

The regularities which are the cornerstone of discrete structure of any dimension space are investigated. With their help borders of discrete areas are defined and their simple-connectedness is checked. Resistance relay with direct adaptation is an example of discrete space application. Information of the previous electricity transmission mode is displayed in cells of discrete space. The adaptive and compared to it not adaptive relay are trained in the asynchronous modes. In this conditions adaptation provides selective action without relay recognition ability reduction.

Key words: relay protection, discrete space, adaptation, operation area, object characteristic

REFERENCES

1. Lyamets Yu.Ya., Nudel'man G.S., Zinov'yev D.V., Kerzhayev D.V., Romanov Yu.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2009, No. 10, pp. 17–25; No. 11, pp. 9–15; 2010, No. 1, pp. 9–15.
2. Preparata F., Sheimos M. *Vychislitel'naya geometriya: Vvedeniye* (Computational geometry: An introduction). Moscow, Publ. «Mir», 1989.

3. Patent RF No. 22474556. *Sposob releinoi zashchity energoob'yekta* (A method of relaying power facility)/Yu.Ya. Lyamets, Ye.B. Yefimov, G.S. Nudel'man. Bulletin of inventions, 2005, No. 6.

4. Lyamets Yu.Ya., Voronov P.I., Martynov M.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 5, pp. 22–29.

5. Lyamets Yu.Ya., Voronov P.I., Martynov M.V. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2016, No. 5, pp. 8–12.

Электричество, 2016, № 9, с. 34–47.

Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Ч. 3. Многообмоточный трансформатор

ШАКИРОВ М.А.

Получены развернутые $2nT$ -образные схемы замещения бронированного трансформатора, содержащего n concentric обмоток, с отображением на схемах магнитных потоков: между всеми обмотками, в самих обмотках, в элементах магнитопровода, а также между ним и баком в случае насыщения магнитопровода. В основу положена идея «сшивания» $4T$ -образных схемных моделей двухобмоточных трансформаторов. Подтверждены законы возникновения в различных частях магнитопровода при коротких замыканиях одной или нескольких обмоток магнитных сверх- и антипотоков в сравнении с потоками холостого хода. Показано, что наблюдение этих аномальных потоков на схеме замещения возможно благодаря присутствию в ней отрицательных индуктивностей. Доказано, что схемы замещения без отрицательных элементов характеризуются трехдиагональной матрицей параметров.

Ключевые слова: трансформатор, первичная и вторичная обмотки, магнитный поток, схема замещения, трехобмоточный трансформатор, короткое замыкание, холостой ход, взаимная индуктивность

Мощный многообмоточный трансформатор может заменить два или несколько силовых двухобмоточных, что упрощает связи между электрическими станциями и распределительными сетями и в целом уменьшает эксплуатационные расходы и общую стоимость электроэнергетических систем. Между тем обоснованный вывод о преимуществах таких трансформаторов можно получить лишь на основе представления полной картины происходящих в них физических процессов, которые, однако, до настоящего времени не вполне ясны. Заводит в тупик главная особенность схем замещения (многоугольных [1–4], древовидных [5], цепочечных [1, 6] и др.) многообмоточных трансформаторов – присутствие в них отрицательных индуктивностей, на что первым еще в 1924 г. указал А. Воуажан – автор известной схемной модели трехобмоточного трансформатора. Им же отмечена трудность физической интерпретации этого явления за счет им же придуманной взаимной индук-

тивности между полями рассеяния: «This ... although not immediately selfevident when considered as a mutual reactance» [1, с. 520], чем, по-видимому, объясняется полное игнорирование этого толкования авторами отечественной литературы [4–10]. В отличие от них зарубежные авторы [11, 12], наоборот, пошли по пути прямой реализации идеи А. Воуажан, формально заменив отрицательные индуктивности в схемных моделях многообмоточных трансформаторов некими, как написано в [11, с. 160], взаимными связями ($M_{i,j}$) магнитных полей рассеяния обмоток в воздухе (magnetic coupling of the leakage fields between windings (flux in air)). Следующая далее оговорка « $M_{i,j}$ does not have any relationship with the commonly used mutual inductance governed by the flux in core» ничего не проясняет. Представленная в [12, с. 358] матрица индуктивностей ветвей схемы замещения пятиобмоточного трансформатора оказывается полностью заполненной, причем ее недиагональные элементы

$M_{i,j}$ имеют как положительные, так и отрицательные значения, что никак авторами не объясняется и по существу сводит на нет постулированный ими же «физический» смысл величин $M_{i,j}$, а вместе с ним и предложенную в [12] схемную модель без отрицательных собственных индуктивностей.

Общий недостаток всех известных к настоящему времени схем замещения многообмоточного трансформатора — невозможность увидеть в них магнитные потоки в отдельных частях работающего трансформатора. Причина в том, что до сих пор схемы замещения непосредственно соответствовали уравнениям со взаимными индуктивностями между обмотками или использовалось понятие об индуктивностях рассеяния, что является по сути вторичным по отношению к электромагнитным величинам, определяющим главное назначение всех трансформаторов — транспортирование энергии из первичных обмоток во вторичные через промежутки (коридоры) между обмотками.

Вместе с тем, как показано в предыдущих частях работы [13, 14] на примере двухобмоточного трансформатора, реализация идеи получения схемных моделей с отображением на них всех магнитных потоков трансформатора возможна, но на основе первичных величин, т.е. напряженностей электрического и магнитного полей, вектора Пойнтинга, а также перехода к новому пониманию самого принципа действия трансформатора. Оказалось, что для отображения магнитных потоков на схеме замещения даже двухобмоточного трансформатора требуется выделение отрицательных индуктивностей, которые к тому же играют ключевую роль в объяснении физики возникновения магнитных сверх- и антипотоков в его короткозамкнутом режиме работы и при внезапных КЗ. Существова-

ние этих потоков убедительно подтверждено как экспериментально [15], так и путем построения картин магнитных полей в короткозамкнутом трансформаторе [16]. Тем самым тезис А. Boyajian «Multicircuit transformers present a number of problems which cannot be solved directly by two-circuit transformer formulas» заменяется более обнадеживающим — о возможности построения схемных моделей мультиобмоточного трансформатора на основе схем замещения двухобмоточных трансформаторов с естественным пояснением физического смысла отрицательных индуктивностей в этих моделях.

Цель настоящей работы — вывод новых схем замещения многообмоточного броневого трансформатора с наглядным представлением на них всех магнитных потоков между его обмотками, в самих обмотках, в элементах магнитопровода, а также между ним и баком в случае насыщения магнитопровода (рис. 1). В основу положена идея «сшивания» 4Т-образных схемных моделей двухобмоточных трансформаторов, которым в данной части работы отводится роль элементарных ячеек в более сложной структуре.

Допущения и обозначения. В соответствии с общими правилами [1–12] будем считать, что все обмотки приведены к одному числу витков, т.е.

$$w_a = w_b = w_c = w_d = w_e \rightarrow w_1, \tag{1}$$

что позволяет избежать штриховых обозначений приведенных величин. При описании принципа действия и главных особенностей любого устройства вначале пренебрегают второстепенными факторами и рассматривают его как систему с наилучшими (предельными) показателями, к которым должны приближаться реальные устройства. В на-

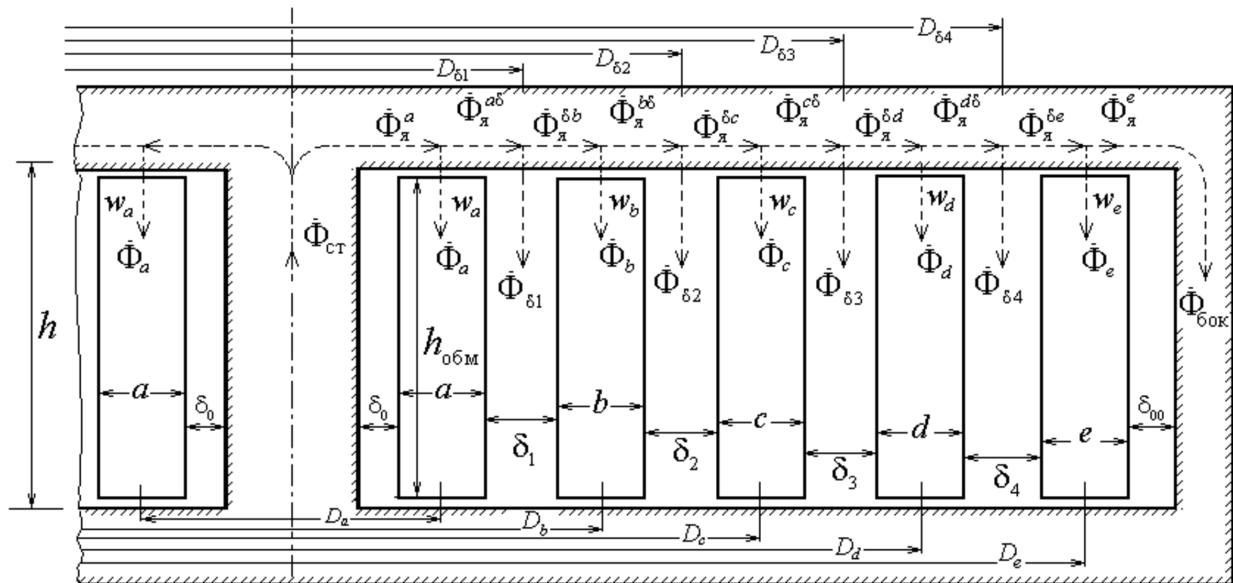


Рис. 1. Магнитные потоки в стали и окне пятиобмоточного броневого трансформатора

шем случае это означает переход к анализу работы n -обмоточного идеализированного трансформатора (рис. 1) при следующих допущениях:

магнитопровод характеризуется $\mu_{ст} = \infty$ и проводимостью $\gamma_{ст} = 0$;

активные сопротивления обмоток $R_a = R_b = \dots = R_e = 0$;

дополнительные активные сопротивления, имитирующие потери активной мощности от вихревых токов в обмотках, $R_a^{вхр} = R_b^{вхр}, \dots, R_e^{вхр} = 0$;

высота обмоток $h_{обм} = h$, где h — высота окна трансформатора;

линии магнитного поля в окне — прямые, параллельные оси стержня.

