

Структурно-параметрические модели пьезоактюаторов нано- и микроперемещений при продольном пьезоэффекте

АФОНИН С.М.

Пьезоактюатор – пьезомеханическое устройство, предназначенное для приведения в действие механизмов, систем или управления ими на основе пьезоэлектрического эффекта, преобразовывает электрические сигналы в механическое перемещение или силу [3]. На основе решения волнового уравнения построена структурно-параметрическая модель пьезоактюатора, определено влияние геометрических, физических параметров и внешней нагрузки на его статические и динамические характеристики, получены передаточные функции пьезоактюатора для пьезопривода наноперемещений, а также параметрические структурные схемы пьезоактюатора с учетом граничных условий.

Ключевые слова: пьезоактюатор, нано- и микроперемещения, деформация, противоЭДС, структурно-параметрическая модель, параметрическая структурная схема, передаточная функция

Пьезоактюаторы (ПА) при продольном пьезоэффекте используются в линейных нано- и микроприводах и микронасосах и обеспечивают высокие усилия и скорости работы. Их применяют в наноманипуляторах для сканирующих туннельных микроскопов (СТМ), сканирующих силовых микроскопов (ССМ), атомно-силовых микроскопов (АСМ). Наноманипуляторы с ПА при продольном пьезоэффекте применяются в наноробототехнических системах нано- и микроперемещений. В фотонике их используют, например, для нано- и микроперемещений зеркал лазеров при оптических методах передачи информации и энергии, а также для юстировки зеркал лазерных кольцевых гироскопов, для совмещения и сканирования в электронных, зондовых микроскопах. При разработке системы управления проводится математическое моделирование с построением структурно-параметрических моделей и параметрических структурных схем ПА.

Применение ПА при продольном пьезоэффекте актуально и наиболее перспективно для микро- и наноперемещений в нанотехнологиях, лазерной технике, адаптивной оптике больших телескопов, например Европейского чрезвычайно большого телескопа (E-ELT) и Большого обзорного телескопа (LSST), коррекции деформации и вибраций корпусов и лопастей, например вертолетов и самолетов в аэрокосмической технике, космических телескопов, биотехнологий и микропривода инструментов в микрохирургии [1–11].

Пьезоактюаторы при продольном пьезоэффекте имеют высокие значения пьезомодулей, поэтому широко применяются для наноперемещений. Они работают на основе обратного пьезоэффекта, в котором результат перемещения достигается после приложения электрического напряжения за счет

деформации ПА в диапазоне от единиц нанометров до единиц микрометров с погрешностью в пределах десятых долей нанометров. Решение волнового уравнения с учетом соответствующего уравнения электроупругости, граничных условий на двух нагруженных рабочих поверхностях ПА позволяет построить структурно-параметрическую модель актюатора и найти его передаточные функции.

Для изготовления ПА при продольном пьезоэффекте используется пьезоэлектрическая керамика на основе цирконата и титаната свинца марок ЦТС или PZT [1–11].

В расчетах по аналогии с классическим электроприводом учитываем противоЭДС ПА, соответствующую противоЭДС якоря двигателя постоянного тока. Для этого в структурно-параметрических моделях и параметрических структурных схемах ПА при продольном пьезоэффекте вводим отрицательные обратные связи, учитывающие прямой пьезоэффект в ПА, и рассматриваем их влияние в статике и динамике на характеристики ПА. В результате совместного решения волнового уравнения ПА при продольном пьезоэффекте, уравнений обратного и прямого пьезоэффекта и граничных условий на двух нагруженных рабочих поверхностях ПА получаем его структурно-параметрическую модель и соответствующую параметрическую структурную схему ПА при продольном пьезоэффекте.

Структурно-параметрическая модель ПА нано- и микроперемещений отражает процесс преобразования входного электрического напряжения в перемещение торцов ПА с учетом граничных условий, параметров ПА и нагрузки. Из-за реакции ПА при продольном пьезоэффекте с учетом противоЭДС ПА в зависимости от вида управления по на-

пряжению или току изменяется упругая податливость и жесткость ПА, которые наряду с пьезомодулем являются основными параметрами ПА. Для учета влияния нагрузки на характеристики ПА необходимо исследовать изменение упругой податливости ПА. При высокой скорости перемещения торца ПА при продольном пьезоэффекте также необходимо учитывать влияние противоЭДС на ток через ПА.

При продольном пьезоэффекте ПА представляет собой пьезопластину (рис. 1) толщиной δ с электродами, нанесенными на грани, перпендикулярные оси Z , площадь которых равна S_0 . Направление оси поляризации P , т.е. направление, по которому проведена поляризация, обычно принимают за направление оси Z .

Уравнения прямого и обратного продольного пьезоэффекта ПА имеют вид [5, 6]:

$$D_3 = d_{33}T_3 + \varepsilon_{33}^T E_3; \quad (1)$$

$$S_3 = d_{33}E_3 + \varepsilon_{33}^E T_3, \quad (2)$$

где D_3 – электрическая индукция по оси Z ; d_{33} – пьезомодуль при продольном пьезоэффекте; T_3 – механическое напряжение по оси Z ; ε_{33}^T – диэлектрическая проницаемость по оси Z при $T = \text{const}$; $E_3(t) = U(t) / \delta$ – напряженность электрического поля; $U(t)$ – напряжение на электродах ПА; δ – толщина ПА; $S_3 = \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial x}$ – относительное смещение сечения ПА по оси Z ; s_{33}^E – упругая податливость по оси Z при $E = \text{const}$.

Рассмотрим влияние реакции ПА из-за создания им противоЭДС за счет прямого пьезоэффекта при статической деформации пьезоактюатора. В статическом режиме при «зажатом» ПА (при неподвижных торцах ПА) деформация ПА равна нулю, а сила, развиваемая ПА, максимальна. Упругие податливости ПА $s_{33}^E > s_{33}^D$, причем $s_{33}^E / s_{33}^D \leq 1,2$. Индекс E соответствует измерениям при постоянной напряженности электрического поля ($E = \text{const}$) в ПА или измерениям с замкнутыми электродами. Индекс D соответствует измерениям при постоянной индукции ($D = \text{const}$) при

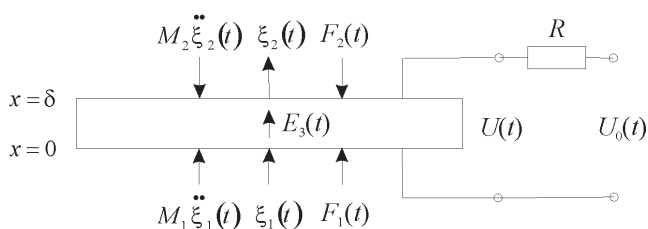


Рис. 1. Пьезоактюатор нано- и микроперемещений при продольном пьезоэффекте

управлении от источника тока или при измерениях с разомкнутыми электродами ПА. Измерения проводились на прессе марки УММ-5 в диапазоне рабочих нагрузок при механических напряжениях в пьезоактюаторе до 50 МПа. Соответственно, имеем $C_{33}^E = S_0 / (s_{33}^E \delta)$ – жесткость ПА с управлением по напряжению при продольном пьезоэффекте; $C_{33}^D = S_0 / (s_{33}^D \delta)$ – жесткость ПА с управлением по току при продольном пьезоэффекте. При разомкнутых электродах жесткость ПА возрастает по сравнению с ее значением при замкнутых электродах. Увеличение сопротивления источника питания и согласующих цепей приводит к уменьшению упругой податливости ПА.

