отличается от решения уравнения динамики возбуждения электронного осциллятора [21]. Однако полученное решение уравнения (21) для фазы автоколебаний относительно фазы вращающегося ротора, явная зависимость фазы автоколебаний от расстройки  $\delta$  и зависимость резонансной частоты  $\omega_p$  от нелинейности НК существенно меняют физическую картину переходного процесса при самовозбуждении и отличают АГ от ранее рассмотренных АКС.

Как следует из (20б) и (21), частота автоколебаний в конечном итоге зависит от смещения фазы  $\varphi$  в соответствии с равенством

$$d\omega_1 / dt = d(\omega t - \varphi) / dt = \omega - d\varphi / dt.$$

Учитывая изменение фазы  $d\varphi / dt = \omega - d\omega_1 / dt$  и решения укороченных уравнений (20) для текущей фазы, можно выразить текущую частоту автоколебаний через синхронную частоту  $\omega$  и расстройку  $\delta$  в виде

$$\omega_1 = \omega - \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{2\omega^2} = \omega \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right). \quad (22)$$

Выразив резонансную частоту  $\omega_p$  через синхронную частоту  $\omega$  и скольжение  $s_a = \omega_1 - \omega$ , получим:

$$\omega_p = \sqrt{\omega(2\omega_1 - \omega)} = \sqrt{\omega(2\omega_1 - \omega + \omega - \omega)} = \sqrt{\omega(\omega + 2s_a)}. \quad (23)$$

В переходном режиме самовозбуждения АГ частоты  $\omega_1$  и  $\omega_p$  в соответствии с (22) и (23) смещаются относительно синхронной (рис. 4), а набег фазы автоколебаний  $\varphi$  относительно начальной фазы  $\varphi_0$  изменяется согласно равенству

$$\varphi = s_a t + \varphi_0. \quad (23a)$$

Таким образом, выше доказана физическая закономерность переходных процессов при самовозбуждении, присущая АКС с нелинейной индуктивностью в цепи источника переменного тока: в асинхронном резонансном генераторе частота автоколебаний всегда отстаёт от синхронной на половину относительной расстройки и находится внутри интервала  $(\omega_p, \omega)$ .

**Анализ гармонических решений.** Результаты решения уравнения динамики самовозбуждения АГ позволяют иметь достоверное представление о механизме самовозбуждения и установлении автоколебаний. Прежде всего требуется исследовать состояние равновесия системы в интервале отклонений амплитуды и фазы автоколебаний, где коэффициенты наклона касательных к ВАХ и кривой  $L_3(\bar{I})$  близки к их критическим значениям:  $\theta = 0$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_{кр}$ .

Из (21) следует, что при  $\alpha > 0$  в системе могут возникать только затухающие колебания. Для того чтобы вызвать самовозбуждение АГ с немагнитным ротором (выполнение неравенства  $\alpha < 0$ ), требуется мощное внешнее электрическое воздействие [3]. Если сердечник ротора АМ выполнен из ферромагнитного сплава, то до момента возбуждения ток в контуре определяется вынужденными колебаниями с частотой ротора, возникающими по закону электромагнитной индукции. При этом внешнее воздействие для возбуждения АГ не требуется.

Остаточная ЭДС  $e_0$  определяет положение исходной точки на характеристиках  $L_3(\bar{I})$  и  $e(\bar{I})$ , т.е. значение и знак крутизны  $\theta$ , крутизну ВАХ  $\varepsilon$  и, следовательно, характер переходного процесса при вынуждающих воздействиях. При  $\alpha > 0$  и  $\delta > 0$  система пассивно устойчива (находится в состоянии покоя). Случай  $\alpha = 0$  и  $\delta = 0$  характеризует неустойчивое состояние равновесия. При этом область ма-

лых отклонений  $\theta$ ,  $\varepsilon$  и  $s$  настолько узка, что вывести систему из этого состояния способны слабые электрические или механические воздействия. Становится ясно, что для определения условий самовозбуждения АГ достаточно знать критические значения  $\theta_{кр}$  и  $\varepsilon_{кр}$ .

