

# Численный расчёт распространения импульсного магнитного поля через массивный ферромагнитный экран

АФАНАСЬЕВ А.А., ЕФИМОВ В.В.

Моделируется методом сопряжения конформных отображений процесс прохождения через ферромагнитный экран импульсного магнитного поля, генерируемого высоковольтным разрядом конденсатора на катушку со стальным шихтованным сердечником. Рассматриваются два вида катушек: с прямоугольным и круговым поперечными сечениями. В последнем случае рассчитывается осесимметричное магнитное поле.

Ключевые слова: разряд конденсатора на индуктивность, ферромагнитный экран, магнитная проницаемость, уровни магнитной индукции

Ферромагнитные экраны применяются для защиты электрооборудования от нежелательного воздействия электромагнитных полей. В физических и различных технологических установках магнитные поля (МП) высокой интенсивности [5] создают проблемы их надежного экранирования. Численное математическое моделирование процесса генерирования импульсного МП и механизма его распространения через ферромагнитный экран позволяет подобрать необходимые параметры экрана. В электрофизических установках иногда, наоборот, требуется провести импульс магнитного поля через массивный стальной лист, обеспечивая необходимую интенсивность поля в контрольной точке за наружной стороной листа.

В качестве источников МП (индукторов) будем рассматривать соленоидальную и прямоугольную катушки со стальными шихтованными сердечниками, которые через диод или тиристор подключаются к емкости с зарядом высокого напряжения (рис. 1).

Ферромагнитный экран в виде бесконечного листа известной толщины располагается перпендикулярно оси катушки на заданном расстоянии от её

The passage of an impulse magnetic field generated by a high-voltage discharge of a capacitor on a coil with a laminated steel core through a ferromagnetic shield is simulated using the method of conjugating conformal mappings. Two kinds of coils are considered: with rectangular and circular cross sections. In the latter case, an axially symmetrical magnetic field is calculated.

Key words: discharge of a capacitor on inductance, ferromagnetic shield, permeability, magnetic induction levels

торца. На эскизном рис. 2 указаны основные параметры рассматриваемой магнитной системы, которые будут использованы при формировании её математической модели.

**Математическая модель установки.** Индуктор – соленоидальная катушка. В этом случае МП в рассматриваемой задаче будет осесимметричным. Составим численную математическую модель магнит-

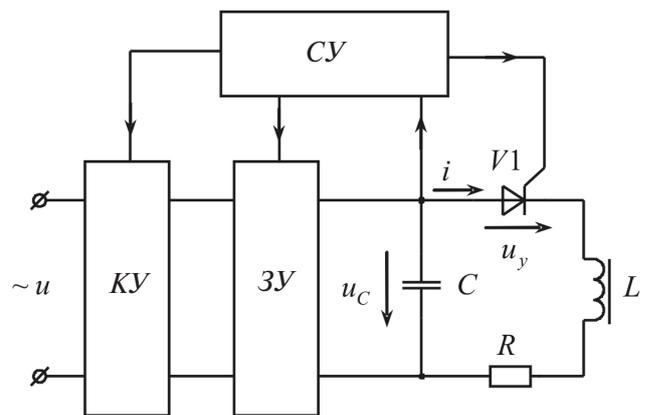


Рис. 1. Структурная схема импульсной намагничивающей установки: КУ – коммутирующее устройство; ЗУ – зарядное устройство; СУ – система управления

8. Р 2.2.2006-05. Руководство по гигиенической оценке факторов рабочей среды и трудового процесса. Критерии и классификация условий труда. – М.: Деан, 2006.

9. Медведев В.Т., Большунов А.М., Бибин Е.А. и др. Совершенствование защиты персонала от воздействия электрической дуги. – Электричество, 2009, № 1.

10. ГОСТ Р 50779.26–2007 (МЭК 60605-4:2001). Статистические методы. Точечные оценки, доверительные, предикционные и толерантные интервалы для экспоненциального распределения. – М.: Стандартинформ, 2008.

[15.11.10]

Автор: Попов Виктор Михайлович окончил в 1975 г. радиотехнический факультет Новосибирского электротехнического института. В 1988 г. защитил кандидатскую диссертацию «Помехоустойчивость автоматических средств защиты в электроустановках» в Московском энергетическом институте. Директор регионального центра безопасности ГОУВПО «Новосибирский государственный технический университет».