При управлении ПА при продольном пьезоэффекте от источника питания с конечным сопротивлением источника при учете уравнений обратного (2) и прямого (1) пьезоэффекта получаем в статике максимальное усилие ПА по оси Z в виде:

$$F_{\max} = U \frac{1}{\delta} d_{33} \frac{S_0}{s_{33}^E} + F_{\max} \frac{1}{S_0} d_{33} S_0 \times \frac{1}{\varepsilon_{33}^T S_0 / \delta} k_{и} \frac{1}{\delta} d_{33} \frac{S_0}{s_{33}^E}, \quad (3)$$

откуда $F_{\max} \left(1 - \frac{d_{33}^2 k_{и}}{\varepsilon_{33}^T s_{33}^E} \right) = E_3 d_{33} \frac{S_0}{s_{33}^E}$ или $T_3 (1 - k_{33}^2 k_{и}) s_{33}^E = E_3 d_{33}$,

где k_{33} – коэффициент электромеханической связи; $k_{и}$ – коэффициент управления от электрического источника питания $0 \leq k_{и} \leq 1$.

При управлении от источника тока $k_{и} |_{R \rightarrow \infty} = 1$, при управлении от источника напряжения $k_{и} |_{R \rightarrow 0} = 0$; учитывая коэффициент изменения упругой податливости k_s , получаем выражение для упругой податливости ПА в виде:

$$s_{33} = (1 - k_{33}^2 k_{и}) s_{33}^E = k_s s_{33}^E, \quad (4)$$

$$k_s = 1 - k_{33}^2 k_{и}, \quad k_s > 0, \quad (1 - k_{33}^2) |_{R \rightarrow \infty} \leq k_s \leq 1,$$

$$k_s |_{R \rightarrow \infty} = 1 - k_{33}^2, \quad k_s |_{R \rightarrow 0} = 1, \quad s_{33}^D \leq s_{33} \leq s_{33}^E.$$

Запишем уравнение сил, действующих на ПА, с учетом рабочей нагрузки:

$$T_3 S_0 = F + M \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2},$$

где F – внешняя сила, приложенная к ПА; M – перемещаемая масса.

Для составления структурно-параметрической модели ПА с управлением по напряжению решим совместно волновое уравнение, уравнение обратно-

го продольного пьезоэффекта и уравнения сил на гранях ПА. При расчете ПА используется волновое уравнение [4–6], описывающее распространение волны в длинной линии с затуханием без искажений:

$$\frac{1}{(c^E)^2} \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial t^2} + \frac{2\alpha}{c^E} \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial t} + \alpha^2 \xi(x,t) = \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{\partial x^2}, \quad (5)$$

где c^E – скорость распространения упругой волны при $E = \text{const}$, при распространении волны в ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению по оси 3 имеем $c^E = c_{33}^E$; α – коэффициент затухания колебаний из-за рассеивания энергии на тепловые потери при распространении волны.

С помощью преобразования Лапласа [7] исходная задача для уравнения с частными производными гиперболического типа – волнового уравнения (5) – сводится к более простой задаче для обычного линейного дифференциального уравнения с параметром преобразования p .

Применим к волновому уравнению (5) преобразование Лапласа [7]:

$$\Xi(x,p) = L\{\xi(x,t)\} = \int_0^{\infty} \xi(x,t) e^{-pt} dt, \quad (6)$$

полагая начальные условия нулевыми

$$\xi(x,t)|_{t=0} = \frac{\partial \xi(x,t)}{\partial t}|_{t=0} = 0. \quad (7)$$

В результате получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2 \Xi(x,p)}{dx^2} - \left[\frac{1}{(c^E)^2} p^2 + \frac{2\alpha}{c^E} p + \alpha^2 \right] \Xi(x,p) = 0 \quad (8)$$

или

$$\frac{d^2 \Xi(x,p)}{dx^2} - \gamma^2 \Xi(x,p) = 0, \quad (9)$$

решением которого будет функция

$$\Xi(x,p) = Ce^{-x\gamma} + Be^{x\gamma}, \quad (10)$$

где $\Xi(x,p)$ – преобразование Лапласа смещения сечения ПА; $\gamma = p/c^E + \alpha$ – коэффициент распространения волны в ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению.

Постоянные C и B определяются из граничных условий:

$$\Xi(0,p) = \Xi_1(p) \text{ при } x=0,$$

$$\Xi(\delta,p) = \Xi_2(p) \text{ при } x=\delta,$$

откуда

$$C = (\Xi_1 e^{\delta\gamma} - \Xi_2) / [2 \text{sh}(\delta\gamma)],$$

$$B = (\Xi_1 e^{-\delta\gamma} - \Xi_2) / [2 \text{sh}(\delta\gamma)].$$

Тогда решение (10) примет вид:

$$\Xi(x,p) = \{\Xi_1(p) \text{sh}[(\delta-x)\gamma] + \Xi_2(p) \text{sh}(x\gamma)\} / \text{sh}(\delta\gamma). \quad (11)$$

Уравнения для сил, действующих на гранях ПА:

$$T_3(0,p)S_0 = F_1(p) + M_1 p^2 \Xi_1(p) \text{ при } x=0; \quad (12)$$

$$T_3(\delta,p)S_0 = -F_2(p) + M_2 p^2 \Xi_1(p) \text{ при } x=\delta,$$

где соответствующие преобразования Лапласа для выражений механических напряжений $T_3(0,p)$ и $T_3(\delta,p)$ определяются из уравнения обратного пьезоэффекта. Следовательно, с учетом уравнения электроупругости получаем систему уравнений для механических напряжений ПА с управлением по напряжению при $x=0$ и $x=\delta$:

$$T_3(0,p) = \frac{1}{s_{33}^E} \frac{d\Xi(x,p)}{dx} \Big|_{x=0} - \frac{d_{33}^E}{s_{33}^E} E_3(p); \quad (13)$$

$$T_3(\delta,p) = \frac{1}{s_{33}^E} \frac{d\Xi(x,p)}{dx} \Big|_{x=\delta} - \frac{d_{33}^E}{s_{33}^E} E_3(p).$$

Из (12) и (13) найдем уравнения для структурно-параметрической модели ПА с управлением по напряжению:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1/(M_1 p^2)] \{-F_1(p) + (1/\chi_{33}^E)[d_{33}^E E_3(p) - \\ &\quad - [\gamma / \text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\}; \\ \Xi_2(p) &= [1/(M_2 p^2)] \{-F_2(p) + (1/\chi_{33}^E)[d_{33}^E E_3(p) - \\ &\quad - [\gamma / \text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\}, \end{aligned} \quad (14)$$

причем $\chi_{33}^E = s_{33}^E / S_0 = \delta / [m(c^E)^2]$, где m – масса ПА. Системе уравнений (14) соответствует параметрическая структурная схема ПА с управлением по напряжению (рис. 2 и 3).