На рис. 1 штриховыми линиями показаны условные положительные направления магнитных потоков. Модули комплексных потоков совпадают с их действительными значениями. Как и в первых двух частях работы, в основу положена следующая типовая связь между напряжением катушки и ее потоком:

$$\dot{U}_k = j\omega w_1 \dot{\Phi}_k = k_0 \dot{\Phi}_k, \quad (2)$$

где константа

$$k_0 = j\omega w_1. \quad (3)$$

Магнитные потоки в магнитопроводе:

$\dot{\Phi}_{ст}$ — в стержне;

$\dot{\Phi}_{бок}$ — в боковом ярме;

$\dot{\Phi}_я^a$ — в стыковом ярме со стороны стержня в сторону внутренней обмотки w_a ;

$\dot{\Phi}_я^{ad}, \dot{\Phi}_я^{bd}, \dot{\Phi}_я^{cd}, \dot{\Phi}_я^{dd}$ — в стыковом ярме со стороны обмоток в сторону зазоров между обмотками;

$\dot{\Phi}_я^{\delta b}, \dot{\Phi}_я^{\delta c}, \dot{\Phi}_я^{\delta d}, \dot{\Phi}_я^{\delta e}$ — в стыковом ярме со стороны зазоров в сторону обмоток;

$\dot{\Phi}_я^e$ — в стыковом ярме со стороны внешней обмотки w_e в боковое ярмо.

Очевидно, при холостом ходе трансформатора все эти потоки имеют одинаковое значение ($\dot{\Phi}_{xx}$) независимо от того, какую из обмоток питает первичное напряжение U_1 :

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{xx} &\equiv \dot{\Phi}_{ст}^{xx} \equiv \dot{\Phi}_я^{axx} = \dot{\Phi}_я^{adx} = \dot{\Phi}_я^{bdx} = \dot{\Phi}_я^{bxx} = \dots \\ &\dots = \dot{\Phi}_я^{exx} \equiv \dot{\Phi}_{бок}^{xx} = \frac{U_1}{k_0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Магнитные потоки в окне:

$\dot{\Phi}_{\delta 1}, \dot{\Phi}_{\delta 2}, \dot{\Phi}_{\delta 3}, \dot{\Phi}_{\delta 4}$ — в каналах между обмотками;

$\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_b, \dot{\Phi}_c, \dot{\Phi}_d, \dot{\Phi}_e$ — в толще обмоток.

Эти потоки в отличие от потоков в окне двухобмоточного идеализированного трансформатора не синфазны и зависят от характера нагрузки обмоток.

Очевидны следующие связи между магнитными потоками в узлах магнитопровода:

$$\dot{\Phi}_{ст} \equiv \dot{\Phi}_я^a = \dot{\Phi}_a + \dot{\Phi}_я^{ad}; \quad (5)$$

$$\dot{\Phi}_я^{ad} = \dot{\Phi}_{\delta 1} + \dot{\Phi}_я^{\delta b}; \quad (6)$$

$$\dot{\Phi}_я^{\delta b} = \dot{\Phi}_b + \dot{\Phi}_я^{bd}; \quad (7)$$

$$\dot{\Phi}_я^{bd} = \dot{\Phi}_{\delta 2} + \dot{\Phi}_я^{\delta c}; \quad (8)$$

$$\dot{\Phi}_я^{\delta c} = \dot{\Phi}_c + \dot{\Phi}_я^{cd}; \quad (9)$$

$$\dot{\Phi}_я^{cd} = \dot{\Phi}_{\delta 3} + \dot{\Phi}_я^{dd}; \quad (10)$$

$$\dot{\Phi}_я^{dd} = \dot{\Phi}_d + \dot{\Phi}_я^{de}; \quad (11)$$

$$\dot{\Phi}_я^{de} = \dot{\Phi}_{\delta 4} + \dot{\Phi}_я^e; \quad (12)$$

$$\dot{\Phi}_я^e = \dot{\Phi}_e + \dot{\Phi}_{бок}^e. \quad (13)$$

С помощью этих соотношений будет реализована главная идея — создание развернутой электрической схемы замещения в том смысле, что в ней наряду с напряжениями и токами ($\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dots, \dot{U}_e, \dot{I}_a, \dot{I}_b, \dots, \dot{I}_e$) будут отображаться все перечисленные магнитные потоки и связи (5)–(13) между ними.

Индуктивности транспортировки мощности. Введем обозначения магнитных сопротивлений кольцевых каналов в окне:

$$\begin{aligned} R_{\delta 1}^M &= \frac{h}{\mu_0 s_{\delta 1}}; R_{\delta 2}^M = \frac{h}{\mu_0 s_{\delta 2}}; R_{\delta 3}^M = \frac{h}{\mu_0 s_{\delta 3}}; \\ R_{\delta 4}^M &= \frac{h}{\mu_0 s_{\delta 4}}, \end{aligned} \quad (14)$$

где нижний индекс в обозначении площади s_k совпадает с обозначением ширины соответствующего кольцевого канала:

$$\begin{aligned} s_{\delta 1} &= \pi D_{\delta 1} \delta_1; s_{\delta 2} = \pi D_{\delta 2} \delta_2; s_{\delta 3} = \pi D_{\delta 3} \delta_3; \\ s_{\delta 4} &= \pi D_{\delta 4} \delta_4. \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогичным образом представим магнитные сопротивления кольцевых каналов, занимаемых обмотками:

$$\begin{aligned} R_a^M &= \frac{h}{\mu_0 s_a}; R_b^M = \frac{h}{\mu_0 s_b}; R_c^M = \frac{h}{\mu_0 s_c}; \\ R_d^M &= \frac{h}{\mu_0 s_d}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$s_a = \pi D_a a; \quad s_b = \pi D_b b; \quad s_c = \pi D_c c; \quad s_d = \pi D_d d; \\ s_e = \pi D_e e. \quad (17)$$

Эти величины используются для определения слагаемых, входящих в выражение индуктивности КЗ соответствующей пары обмоток. Для удобства записи формул для этих индуктивностей введем коэффициент

$$\beta_0 = \frac{w_1^2 \mu_0}{h}. \quad (18)$$

В новой теории [13, 14] каждая из составляющих индуктивности КЗ рассматривается не как индуктивность рассеяния, а как функциональный элемент схемы замещения или средство для отображения транспортировки мощности (и вектора Пойнтинга) через соответствующий участок окна трансформатора. В связи с этим величины

$$I_{\delta 1} = \beta_0 s_{\delta 1}; \quad I_{\delta 2} = \beta_0 s_{\delta 2}; \quad I_{\delta 3} = \beta_0 s_{\delta 3}; \\ I_{\delta 4} = \beta_0 s_{\delta 4} \quad (19)$$

представляют собой индуктивности транспортировки мощности (и вектора Пойнтинга) в коридорах между обмотками или просто индуктивности коридоров. А каждую из величин

$$L_a = \beta_0 \frac{s_a}{3}; \quad L_b = \beta_0 \frac{s_b}{3}; \quad L_c = \beta_0 \frac{s_c}{3}; \quad L_d = \beta_0 \frac{s_d}{3}; \\ L_e = \beta_0 \frac{s_e}{3} \quad (20)$$

следует называть индуктивностью наращивания мощности (или вектора Пойнтинга), если она принадлежит первичной обмотке, или индуктивностью отдачи мощности (или вектора Пойнтинга), если она принадлежит вторичной обмотке.

Идею получения схемной модели многообмоточного трансформатора методом «сшивания» моделей двухобмоточных трансформаторов рассмотрим на примере построения ее для трехобмоточного *abc*-трансформатора, включающего обмотки *abc* (рис. 1). В связи с этим необходимо рассмотреть свойства трех 4Т-образных схемных моделей двухобмоточных *ab*-, *bc*- и *ac*-трансформаторов, кото-

рые могут быть из него выделены и из которых он, по существу, состоит.

Отрицательная индуктивность в модели двухобмоточного трансформатора. С учетом введенных обозначений 4Т-схема замещения идеализированного *ab*-трансформатора принимает вид рис. 2,а. На рис. 2,б показана схема замещения для *bc*-трансформатора. В обеих схемах ветви с отрицательными индуктивностями изображены вертикально. Обе схемы являются приведенными 4Т-образными, как содержащие четыре поперечные стрелки, каждая из которых отображает магнитный поток в одной из частей магнитопровода. Пользуясь вторым законом Кирхгофа, убеждаемся, что в схеме на рис. 2,а реализуются уравнения (5)–(7), а в схеме на рис. 2,б – уравнения (7)–(9). Суммарное значение индуктивностей в каждой схеме – обычная индуктивность КЗ. Для схемы на рис. 2,а

$$L_{ab}^{K3} = L_a + L_{\delta 1} + L_b; \quad (21)$$

для схемы на рис. 2,б

$$L_{bc}^{K3} = L_b + L_{\delta 2} + L_c. \quad (22)$$

Выделение ветвей с отрицательными индуктивностями продиктовано необходимостью отображения на схемах замещения:

потоков, проходящих в толще обмоток $\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_b$ в *ab*-трансформаторе и $\dot{\Phi}_b, \dot{\Phi}_c$ в *bc*-трансформаторе;

вклада этих потоков в потокосцепления обмоток *ab*-трансформатора

$$\dot{\Psi}_a = w_a \dot{\Phi}_{ст} - \frac{w_a \dot{\Phi}_a}{3}; \quad \dot{\Psi}_b = w_b \dot{\Phi}_{бок} - \frac{w_b \dot{\Phi}_b}{3}$$

и *bc*-трансформатора

$$\dot{\Psi}_b = w_b \dot{\Phi}_{ст} - \frac{w_b \dot{\Phi}_b}{3}; \quad \dot{\Psi}_c = w_c \dot{\Phi}_{бок} - \frac{w_c \dot{\Phi}_c}{3},$$