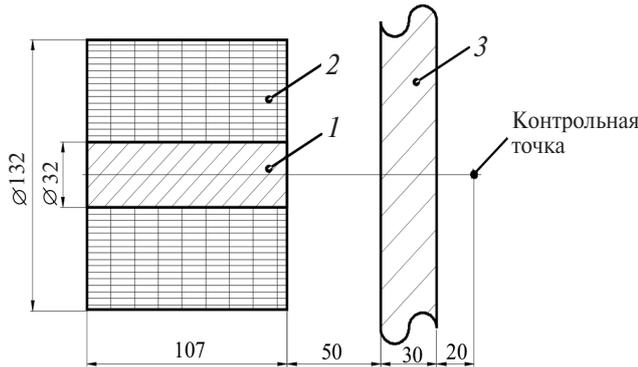


Рис. 2. Эскиз магнитной системы: 1 — сердечник; 2 — катушка; 3 — экран

ной системы в цилиндрических координатах  $r, j, z$  на основе метода сопряжения конформных отображений [1]. Очевидно, явления в осевых плоскостях при различных углах  $j$  будут идентичными. Вектор результирующей напряжённости магнитного поля равен сумме двух векторов

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_p + \mathbf{H}_0,$$

где  $\mathbf{H}_p, \mathbf{H}_0$  — потенциальная и вихревая составляющие МП.

Вектор  $\mathbf{H}_0$  определяется по несложной формуле [2]

$$\mathbf{H}_0 = \frac{l}{l_0} \nabla [D dl],$$

которую можно реализовать в двух вариантах, выбирая путь интегрирования совпадающим с положительными направлениями соответственно осей  $r$  или  $z$ :  $d\mathbf{l} = \mathbf{e}_r dr$  или  $d\mathbf{l} = \mathbf{e}_z dz$ . В первом варианте получим

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{e}_z \nabla \int_{r_0}^r D_j dr, \quad (1)$$

во втором

$$\mathbf{H}_0 = -\mathbf{e}_r \nabla \int_{z_0}^z D_j dz. \quad (2)$$

Построенные по формулам (1) и (2) графики изменения вектора  $\mathbf{H}_0$  показали, что область существования поля  $\mathbf{H}_0$ , соответствующего формуле (1), является всё пространство, занимаемое катушкой, включая и её сердечник; поле, соответствующее формуле (2), сосредоточено в пространстве, принадлежащем только проводникам катушки.

При расчёте МП катушки удобнее пользоваться дополнительным полем  $\mathbf{H}_0$  в форме (1), так как в этом случае будут отсутствовать источники МП в виде магнитных листов и объёмных магнитных зарядов с плотностью

$$r = -\operatorname{div} \mathbf{H}_0 = -m \frac{\partial}{\partial z} \nabla \int_{r_0}^r D_j dr - \mathbf{H}_0 \frac{\partial m}{\partial z} =$$

$$= -m \frac{\partial r_0}{\partial z} D_j(r_0) + m \nabla \frac{\partial D_j}{\partial z} dr - \mathbf{H}_0 \frac{\partial m}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

Выражение (3) будет равно нулю, поскольку в нём все три частных производные имеют нулевые значения. Равенство нулю  $\partial m / \partial z$  предполагает, что стальной сердечник катушки имеет однородное магнитное насыщение.

Единственным источником потенциального МП в этой задаче будут поверхностные магнитные заряды, располагающиеся на обоих торцах катушки. Их поверхностная плотность будет равна:

$$\text{на верхнем торце имеем положительные заряды} \\ s = -m \operatorname{div} \mathbf{H}_0 = m H_0 > 0; \quad (4)$$

на нижнем торце имеем отрицательные заряды

$$s = -m \operatorname{div} \mathbf{H}_0 = m H_0 < 0. \quad (5)$$

При представлении поля  $\mathbf{H}_0$  по формуле (2) пришлось бы учитывать действие объёмных зарядов, так как

$$r = -\operatorname{div} m \mathbf{H}_0 = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r m \mathbf{H}_0) = -\frac{m}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \int_{z_0}^z D_j dz + r \frac{\partial z_0}{\partial r} D_j(z_0) + r \nabla \frac{\partial D_j}{\partial r} dz \right) = -\frac{m}{r} \nabla \int_{z_0}^z D_j dz \neq 0, \quad (6)$$

и, кроме объёмных зарядов, имели бы ещё два источника МП:

поверхностные магнитные заряды на наружных и внутренних цилиндрических поверхностях катушки, вычисляемые по (4), (5);

магнитные листы на верхних торцах катушки с током  $i_w$  и линейной плотностью  $i_w/b$ , где  $i_w$  — полный ток катушки;  $b$  — её толщина. Наличие магнитных листов позволяет локализовать поле  $\mathbf{H}_0$  в пространстве обмотки, в котором  $D_j \neq 0$  [3].