При принятой в данной статье идеализации необходимые условия самовозбуждения АГ можно выразить одновременно выполняющимися неравенствами:

$$\theta < 0; r_k + r(s) - \varepsilon < 0, \quad (24)$$

где  $r_k$  — сопротивление, эквивалентное затратам кинетической энергии ротора, исключая потери механической энергии.

Выполнение первого неравенства — следствие перехода рабочей точки на характеристике  $L_m(\bar{I})$  в область отрицательных значений крутизны  $\theta$ . Выполнение второго неравенства — результат фаза-частотной автоперестройки, способствующей увеличению вносимого отрицательного сопротивления  $r_{вн} = r(s) - \varepsilon < 0$ , где  $\varepsilon$  — отрицательное сопротивление, вносимое колебаниями синхронной частоты.

Выполнение условий (24) создаёт предпосылки для возникновения регенерации. В связи с тем, что в АГ при изменении нагрузки частота основной гармоники определяется скольжением, то, соответственно, меняется и глубина регенерации. В статье рассматривается система, в которой глубина регенерации и, следовательно, ЭДС генератора в конечном итоге зависят от смещения фазы автоколебаний относительно фазы вращения ротора [см. (206)].

В асинхронном генераторе регенерация действует в направлении от статора к ротору и замыкается через электромагнитное поле в воздушном зазоре. Она возникает при появлении в спектре тока составляющей с отрицательным смещением фазы. При ёмкостной расстройке ( $\omega L_{\Sigma} - 1/\omega C < 0$ ) всегда  $\delta < 0$ . Тогда в роторную цепь вносится индуктивное сопротивление, которое до момента установления

генераторного режима АГ избыточно. Это приводит к уменьшению резонансной частоты и ещё большему увеличению ёмкостной расстройки НК (рис. 4). Изменение уровня регенерации протекает до момента установления режима АГ, при котором выполняется условие баланса фаз в контуре регенерации в соответствии с критерием устойчивости Найквиста.

Согласно (206) и (22) с увеличением ёмкостной расстройки уменьшается частота автоколебаний. Во вращающейся системе координат, связанной с ротором, это эквивалентно появлению поля в воздушном зазоре АМ, вращающегося с частотой скольжения  $s_a < 0$ . Вместе с тем в соответствии с (20а) и при условиях (24) из ротора в статорную цепь, кроме индуктивного, вносится отрицательное активное сопротивление  $r(s)$ , избыток которого способствует автоперестройке системы в соответствии с (22), (23) и (23а) и нарастанию амплитуды автоколебаний.

С проявлением нелинейностей АГ приращение  $\Delta\varphi/\Delta t$  меняет знак, уменьшая набег фазы в единицу времени и, следовательно, скольжения вплоть до установления процесса. Зная резонансную частоту  $\omega_p$  и частоту автоколебаний  $\omega_1$ , по фазовой характеристике НК нетрудно определить фазу ЭДС по отношению к току автоколебаний. Уравнение (14) и его решение первого приближения (21) показывают, что в линейной области изменения параметров АМ избыток энергии в системе нарастает, а при проявлении нелинейности прирост запаса энергии прекращается, после чего меняет знак на противоположный. При этом изменение скольжения немонотонно. Скорость возрастания амплитуды автоколебаний максимальна при  $\theta = \theta_{max}$ . В точке экстремума кривой  $s(t)$  (рис. 5) избыток энергии в системе максимален и по мере проявления нелинейности в АМ исчезает.

