Электричество, 2016, № 11, с. 35–43.

Сравнение дискретных динамических моделей импульсных преобразователей

БЕЛОВ Г.А.

В статье дается вывод нелинейного разностного уравнения в векторно-матричной форме, показаны его линеаризация и вывод z-передаточной функции для преобразователя постоянного напряжения (ППН) с двумя рабочими интервалами времени t_1 и t_2 на периоде переключений T, процессы на которых описываются различными линейными векторно-матричными дифференциальными уравнениями произвольного порядка. При наличии явных точных выражений для всех элементов фундаментальных (переходных) матриц этих систем возможно получение из линеаризованных разностных уравнений точных z-передаточных функций, пригодных для практических расчетов. В качестве примера рассматривается вывод из линеаризованного разностного уравнения z-передаточных функций силовой части понижающего ППН с LC-фильтром на выходе, работающего в режиме непрерывного тока, с одноконтурной системой управления. Полученное линеаризованное разностное уравнение ППН, методика вывода уравнения и z-передаточных функций на его основе сравниваются с известными из литературы.

Ключевые слова: *импульсный преобразователь постоянного напряжения, разностные уравнения, линеаризация, z-передаточные функции, структурные динамические модели*

Исследованию импульсных преобразователей постоянного напряжения (ППН) уделяется серьёзное внимание начиная с 60-х годов прошлого столетия. Интерес к этой теме не затухает в связи с тем, что применение импульсных ППН в электротехнической и радиоэлектронной аппаратуре промышленного, военного и бытового назначения непрерывно возрастает. На практике наиболее широко применяются простые схемы силовой части импульсных ППН, а с помощью систем управления, выполняемых на современных микросхемах, реализуются самые разнообразные функции: стабилизация выходного напряжения, коррекция коэффициента мощности при питании ППН от сети переменного тока через неуправляемый выпрямитель, токоограничение, плавный пуск, защита от чрезмерного снижения и повышения напряжения питания микросхемы, снижение уровня генерируемых электромагнитных помех [1].

Последние 10–15 лет импульсные ППН широко внедряются в преобразователи для солнечных электростанций, в которых выполняют функции повышения напряжения и слежения за точкой максимальной мощности солнечного модуля (такое назначение имеют серийные фотоэлектрические преобразователи с напряжением холостого хода 43,2 В, максимальной мощностью 260 Вт, выпускаемые, например, Новочебоксарской фирмой «Хевел»).

Развитие методов моделирования и исследования динамики импульсных ППН является одной из важнейших проблем силовой электроники. Возрастает роль дискретных динамических моделей импульсных ППН, что, в первую очередь, связано с расширением внедрения цифровых систем управления импульсными ППН. В этих случаях для получения дискретной динамической модели ППН с цифровым управлением требуется знать дискретную динамическую модель силовой части ППН. Во многих работах используются приближенные методы получения z-передаточных функций из s-передаточных функций, которые широко применяются при синтезе цифровых фильтров [2].

Точные дискретные динамические математические модели импульсных преобразователей постоянного напряжения (ППН), к которым относятся структурные дискретные динамические модели [3–6] и разностные уравнения [7–10], позволяют получать наиболее достоверные результаты при анализе и синтезе ППН.

В настоящее время удобными и эффективными методами анализа и синтеза импульсных ППН с замкнутыми системами управления являются методы, основанные на использовании передаточных функций. В статье дается вывод нелинейного разностного уравнения в векторно-матричной форме, показаны его линеаризация и вывод z-передаточной функции для ППН с двумя рабочими интервалами времени t_1 и t_2 на периоде переключений T, процессы на которых описываются различными линейными дифференциальными уравнениями произвольного порядка. Это разностное уравнение и передаточные функции представляются в общем виде, включающем значения фундаментальных (переходных) матриц системы, которые при известных выражениях для всех элементов позволяют получать точные z-передаточные функции, пригодные для практических расчетов.