что согласуется с соотношениями (57) и (58) в [14]; сверх- и антипотоков в магнитопроводе при КЗ одной из обмоток трансформатора,

идеи «сшивания» (объединения) схемных моделей двухобмоточных трансформаторов вдоль отри-

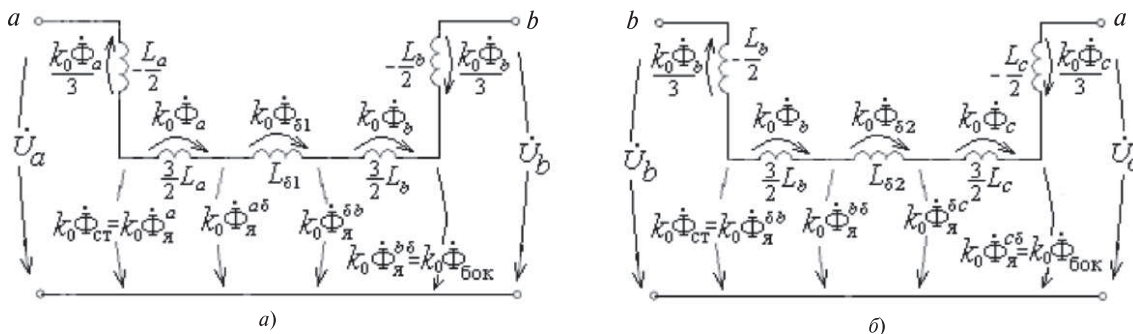


Рис. 2. 4Т-образные схемы замещения: а – *ab*-трансформатора; б – *bc*-трансформатора

цательных индуктивностей для построения схем замещения многообмоточных трансформаторов.

Сверх- и антипоток КЗ определяются в результате сопоставления потоков при КЗ с потоком холостого хода в стали магнитопровода $\dot{\Phi}_{\text{xx}}$.

Если в пятиобмоточном трансформаторе используются только две обмотки, то остальные три можно принять за измерительные катушки и таким образом оценивать значения сверх- и антипоток в режимах КЗ.

Пример. Рассмотрим ab -трансформатор (рис. 2,а). Остальные три обмотки (cde) разомкнуты (рис. 1). Независимо от того, какая из его обмоток (a или b) является первичной, ток КЗ будет равен

$$\dot{I}_{\text{КЗ}} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega(L_a + L_{\delta 1} + L_b)}. \quad (23)$$

Если первичной является a -обмотка ($\dot{U}_1 = \dot{U}_a$), то поток в стержне

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{ст}}^{\text{КЗ}} &\equiv \dot{\Phi}_{\text{я}}^{\text{акЗ}} = \frac{\dot{U}_1 - \left(j\omega \left(-\frac{L_a}{2} \right) \right) \dot{I}_{\text{КЗ}}}{k_0} = \\ &= \frac{\dot{U}_1}{k_0} \left(1 + \frac{L_a}{2L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} \right) = \left(1 + \frac{L_a}{2L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} \right) \dot{\Phi}_{\text{xx}}, \end{aligned} \quad (24)$$

поток в боковом ярме

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗ}} &\equiv \dot{\Phi}_{\text{я}}^{\text{бКЗ}} = \frac{\left(j\omega \left(-\frac{L_b}{2} \right) \right) \dot{I}_{\text{КЗ}}}{k_0} = \\ &= -\frac{\dot{U}_1}{k_0} \frac{L_b}{2L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} = -\frac{L_b}{2L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} \dot{\Phi}_{\text{xx}}, \end{aligned} \quad (25)$$

Поскольку $\dot{\Phi}_{\text{ст}}^{\text{КЗ}} > \dot{\Phi}_{\text{xx}}$, то поток $\dot{\Phi}_{\text{ст}}^{\text{КЗ}}$ есть сверхпоток; поскольку $\dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗ}}$ направлен встречно потоку $\dot{\Phi}_{\text{ст}}^{\text{КЗ}}$, то $\dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗ}}$ есть антипоток.

Примечание 1. Для выполнения расчетов воспользуемся следующими геометрическими параметрами обмоток для пятиобмоточного трансформатора (в мм): $a=40$, $b=45$, $c=10$, $d=10$, $e=10$, $D_a=450$, $D_b=585$, $D_c=670$, $D_d=720$, $D_e=760$, $\delta_1=25$, $\delta_2=15$, $\delta_3=15$, $\delta_4=10$, $D_{\delta 1}=515$, $D_{\delta 2}=645$, $D_{\delta 3}=695$, $D_{\delta 4}=740$, $h=1000$.

Площади сечения (17) обмоток (м^2): $s_a=0,0565$, $s_b=0,0827$, $s_c=0,0210$, $s_d=0,0226$, $s_e=0,0239$.

Площади сечения (15) коридоров между обмотками (м^2): $s_{\delta 1}=0,0404$, $s_{\delta 2}=0,0304$, $s_{\delta 3}=0,0328$, $s_{\delta 4}=0,0232$.

Согласно (19) и (20) находим (мГн): $L_{\delta 1}=0,535$, $L_{\delta 2}=0,402$, $L_{\delta 3}=0,433$, $L_{\delta 4}=0,307$, $L_a=0,249$, $L_b=0,364$, $L_c=0,0928$, $L_d=0,0997$, $L_e=0,105$.

С учетом (21), (22) и аналогичных им соотношений для индуктивностей КЗ получаем: $L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}=1,149$, $L_{\text{ac}}^{\text{КЗ}}=2,373$, $L_{\text{ad}}^{\text{КЗ}}=3,092$, $L_{\text{ae}}^{\text{КЗ}}=3,704$, $L_{\text{bc}}^{\text{КЗ}}=0,859$, $L_{\text{bd}}^{\text{КЗ}}=1,578$, $L_{\text{bc}}^{\text{КЗ}}=2,190$, $L_{\text{cd}}^{\text{КЗ}}=0,626$, $L_{\text{ce}}^{\text{КЗ}}=1,238$, $L_{\text{de}}^{\text{КЗ}}=0,512$.

В нашем случае для сверхпотока в стержне ab -трансформатора согласно (24) находим:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{ст}}^{\text{КЗ}} &\equiv \dot{\Phi}_{\text{я}}^{\text{акЗ}} = \left(1 + \frac{L_a}{2(L_a + L_{\delta 1} + L_b)} \right) \dot{\Phi}_{\text{xx}} = \\ &= \left(1 + \frac{s_a}{2s_a + 6s_{\delta 1} + 2s_b} \right) \dot{\Phi}_{\text{xx}} = 1,109 \dot{\Phi}_{\text{xx}}. \end{aligned}$$

Антипоток в его боковом ярме согласно (25):

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗ}} &\equiv -\frac{L_b}{2(L_a + L_{\delta 1} + L_b)} \dot{\Phi}_{\text{xx}} = \\ &= -\frac{s_b}{2s_a + 6s_{\delta 1} + 2s_b} \dot{\Phi}_{\text{xx}} = -0,159 \dot{\Phi}_{\text{xx}}. \end{aligned}$$

Поскольку все обмотки имеют одинаковое число витков, то значения напряжений на обмотках c, d, e будут одинаковыми и равными:

$$\begin{aligned} \dot{U}_c^{\text{КЗ}} &= \dot{U}_d^{\text{КЗ}} = \dot{U}_e^{\text{КЗ}} = k_0 \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗ}} = \\ &= -\frac{s_b}{2s_a + 6s_{\delta 1} + 2s_b} \dot{U}_1. \end{aligned}$$

В таблице представлены численные значения токов и напряжений в рассматриваемом режиме КЗ при $\dot{U}_1 \equiv \dot{U}_a = 1000$ В. При расчете токов принята частота $f=50$ Гц. В соотношениях для потоков и напряжений частота не участвует.

Примечание 2. Сверх- и антипоток КЗ в том же трансформаторе, когда первичной является b -обмотка и $\dot{U}_1 = \dot{U}_b$ (т.е. в ba -трансформаторе), меняются местами. Очевидно, ток $\dot{I}_{\text{КЗ}}$ совпадет с его значением (23). В этом случае при короткозамкнутой a -обмотке поток в стержне станет антипоток:

$$\dot{\Phi}_{\text{ст}}^{\text{КЗ}} \equiv \dot{\Phi}_{\text{я}}^{\text{акЗ}} = \frac{\left(j\omega \left(-\frac{L_a}{2} \right) \right) \dot{I}_{\text{КЗ}}}{k_0} = -\frac{\dot{U}_1}{k_0} \frac{L_a}{2L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} = -\frac{L_a}{2L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} \dot{\Phi}_{\text{xx}},$$

тогда как поток в боковом ярме превратится в сверхпоток:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗ}} &\equiv \dot{\Phi}_{\text{я}}^{\text{бКЗ}} = \frac{\dot{U}_1 + j\omega \frac{L_b}{2} \dot{I}_{\text{КЗ}}}{k_0} = \\ &= \frac{\dot{U}_1}{k_0} \left(1 + \frac{L_b}{2L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} \right) = \left(1 + \frac{L_b}{2L_{\text{ab}}^{\text{КЗ}}} \right) \dot{\Phi}_{\text{xx}}. \end{aligned}$$

Значения напряжений на обмотках cde будут превосходить приложенное напряжение (см. таблицу):

$$\dot{U}_c^{\text{КЗ}} = \dot{U}_d^{\text{КЗ}} = \dot{U}_e^{\text{КЗ}} = k_0 \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗ}} =$$

Тип трансформатора	Напряжения (В) и токи КЗ (А)	Значения в обмотках (рис. 1)				
		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
1. <i>ab</i> -тр-р	U_k	1000	0	-159	-159	-159
	$I_k^{КЗ}$	2770	2770	0	0	0
2. <i>ba</i> -тр-р	U_k	0	1000	1159	1159	1159
	$I_k^{КЗ}$	2770	2770	0	0	0
3. <i>ba</i> -тр-р	U_k	940,6	1000	1020	1020	1020
	$I_k^{КЗ}$	940,6	940,6	0	0	0
4. <i>ac</i> -тр-р	U_k	1000	439	0	-19,6	-19,6
	$I_k^{КЗ}$	1341	0	1341	0	0

$$= \left(1 + \frac{s_b}{2s_a + 6s_{\delta 1} + 2s_b} \right) \dot{U}_1 = -1,159 \dot{U}_1,$$

подтверждая тем самым возникновение сверхтока КЗ в боковом ярме.