Обобщённым критерием установившегося генераторного режима может служить равенство  $\Delta\varphi/\Delta t = 0$ . С этого момента набег фазы  $\varphi$  и скольжение приобретают в процессе автоперестройки

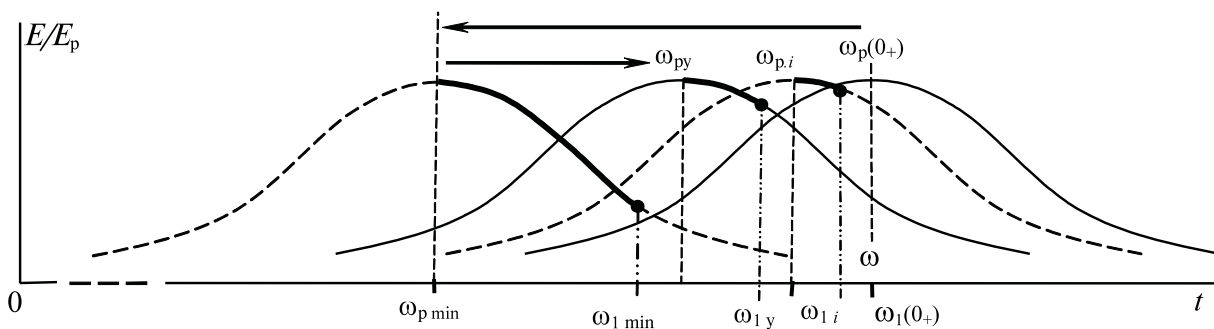


Рис. 4. Направление автоперестройки АГ при самовозбуждении:  $\omega$ ,  $\omega_p$ ,  $\omega_1$  — синхронная, резонансная частоты и частота тока АГ; индекс «у» — установившийся режим АГ; «min» — предельно минимальные значения; «i» — текущие значения

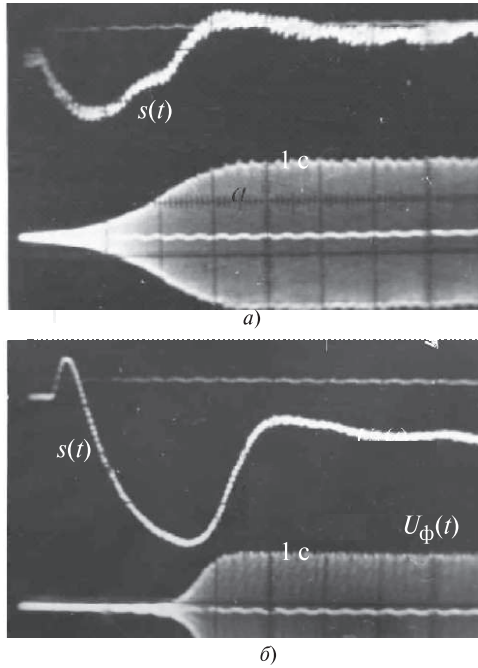


Рис. 5. Осциллограммы  $s(t)$  и  $U_{\phi}(t)$  при самовозбуждении АГ:  $a$  – в режиме холостого хода;  $b$  – при номинальной нагрузке

конечные значения. В установившемся режиме выполняются условия:

$$r_k = r(s); \sum_1^n \varphi_k = 0,$$

где  $\varphi_k$  – сдвиг фазы тока на  $k$ -м реактивном элементе (участке цепи) НК относительно ЭДС. Первое из них соответствует условию баланса активных мощностей, второе – реактивных.

Наблюдаемый в начале процесса всплеск кривой  $s(t)$  в область положительных значений (рис. 5, б) объясняется результатом фаза-частотной автоперестройки системы в сочетании с явлением затягивания частоты. Последнее обусловлено «навязыванием» частоты наиболее мощного колебания, которое проявляется в нелинейных системах при наличии двух и более независимых колебаний. Характер автоперестройки АГ при установлении нового равновесного состояния после внешних воздействий (наброса нагрузки, увеличения ёмкости НК и частоты вращения АМ) изложены в [18].

Выше рассматривалось поведение АГ при монохроматических колебаниях. Однако в процессе развития самовозбуждения можно наблюдать модуляцию напряжения на обмотках нагруженного генератора, исчезающую по мере возрастания ЭДС. Причём частота модуляции всегда равна частоте скольжения  $s_a = \omega_1 - \omega$ .