Далее в качестве примера рассматривается вывод из линеаризованного разностного уравнения z-передаточной функции для силовой части понижающего ППН с LC-фильтром на выходе, работающего в режиме непрерывного тока (РНТ), с одноконтурной системой управления, которая сравнивается с передаточными функциями, получаемыми из структурной дискретной динамической модели. Подобные z-передаточные функции бывают необходимы при цифровом управлении ППН, когда такая функция разомкнутой системы определяется перемножением z-передаточных функций силовой части и цифрового контроллера. Пример хорошо иллюстрирует сложность вывода z-передаточной функции из линеаризованного разностного уравнения и показывает преимущества структурной динамической модели.

Предположим, что процессы в дискретной системе описываются дифференциальными уравнениями произвольного порядка:

$$\begin{aligned} &\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{A}_1\mathbf{x}+\mathbf{B}_1\mathbf{v};\quad nT\leqslant t\leqslant nT+t_1;\\ &\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{A}_2\mathbf{x}+\mathbf{B}_2\mathbf{v};\quad nT+t_1\leqslant t\leqslant nT+T, \end{aligned} \tag{1}$$

где n – целое число; $\mathbf{x}$ – вектор состояния системы размера k; $\mathbf{v}$ – вектор внешних воздействий размером r; A_1, A_2 – квадратные вещественные матрицы порядка k; $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ – вещественные матрицы размером $k\times r$; $T=t_1+t_2$. Внешние воздействия на систему полагаем постоянными в течение периода переключений T, но изменяющимися от периода к периоду.

Полагая вектор $\mathbf{v}$ постоянным в течение периода T, решения (1) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}(t)=e^{\mathbf{A}_1(t-nT)}[\mathbf{x}(nT)-\mathbf{x}^{t_1}(\infty)]+\mathbf{x}^{t_1}(\infty);\\ &nT\leqslant t\leqslant nT+t_1;\\ &\mathbf{x}(t)=e^{\mathbf{A}_2(t-nT-t_1)}[\mathbf{x}(nT+t_1)-\mathbf{x}^{t_2}(\infty)]+\mathbf{x}^{t_2}(\infty);\\ &nT+t_1\leqslant t\leqslant nT+T, \end{aligned} \tag{2}$$

где $e^{\mathbf{A}_1 t}$, $e^{\mathbf{A}_2 t}$ – фундаментальные (переходные) матрицы для уравнений (1); $\mathbf{x}^{t_1}(\infty)$, $\mathbf{x}^{t_2}(\infty)$ – асимптотические значения вектора $\mathbf{x}(t)$ на интервалах t_1 и t_2, получаемые из (1) при $d\mathbf{x}/dt=0$, т.е.

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}^{t_1}(\infty)=-\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1\mathbf{v};\\ &\mathbf{x}^{t_2}(\infty)=-\mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2\mathbf{v}. \end{aligned} \tag{3}$$

Подставив в первое выражение (2) $t=nT+t_1$, получим равенство

$$\mathbf{x}(nT+t_1)=e^{\mathbf{A}_1 t_1}[\mathbf{x}(nT)-\mathbf{x}^{t_1}(\infty)]+\mathbf{x}^{t_1}(\infty), \tag{4}$$

с учетом которого из второго выражения (2) найдем нелинейное разностное уравнение системы:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(nT+T)=&e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}[\mathbf{x}(nT)-\mathbf{x}^{t_1}(\infty)]+\\ &+e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}e^{\mathbf{A}_1 t_1}[\mathbf{x}^{t_1}(\infty)-\mathbf{x}^{t_2}(\infty)]+\mathbf{x}^{t_2}(\infty). \end{aligned} \tag{5}$$

При дальнейших преобразованиях учтем свойства переходных матриц, которые могут быть представлены в виде рядов [11]:

$$\begin{aligned} &e^{\mathbf{A}_1 t}=\mathbf{1}+\mathbf{A}_1 t+\frac{1}{2!}(\mathbf{A}_1 t)^2+\frac{1}{3!}(\mathbf{A}_1 t)^3+...;\\ &e^{\mathbf{A}_2 t}=\mathbf{1}+\mathbf{A}_2 t+\frac{1}{2!}(\mathbf{A}_2 t)^2+\frac{1}{3!}(\mathbf{A}_2 t)^3+..., \end{aligned} \tag{6}$$