Аналогично получаем уравнения для структурно-параметрической модели ПА с управлением по току и параметрическую структурную схему (рис. 4) ПА с управлением по току:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1/(M_1 p^2)] \{-F_1(p) + (1/\chi_{33}^D)[d_{33}^D E_3(p) - \\ &\quad - [\gamma / \text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\}; \\ \Xi_2(p) &= [1/(M_2 p^2)] \{-F_2(p) + (1/\chi_{33}^D)[d_{33}^D E_3(p) - \\ &\quad - [\gamma / \text{sh}(\delta\gamma)][\text{ch}(\delta\gamma)\Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\}, \end{aligned} \quad (15)$$

причем $\chi_{33}^D = s_{33}^D / S_0$; $\gamma = p/c^D + \alpha$ – коэффициент распространения волны в ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по току; c^D – скорость распространения упругой волны по оси 3 при $D = \text{const}$ в пьезоактюаторе $c^D = c_{33}^D$.

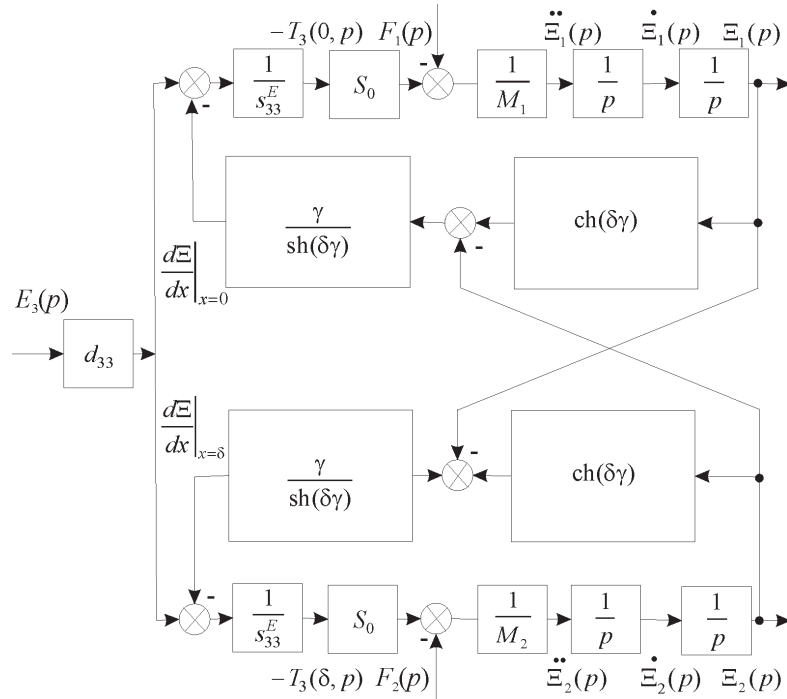


Рис. 2. Параметрическая структурная схема ПА при продольном пьезоэффekte с управлением по напряжению

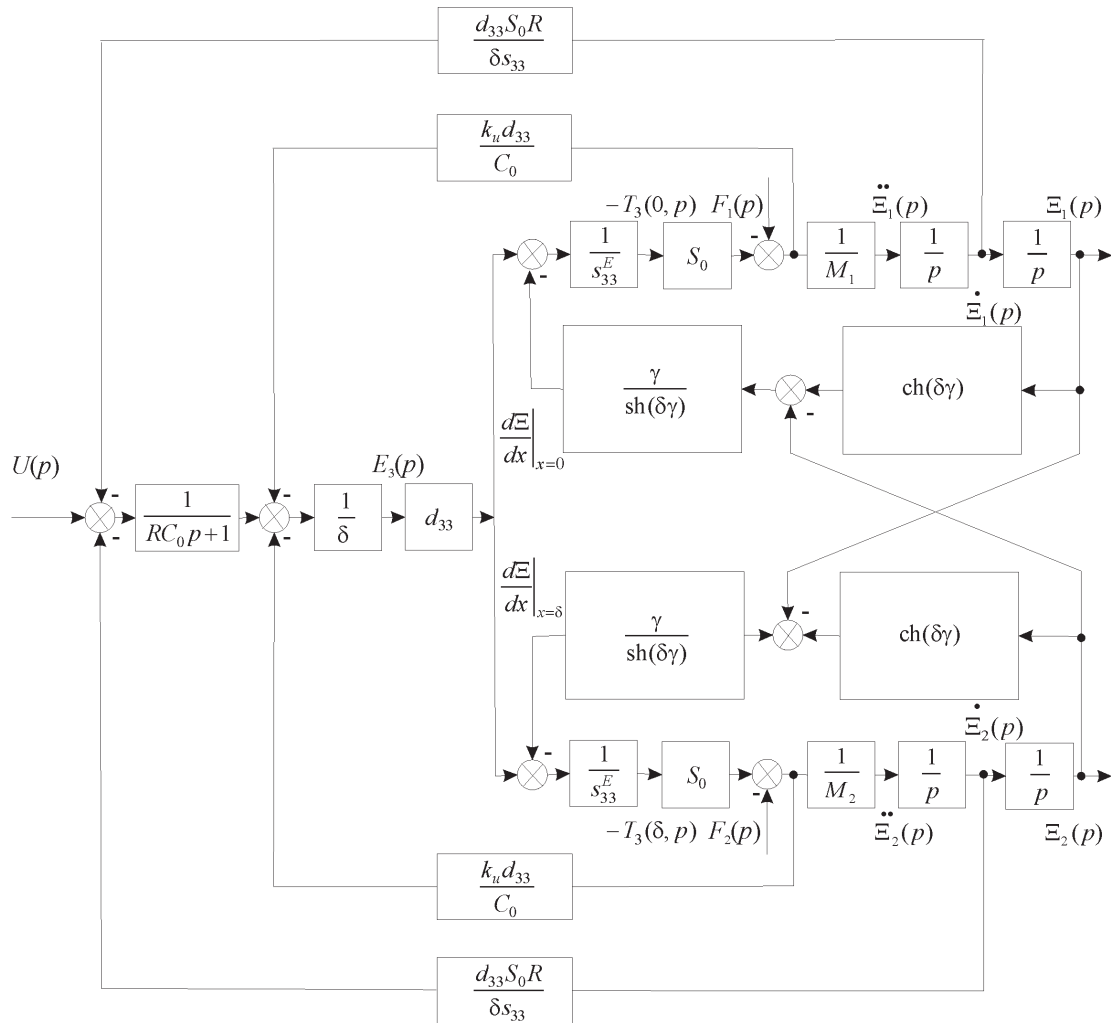


Рис. 3. Параметрическая структурная схема ПА при продольном пьезоэффekte с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника

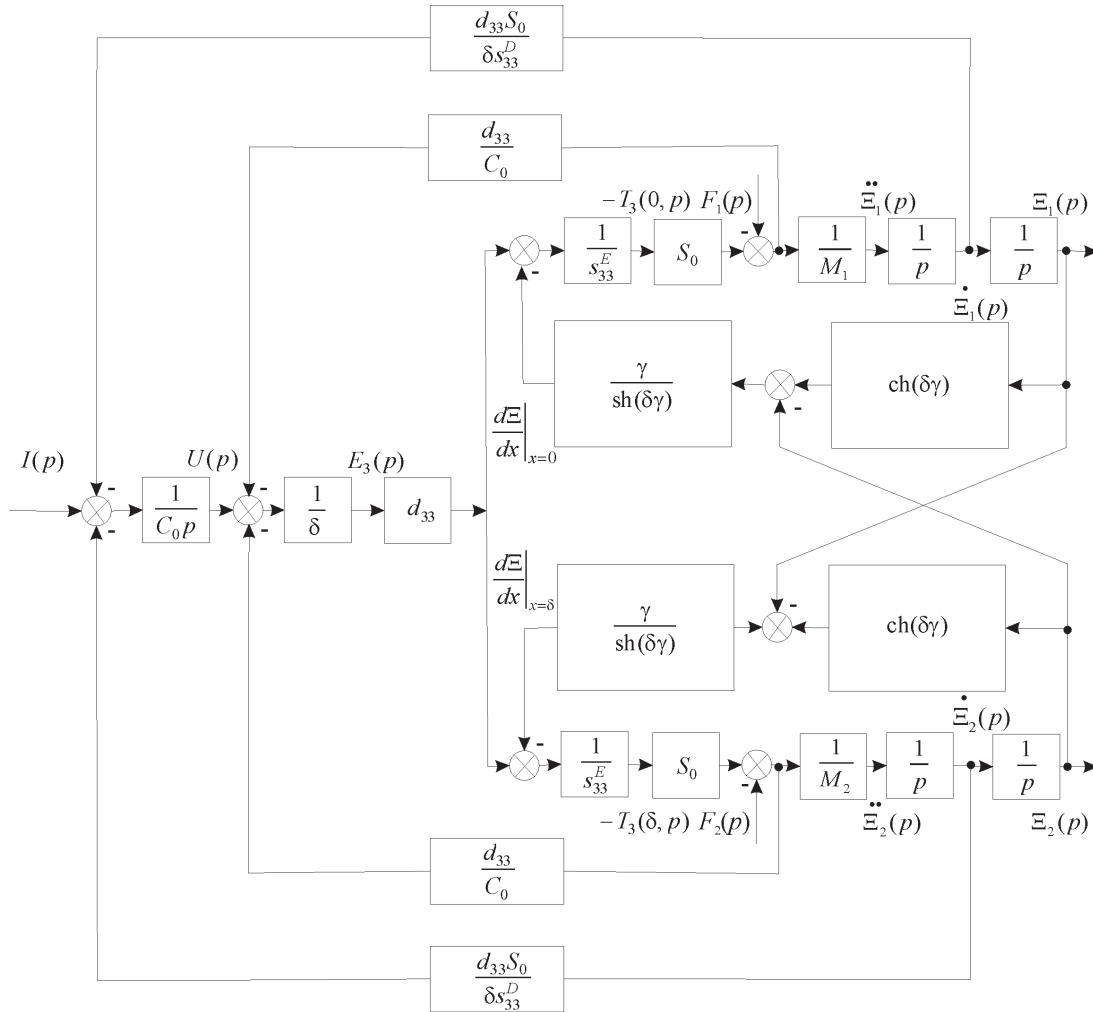


Рис. 4. Параметрическая структурная схема ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по току

В результате преобразований получаем систему уравнений структурно-параметрической модели и преобразованную параметрическую структурную схему (рис. 5) ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1 / (M_1 p^2)] \{-F_1(p) + (1 / \chi_{33}^E) [d_{33} E_3(p) - \\ &- \gamma \Xi_1(p) / \text{th}(\delta \gamma) + \gamma \Xi_2(p) / \text{sh}(\delta \gamma)]\}; \\ \Xi_2(p) &= [1 / (M_2 p^2)] \{-F_2(p) + (1 / \chi_{33}^E) [d_{33} E_3(p) - \\ &- \gamma \Xi_2(p) / \text{th}(\delta \gamma) + \gamma \Xi_1(p) / \text{sh}(\delta \gamma)]\}. \end{aligned} \tag{16}$$

Параметрическая структурная схема ПА дополнена уравнениями внешней цепи, например $U(p) = U_0(p) / (RC_0 p + 1)$ или $U(p) = I(p) / C_0 p$, где $U(p)$, $U_0(p)$, $I(p)$ – соответственно, преобразования Лапласа для выражений напряжения на обкладках ПА, напряжения источника и тока пьезоактюатора; R – сопротивление внешней цепи; C_0 – статическая емкость ПА (рис. 3–5).

Уравнения (14) для структурно-параметрической модели ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1 / (M_1 p^2)] \{-F_1(p) + C_{33}^E \delta [d_{33} E_3(p) - \\ &- [\gamma / \text{sh}(\delta \gamma)] [\text{ch}(\delta \gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\}; \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \Xi_2(p) &= [1 / (M_2 p^2)] \{-F_2(p) + C_{33}^E \delta [d_{33} E_3(p) - \\ &- [\gamma / \text{sh}(\delta \gamma)] [\text{ch}(\delta \gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\}, \end{aligned}$$

где $C_{33}^E = S_0 / (s_{33}^E \delta) = 1 / (\chi_{33}^E \delta)$ – жесткость ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению.

Аналогично уравнение для структурно-параметрической модели ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по току преобразуются к виду:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= [1 / (M_1 p^2)] \{-F_1(p) + C_{33}^D \delta [d_{33} E_3(p) - \\ &- [\gamma / \text{sh}(\delta \gamma)] [\text{ch}(\delta \gamma)] [\text{ch}(\delta \gamma) \Xi_1(p) - \Xi_2(p)]\}; \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \Xi_2(p) &= [1 / (M_2 p^2)] \{-F_2(p) + C_{33}^D \delta [d_{33} E_3(p) - \\ &- [\gamma / \text{sh}(\delta \gamma)] [\text{ch}(\delta \gamma)] [\text{ch}(\delta \gamma) \Xi_2(p) - \Xi_1(p)]\}, \end{aligned}$$

где $C_{33}^D = S_0 / (s_{33}^D \delta) = 1 / (\chi_{33}^D \delta)$ – жесткость ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по току.