Учитывая сказанное, будем определять дополнительное МП цилиндрической катушки по формуле (1). Параметры катушки следующие: число витков  $w=198$ ; внутренний диаметр  $D=0,032$  м; толщина обмотки  $b=0,05$  м; длина  $L=0,107$  м; активное сопротивление  $R_{75^\circ C}=0,1$  Ом.

Выберем расчётную область в виде прямоугольника достаточно большого размера (большая сторона 5 м, меньшая 2,5 м). Левая сторона наибольшей длины совпадает с осью катушки (рис. 3), середина этой стороны — с серединой поперечного сечения катушки.

Граничные условия: на всех сторонах расчетного прямоугольника нормальные составляющие магнитной индукции равны нулю.

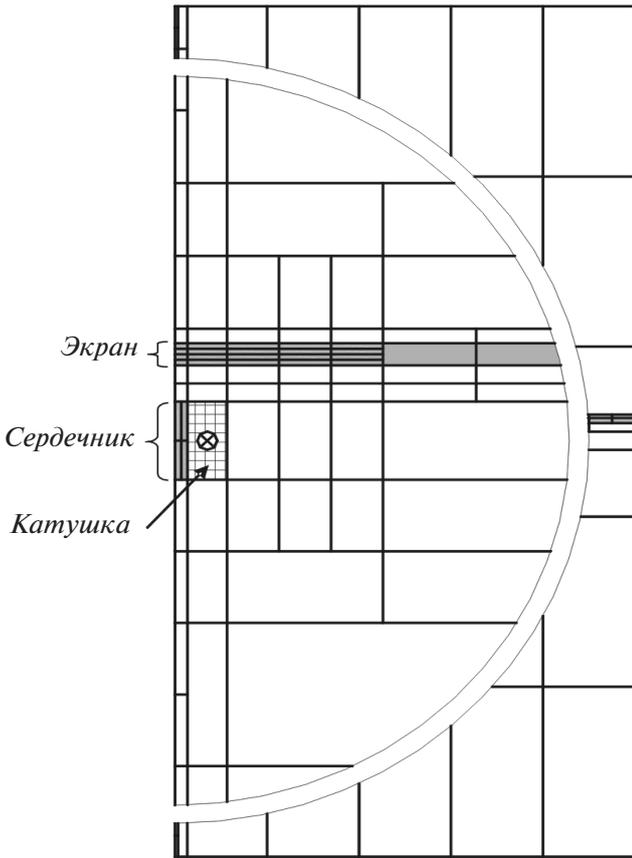


Рис. 3. Центральный фрагмент расчётной области магнитной системы

Расчётная область в соответствии с выбранным численным методом сопряжения конформных отображений [1] была разбита на элементарные участки (ЭУ), границы которых подразделяются (дискретизируются) на интервалы с точкой наблюдения в каждом из них. Участки, являющиеся элементами физической комплексной плоскости  $z$ , конформно отображаются на верхнюю половину виртуальной комплексной плоскости  $t$  с помощью дифференциального уравнения Кристоффеля—Шварца  $dz/dt = 1(t)$ . Образы точек наблюдения оказываются принадлежащими вещественной оси этой плоскости. С помощью интеграла Шварца можно найти выражение связи скалярных магнитных потенциалов<sup>1</sup> всех точек наблюдения  $u_k$  ( $k=1,2,\dots,N$ ) данного ЭУ с нормальной составляющей напряженности  $H_{nj}$  потенциального МП в  $j$ -й точке наблюдения ЭУ на исходной (физической) плоскости  $z$ :

$$H_{nj} = \frac{(-1)^k}{\rho} \prod_{k=1}^N e^{u_{k3}} \frac{1}{\rho_{k-1} \tilde{\rho}_j} - \frac{1}{\rho_{k+1} \tilde{\rho}_j} \quad (6)$$

<sup>1</sup> Скалярные магнитные потенциалы являются инвариантом конформного преобразования.

где  $\tilde{\rho}_j$  – образ  $j$ -й точки наблюдения;  $\rho_k$  – образы краёв интервалов дискретизации границ ЭУ.