При значении амплитуды автоколебаний, меньшем амплитуды колебаний синхронной частоты, модуляция проявляется на синхронной частоте, в противном случае – на частоте автоколебаний. Очевидно, это явление связано с искажением в

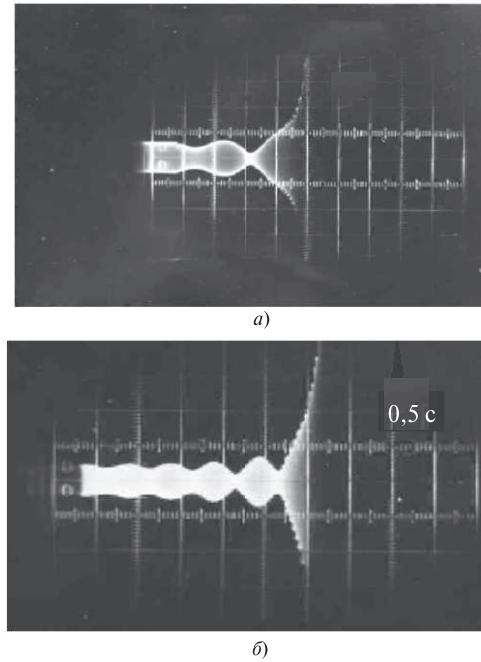


Рис. 6. Осциллограммы напряжения АГ на начальной стадии развития процесса:  $a$  – при  $R_H = 0,75 R_{H,н}$ ;  $b$  – при  $R_H = R_{H,н}$

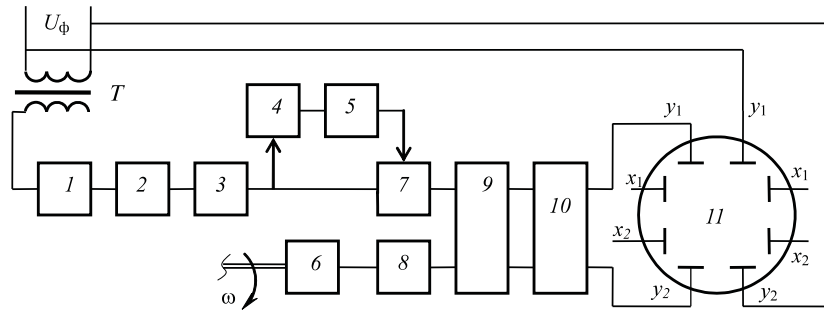
воздушном зазоре поля автоколебаний под действием поля синхронной частоты, что подтверждают осциллограммы (рис. 6).

Исчезновение модуляции можно объяснить, основываясь на теории ферромагнетиков. Действительно, в начале развития процесса магнитное поле, наведённое автоколебаниями, ещё не способно разрушать доменную структуру стали АМ, определяющую картину остаточного поля в воздушном зазоре. Для её разрушения требуется энергия, достаточная для перемагничивания магнитной системы АМ с частотой автоколебаний, чтобы процесс стал необратимым. При возбуждении АГ в режиме холостого хода период скольжения сравним с временем установления активного режима, и модуляция становится незаметной для наблюдателя.

**Описание эксперимента.** Осциллограммы (рис. 5, б) были получены на лабораторном стенде, оборудованном приводным двигателем постоянного тока мощностью 16 кВт, стабилизатором частоты вращения приводного двигателя и специальным прибором для регистрации скольжения в относительных единицах (рис. 7).

Экспериментальная модель выполнена на базе асинхронного двигателя типа 4А90Л4 (2,2 кВт). Асинхронный генератор переводился из состояния неустойчивого равновесия в состояние возбуждения путём подключения к зажимам АМ магазина ёмкостей с дискретностью  $0,5 \cdot 10^{-7}$  Ф. Регистрирующий прибор позволял синхронно с частотой вращения ротора наблюдать сигнал, пропорциональный скольжению, и одновременно напряже-





**Рис. 7.** Схема прибора для регистрации скольжения в относительных единицах: 1 – усилитель-ограничитель; 2 – фильтр нижних частот; 3 – нуль-орган; 4 – генератор пилообразного напряжения; 5, 10 – интеграторы; 6 – датчик частоты ротора; 7, 8 – формирователи импульсов; 9 – элемент вычитания; 11 – осциллограф;  $x_1, x_2, y_1, y_2$  – отклоняющая система осциллографа