В третьей строке таблицы демонстрируется возможность возникновения сверхтока в боковом ярме *ba*-трансформатора при небольшой нагрузке ($R_H = 1$ Ом); расчеты приведены в Приложении 1.

Особенность модели двухобмоточного трансформатора из крайних обмоток трехобмоточного трансформатора. На рис. 3,а изображена 4Т-образная схема замещения двухобмоточного *ac*-трансформатора для случая, когда первичной является *a*-обмотка, а вторичной – также крайняя *c*-обмотка *abc*-трансформатора. Обмотки *bde* разомкнуты. На схеме рис. 3,а L_a – индуктивность наращивания мощности, L_c – индуктивность отдачи мощности. Поскольку ширина коридора между обмотками *a* и *e* равна (рис. 1)

$$\delta_1 + b + \delta_2,$$

то индуктивность транспортировки мощности в этом коридоре

$$L_{\delta 1 + b + \delta 2} = \beta_0 (s_{\delta 1} + s_b + s_{\delta 2}), \quad (26)$$

с учетом (19) и (20)

$$L_{\delta 1 + b + \delta 2} = L_{\delta 1} + \frac{3}{2} L_b + \frac{3}{2} L_b + L_{\delta 2}. \quad (27)$$

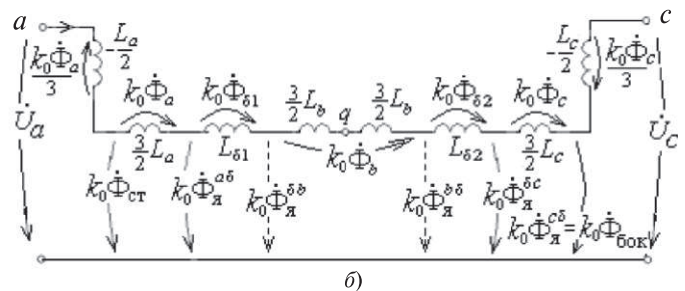
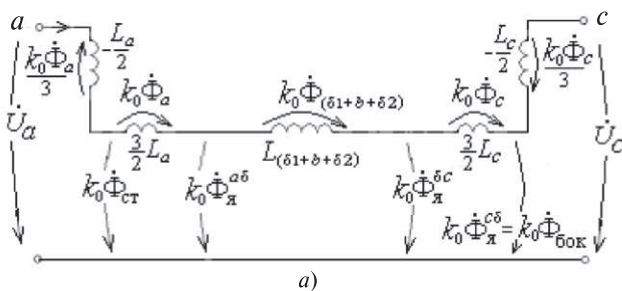


Рис. 3. 4Т-схема замещения двухобмоточного *ac*-трансформатора: *a* – с сосредоточенной индуктивностью $L_{\delta 1 + b + \delta 2}$; *б* – 6Т-схемная модель с центральным узлом *q*

Магнитный поток в коридоре между обмотками

$$\dot{\Phi}_{\delta 1 + b + \delta 2} = \dot{\Phi}_{\delta 1} + \dot{\Phi}_b + \dot{\Phi}_{\delta 2} = \frac{j\omega L_{\delta 1 + b + \delta 2} \dot{I}}{k_0}. \quad (28)$$

Из (27) и (28) следует, что поток в толще разомкнутой *b*-обмотки

$$\dot{\Phi}_b = \frac{j\omega \left(\frac{3}{2} L_b + \frac{3}{2} L_b \right) \dot{I}}{k_0}, \quad (29)$$

что и отображено на рис. 3,б. При этом на схеме удастся идентифицировать также величины $k_0 \dot{\Phi}_{я}^{db}$ и $k_0 \dot{\Phi}_{я}^{bd}$, показанные штриховыми линиями. В результате получилась 6Т-образная схема замещения двухобмоточного трансформатора, что явилось следствием разбиения его коридора между обмотками на кольцевые каналы шириной δ_1 , b и δ_2 .

Примечание 3. Разбивая коридор на большее число каналов, можно построить схему замещения с каким угодно большим числом поперечных стрелок, получая таким образом распределенную структуру схемы замещения двухобмоточного трансформатора.

Внутренняя индуктивность или индуктивность КЗ *ac*-трансформатора с геометрией из приведенного выше примера равна:

$$L_{ac}^{K3} = L_a + L_{\delta 1 + b + \delta 2} + L_c = L_a + (L_{\delta 1} + 3L_b + L_{\delta 2}) + L_c = L_{ab}^{K3} + L_b + L_{bc}^{K3} = 0,00273 \text{ Гн.}$$

Из этого выражения следует полезное соотношение

$$L_b = L_{ac}^{K3} - (L_{ab}^{K3} + L_{bc}^{K3}), \quad (30)$$

которое далее будет использовано при исследовании трехобмоточного трансформатора. Для тока КЗ получаем

$$I_{K3} = \frac{\dot{U}_1}{j\omega L_{ac}^{K3}} = 1341 \text{ А.}$$

По аналогии с (24) и (25) находим потоки в режиме КЗ:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{ст}^{K3} &\equiv \dot{\Phi}_я^{aK3} = \left(1 + \frac{L_a}{2L_{ac}^{K3}}\right) \dot{\Phi}_{xx} = \\ &= \left(1 + \frac{s_a}{2s_a + 6(s_{\delta 1} + s_b + s_{\delta 2}) + 2s_c}\right) \dot{\Phi}_{xx} = 1,0525 \dot{\Phi}_{xx}; \\ \dot{\Phi}_{бок}^{K3} &\equiv \dot{\Phi}_я^{aK3} = -\frac{L_a}{2L_{ac}^{K3}} \dot{\Phi}_{xx} = \\ &= -\frac{s_c}{2s_a + 6(s_{\delta 1} + s_b + s_{\delta 2}) + 2s_c} \dot{\Phi}_{xx} = -0,0196 \dot{\Phi}_{xx}. \end{aligned}$$

Значения напряжений на разомкнутых обмотках *cd* будут равными:

$$\dot{U}_c^{K3} = \dot{U}_d^{K3} = k_0 \dot{\Phi}_{бок}^{K3} = -0,0196 \dot{U}_1.$$

Напряжение на зажимах разомкнутой *b*-обмотки найдем по ее потокоцеплению

$$\dot{U}_b = j\omega \dot{\Psi}_b = k_0 \left[(\dot{\Phi}_{ст} - \dot{\Phi}_a - \dot{\Phi}_{\delta 1}) - \frac{\dot{\Phi}_b}{2} \right] \quad (31)$$

в режиме КЗ

$$\dot{U}_b^{K3} = k_0 \left[(\dot{\Phi}_{ст}^{K3} - \dot{\Phi}_a^{K3} - \dot{\Phi}_{\delta 1}^{K3}) - \frac{\dot{\Phi}_b^{K3}}{2} \right] =$$

$$= \left(1 + \frac{L_a}{2L_{ac}^{K3}} - \frac{\frac{3L_a}{2} + L_{\delta 1} + \frac{3L_b}{2}}{L_{ac}^{K3}} \right) \dot{U}_1 = 0,439 \dot{U}_1.$$

Результаты расчетов отображены в последней строке таблицы. Сверх- и антипотoki в данном случае ослаблены из-за большой ширины коридора между обмотками.

6Т-образная схема замещения идеализированного трехобмоточного трансформатора.

Из сравнения модели двухобмоточного *ac*-трансформатора (рис. 3,б) с парой схем на рис. 2 заключаем, что модель можно рассматривать как результат сшивания схем замещения *ab*- и *bc*-трансформаторов в узле *q*. Если при этом оставить вертикальную ветвь с отрицательной индуктивностью ($-L_b/2$), то получим схему с тремя полюсами, представляющую собой схему замещения трехобмоточного *abc*-трансформатора, как показано на рис. 4. Доказательство состоит в проверке выполнения в этой схеме граничных условий, которым должен удовлетворять трехобмоточный трансформатор, т.е. представлять собой одновременно: *ab*-трансформатор со стороны полюсов 1 и 2 (при холостом полюсе 3); *bc*-трансформатор со стороны полюсов 2 и 3 (при холостом полюсе 1); *ac*-трансформатор со стороны полюсов 1 и 3 (при холостом полюсе 2), что очевидно из описанной процедуры «сшивания» подсхем вдоль отрицательной индуктивности. Достоверность схемы (рис. 4) подтверждается также совпадением индуктивностей лучей схемы, исходящих из узла *q*, с известными выражениями для L_{123} , L_{213} и L_{312} , впервые полученных в [1] в виде комбинаций сопротивлений КЗ отдельных двухобмоточных трансформаторов. В частности, для индуктивности луча между узлами 1 и *q* непосредственно по схеме на рис. 4 с учетом соотношения (30) можем написать:

$$\begin{aligned} L_{1,q} &= (L_a + L_{\delta 1} + L_b) + \frac{L_b}{2} = L_{ab}^{K3} + \frac{L_{ac}^{K3} - (L_{ab}^{K3} + L_{bc}^{K3})}{2} = \\ &= \frac{L_{ac}^{K3} + L_{ab}^{K3} - L_{bc}^{K3}}{2} = L_{123}, \end{aligned}$$