откуда следует: при малых t эти ряды могут быть представлены линейными приближениями:

$$e^{\mathbf{A}_1 t}=\mathbf{1}+\mathbf{A}_1 t;\quad e^{\mathbf{A}_2 t}=\mathbf{1}+\mathbf{A}_2 t; \tag{7}$$

каждая из матриц (6) перестановочна (коммутативна) в произведении с ее значениями при различных t и самой матрицей $\mathbf{A}_1$ (или $\mathbf{A}_2$); матрицы $e^{\mathbf{A}_1 t}$, $e^{\mathbf{A}_2 t}$ не перестановочны в произведениях, поскольку сами матрицы $\mathbf{A}_1$ и $\mathbf{A}_2$, вообще говоря, не перестановочны.

Выражения (4), (5) могут быть использованы для поинтервального (от периода к периоду) расчета переходных процессов в ППН при заданных значениях t_1. Однако для анализа и синтеза ППН с замкнутыми системами управления требуется линеаризовать уравнение (5). Для этого предположим, что (5) описывает установившийся режим ППН, и рассмотрим возмущенный режим, возникающий при малых приращениях (вариациях) $\Delta\mathbf{v}$ и Δt_1 вектора $\mathbf{v}$ и времени t_1. Значения вектора $\mathbf{x}(t)$ в возмущенном режиме обозначим через $\mathbf{x}(t)+\Delta\mathbf{x}(t)$. В этом режиме с учетом (3) изменяются также значения $\mathbf{x}^{t_1}(\infty)$, $\mathbf{x}^{t_2}(\infty)$, тогда разностное уравнение принимает вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(nT+T)+\Delta\mathbf{x}(nT+T)=&e^{\mathbf{A}_2(T-t_1-\Delta t_1)}e^{\mathbf{A}_1(t_1+\Delta t_1)}\times\\ &\times[\mathbf{x}(nT)+\Delta\mathbf{x}(nT)-\mathbf{x}^{t_1}(\infty)-\Delta\mathbf{x}^{t_1}(\infty)]+\\ &+e^{\mathbf{A}_2(T-t_1-\Delta t_1)}[\mathbf{x}^{t_1}(\infty)+\Delta\mathbf{x}^{t_1}(\infty)-\mathbf{x}^{t_2}(\infty)-\Delta\mathbf{x}^{t_2}(\infty)]+\\ &+\mathbf{x}^{t_2}(\infty)+\Delta\mathbf{x}^{t_2}(\infty), \end{aligned} \tag{8}$$

где согласно (3)

$$\begin{aligned} &\Delta\mathbf{x}^{t_1}(\infty)=-\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1\Delta\mathbf{v};\\ &\Delta\mathbf{x}^{t_2}(\infty)=-\mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2\Delta\mathbf{v}, \end{aligned} \tag{9}$$

а на основании свойств переходных матриц [11]

$$e^{\mathbf{A}_1(t_1+\Delta t_1)}=e^{\mathbf{A}_1 t_1}e^{\mathbf{A}_1\Delta t_1};$$

$$e^{\mathbf{A}_2(T-t_1-\Delta t_1)}=e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}e^{-\mathbf{A}_2\Delta t_1}.$$

Вычитая (5) из (8), с учетом свойств переходных матриц получаем:

$$\Delta\mathbf{x}(nT+T)=e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}e^{\mathbf{A}_1\Delta t_1}\Delta\mathbf{x}(nT)+$$

$$+e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}\{(\mathbf{A}_1-\mathbf{A}_2)e^{\mathbf{A}_1 t_1}[\mathbf{x}(nT)-\mathbf{x}^{t_1}(\infty)]-$$

$$-\mathbf{A}_2[\mathbf{x}^{t_1}(\infty)-\mathbf{x}^{t_2}(\infty)]\}\Delta t_1+e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}[-e^{\mathbf{A}_1\Delta t_1}\times$$

$$\times\Delta\mathbf{x}^{t_1}(\infty)+\Delta\mathbf{x}^{t_1}(\infty)-\Delta\mathbf{x}^{t_2}(\infty)]+\Delta\mathbf{x}^{t_2}(\infty).$$