К этой напряженности потенциального МП прибавляется напряженность известного из формулы (1) дополнительного МП, если  $j$ -я точка наблюдения находится в зоне его существования.

Принимается, что внутри каждого ферромагнитного ЭУ магнитная проницаемость имеет постоянное конкретное значение, которое уточняется итерационной процедурой. В счётных точках (точках наблюдения) на границах с соседними ЭУ магнитная проницаемость испытывает скачки, но магнитная индукция  $B$  остаётся непрерывной:

$$B_j^k + B_j^i = 0, \quad (7)$$

где  $j$  – номер счётной точки;  $k, i$  – номера граничных ЭУ.

Распространяя равенство (7) вместе с формулой (6) на всю совокупность счётных точек и ЭУ, получаем базовую систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных скалярных магнитных потенциалов, позволяющую после её решения определить показатели магнитного поля в счётных точках: скалярные магнитные потенциалы, магнитные напряженности и индукции. В правой части СЛАУ будут компоненты только дополнительного МП  $H_0$ .

Считаем экран состоящим из 4-х виртуальных слоёв. Принимаем, что вихревые токи в массиве экрана замыкаются по концентрическим круговым контурам, число которых равно  $5 \cdot 4 = 20$ ; материал экрана – сталь 3. В рассматриваемой задаче было выбрано 198 ЭУ и 3784 счётных точек, т.е. размерность СЛАУ равна 3783.

Процесс разряда ёмкости  $C$  на катушку описывается двумя дифференциальными уравнениями:

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L_{ик}} Ri - U_C - e L_{ик} \frac{dU_C}{dt} = \frac{i}{C} \quad (8)$$

Индуктивность катушки  $L$  уточняется на каждом шаге интегрирования уравнений (8) по формуле

$$L = \frac{D\tilde{y}}{Di}, \quad (9)$$

где  $D\tilde{y} = wDF$  – приращение потокосцепления катушки, вызванное увеличением её тока при «замороженных» токах виртуальных контуров экрана.

Индуктивность взаимной индукции катушки с  $k$ -м контуром экрана находится по формуле, аналогичной (9):

$$L_{ик} = \frac{DF_k}{Di}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Уравнения электрического равновесия виртуальных контуров экрана имеют вид:

$$\frac{dF_k}{dt} = -r_k i_k, \quad k=1,2,\dots,N. \quad (11)$$

С их помощью находим производные от токов контуров в правой части первого уравнения (8):

$$\frac{di_k}{dt} = -\frac{1}{r_k} \frac{d^2 F_k}{dt^2}, \quad k=1,2,\dots,N. \quad (12)$$

На рис. 4 и 5 показаны ток катушки и уровни магнитной индукции в различных местах расчетной области при максимуме тока катушки. В контрольной точке, находящейся на продольной оси катушки на расстоянии 20 мм от наружной стороны экрана, уровень магнитной индукции при токе катушки 1 кА составил 27 мТ.

*Индуктор – прямоугольная катушка.* Будем считать, что наибольший размер катушки в сечении, перпендикулярном её оси, на порядок превосходит её поперечный размер. В этом случае МП в рассматриваемой задаче можно принять плоскопараллельным. Тогда катушку, показанную на рис. 6, можно представить в виде совокупности двух параллельных шин бесконечной длины. Толщина обмотки, её длина, число витков и поперечный размер сердечника те же, что и у цилиндрической катушки.

На рис. 6 показана конфигурация дополнительного поля  $\mathbf{H}_0$  и скалярного магнитного потенциала магнитных листов, локально ограничивающих область существования поля  $\mathbf{H}_0$  в части пространства, занятого проводниками катушки; поле определяется по формуле:

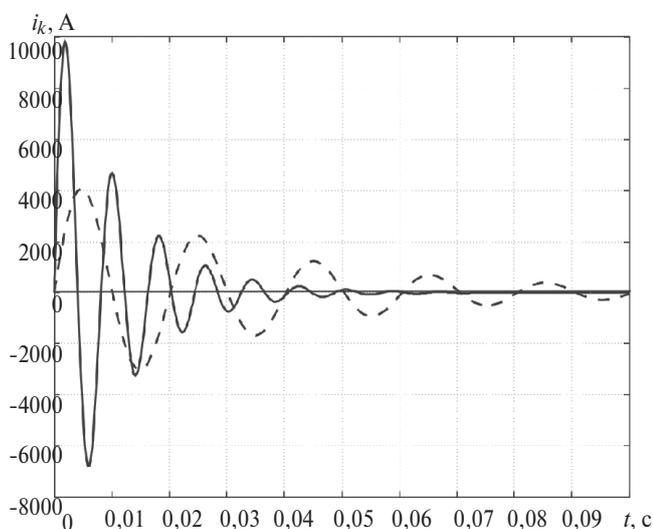


Рис. 4. Изменение тока катушки при разряде емкости  $640^{-3}$  Ф с начальным напряжением 2,5 кВ для прямоугольной (—) и цилиндрической (- -) катушек