ние на обмотке машины, начиная с уровня остаточного напряжения. Сущность способа регистрации скольжения поясняется рис. 7. Здесь для формирования сигнала, пропорционального фазному напряжению  $U_\phi$  генератора во всём диапазоне его изменения, использовался трансформатор  $T$  со слабо выраженной нелинейностью, усилитель-ограничитель 1 и фильтр нижних частот 2 с частотой среза 60 Гц. Сигнал, пропорциональный частоте вращения ротора, получен от магнитоэлектрического датчика.

Вольт-секундные площади дискретных сигналов на выходе формирователей 7 и 8, приведенные к периоду повторения этих импульсов, соответственно равны:  $A_1 = \tau_1 E \omega_1 / (2\pi)$ ;  $A_2 = \tau E \omega / (2\pi)$ , где  $\tau$  и  $\tau_1$  – нормированные значения длительностей дискретных сигналов;  $E = \text{const}$  – напряжение источника питания прибора. При настройке прибора добиваются равенства  $A_1 = A_2$  при  $\omega_1 = \omega$ . Источник пилообразного напряжения 4 совместно с интегратором 5 служит источником напряжения, пропорционального среднему значению пилообразного сигнала  $u = k_1 T_1 = k_1 2\pi / \omega_1$  за период колебаний, где  $k_1$  – коэффициент наклона кривой пилообразного напряжения.

Таким образом, на выходе интегратора 10 реализуется функция скольжения в относительных единицах в соответствии с выражением

$$u(s) = A_1 - A_2 = \frac{1}{2} k_1 \tau \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1} = ks,$$

где коэффициент  $k = k_1 \tau / 2$  определяется независимыми параметрами сигналов.

Результаты расчёта переходных процессов при самовозбуждении АГ подтвердили адекватность экспериментальным данным.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Невольниченко В.Н. Исследование режимов самовозбуждения и конденсаторного торможения асинхронных электроприводов: Дис... к.т.н., Одесса: Одесский ПИ, 1974.
2. Торопцев Н.Д. Асинхронные генераторы для автономных энергетических установок. — М.: НТФ «Энергопрогресс», 2004, 88 с.

3. Нетушил А.В., Листвин В.С. Автономный асинхронный генератор как нелинейная автоколебательная система. — Известия вузов. Электромеханика, 1977, № 5.

4. Кигаев А.В., Орлов И.Н. О физическом механизме самовозбуждения асинхронной машины. — Электричество, 1978, № 4, с. 47–51.

5. Джендубаев А.-З. Р. Автономные асинхронные генераторы с конденсаторным возбуждением (развитие теории и практики): Автореф. дис... д.т.н., М., 2007.

6. Фельдбаум А.А. Введение в теорию нелинейных цепей. — М.;Л.: Госэнергоиздат, 1948, 324 с.

7. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины, ч. 2. Машины переменного тока: Учебник для студентов вузов, изд. 3-е. — Л.: Энергия, 1973, 648 с.

8. Горев А.А. Переходные процессы в машинах переменного тока. — Л.: Госэнергоиздат, 1950, 552 с.

9. Кюрегян С.Г., Ткаченко А.М. Расчёт рабочих характеристик автономного трёхфазного асинхронного генератора. — Электротехника, 1966, № 11, с. 20–22.

10. Мельде Ф. О возбуждении стоячих волн в нитевидных телах. — Журнал технической физики, 1934, т. IV, вып. 1. Рефераты и библиография, с. 214.

11. Рэлей. О возбуждении колебаний при действии сил двойной частоты и о распространении волн через субстанции с периодической структурой. — Журнал технической физики, 1934, т. IV, вып. 1. Рефераты и библиография, с. 215.

12. Ван дер Поль Б. Релаксационные колебания. — Журнал технической физики, 1934, т. IV, вып. 1. Рефераты и библиография, с. 227–228.