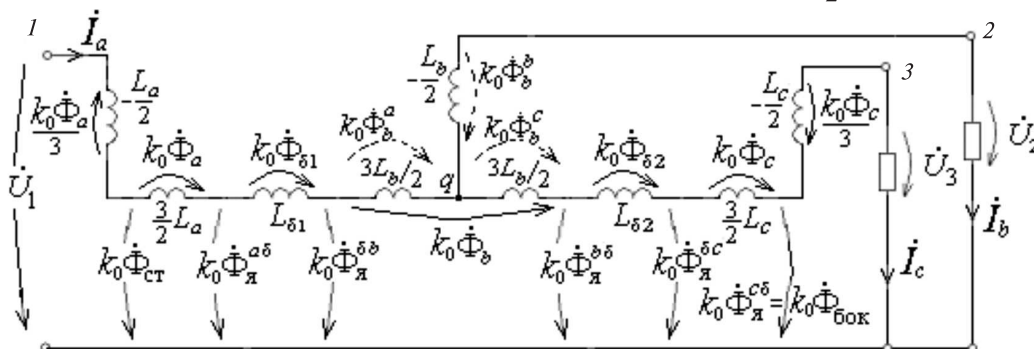


Рис. 4. 6Т-образная схема замещения идеализированного трехобмоточного трансформатора

где, как показано, предпоследняя дробь совпадает с выражением для L_{123} из [4] после замены в ней индексов a, b, c соответственно на 1, 2, 3. Индуктивность луча, исходящего из узла q к узлу 2 средней b -обмотки, отрицательна и может быть представлена в виде:

$$L_{2,q} = -\frac{L_b}{2} = -\frac{L_{ac}^{K3} - (L_{ab}^{K3} + L_{bc}^{K3})}{2} = \frac{L_{ba}^{K3} + L_{bc}^{K3} - L_{ac}^{K3}}{2} = L_{213} < 0.$$

Индуктивность луча, исходящего из узла q к узлу 3 внешней c -обмотки, равна

$$L_{3,q} = \frac{1}{2}L_b + (L_b + L_{\delta 2} + L_c) = \frac{L_{ac}^{K3} - (L_{ab}^{K3} + L_{bc}^{K3})}{2} + L_{bc}^{K3} = \frac{L_{ac}^{K3} + L_{cb}^{K3} - L_{ab}^{K3}}{2} = L_{312}.$$

При сверке этих выражений с известными формулами следует иметь в виду, что по смыслу $L_{pq}^{K3} = L_{qp}^{K3}$. В схеме (рис. 4)

$$\dot{I}_a = \dot{I}_b + \dot{I}_c. \quad (32)$$

Потокосцепление средней обмотки трехобмоточного трансформатора. В идеализированном трехобмоточном abc -трансформаторе

$$\dot{U}_1 = j\omega\dot{\Psi}_a = k_0\dot{\Psi}_a / w_1; \quad (33)$$

$$\dot{U}_2 = j\omega\dot{\Psi}_b = k_0\dot{\Psi}_b / w_1; \quad (34)$$

$$\dot{U}_3 = j\omega\dot{\Psi}_c = k_0\dot{\Psi}_c / w_1. \quad (35)$$

Из этих выражений и схемы на рис. 4 следует, что потокосцепления обмоток можно выразить в виде:

$$\dot{\Psi}_a = w_1\dot{\Phi}_{ст} = \frac{w_1\dot{\Phi}_a}{3}; \quad (36)$$

$$\dot{\Psi}_b = \frac{\dot{U}_2}{j\omega}; \quad (37)$$

$$\dot{\Psi}_c = w_1\dot{\Phi}_{я}^{cd} + \frac{w_1\dot{\Phi}_c}{3} \rightarrow w_1\dot{\Phi}_{бок} + \frac{w_1\dot{\Phi}_c}{3}. \quad (38)$$

Стрелка в последнем выражении указывает на равенство в магнитопроводе трехобмоточного abc -трансформатора потоков $\dot{\Phi}_{я}^{cd} = \dot{\Phi}_{бок}$ (рис. 1). Выражения (36) и (38) согласуются с формулами (57) и (58) в [14].

Для того чтобы раскрыть выражение (37), необходимо определить напряжения, показанные на рис. 4 штриховыми стрелками и обозначенные в

виде произведения k_0 на $\dot{\Phi}_b^a$, $\dot{\Phi}_b^b$ и $\dot{\Phi}_b^c$. Из схемы вытекает, что $\dot{\Phi}_b^b$, $\dot{\Phi}_b^c$ связаны системой уравнений:

$$\dot{\Phi}_b^a + \dot{\Phi}_b^c = \dot{\Phi}_b; \quad (39)$$

$$k_0\dot{\Phi}_b^a = \frac{3}{2}L_b\dot{I}_a; \quad (40)$$

$$k_0\dot{\Phi}_b^c = \frac{3}{2}L_b\dot{I}_c, \quad (41)$$

откуда следует:

$$\dot{\Phi}_b^a = \frac{\dot{I}_a}{\dot{I}_a + \dot{I}_c}\dot{\Phi}_b, \quad (42)$$

$$\dot{\Phi}_b^c = \frac{\dot{I}_c}{\dot{I}_a + \dot{I}_c}\dot{\Phi}_b. \quad (43)$$

Далее из выражения для напряжения (рис. 4)

$$k_0\dot{\Phi}_b = j\omega\frac{3}{2}L_b\dot{I}_a + j\omega\frac{3}{2}L_b\dot{I}_c \quad (44)$$

вытекает

$$j\omega\frac{L_b}{2} = \frac{k_0\dot{\Phi}_b}{3(\dot{I}_a + \dot{I}_c)}, \quad (45)$$

и для напряжения на вертикальной ветви получаем

$$k_0\dot{\Phi}_b^b = j\omega\frac{L_b}{2}\dot{I}_b = \frac{\dot{I}_b}{\dot{I}_a + \dot{I}_c}\frac{k_0\dot{\Phi}_b}{3} \quad (46)$$

или

$$k_0\dot{\Phi}_b^b = \frac{\dot{I}_a - \dot{I}_c}{\dot{I}_a + \dot{I}_c}\frac{k_0\dot{\Phi}_b}{3}. \quad (47)$$

В результате напряжение на зажимах средней обмотки можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= k_0\dot{\Phi}_{я}^{\delta b} - k_0\dot{\Phi}_b^a + k_0\dot{\Phi}_b^b = \\ &= k_0\dot{\Phi}_{я}^{\delta b} - \frac{\dot{I}_a}{\dot{I}_a + \dot{I}_c}k_0\dot{\Phi}_b + \frac{\dot{I}_a - \dot{I}_c}{\dot{I}_a + \dot{I}_c}\frac{k_0\dot{\Phi}_b}{3}. \end{aligned}$$

С учетом (3), (32) и (37) получаем формулу для искомого потокосцепления:

$$= w_1\dot{\Phi}_{я}^{\delta b} - \frac{\dot{I}_a - \dot{I}_b}{\dot{I}_a + \dot{I}_c}w_1\dot{\Phi}_b. \quad (48)$$

6Т-схема замещения реального трехобмоточного трансформатора. Во второй части статьи [14] весьма подробно рассматривался прием наращивания схемной модели идеализированного трансформатора поперечными ветвями для учета активных и реактивных потерь в стали, включая участки между баком и частями магнитопровода, с целью получе-

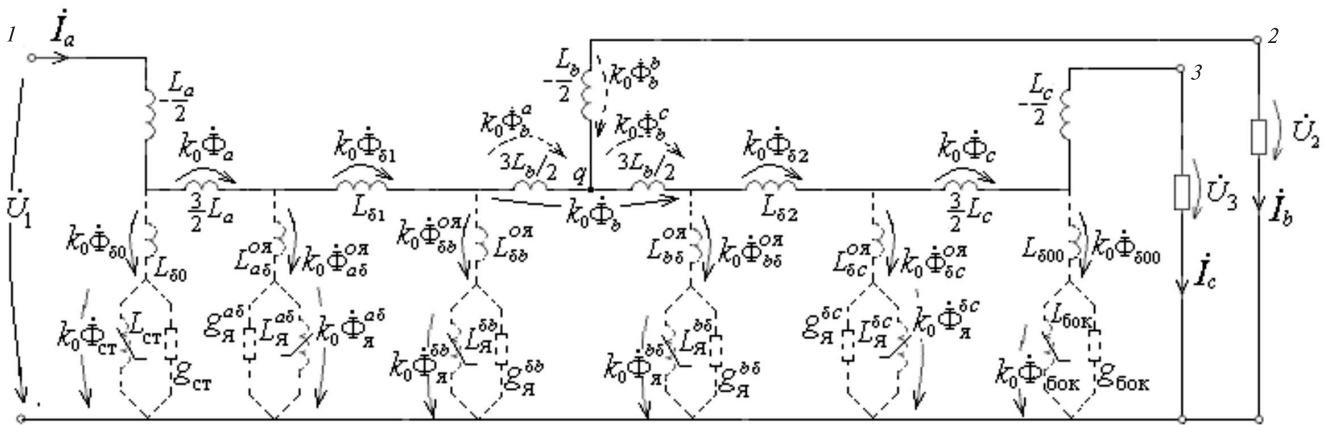


Рис. 5. 6Т-образная схема замещения реального трехобмоточного трансформатора

ния схемы замещения реального двухобмоточного трансформатора. Таким же образом можно перейти от идеализированной модели (рис. 4) к схеме замещения реального трехобмоточного трансформатора, как показано штриховыми линиями на рис. 5. Обозначения добавленных индуктивностей и потоков соответствуют принятым в [14]. Нелинейные индуктивности и параллельно подключенные к ним активные проводимости соответствуют: $L_{ст}$, $g_{ст}$ — стержню, в котором протекает поток $\Phi_{ст}$ (рис. 1); $L_{я}^{ad}$, $g_{я}^{ad}$ — части стыкового яра, в котором протекает поток $\Phi_{я}^{ad}$; $L_{я}^{bd}$, $g_{я}^{bd}$ — части стыкового яра, в котором протекает поток $\Phi_{я}^{bd}$, и т.д.