Далее с учетом равенств (3) и (4) получим

$$\Delta\mathbf{x}(nT+T)=\mathbf{M}\Delta\mathbf{x}(nT)+\mathbf{N}_1\Delta t_1(nT)+\mathbf{N}_2\Delta\mathbf{v}(nT),\quad(10)$$

где

$$\mathbf{M}=e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}e^{\mathbf{A}_1\Delta t_1};$$

$$\mathbf{N}_1=e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}[(\mathbf{A}_1-\mathbf{A}_2)\mathbf{x}(nT+t_1)+(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)\mathbf{v}(nT)];$$

$$\mathbf{N}_2=e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}(\mathbf{1}-e^{\mathbf{A}_1\Delta t_1})\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{B}_1-$$

$$-[1-e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}]\mathbf{A}_2^{-1}\mathbf{B}_2.\quad(11)$$

В [8, 9] разностное уравнение, аналогичное (10), получено без третьего слагаемого в правой части, т.е. без учета влияния внешних возмущений. Кроме того, в правой части выражения для $\mathbf{N}_1$ в качестве коэффициента ошибочно поставлена матрица $\mathbf{M}$, а не $e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}$. Правильность выражений (11) далее будет проверена на конкретном примере.

Для перехода к z-преобразованиям в (10) учтем соотношения [12]:

$$Z\{\Delta\mathbf{x}(nT+T)\}=z[\Delta\mathbf{x}(z)-\Delta\mathbf{x}(0)];$$
$$Z\{\Delta\mathbf{x}(nT-T)\}=z^{-1}\Delta\mathbf{x}(z),\quad(12)$$

где $\Delta\mathbf{x}(z)$ – z-преобразование дискретной функции $\Delta\mathbf{x}(nT)$; $\Delta\mathbf{x}(0)$ – значение $\mathbf{x}(nT)$ при $n=0$.

Для того чтобы воспользоваться вторым соотношением (12), которое не предполагает знания начального значения вектора $\Delta\mathbf{x}(nT)$, перепишем уравнение (10) в виде:

$$\Delta\mathbf{x}(nT)=\mathbf{M}\Delta\mathbf{x}(nT-T)+\mathbf{N}_1\Delta t_1(nT-T)+$$
$$+\mathbf{N}_2\Delta\mathbf{v}(nT-T).\quad(13)$$

Перейдя в (13) к z-преобразованиям, получим

$$\Delta\mathbf{x}(z)=z^{-1}(\mathbf{1}-z^{-1}\mathbf{M})^{-1}\mathbf{N}_1\Delta t_1(z)+$$
$$+z^{-1}(\mathbf{1}-z^{-1}\mathbf{M})^{-1}\mathbf{N}_2\Delta\mathbf{v}(z).\quad(14)$$

Отсюда с учетом уравнения выхода

$$\Delta u_{\text{вых}}=\mathbf{C}\Delta\mathbf{x}+\mathbf{B}\Delta\mathbf{v},$$

где $\mathbf{C},\ \mathbf{D}$ – известные матрицы-строки, найдем

$$\Delta u_{\text{вых}}(z)=W_{\text{у}}(z)\Delta t_1(z)+\mathbf{W}_{\text{в}}(z)\Delta\mathbf{v}(z),\quad(15)$$

где $W_{\text{у}}(z)$ – z-передаточная функция для управляющего воздействия Δt_1; $\mathbf{W}_{\text{в}}(z)$ – z-передаточная матрица-строка, определяемые выражениями:

$$W_{\text{у}}(z)=\frac{\Delta u_{\text{вых}}(z)}{\Delta t_1(z)}\Big|_{\Delta\mathbf{v}=0}=z^{-1}\mathbf{C}(\mathbf{1}-z^{-1}\mathbf{M})^{-1}\mathbf{N}_1;\quad(16)$$

$$\mathbf{W}_{\text{в}}(z)=z^{-1}\mathbf{C}(\mathbf{1}-z^{-1}\mathbf{M})^{-1}\mathbf{N}_2+\mathbf{D};\quad(17)$$

матрица $\mathbf{W}_{\text{в}}(z)$ определяется из (13) при $\Delta t_1=0$.