$$\mathbf{H}_0 = -\mathbf{e}_x \int_{y_0}^y \mathbf{T} D_j dy, \quad (12\text{б})$$

где  $y_0 = l/2$ ;  $l$  — длина катушки.

Для того чтобы ограничить область с полем  $\mathbf{H}_0$  торцом катушки с координатой  $y = -l/2$ , разместим на каждой из сторон этого торца (левой и правой) два одинаковых по значению, но противоположных по направлению бесконечно тонких слоя тока с линейной плотностью  $Iw/b$ . Поскольку эти слои при наложении дуг на друга взаимно уничтожаются, то они вместе не являются дополнительными источниками МП. При расчете поля будем учитывать эти слои отдельно. Первый слой (на рис. 6 не показан) с током, противоположным по направлению току соответствующей стороны катушки, при интегрировании по (12б) будет восприниматься как дельта-функция Дирака. Это обстоятельство обеспечит скачок поля  $\mathbf{H}_0$  до нуля на рассматриваемом торце катушки. Второй слой (показан на рис. 6) с тем же направлением тока, что и в реальных проводниках, является одним из источников потенциального поля  $\mathbf{H}_0$ . На каждой стороне катушки оно будет создаваться двумя контурами с токами  $Iw/2$  в каждом. Применительно к левой стороне катушки (рис. 6) первый контур состоит из левой половины токового слоя и обратного провода, расположенного в левой бесконечно удаленной точке. Правая половина этой токовой полосы и обратный провод в правой бесконечно удаленной точке образуют второй контур. Два аналогичных контура формируются на правой стороне катушки.

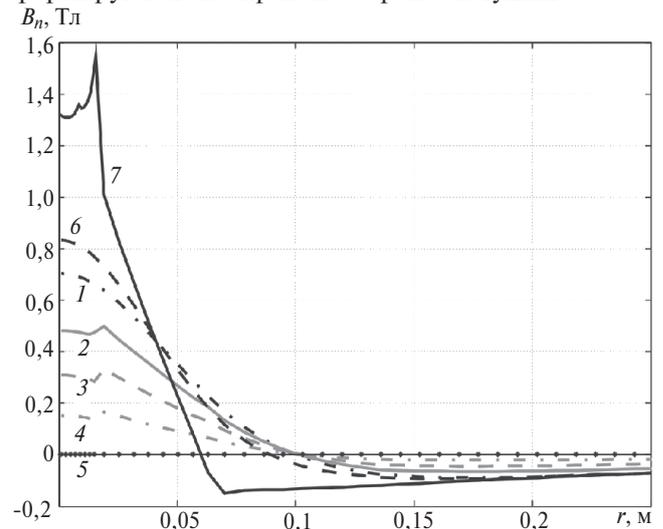


Рис. 5. Кривые распределения магнитной индукции: 1 – на внутренней поверхности экрана; 2 – на внутренней плоскости экрана, отстоящей от внутреннего края на четверть толщины экрана; 3 – на средней внутренней плоскости экрана; 4 – на внутренней плоскости экрана, отстоящей от наружного края на четверть толщины экрана; 5 – на внешней поверхности экрана; 6 – на плоскости, равноудаленной от экрана и ближайшего торца катушки; 7 – на плоскости, проходящей через торец катушки, ближайший к экрану