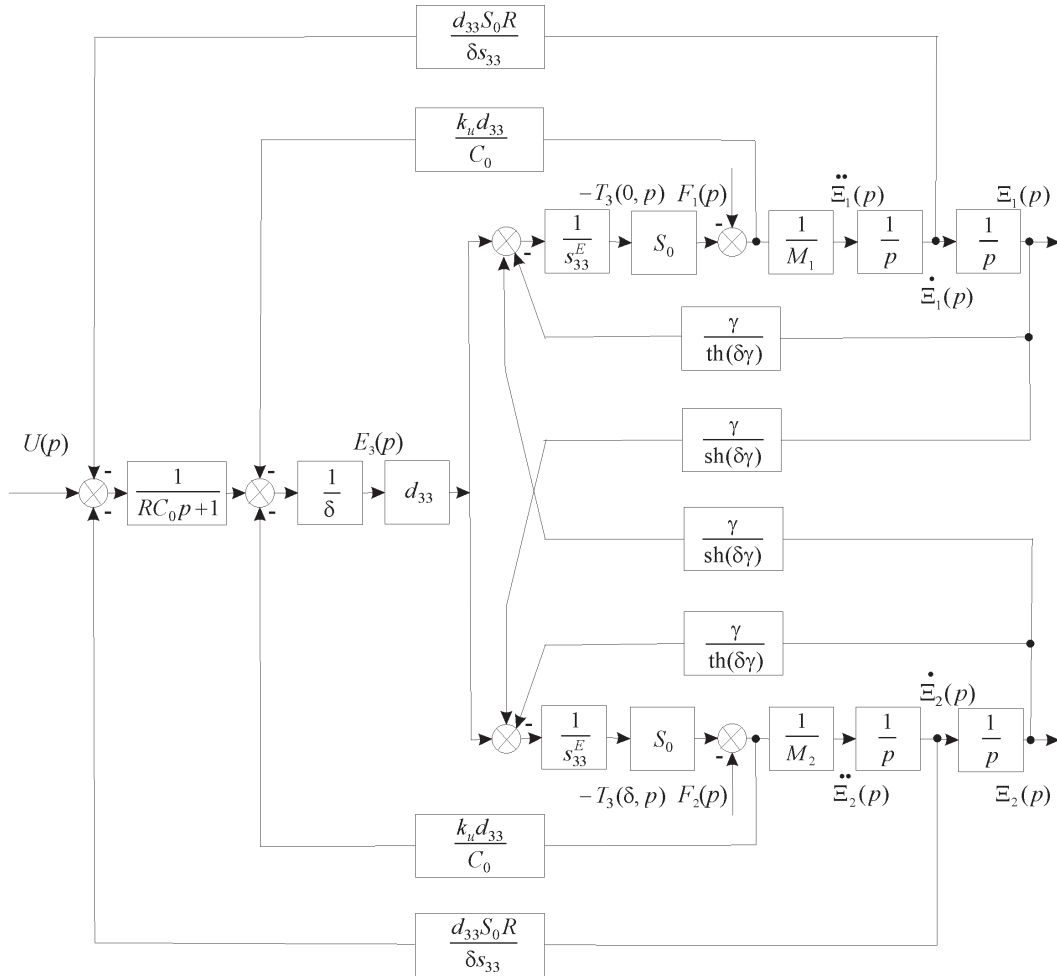


Рис. 5. Преобразованная параметрическая структурная схема ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению при конечном сопротивлении источника

Структурно-параметрическая модель позволяет получить передаточные функции ПА как отношение преобразованных по Лапласу перемещений торцов ПА к выражению соответствующего входного электрического параметра или соответствующей силы при нулевых начальных условиях. Совместное решение вышеприведенных уравнений (15) для перемещений двух граней ПА при продольном пьезоэффекте с управлением по напряжению дает:

$$\begin{aligned} \Xi_1(p) &= W_{11}(p)E_3(p) + W_{12}(p)F_1(p) + W_{13}(p)F_2(p); \\ \Xi_2(p) &= W_{21}(p)E_3(p) + W_{22}(p)F_1(p) + W_{23}(p)F_2(p), \end{aligned} \quad (19)$$

где обобщенные передаточные функции:

$$\begin{aligned} W_{11}(p) &= \Xi_1(p) / E_3(p) = d_{33}[M_2 \chi_{33}^E p^2 + \gamma \text{th}(\delta\gamma/2)] / A_{33}; \\ \chi_{33}^E &= s_{33}^E / S_0; \quad A_{33} = M_1 M_2 (\chi_{33}^E)^2 p^4 + \{(M_1 + M_2) \chi_{33}^E / [c^E \text{th}(\delta\gamma)]\} p^3 + [(M_1 + M_2) \chi_{33}^E \alpha / \text{th}(\delta\gamma) + 1 / (c^E)^2] p^2 + 2\alpha p / c^E + \alpha^2; \\ W_{21}(p) &= \Xi_2(p) / \Psi_m(p) = d_{33}[M_1 \chi_{33}^E p^2 + \gamma \text{th}(\delta\gamma/2)] / A_{33}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{12}(p) &= \Xi_1(p) / F_1(p) = -\chi_{33}^E [M_2 \chi_{33}^E p^2 + \gamma / \text{th}(\delta\gamma)] / A_{33}; \\ W_{13}(p) &= \Xi_1(p) / F_2(p) = W_{22}(p) = \Xi_2(p) / F_1(p) = \\ &= [\chi_{33}^E \gamma / \text{sh}(\delta\gamma)] / A_{33}; \\ W_{23}(p) &= \Xi_2(p) / F_2(p) = -\chi_{33}^E [M_1 \chi_{33}^E p^2 + \gamma / \text{th}(\delta\gamma)] / A_{33}. \end{aligned}$$

В свою очередь, из (19) получаем параметрическую структурную схему ПА (рис. 3) и матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} \Xi_1(p) \\ \Xi_2(p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) & W_{13}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) & W_{23}(p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3(p) \\ F_1(p) \\ F_2(p) \end{pmatrix}. \quad (20)$$

При подаче напряжения $U(t) = U_0 l(t)$ на обкладки ПА, напряженности электрического поля по оси 3 $E_3(t) = E_{30} l(t) = (U_0 / \delta) l(t)$ и сил $F_1(t) = F_2(t) = 0$ в установившемся режиме и инерционной нагрузке ПА при продольном пьезоэффекте определим статическое перемещение его торцов:

$$\xi_1(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_1(t) = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} p W_{11}(p) (U_0 / \delta) / p =$$

$$= d_{33}U_0(M_2 + m/2)/(M_1 + M_2 + m); \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \xi_2(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_2(t) = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} pW_{21}(p)(U_0/\delta)/p = \\ &= d_{33}U_0(M_2 + m/2)/(M_1 + M_2 + m); \quad (22) \end{aligned}$$

$$\xi(\infty) + \xi_2(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\xi_1(t) + \xi_2(t)) = d_{33}U_0. \quad (23)$$

При $m \ll M_1$ и $m \ll M_2$ статическое перемещение торцов ПА при продольном пьезоэффекте в зависимости от напряжения определяется из выражений:

$$\begin{aligned} \xi_1(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_1(t) = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} pW_{11}(p)(U_0/\delta)/p = \\ &= d_{33}U_0M_2/(M_1 + M_2); \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_2(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_2(t) = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} pW_{21}(p)(U_0/\delta)/p = \\ &= d_{33}U_0M_1/(M_1 + M_2), \quad (25) \end{aligned}$$

где m – масса ПА; M_1, M_2 – массы нагрузки.