В качестве примера рассмотрим линеаризованное разностное уравнение и найдем z-передаточную функцию силовой части понижающего ППН в режиме непрерывного тока.

Введем вектор состояния силовой части $\mathbf{x}=\left\|i_L u_C\right\|^{\text{т}}$, вектор внешних воздействий $\mathbf{v}=\left\|u_{\text{вх}} i_{\text{н.д}} u_{\text{д.пр}}\right\|^{\text{т}}$, где i_L – ток дросселя выходного LC-фильтра; $u_{\text{вх}}$ – входное напряжение; $i_{\text{н.д}}$ – дополнительный ток нагрузки, учитываемый в виде подключенного к выходу источника тока; $u_{\text{д.пр}}$ – прямое падение напряжения на обратном диоде. Все элементы вектора $\mathbf{v}$ считаем постоянными на периоде T. Тогда уравнения силовой части в векторно-матричной форме:

при открытом силовом транзисторе $(0\leqslant t\leqslant t_1)$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{A}_1\mathbf{x}+\mathbf{B}_1\mathbf{v};\ u_{\text{вых}}=\mathbf{C}_1\mathbf{x}+\mathbf{D}_1\mathbf{v},$$

где, как известно из [13, 14],

$$\mathbf{A}_1=\begin{Vmatrix}-\dfrac{r_1+Rr_C}{L} & -\dfrac{R}{(R+r_C)L}\\ \dfrac{R}{(R+r_C)C} & -\dfrac{1}{(R+r_C)C}\end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{B}_1=\begin{Vmatrix}\dfrac{1}{L} & \dfrac{Rr_C}{L} & 0\\ 0 & -\dfrac{R}{(R+r_C)C} & 0\end{Vmatrix};\ \mathbf{C}_1=\begin{Vmatrix}Rr_C & \dfrac{R}{R+r_C}\end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{D}_1=\begin{Vmatrix}0 & -\left(\dfrac{Rr_C}{L}\right) & 0\end{Vmatrix};\quad(18)$$

на интервале спада тока дросселя $(t_1\leqslant t\leqslant T)$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=\mathbf{A}_2\mathbf{x}+\mathbf{B}_2\mathbf{v};\ u_{\text{вых}}=\mathbf{C}_2\mathbf{x}+\mathbf{D}_2\mathbf{v},$$

где $\mathbf{C}_2=\mathbf{C}_1$, $\mathbf{D}_2=\mathbf{D}_1$; матрица $\mathbf{A}_2$ отличается от $\mathbf{A}_1$ только тем, что сопротивление r_1 заменяется на r_2;

$$\mathbf{B}_2=\begin{Vmatrix}0 & \dfrac{Rr_C}{L} & -\dfrac{1}{L}\\ 0 & -\dfrac{R}{(R+r_C)C} & 0\end{Vmatrix}. \qquad (19)$$

На практике сопротивления r_1, r_2 малы и слабо влияют на процессы в ППН, поэтому без существенной погрешности принимаем $r_1=r_2=r$. В режиме непрерывного тока интервал бестоковой паузы отсутствует и $t_c=T-t_1$. Обозначим $\mathbf{C}=\mathbf{C}_1$, $\mathbf{D}=\mathbf{D}_1$, тогда согласно (11):

$$\mathbf{M}=e^{\mathbf{A}T};$$

$$\mathbf{N}_1=e^{\mathbf{A}(T-t_1)}(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)\mathbf{v}(nT)];$$

$$\mathbf{N}_2=e^{\mathbf{A}(T-t_1)}\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{B}_2-\mathbf{B}_1)+e^{\mathbf{A}T}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_1-\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_2,$$

где с учетом (18) и (19):

$$\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2=\begin{Vmatrix}\dfrac{1}{L} & 0 & \dfrac{1}{L}\\ 0 & 0 & 0\end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{B}_2-\mathbf{B}_1)=\frac{1}{R+r}\begin{Vmatrix}1 & 0 & 1\\ R & 0 & R\end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_1=\frac{1}{R+r}\begin{Vmatrix}-1 & -R & 0\\ -R & Rr & 0\end{Vmatrix};$$