Последовательно соединенные с ними линейные индуктивности введены для учета магнитных потоков, возникающих вследствие конечной магнитной проницаемости стали или ее насыщения. Они соответствуют:

$L_{\delta 0} = \mu_0 s_{\delta 0} w_1^2 / h$ — промежутку шириной δ_0 между стержнем и внутренней a -обмоткой, в котором протекает поток Φ_{δ}^0 (рис. 1);

$L_{ad}^{оя} = \mu_0 s_{ad}^{оя} w_1^2 / l_{ad}^{оя}$ — промежутку площадью $s_{ad}^{оя}$ и длиной $l_{ad}^{оя}$ между стыковым ярмом и баком, в котором протекает поток $\Phi_{ad}^{оя}$, параллельный потоку $\Phi_{я}^{ad}$ в ярме;

$L_{db}^{оя} = \mu_0 s_{db}^{оя} w_1^2 / l_{db}^{оя}$ — промежутку площадью $s_{db}^{оя}$ и длиной $l_{db}^{оя}$ между стыковым ярмом и баком, в котором протекает поток, параллельный потоку $\Phi_{я}^{db}$ в ярме, и т.д.

В Приложении 2 показано, как в найденной схеме (рис. 5) можно учесть активные потери в обмотках, в том числе из-за циркулирующих в них вихревых токов.

Примечание 4. Обычно отрицательные индуктивности в схемах замещения рассматривают как некую «малую» помеху. В [5], специально посвященной многообмоточным трансформаторам, им уделено всего семь строк. В [6, с. 125] и вовсе предлагается для «режимов с сильным насыщением стали ... пренебречь отрицательными индуктивностями». Однако из схемы замещения (рис. 5) вытекает, что это может привести к увеличению погрешности при вычислении сверхпотоков в короткозамкнутом трансформаторе. Действительно, полагая для простоты, что в этом случае при КЗ насыщается только стержень, получим схему (рис. 5) с одной левой поперечной ветвью, напряжение которой можно представить в виде:

$$k_0 \dot{\Phi}_{ст}^{КЗ} + k_0 \dot{\Phi}_{\delta 0}^{КЗ} = \dot{U}_1 - \left(-j\omega \frac{L_a}{2} \right) i_a^{КЗ}. \quad (50)$$

Значение тока КЗ $i_a^{КЗ}$ велико, весьма значительным будет и второе слагаемое в правой части выражения (50). Поэтому пренебрежение им приведет к существенной погрешности в определении сверхпотока в стержне. Из (50) также следует, что сверхпоток в насыщенном короткозамкнутом трансформаторе превышает его значение в ненасыщенном трансформаторе.

2nТ-образная схема замещения n-обмоточного идеализированного трансформатора. Изложенный метод «сшивания» 4Т-схемных моделей двухобмоточных трансформаторов в полной мере применим и к синтезу схемы замещения любого n-обмоточного трансформатора. В качестве примера на рис. 6 изображена схема замещения идеализированного пятиобмоточного трансформатора. Число поперечных стрелок напряжения в схеме, отображающих потоки в стали, одинаково, что явилось основанием назвать ее 2nТ-образной моделью. Общее число отрицательных индуктивностей в ней равно числу обмоток, в нашем случае пяти. Любая обмотка или группа обмоток может рассматриваться в качестве первичных, остальные — в качестве вторичных. На схеме рис. 6 роль первичной играет a -обмотка. Для получения модели реального трансформатора схе-

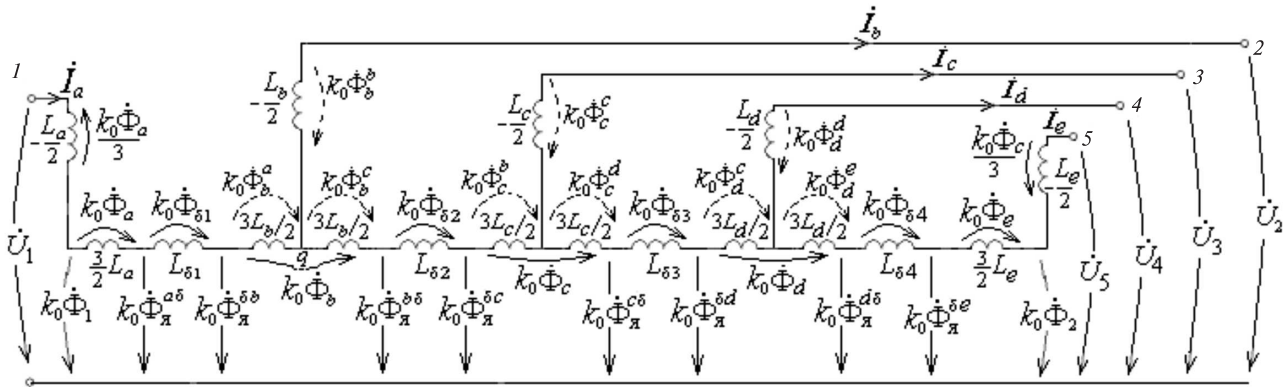


Рис. 6. Схема замещения пятиобмоточного трансформатора

му (рис. 6) необходимо дополнить поперечными ветвями, учитывающими потери в стали, а также активными сопротивлениями, как описано выше для трехобмоточного трансформатора и в Приложении 2.

Преобразование отрицательных индуктивностей внутренних обмоток во взаимные индуктивности. От отрицательных индуктивностей в схемах (рис. 3, 4 и 6) можно избавиться, выполнив их перенос через узлы. Согласно правилам этих преобразований [17–19] при переносе, например, индуктивности $(-L_b/2)$ через узел q (рис. 6) ее значение следует приплюсовать к обеим индуктивностям $3L_b/2$ (они станут равными $L_b = \beta_0 s_b/3$) и ввести между ними взаимную индуктивность $M_b = L_b/2 = \beta_0 s_b/6$, как показано на рис. 7. Аналогично выполнен перенос отрицательных индуктивностей двух других внутренних обмоток $(-L_c/2)$ и $(-L_d/2)$, и в схеме появились еще две взаимоиндуктивные связи $M_c = L_c/2 = \beta_0 s_c/6$ и $M_d = L_d/2 = \beta_0 s_d/6$. При маркировке, принятой на схеме рис. 7, все взаимные индуктивности положительны.

Отрицательные индуктивности крайних обмоток $(-L_a/2)$ и $(-L_e/2)$ сохранены, благодаря чему все «поперечные напряжения» остались теми же, что и в схеме на рис. 6. Следовательно, схема на рис. 7 может быть также преобразована в схему ре-

ального трансформатора добавлением поперечных и продольных ветвей, как было описано выше применительно к схеме на рис. 6.

Модель идеализированного многообмоточного трансформатора без отрицательных индуктивностей. Объединяя в схеме рис. 7 последовательно включенные индуктивности между ее узлами, получаем схему на рис. 8 только с положительными индуктивностями, совпадающими с индуктивностями КЗ двухобмоточных трансформаторов. В частности, суммируя индуктивности между узлами 1 и q , с учетом (21) имеем

$$-\frac{L_a}{2} + \frac{3}{2}L_a + L_{\delta 1} + L_b = L_{ab}^{K3}.$$

Аналогично, для группы последовательно включенных индуктивностей справа от узла (рис. 7) на основании (22) находим $L_b + L_{\delta 2} + L_c = L_{bc}^{K3}$ и т.д. В результате получаем компактную цепочечную схему замещения идеализированного n -обмоточного трансформатора, описываемую симметричной трехдиагональной матрицей индуктивностей L . Однако возможности наблюдения потоков, в том числе сверх- и антипотоков, в этой схеме утрачиваются. Достоверность схемной модели рис. 8 подтверждается, в частности, тем, что ее уравнения, составленные по методу контурных токов, тождест-

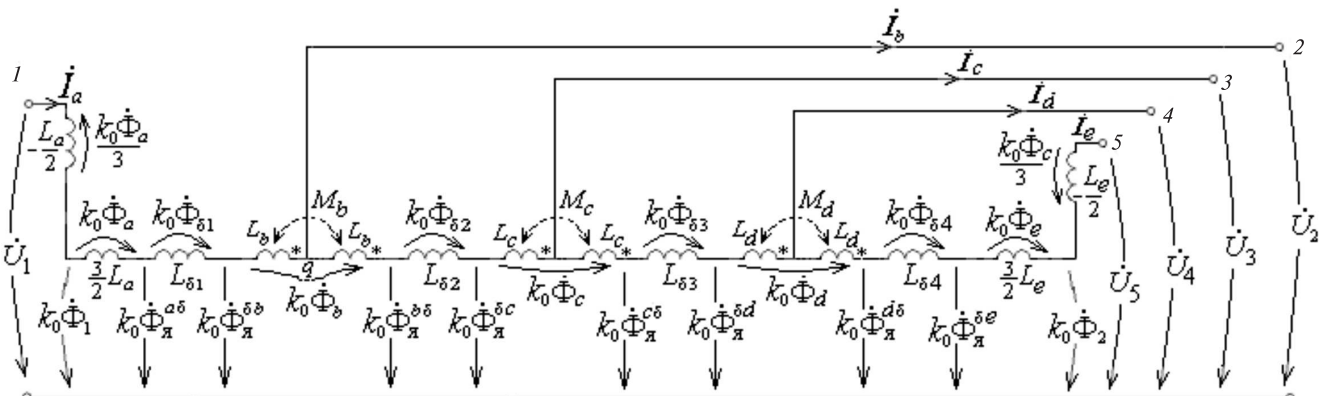


Рис. 7. Схема замещения пятиобмоточного трансформатора без отрицательных индуктивностей средних обмоток

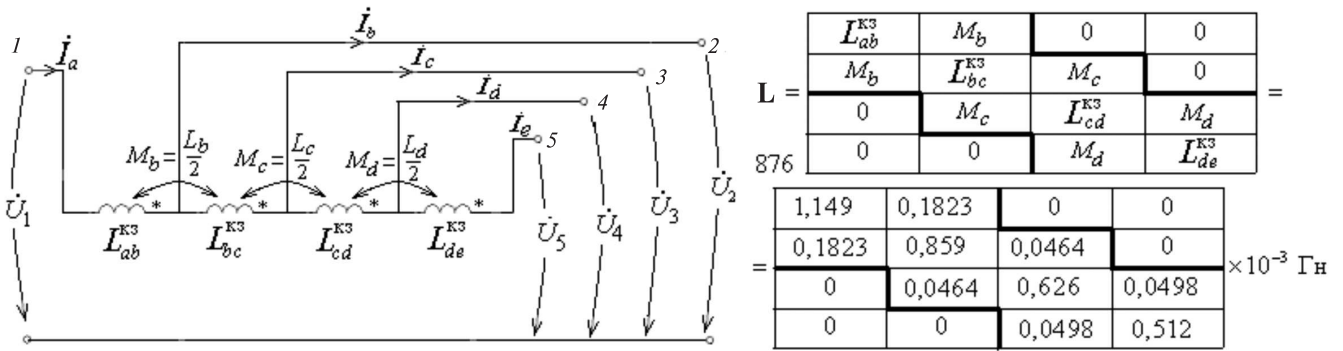


Рис. 8. Компактная цепочная схема замещения идеализированного пятиобмоточного трансформатора с сопротивлениями КЗ и ее трехдиагональная матрица индуктивностей для примера на рис. 1

венны уравнениям схемы на рис. 6 с отрицательными индуктивностями. Решения, выполненные с использованием матрицы **L** по схеме рис. 8 для примеров, приведенных в таблице, совпадают с результатами, полученными ранее по схемам на рис. 2 и 3.