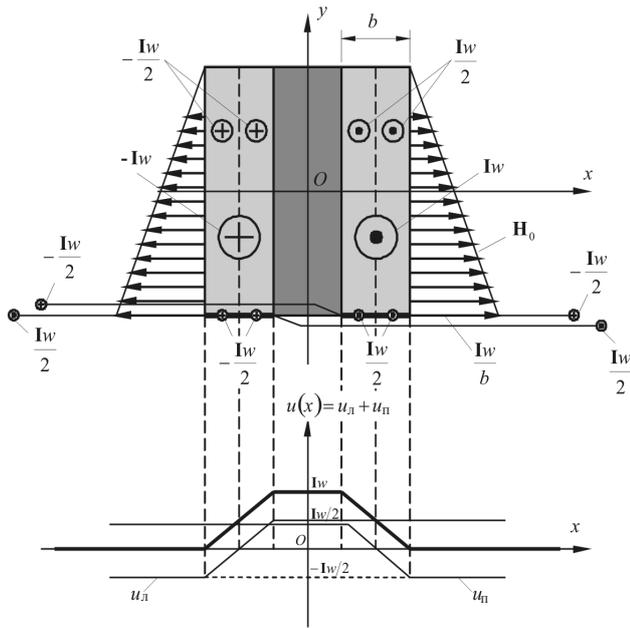


Рис. 6. Источники магнитного поля прямоугольной катушки

Поверхности, «натянутые» на все контуры, будут магнитными листами. Рассматриваемые магнитные листы оказываются принадлежащими соответствующим сторонам некоторых ЭУ, в точках наблюдения которых скалярному магнитному потенциалу будет присваиваться скачок на  $I_w/2$  с учётом знака тока.

На рис. 6 показаны графики изменения скалярных магнитных потенциалов в плоскости контуров левой ( $u_l$ ) и правой ( $u_n$ ) сторон катушки. Жирная линия изображает суммарный потенциал всех названных контуров.

На рис. 7 показаны расчётные кривые распределения магнитной индукции по следам различных плоскостей, перпендикулярных продольной оси катушки.

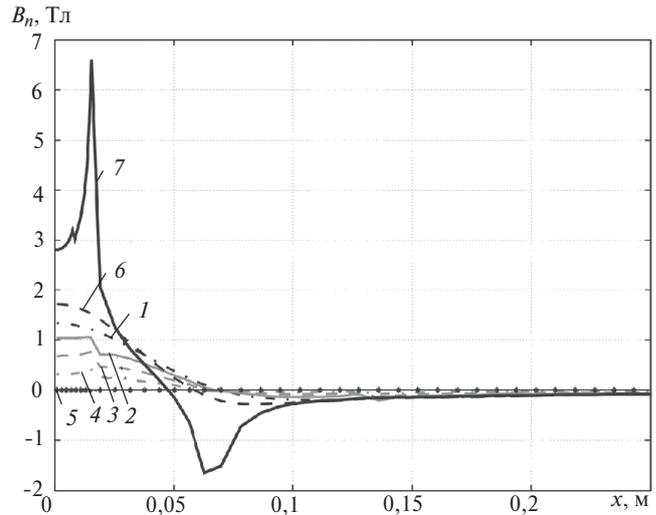


Рис. 7. Кривые распределения магнитной индукции: 1 – на внутренней поверхности экрана; 2 – на внутренней плоскости экрана, отстоящей от внутреннего края на четверть толщины экрана; 3 – на средней внутренней плоскости экрана; 4 – на внутренней плоскости экрана, отстоящей от наружного края на четверть толщины экрана; 5 – на внешней поверхности экрана; 6 – на плоскости, равноудаленной от экрана и ближайшего торца катушки; 7 – на плоскости, проходящей через торец катушки, ближайший к экрану

3. **Афанасьев А.А.** Расчёт магнитного поля проводника в пазу электрической машины. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1985, № 4.

4. **Поливанов К.М.** Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. — М.: Энергия, 1969

5. **Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т.** Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий, т. 1. — Харьков: МОСТ-Торнадо, 2003.

[14.03.11]

*Авторы: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразованием частоты (теория и приложения)» защитил в 1991 г. Заведующий кафедрой управления и информатики в технических системах (УИТС) Чувашского государственного университета (ЧГУ).*

*Ефимов Вячеслав Валерьевич окончил факультет радиозлектроники и информатики ЧГУ в 2000 г. Аспирант кафедры УИТС. Дежурный электромеханик службы связи филиала ООО «Газпром трансгаз Нижний Новгород», Чебоксарское ЛПУМГ.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Афанасьев А.А., Воробьёв А.Н.** К расчёту плоскопараллельных магнитных полей в нелинейных средах. — Изв. РАН. Энергетика, 1992, № 2.

2. **Демирчян К.С., Чечурин В.Л.** Машинные расчёты электромагнитных полей. — М.: Высшая школа, 1986.