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}_2=\frac{1}{R+r}\begin{Vmatrix}0 & -R & 1\\ 0 & Rr & R\end{Vmatrix}. \qquad (20)$$

Переходная матрица $e^{\mathbf{A}T}$ может быть представлена в явном виде:

$$e^{\mathbf{A}T}=\begin{Vmatrix}\Phi_{11}(t) & \Phi_{12}(t)\\ \Phi_{21}(t) & \Phi_{22}(t)\end{Vmatrix}; \qquad (21)$$

элементы переходной матрицы [13, 14]:

$$\Phi_{11}(t)=e^{-\alpha t}\cos\omega_0 t+\frac{1}{\omega_0}\left[\frac{1}{(R+r_C)C}-\alpha\right]\times$$
$$\times e^{-\alpha t}\sin\omega_0 t;$$

$$\Phi_{12}(t)=-\frac{R}{(R+r_C)\omega_0 L}e^{-\alpha t}\sin\omega_0 t;$$

$$\Phi_{21}(t)=\frac{R}{(R+r_C)\omega_0 C}e^{-\alpha t}\sin\omega_0 t; \qquad (22)$$

$$\Phi_{22}(t)=e^{-\alpha t}\cos\omega_0 t+\frac{1}{\omega_0}\left[\frac{r+Rr_C}{L}-\alpha\right]\times$$
$$\times e^{-\alpha t}\sin\omega_0 t;$$

α, ω_0 – коэффициент затухания LC-фильтра и собственная частота, определяемые выражениями:

$$\alpha=\frac{1}{2}\left[\frac{r+Rr_C}{L}+\frac{1}{(R+r_C)C}\right];\ \omega_0=\sqrt{\frac{1}{T_ф^2}-\alpha^2}; \qquad (23)$$

постоянная времени LC-фильтра

$$T_ф=\sqrt{\frac{R+r_C}{R+r}LC};$$

R – сопротивление нагрузки ППН; r_C – эквивалентное последовательное сопротивление (ЭПС) выходного конденсатора; L, C – индуктивность и емкость LC-фильтра.

С учетом (11) справедливы выражения:

$$\mathbf{N}_1=\frac{u_{вх}+u_{д.пр}}{L}\begin{Vmatrix}\Phi_{11}(T-t_1)\\ \Phi_{21}(T-t_1)\end{Vmatrix};$$
$$\mathbf{N}_2=\frac{1}{R+r}\begin{Vmatrix}n_{11} & n_{12} & n_{13}\\ n_{21} & n_{22} & n_{23}\end{Vmatrix}, \qquad (24)$$

где

$$n_{11}=\Phi_{11}(T-t_1)-\Phi_{11}(T)+R[\Phi_{12}(T-t_1)-\Phi_{12}(T)];$$
$$n_{12}=R[1-\Phi_{11}(T)+r\Phi_{12}(T)];$$
$$n_{13}=\Phi_{11}(T-t_1)+R\Phi_{12}(T-t_1)-1;$$
$$n_{21}=\Phi_{21}(T-t_1)-\Phi_{21}(T)+R[\Phi_{22}(T-t_1)-\Phi_{22}(T)];$$
$$n_{22}=Rr[\Phi_{22}(T)-1]-R\Phi_{21}(T);$$
$$n_{23}=R[\Phi_{22}(T-t_1)-1]+\Phi_{21}(T-t_1)]. \qquad (25)$$

Кроме того, имеет место равенство

$$(\mathbf{1}-z^{-1}e^{\mathbf{A}T})^{-1}=\frac{1}{D(z)}\begin{Vmatrix}1-z^{-1}\Phi_{22}(T) & z^{-1}\Phi_{12}(T)\\ z^{-1}\Phi_{21}(T) & 1-z^{-1}\Phi_{11}(T)\end{Vmatrix}, \qquad (26)$$