Примечание 5. Структура компактной схемы рис. 8 совпадает с топологией модели, приведенной в [12], но отличается от нее элементами матрицы **L**, которая в статье [12] оказывается полностью заполненной, поскольку согласно гипотезе ее авторов взаимные индуктивности должны, якобы, иметь место между всеми индуктивностями ветвей схемы (см. таблицу). Физическая трактовка таких взаимных индуктивностей выглядит весьма искусственной, при этом формулы для их вычислений оказываются весьма громоздкими. К тому же взаимные индуктивности имеют разные знаки, что вызывает дополнительные вопросы. В отличие от [11, 12] в данной работе компактная модель рис. 8 основана не на гипотезе, а на строгих методах преобразований теории цепей. Все недиагональные элементы матрицы **L** положительны, что вытекает из самого способа их получения.

Заключение. Приведенная выше схема замещения *n*-обмоточного трансформатора дает возможность более широкого наблюдения физической картины протекающих в нем процессов благодаря отображению на ней путей прохождения магнитных потоков. Особенность схемы – модульность структуры, вытекающая из принципа ее построения путем «сшивания» более простых схемных моделей обычных двухобмоточных трансформаторов. В отличие от прежних суждений об отрицательных индуктивностях как о «приводящих схему замещения *n*-обмоточного трансформатора в соответствие с реальными соотношениями» в данной работе они рассматриваются как элементы, играющие важную роль в отображении магнитных потоков, что необходимо разработчикам стандартных пакетов программ для корректного моделирования и уточнения процессов, протекающих в многообмоточном трансформаторе в аномальных режимах его работы. Строго доказано, что схема замещения *n*-обмоточного трансформатора со взаимными индуктивностями,

вводимыми вместо отрицательных индуктивностей, характеризуется трехдиагональной матрицей положительных индуктивностей. Приведенные здесь схемы пригодны для анализа как установившихся, так и динамических процессов.

Приложение 1. Магнитные потоки при наличии активной нагрузки в *ba*-трансформаторе. Непосредственно из схемы рис. 2,а следует, что при $U_1=U_2=1000$ В и нагрузке $R=1$ Ом ток

$$i = \frac{\dot{U}_b}{R + j\omega L_{ab}^{K3}} = \frac{\dot{U}_1}{R + j\omega(L_a + L_{\delta 1} + L_b)} = (884,7 - j319,4) \text{ А,}$$

модуль тока $I=940,6$ А. Напряжение на нагрузке ($R=1$ Ом)

$$\dot{U}_a = RI = (884,7 - j319,4) \text{ В,}$$

следовательно, $U_a=941,3$ В. Поток в стержне

$$\dot{\Phi}_{ст} = \dot{\Phi}_я^a = \frac{\left(R - j\omega \frac{L_a}{2}\right) \dot{I}_{K3}}{k_0} = \frac{\dot{U}_1 \left(R - j\omega \frac{L_a}{2}\right)}{k_0 (R + j\omega L_{ab}^{K3})} = \frac{\left(R - j\omega \frac{L_a}{2}\right)}{(R + j\omega L_{ab}^{K3})} \dot{\Phi}_{xx} = (0,872 - j354) \dot{\Phi}_{xx}.$$

Следовательно, $\dot{\Phi}_{ст} = \dot{\Phi}_я^a = 0,941 \dot{\Phi}_{xx}$. Также непосредственно из схемы рис. 2,а следует, что поток в боковом ярме

$$\dot{\Phi}_{бок} = \dot{\Phi}_я^b = \frac{\dot{U}_b - j\omega \left(-\frac{L_b}{2}\right) i}{k_0} = \frac{\dot{U}_1 \left(1 + \frac{j\omega L_b}{2(R + j\omega L_{ab}^{K3})}\right)}{\left(1 + \frac{j\omega L_b}{2(R + j\omega L_{ab}^{K3})}\right)} \dot{\Phi}_{xx} = (1,0183 + j0,0507) \dot{\Phi}_{xx}$$

а поскольку $\dot{\Phi}_{бок} = \dot{\Phi}_я^b = 1,01 \dot{\Phi}_{xx}$ то его можно считать сверхпоток. Напряжения на обмотках

$$\begin{aligned} \dot{U}_c = \dot{U}_d = k_0 \dot{\Phi}_{\text{бок}} = \\ = \left(1 + \frac{j\omega L_b}{2(R + j\omega L_{ab}^{K3})} \right) \dot{U}_1 = 1,02 \dot{U}_1. \end{aligned}$$

превосходят по модулю приложенное напряжение (см. третью строку таблицы). Сравнение с данными для режима КЗ (см. вторую строку таблицы) показывает, что сверхпоток в боковом ярме при активной нагрузке уменьшился, что согласуется с данными [14].

Приложение 2. Учет вихревых токов в схеме замещения двухобмоточного трансформатора. В основе построения 4Т-образной схемы с помощью вектора Пойнтинга заложено правило, приведенное в [13, с. 58], которое с учетом связи между энергией и реактивной мощностью [20, с. 84] может быть сформулировано также в виде: продольное индуктивное сопротивление ωL_k , отображающее в схеме замещения транспортировку мощности (или вектора Пойнтинга) через k -й участок окна, определяется потребляемой на этом участке реактивной мощности ΔQ_k : $\omega L_k = \Delta Q_k / I_k^2$.

Если k -й участок окна потребляет и активную мощность ΔP_k , то продольное сопротивление ωL_k следует, очевидно, дополнить активным сопротивлением $P_k = \Delta P_k / I_k^2$; в целом этот участок будет отображен на схеме замещения продольным сопротивлением $Z_k = R_k + j\omega L_k$.

Участками окна, потребляющими при транспортировке энергии реактивную и активную мощности ($\Delta S_k = \Delta P_k + j\Delta Q_k$), являются области, занятые обмотками. При этом значение ΔP_k складывается из омических потерь в меди $R_k I_k^2$, потерь от циркуляционных токов и вихревых токов $R_k^{\text{вхр}} I_k^2$. Согласно [4–6]

$$R_k^{\text{вхр}} = \omega^2 \frac{\gamma \mu_0^2 \Delta_k^2 V_k}{12h^2},$$

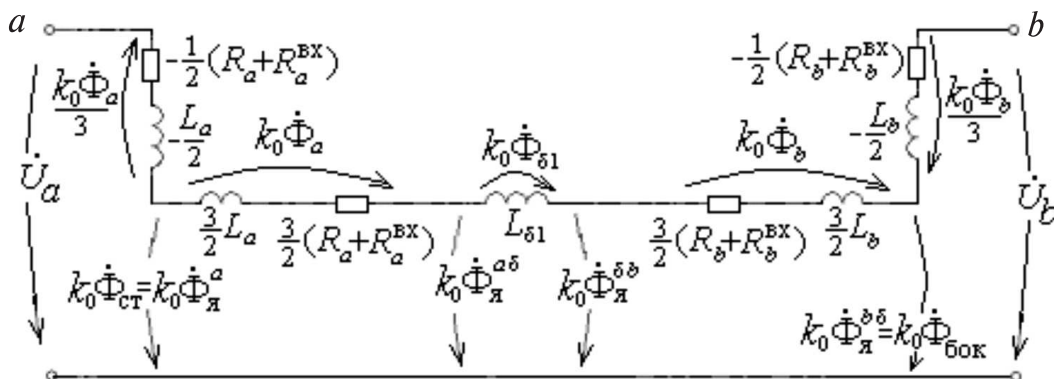


Рис. П2-1. Приведенная 4Т-образная схема замещения идеализированного ab -трансформатора с учетом вихревых токов

где γ – удельная проводимость материала провода обмотки; Δ_k, V_k – толщина и объем провода обмотки. Потерями от циркуляционных токов пренебрегают, поскольку они «обычно сводятся к минимуму применением транспозиции» [4, с. 178]. Поэтому участок окна, занимаемый, например, a -обмоткой в ab -трансформаторе (рис. 2,а) и пронизываемый потоком $\dot{\Phi}_a$, будет в схеме замещения представлен комплексным сопротивлением

$$Z_a = R_a + R_a^{\text{BX}} + j\omega L_a. \quad (*)$$

И вместо записанного в [14, ф. (42)] соотношения магнитный поток $\dot{\Phi}_a$ будет определяться выражением

$$k_0 \dot{\Phi}_a = \frac{3}{2} (R_a + R_a^{\text{BX}} + j\omega L_a) \dot{I}_1, \quad (**)$$

что позволяет сохранить связи между магнитными потоками, приведенными в [14, ф. (36)–(38)]. Переход к выражениям (*) и (**) означает представление магнитного сопротивления участка, занимаемого обмоткой, комплексной величиной, подобно тому, как это делается для ферромагнитных сердечников при учете в них активных потерь [21, с. 108]. Аналогичные выражения для Z_b и $k_0 \dot{\Phi}_b$ могут быть записаны для b -обмотки. В результате вместо схемной модели на рис. 2,а ab -трансформатор следует представить схемой замещения (рис. П2-1), в которой каждое из сопротивлений Z_a и Z_b представлено двумя слагаемыми – отрицательной ($-Z_a/2$ и $-Z_b/2$) и положительной ($3Z_a/2$ и $3Z_b/2$) частями, подобно тому, как это было сделано в исходной схеме (рис. 2,а) относительно индуктивностей L_a и L_b .