13. Мандельштам Л.И., Папалекси Н.Д. О параметрическом возбуждении электрических колебаний. — ЖТФ, 1934. т. IV, вып. 1, с. 5–29.

14. Гуляев В.И., Мигулин В.В. Об устойчивости колебательных систем с периодически изменяющимися параметрами. — Журнал технической физики, 1934, т. IV, вып. 1, с. 48–66.

15. Винтер-Гюнтер Г. Самовозбуждение в системах с периодически изменяющейся самоиндукцией. — Журнал технической физики, 1934, т. IV, вып. 1. Рефераты и библиография, с. 218.

16. Долгинов А.И. К теории параметрического самовозбуждения электрических машин. — Электричество, 1935, № 12, с. 29–35.

17. Нетушил А.В. К расчёту режимов самовозбуждения автономного асинхронного генератора. — Электричество, 1978, № 4, с. 52–54.

18. Кунцевич П.А. Асинхронный резонансный генератор как автоперестраиваемая автоколебательная система. — Электричество, 1988, № 6, с. 38–45.

19. Араманович И.Г., Луц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного, операционное исчисление, теория устойчивости, изд. 2-е. Серия «Избранные главы высшей математики для инженеров и студентов вузов». — М.: Наука, 1968, 416 с.

20. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. (Определения, теоремы, формулы)/Пер. с англ. под общей ред. И.Г. Арамановича. — М.: Наука, 1968, 720 с.

21. Андреев В.С. Теория нелинейных колебаний. — М.: Радио и связь, 1982, 281с.

Автор: **Кунцевич Петр Антонович** окончил радиотехнический факультет Томского института радиоэлектроники и электронной техники в 1965 г.

Защитил кандидатскую диссертацию в 1989 г. Старший Научный сотрудник Института электрификации сельского хозяйства, Москва.

*Elektrichestvo (Electricity)*, 2016, No. 7, pp. 24–33.

## Matters Concerned with Self Exciting Electrical Oscillations in an Asynchronous Machine

**KUNTSEVICH Petr Antonovich** (*Agriculture Electrification Institute, Moscow, Russia*) – Senior Scientific Resercher, Cand. Sci. (Eng.)

*Hypotheses explaining the self excitation phenomenon in an asynchronous generator (AG), an inductor electrical machine with capacitors connected to the electrical terminals of its stator, are analyzed. It is shown, on the basis of power relations in the AG magnetizing loop and using a derived formula for the critical modulation depth of the machine mutual inductance, that parametric treatment of the self-excitation phenomenon is not applicable to an AG. The excitation dynamics equation and its solution (in a first approximation) presented in the article show with a sufficient degree of soundness that the AG self-excitation phenomenon results physically from unstable equilibrium state of a Thomson-like electromechanical oscillatory system with two mutually dependent nonlinearities. A small perturbation analysis of AG stability (instability) according to Lyapunov's criteria made it possible to formulate the necessary and sufficient conditions for self excitation. A physical regularity in the distribution of frequencies (the synchronous, self-excitation, and resonance ones) is established, and formulas correlating these frequencies are derived. The regeneration mechanism is explained based on solving the excitation dynamics equation for the amplitude and phase of self oscillations and based on the revealed AG phase-frequency autorestructuring phenomenon, which is of key importance in the self-excitation development and self-oscillation settling process. The proposed theoretical AG model is validated by the results of calculating a transient during self excitation and by experiment.*

**Key words:** asynchronous generator, self-excitation conditions, electric oscillations, modulation depth, mutual inductance, frequency distribution, regeneration mechanism