Для ПА из пьезокерамики ЦТС-19 при продольном пьезоэффекте и $m \ll M_1, m \ll M_2$ в случае $d_{33} = 4 \cdot 10^{-10}$ м/В, $U_0 = 500$ В, $M_1 = 10$ кг и $M_2 = 40$ кг получаем статическое перемещение торцов $\xi_1(\infty) = 160$ нм, $\xi_2(\infty) = 40$ нм, $\xi_1(\infty) + \xi_2(\infty) = 200$ нм.

Рассмотрим определение передаточных функций ПА при продольном пьезоэффекте (рис. 6), когда одна из его граней жестко закреплена, например при $x=0, M_1 \rightarrow \infty$, тогда из (20) получаем передаточные функции ПА в виде:

$$\begin{aligned} W_{21}(p) &= \Xi_2(p)/E_3(p) = d_{33}\delta \text{th}(\delta\gamma) / \\ & / [M_2\delta\chi_{33}^E \text{th}(\delta\gamma)p^2 + \delta p/c^E + \delta\alpha]; \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{23}(p) &= \Xi_2(p)/F_2(p) = -\delta\chi_{33}^E \text{th}(\delta\gamma) / \\ & / [M_2\delta\chi_{33}^E \text{th}(\delta\gamma)p^2 + \delta p/c^E + \delta\alpha]. \quad (27) \end{aligned}$$

Из (26) следует

$$W_{21}(p) = \Xi_2(p)/E_3(p) = d_{33}\delta / [M_2\delta\chi_{33}^E p^2 + \delta\gamma \text{cth}(\delta\gamma)], \quad (28)$$

откуда при $M_2 = 0$ находим передаточную функцию ненагруженного ПА:

$$W_{21}(p) = \Xi_2(p)/E_3(p) = d_{33} / [\text{cth}(\delta\gamma)]. \quad (29)$$

Определим при продольном пьезоэффекте и одной жестко закрепленной грани ПА перемещение $\xi_2(\infty)$ в установившемся режиме при $U(t) = U_0 l(t)$ и $F_2(t) = 0$ или $F_2(t) = F_0 l(t)$ и $U(t) = 0$. Соответственно, выражения для статического перемещения $\xi_2(\infty)$

$\xi_2(\infty)$ ПА в зависимости от напряжения или силы имеют вид:

$$\begin{aligned} \xi_2(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \xi_2(t) = \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} pW_{21}(p)U_0/p = \\ &= \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} d_{33}U_0 \text{th}(\alpha\delta)/(\alpha\delta) = d_{33}U_0; \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi_2(\infty) &= \lim_{p \rightarrow 0} pW_{23}(p)F_0/p = \\ &= \lim_{\substack{p \rightarrow 0 \\ \alpha \rightarrow 0}} [\delta^2 F_0 \text{th}(\alpha\delta)]/[m(c^E)^2 \alpha\delta] = -\delta s_{33}^E F_0/S_0. \quad (31) \end{aligned}$$

Для ПА из пьезокерамики ЦТС-19 при продольном пьезоэффекте в случае $d_{33} = 4 \cdot 10^{-10}$ м/В, $U_0 = 500$ В получаем статическое перемещение $\xi_2(\infty) = 200$ нм. При $\delta = 6 \cdot 10^{-4}$ м, $s_{33}^E = 3,5 \cdot 10^{-11}$ м²/Н, $F_0 = 1000$ Н, $S_0 = 1,75 \cdot 10^{-4}$ м² значение $\xi_2(\infty) = -120$ нм. Экспериментальные и расчетные характеристики ПА совпадают с погрешностью 5%.

Рассмотрим работу ПА при жестко закрепленной одной грани, когда $M_1 \rightarrow \infty$ (рис. 6). Запишем передаточные функции:

$$\begin{aligned} W_{21}(p) &= \Xi_2(p)/E_3(p) = d_{33} / [M_2\chi_{33}^E p^2 + \gamma \text{th}(\delta\gamma)] = \\ &= \frac{d_{33}}{M_2\delta p^2 / (m(c^E)^2) + \gamma \text{th}(\delta\gamma)}; \quad (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{23}(p) &= \Xi_2(p)/F_2(p) = -\chi_{33}^E / [M_2\chi_{33}^E p^2 + \gamma \text{th}(\delta\gamma)] = \\ &= -\frac{\delta / (m(c^E)^2)}{M_2\delta p^2 / (m(c^E)^2) + \gamma \text{th}(\delta\gamma)}. \quad (33) \end{aligned}$$

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда, в диапазоне частот $0 < \omega < 0,01c^E/\delta$ при $M_2/m \gg 1$ и инерционной нагрузке получаем следующие выражения передаточных функций при управлении по напряжению и при питании ПА от источника напряжения с бесконечно малым сопротивлением источника:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}\delta}{(T_{33}^E)^2 p^2 + 2T_{33}^E \xi_{33}^E p + 1}; \quad (34)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = -\frac{1/C_{33}^E}{(T_{33}^E)^2 p^2 + 2T_{33}^E \xi_{33}^E p + 1}; \quad (35)$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}}{(T_{33}^E)^2 p^2 + 2T_{33}^E \xi_{33}^E p + 1}, \quad (36)$$

где $T_{33}^E = \sqrt{M_2/C_{33}^E}$ – постоянная времени; $\xi_{33}^E = \alpha\delta\sqrt{m/M_2}/3$ – коэффициент затухания;