Индуктивность $(L_\delta + L_\Delta)$ можно изобразить двумя последовательно соединенными индуктивностями, что позволит отобразить на схеме потери в баке, подключив параллельно индуктивности L_Δ соответствующую активную проводимость g_Δ . Аналогично могут быть учтены вихревые токи в трансформаторе с любым числом обмоток.

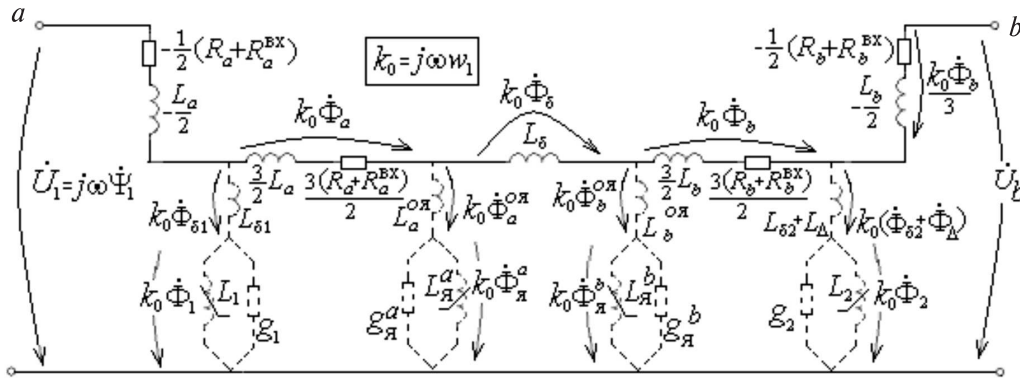


Рис. П2-2. Приведенная 4Т-образная схема замещения ab -трансформатора с учетом вихревых токов и потерь в стали магнитопровода

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boyajian A. Theory of three circuit transformers. — AIEE Trans., Feb. 1924, pp. 508—528.
2. Starr F. Equivalent circuits - I. — AIEE Trans., Jan. 1932, vol 57, pp. 287—298.
3. Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minnes S. Montsinger M.V. Transformer Engineering: A Treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. — New York: Wiley, 1938, 496 p.
4. Васютинский С.Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. — Л.: Энергия, 1970, 432 с.
5. Лейтес Л.В., Пинцов А.М. Схемы замещения многообмоточных трансформаторов. — М.: Энергия, 1974, 192 с.
6. Лейтес Л.В. Электромагнитные расчеты трансформаторов и реакторов. — М.: Энергия, 1981, 392 с.
7. Петров Г.Н. Электрические машины, ч. 1. — М.: Энергия, 1974, 240 с.
8. Вольдек А.И. Электрические машины. — М.: Энергия, Ленинградское отделение, 1974, 840 с.
9. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980, 927 с.
10. Важнов А.И. Электрические машины. — Л.: Энергия, 1968, 768 с.
11. Leon F., Martinez J.A. Dual Three-winding Transformer Equivalent Circuit Matching Leakage Measurements. — IEEE transactions on power delivery. January 2009, vol. 24, No.1, pp.160—168.
12. Alvarez-Marino C., Leon F., Lopez-Fernandez X.M. Equivalent Circuit for the Leakage Inductance of Multiwinding Transformers: Unification of terminal and duality models. — IEEE transactions on power delivery. Jan. 2012, vol. 27, No.1, pp. 353—361.
13. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов, ч. 1. — Электричество, 2014, № 9, с. 52—59.
14. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов, ч. 2. — Электричество, 2014, № 10, с. 53—65.
15. Шакиров М.А., Андрущук В.В., Дуан Лион. Аномальные магнитные потоки в двухобмоточном трансформаторе при коротком замыкании. — Электричество, 2010, № 3, с. 55-63.
16. Шакиров М.А., Варламов Ю.В. Картины магнитных сверх- и антипотоков в короткозамкнутом двухобмоточном трансформаторе. ч. 1. Броневого трансформатор. — Электричество, 2015, № 8, с. 9—19.
17. Шакиров М.А. Преобразования и диаоптика электрических цепей. — Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1980, 196 с.
18. Шакиров М.А. Матрично-эвристические схемы замещения сложных электрических цепей. — Электричество, 1992, № 11, с. 36—43.
19. Шакиров М.А. Анализ линейной электрической цепи методом переноса ее элементов. — Электричество, 1976, № 3, с. 44—50.
20. Зевеке Г.В., Ионкин П.А., Негушил А.В., Страхов С.В. Основы теории цепей. — М.: Энергоатомиздат, 1989, 528 с.
21. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники, т. 2. — Л.: Энергоиздат, 1981, 416 с.

[31.03.2016]

Автор: Шакиров Мансур Акмелович окончил Ленинградский политехнический институт (ныне Санкт-Петербургский государственный политехнический университет — СПбГПУ) в 1972 г. В 1980 г. защитил докторскую диссертацию. Профессор кафедры теоретических основ электротехники СПбГПУ.

Elektrichestvo (Electricity), 2016, No. 9, pp. 34—47.

The Pointing Vector and a New Theory of Transformers. Part 3. A Multiwinding Transformer

SHAKIROV Mansur Akmelovich (St. Petersburg State Polytechnical University, St. Petersburg, Russia)
— Professor, Dr. Sci. (Eng.)

Developed 2nT-shaped equivalent circuits are obtained for a shell-type transformer containing concentric windings with reflecting magnetic fluxes on the equivalent circuits: between all windings, in the windings themselves, in magnetic core elements, and also between the core and tank in case of magnetic core saturated state. The method is based on the idea of «linking» the 4T-shaped circuit models of two-winding transformers. The laws predicting the occurrence of magnetic super- and antiplexes in different parts of the magnetic core in case of short-circuit faults in one or more windings as compared with no-load

fluxes are confirmed. It is shown that these abnormal fluxes can be observed on the equivalent circuit owing to the presence of negative inductances in it. It is also shown that the equivalent circuits that do not contain negative elements are characterized by a three-diagonal matrix of parameters.

Key words: *transformer, primary and secondary windings, magnetic flux, equivalent circuit, three-winding transformer, short-circuit fault, no-load mode, mutual inductance*

REFERENCES

1. **Boyajian A.** Theory of three circuit transformers. – AIII Trans., Feb. 1924, pp. 508–528.
2. **Starr F.** Equivalent circuits - I. – AIII Trans., Jan. 1932, vol 57, pp. 287–298.
3. **Blume L.F., Boyajian A., Gamilly G., Lenox T.C. Minnec S. Montsinger M.V.** Transformer Engineering: A Treatise on the Theory, Operation and Application of Transformer. – New York: Wiley, 1938, 496 p.
4. **Vasyutinskii S.B.** *Voprosy teorii i rascheta transformatorov* (Theory and calculation of transformers). Leningrad, Publ. «Energiya», 1970, 432 p.
5. **Leites L.V., Pintsov A.M.** *Skhemy zameshcheniya mnogoobmotochnykh transformatorov* (Equivalent circuits of multiwinding transformers). Moscow, Publ. «Energiya», 1974, 192 p.
6. **Leites L.V.** *Elektromagnitnye raschety transformatorov i reaktorov* (Electromagnetical calculations of transformers and reactors). Moscow, Publ. «Energiya», 1981, 392 p.
7. **Petrov G.N.** *Elektricheskiye mashiny, ch. 1* (Electrical machines, part 1). Moscow, Publ. «Energiya», 1974, 240 p.
8. **Vol'dek A.I.** *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow, Publ. «Energiya» (Leningrad branch), 1974, 840 p.
9. **Ivanov-Smolenskii A.V.** *Elektricheskiye mashines* (Electrical machines). Moscow, Publ. «Energiya», 1980, 927 p.
10. **Vazhnov A.I.** *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Leningrad, Publ. «Energiya», 1968, 768 p.
11. **Leon F., Martinez J.A.** Dual Three-winding Transformer Equivalent Circuit Matching Leakage Measurements. – IEEE transactions on power delivery. January 2009, vol. 24, No.1, pp.160–168.
12. **Alvarez-Marino C., Leon F., Lopez-Fernandez X.M.** Equivalent Circuit for the Leakage Inductance of Multiwinding Transformers: Unification of terminal and duality models. – IEEE transactions on power delivery. Jan. 2012, vol. 27, No.1, pp. 353–361.
13. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 9, pp. 52–59.
14. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 10, pp. 53–65.
15. **Shakirov M.A., Andrushchuk V.V., Duan Liyun.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 3, pp. 55–63.
16. **Shakirov M.A., Varlamov Yu.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, No. 8, pp. 9–19.
17. **Shakirov M.A.** *Preobrazovaniya i diakoptika elektricheskikh tsepei* (Conversion and diakoptics electrical circuits). Leningrad, Publ. Leningrad University, 1980, 196 p.
18. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1992, No. 11, pp. 36–43.
19. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1976, No. 3, pp. 44–50.
20. **Zeveke G.V., Ionkin P.A., Netushil A.V., Strakhov S.V.** *Osnovy teorii tsepei* (Fundamentals of circuit theory). Moscow, Energoatomizdat, 1989, 528 p.
21. **Neiman L.R., Demirchyan K.S.** *Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki, t. 2* (Theoretical principles of electrical engineering, vol. 2). Leningrad, Publ. Energoizdat, 1981, 416 p.