### REFERENCES

1. **Nevol'nichenko V.N.** *Issledovaniye rezhimov samovozbuzhdeniya i kondensatornogo tormozheniya asinkhronnykh elektroprivodov* (Studying self-excitation and capacitor braking modes of asynchronous electric drives): Diss.... kand. tekhn. nauk (Diss.... Cand. Sci. (Eng.)), Odessa Politechnic Institute, 1974.
2. **Toroptsev N.D.** *Asinkhronnye generatory dlya avtonomnykh energeticheskikh ustanovok* (Asynchronous generators for stand-alone power plants). Moscow, NTF «Energoprogress», 2004, 88 p.
3. **Netushil A.V., Listvin V.S.** *Izv. vuzov. Elektromekhanika – in Russ.* (*News of Higher Education Institutions. Electromechanics*), 1977, No. 5.
4. **Kitayev A.V., Orlov I.N.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1978, No. 4, pp. 47–51.
5. **Dzhendubayev A.-Z.R.** *Avtonomnye asinkhronnye generatory s kondensatornym vozvuzhdeniyem (razvitiye teorii i praktiki): Avtoref. Dis.... d.t.n.* (Autonomous asynchronous generators with capacitor excitation (a further development of theory and practice.): abstract of diss.... Dr. Sci. (Eng.)), Moscow, 2007.
6. **Fel'dbaum A.A.** *Vvedeniye v teoriyu nelineinykh tsepei* (Introduction to the theory of nonlinear circuits). Moscow, Leningrad, Publ. Gosenergoizdat, 1948, 324 p.
7. **Kostenko M.P., Piotrovskii L.M.** *Elektricheskiye mashiny, ch. 2. Mashiny peremennogo toka, izd. 3* (Electric machines, part. 2. AC machines, publ. 3). Leningrad, Publ. «Energiya», 1973, 648 p.
8. **Gorev A.A.** *Perekhodnye protsessy v mashinakh peremennogo toka* (Transients in AC machines). Leningrad, Publ. Gosenergoizdat, 1950, 552 p.
9. **Kyuregyan S.G., Tkachenko A.M.** *Elektrotehnika – in Russ. (Power Engineering)*, 1966, No. 11, p. 20–22.
10. **Mel'de F.** *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – in Russ. (Technical Physics)*, 1934, vol. IV, iss. 1. Referaty i bibliografiya (Abstracts and Bibliography), p. 214.
11. **Relei.** *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – in Russ. (Technical Physics)*, 1934, vol. IV, iss. 1. Referaty i bibliografiya (Abstracts and Bibliography), p. 215.
12. **Van der Pol' B.** *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – in Russ. (Technical Physics)*, 1934, vol. IV, iss. 1. Referaty i bibliografiya (Abstracts and Bibliography), pp. 227–228.
13. **Mandel'shtam L.I., Papaleksi N.D.** *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – in Russ. (Technical Physics)*, 1934, vol. IV, iss. 1, pp. 5–29.
14. **Gulyayev V.I., Migulin V.V.** *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – in Russ. (Technical Physics)*, 1934, vol. IV, iss. 1, pp. 48–66.
15. **Vinter-Gyunter G.** *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki – in Russ. (Technical Physics)*, 1934, vol. IV, iss. 1. Referaty i bibliografiya (Abstracts and Bibliography), p. 218.
16. **Dolginov A.I.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1955, No. 12, pp. 29–35.
18. **Netushil A.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1978, No. 4, pp. 52–54.
18. **Kuntsevich P.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1988, No. 6, pp. 38–45.
19. **Aramanovich I.G., Lunts G.L., El'sgol'ts L.E.** *Funktsii kompleksnogo peremennogo, operatsionnoye ischisleniye, teoriya ustoychivosti, publ. 2. Ser. «Izbrannye glavy vysshei matematiki dlya inzhenerov i studentov vuzov* (Complex variable functions, operational calculus, and stability theory. A second revised edition. The series «Selected chapters of higher mathematics for engineers and students of higher schools»). Moscow, Publ. «Nauka», 1968, 416 p.
20. **Korn G., Korn T.** *Spravochnik po matematike (opredeleniya, teoremy, formuly)/Per. s angl. pod red. I.G. Aramanovicha* (Handbook of mathematics (definitions, theorems and formulas) / Trans. from Engl. Edit. by I.G. Aramanovich). Moscow, Publ. «Nauka», 1968, 720 p.
21. **Andreyev V.S.** *Teoriya nelineinykh kolebanii* (The theory of nonlinear oscillations). Moscow, Publ. «Radio i svyaz'», 1982, 281 p.