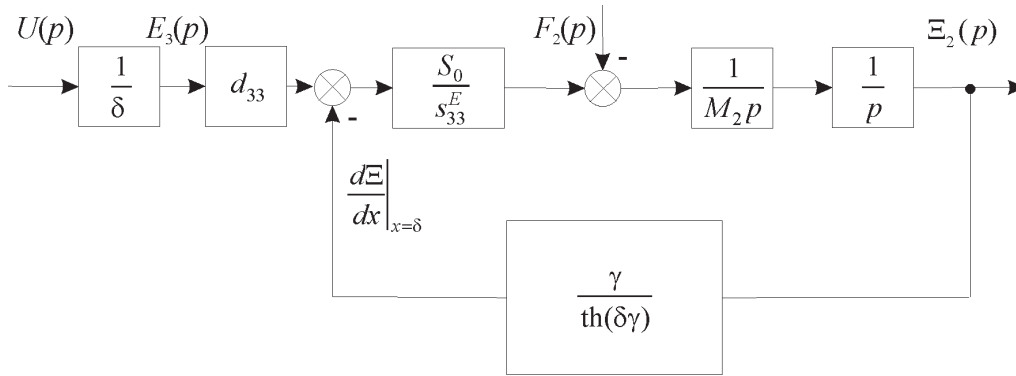


Рис. 6. Параметрическая структурная схема ПА, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и инерционной нагрузке с управлением по напряжению

$C_{33}^E = S_0 / (s_{33}^E \delta)$ – жесткость ПА при управлении по напряжению. При упругоинерционной нагрузке $T_{33}^E = \sqrt{M_2 / (C_{33}^E + C_e)}$.

Для учета влияния противоЭДС из-за прямого пьезоэффекта ПА на его жесткость при управлении от источника тока дополняем параметрическую структурную схему ПА обратными связями (рис. 4), соответствующими уравнениям:

$$U_i(p) = \frac{1}{S_0} d_{33} S_0 \frac{1}{C_0} F_i(p) = \frac{d_{33}}{C_0} F_i(p);$$

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{33}^T S_0}{\delta}, \quad (37)$$

где $i=1,2$ – номер торца ПА; $U_i(p)$ – изображение по Лапласу противоЭДС (напряжения обратной связи).

Если за входную величину принять напряжение $U_0(t)$, то с учетом внешней цепи передаточные функции ПА $W_{11}(p)$, $W_{21}(p)$ необходимо умножить на выражение

$$W_0(p) = \frac{E_2(p)}{U_0(p)} = \frac{1}{\delta(RC_0 p + 1)}. \quad (38)$$

Соответственно, при управлении ПА от источника питания с конечным сопротивлением источника (рис. 3, 5) получаем для учета изменений упругой податливости и жесткости ПА выражения для обратных связей по усилию в виде

$$U_i(p) = \frac{1}{S_0} d_{33} S_0 \frac{1}{C_0} k_{и} F_i(p) = \frac{k_{и} d_{33}}{C_0} F_i(p). \quad (39)$$

Для того чтобы учесть влияние скорости ПА за счет возникновения противоЭДС из-за прямого пьезоэффекта при продольном пьезоэффекте, дополняем структурно-параметрическую модель и параметрическую структурную схему ПА (рис. 3, 5) обратными связями

$$U_i(p) = \frac{d_{33} S_0 R}{\delta s_{33}^E} \dot{\Xi}_i(p), \quad (40)$$

где $\dot{\Xi}_i(p)$ – изображение по Лапласу скорости перемещения торца с номером $i=1,2$.

Соответственно, для учета влияния противоЭДС на жесткость ПА, закрепленного одним торцом, при продольном пьезоэффекте и управлении от источника тока дополняем параметрическую структурную схему ПА при $M_1 \rightarrow \infty$ обратной связью в виде

$$U_2(p) = \frac{1}{S_0} d_{33} S_0 \frac{1}{C_0} F_2(p) = \frac{d_{33}}{C_0} F_2(p), \quad (41)$$

тогда при инерционной нагрузке получаем передаточные функции при питании ПА от источника тока:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33}}{M_2 \delta (1 - k_{33}^2) p^2 / (m(c^E)^2) + \gamma \text{cth}(\delta \gamma)}, \quad (42)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = - \frac{\delta (1 - k_{33}^2) / (m(c^E)^2)}{M_2 \delta (1 - k_{33}^2) p^2 / (m(c^E)^2) + \gamma \text{cth}(\delta \gamma)}, \quad (43)$$

где $\frac{(m(c^E)^2)}{\delta (1 - k_{33}^2)} = \frac{S_0}{s_{33}^E (1 - k_{33}^2)} = \frac{S_0}{s_{33}^D}$.

Используя аппроксимацию гиперболического котангенса двумя членами степенного ряда, получаем в диапазоне частот $0 < \omega < 0,01 c^D / \delta$ при $M_2 / m \gg 1$ и инерционной нагрузке выражения передаточных функций с учетом реакции ПА при питании от источника тока:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33} \delta}{(T_{33}^D)^2 p^2 + 2T_{33}^D \xi_{33}^D p + 1}; \quad (44)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = \frac{1/C_{33}^D}{(T_{33}^D)^2 p^2 + 2T_{33}^D \xi_{33}^D p + 1}; \quad (45)$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}}{(T_{33}^D)^2 p^2 + 2T_{33}^D \xi_{33}^D p + 1}, \quad (46)$$

где $T_{33}^D = \sqrt{M_2 s_{33}^E (1 - k_{33}^2) \delta / S_0} = \sqrt{M_2 s_{33}^D \delta / S_0} =$
 $= \sqrt{M_2 / C_{33}^D}$ – постоянная времени;
 $\xi_{33}^D = \alpha \delta \sqrt{m / M_2} / 3$ – коэффициент затухания;
 $C_{33}^D = S_0 / (s_{33}^D \delta)$ – жесткость ПА при управлении по току. При упругоинерционной нагрузке постоянная времени $T_{33} = \sqrt{M_2 / (C_{33}^D + C_e)}$.

При питании ПА от источника напряжения с конечным сопротивлением источника получаем упругую податливость $S_{33} = k_s s_{33}^E$ и выражения передаточных функций при управлении по напряжению:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33} \delta}{T_{33}^2 p^2 + 2T_{33} \xi_{33} p + 1}; \quad (47)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = \frac{1 / C_{33}}{T_{33}^2 p^2 + 2T_{33} \xi_{33} p + 1}; \quad (48)$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}}{T_{33}^2 p^2 + 2T_{33} \xi_{33} p + 1}, \quad (49)$$

где $T_{33} = \sqrt{M_2 / C_{33}}$ – постоянная времени;
 $\xi_{33} = \alpha \delta \sqrt{m / M_2} / 3$ – коэффициент затухания;
 $C_{33} = S_0 / (s_{33} \delta) = S_0 / (k_s s_{33}^E \delta)$ – жесткость ПА.

Следовательно, из (34)–(49) в диапазоне частот $0 < \omega < 0,01 c^E / \delta$ при $M_2 / m \gg 1$ и инерционной нагрузке получаем выражения передаточных функций ПА при продольном пьезоэффекте в общем виде:

$$W_{21}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{E_3(p)} = \frac{d_{33} \delta}{(T_{33}^\psi)^2 p^2 + 2T_{33}^\psi \xi_{33}^\psi p + 1}; \quad (50)$$

$$W_{23}(p) = \frac{\Xi_2(p)}{F_2(p)} = \frac{1 / C_{33}^\psi}{(T_{33}^\psi)^2 p^2 + 2T_{33}^\psi \xi_{33}^\psi p + 1}; \quad (51)$$

$$W_2(p) = \frac{\Xi_2(p)}{U(p)} = \frac{d_{33}}{(T_{33}^\psi)^2 p^2 + 2T_{33}^\psi \xi_{33}^\psi p + 1}, \quad (52)$$

где $T_{33}^\psi = T_{33}^E, T_{33}^D, T_{33}^D$, $\xi_{33}^\psi = \xi_{33}^E, \xi_{33}^D, \xi_{33}^D$,
 $C_{33}^\psi = C_{33}^E, C_{33}^D, C_{33}^D$ – постоянная времени, коэффициент затухания и жесткость ПА при продольном пьезоэффекте в соответствии с параметром $\psi = E, D$ управления ПА.

Заключение. Действие противозДС ПА при продольном пьезоэффекте уменьшает упругую по-

датливость и повышает жесткость ПА. Соответственно, увеличение сопротивления источника питания и согласующих цепей приводит к уменьшению упругой податливости ПА. С увеличением скорости перемещения ПА при продольном пьезоэффекте растет ее влияние на ток ПА.

Решение волнового уравнения ПА с учетом уравнения электроупругости и граничных условий дает структурно-параметрическую модель ПА при продольном пьезоэффекте. Полученные структурно-параметрические модели, параметрические структурные схемы и передаточные функции ПА определяют динамические и статические характеристики ПА нано- и микроперемещений с учетом граничных условий, вида управления, физических параметров ПА, внешней нагрузки и электрического сопротивления согласующих цепей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов И.П. Электромеханика – некоторые проблемы XXI века. – Изв. РАН. Энергетика, 2003, № 1, с. 154–157.
2. Никольский А.А. Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. – М.: Энергоатомиздат, 1988, 160 с.
3. Панич А.Е. Пьезокерамические актюаторы. – Ростов-на-Дону: Изд. Южного федерального университета, 2008, 159 с.
4. Афонин С.М. О матричных уравнениях в задачах электроупругости. – Электричество, 2006, № 3, с. 48–55.
5. Афонин С.М. Исследование и расчет статических и динамических характеристик пьезоактюатора нано- и микроперемещений. – Электричество, 2009, № 9, с. 29–35.
6. Физическая акустика. Т. 1. Ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований/Под ред. У. Мэзона. – М.: Мир, 1966, 592 с.
7. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. – М.: Физматлит, 2001, 576 с.
8. Estanbouli Y., Hayward G., Radamas S., Barbenel J. A block diagram model of the thickness mode piezoelectric transducer containing dual oppositely polarized piezoelectric zones. – IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2006, vol. 53, № 5, pp. 1028–1036.
9. Smyth K., Kim S.-G. Experiment and simulation validated analytical equivalent circuit model for piezoelectric micromachined ultrasonic transducers. – IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2015, vol. 62, № 4, pp. 744–765.
10. Uchino K. Piezoelectric actuator and ultrasonic motors. – Boston, MA: Kluwer Academic Publisher, 1997, 347p.
11. Borboni A. Meso- to micro-actuators: a theoretical and practical approach. – New York: CRC Press, 2008, 400 p.

[16.05.2016]

Автор: Афонин Сергей Михайлович окончил в 1976 г. факультет «Электронное машиностроение» Московского института электронной техники (МИЭТ). В 1982 г. в МИЭТ защитил кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование силовых пьезоэлектрических двигателей для прецизионных следящих систем». Доцент, старший научный сотрудник МИЭТ.

About the Parametric Structural Diagrams of Nano- and Microdisplacement Piezoactuators Operating Based on the Longitudinal Piezoeffect

AFONIN Sergei Mikhailovich (*Moscow Electronic Technics Institute, Moscow, Russia*) – Associate Professor, Senior Scientific Researcher, Cand. Sci. (Eng.)

Piezoactuators are piezomechanical devices the operating principle of which is based on the piezoelectric effect, and which are intended for driving mechanisms and systems or for controlling them by converting electric signals into mechanical displacement or force [3]. A piezoactuator's structural-parametric model is constructed proceeding from solving its wave equation; the effect of geometrical and physical parameters and external load on its static and dynamic characteristics is determined; the piezoactuator's transfer functions for the nanodisplacement piezodrives are obtained, and the piezoactuator's parametric structural diagrams are constructed with due regard to boundary conditions.

Key words: piezoactuator, nano- and microdisplacements, deformation, counterEMF, structural-parametric model, parametric structural diagram, transfer function

REFERENCES

1. **Kopylov I.P.** *Izv. RAN. Energetika – in Russ. (News of Russian Academy of Sciences. Power Engineering)*, 2003, No. 1, pp. 154–157.
2. **Nikol'skii A.A.** *Tochnye dvukhkanal'nye sledyashchiye elektroprivody s p'yezokompensatorami* (Accurate two-channel tracking with piezo actuators compensators). Moscow, Energoatomizdat, 1988, 160 p.
3. **Panich A.E.** *P'yezokeramicheskiye aktyuatory* (Piezoceramic actuators). Rostov-na-Donu, South Federal University, 2008, 159 p.
4. **Afonin S.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2006, No. 3, pp. 48–55.
5. **Afonin S.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2009, No. 9, pp. 29–35.
6. **Fizicheskaya akustika.** T.1. Ч. А. *Metody i pribory ul'trazvukovykh issledovaniy/Pod red. U. Mezona* (Physical acoustics, vol. 1, part A. Ultrasonic investigation methods and instruments/Edit. by U. Mezon). Moscow, Publ. «Mir», 1966, 592 p.
7. **Polyanin A.D.** *Spravochnik po lineinym uravneniyam matematicheskoi fiziki* (Handbook of linear equations mathematical physics). Moscow, Fizmatlit, 2001, 576 p.
8. **Estanbouli Y., Hayward G., Radamas S., Barbenel J.** A block diagram model of the thickness mode piezoelectric transducer containing dual oppositely polarized piezoelectric zones. – *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2006, vol. 53, № 5, pp. 1028 – 1036.
9. **Smyth K., Kim S.-G.** Experiment and simulation validated analytical equivalent circuit model for piezoelectric micromachined ultrasonic transducers. – *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2015, vol. 62, № 4, pp. 744 – 765.
10. **Uchino K.** *Piezoelectric actuator and ultrasonic motors.* – Boston, MA: Kluwer Academic Publisher, 1997, 347p.
11. **Borboni A.** *Meso- to micro-actuators: a theoretical and practical approach.* – New York: CRC Press, 2008, 400 p.