где $e^{\mathbf{A}T}=\mathbf{M}$; определитель матрицы $(\mathbf{1}-z^{-1}e^{\mathbf{A}T})$

$$D(z)=\det(\mathbf{1}-z^{-1}e^{\mathbf{A}T})=1-2z^{-1}d\cos\omega_0 T+z^{-2}d^2; \qquad (27)$$

$$d=e^{-\alpha T}.$$

Выражение (16) с учетом (22)–(24) и (26) преобразуется к виду:

$$W_у(z)=\frac{K_ф u_{сх1}z^{-1}}{T_ф^2}d^{1-\varepsilon_1}\times$$
$$\times\left[\tau_C\frac{\cos(1-\varepsilon_1)\omega_0 T-z^{-1}d\cos\varepsilon_1\omega_0 T}{D(z)}+\right.$$
$$\left.+\frac{1-\tau_C\alpha}{\omega_0}\frac{\sin(1-\varepsilon_1)\omega_0 T-z^{-1}d\sin\varepsilon_1\omega_0 T}{D(z)}\right], \qquad (28)$$

где $K_ф=R/(R+r)$ – коэффициент передачи LC-фильтра на постоянном токе (на частоте $\omega=0$); $\tau_C=r_C C$ – постоянная времени выходного конденсатора; $\varepsilon_1=t_1/T$ – относительное смещение момента выключения регулирующего транзистора.

Аналогично можно преобразовать и выражение (17) для передаточной матрицы по возмущающим воздействиям, что, однако, является намного более

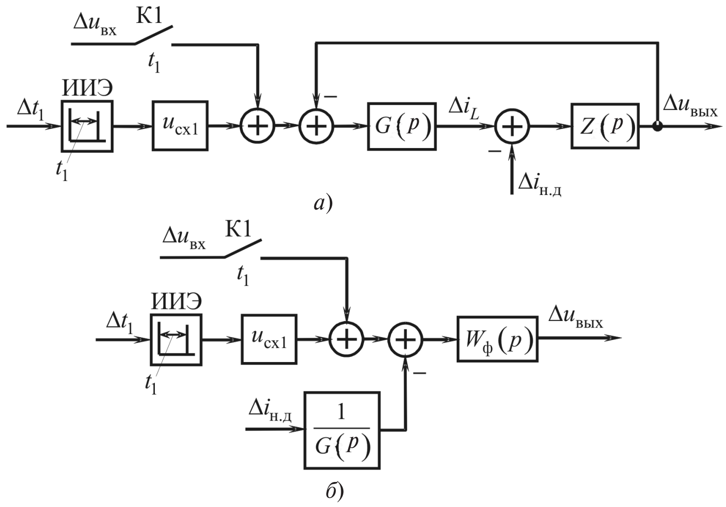

Рис. 1. Линеаризованные дискретные структурные динамические модели понижающего ППН: *а* — исходная; *б* — преобразованная

трудной задачей, которая несколько упрощается, если прямое падение напряжения на обратном диоде $u_{\text{д.пр}}$ считать постоянным не только на периоде T, но и в течение всего процесса. Тогда входящий в (13) вектор

$$\Delta\mathbf{v}=\left\|\Delta u_{\text{вх}} \quad \Delta i_{\text{н.д}} \quad 0\right\|^{\text{т}};$$

с учетом (24) произведение

$$\mathbf{N}_2\Delta\mathbf{v}=\frac{1}{R+r}\left\|\begin{matrix} n_{11}\Delta u_{\text{вх}}+n_{12}\Delta i_{\text{н.д}} \\ n_{21}\Delta u_{\text{вх}}+n_{22}\Delta i_{\text{н.д}}\end{matrix}\right\|=$$

$$=\frac{\Delta u_{\text{вх}}}{R+r}\left\|\begin{matrix} n_{11} \\ n_{21}\end{matrix}\right\|+\frac{\Delta i_{\text{н.д}}}{R+r}\left\|\begin{matrix} n_{12} \\ n_{22}\end{matrix}\right\|;$$

второе слагаемое в выражении (15) принимает вид

$$\mathbf{W}_{\text{в}}(z)\Delta\mathbf{v}(z)=W_{\text{в}1}(z)\Delta u_{\text{вх}}(z)+W_{\text{в}2}(z)\Delta i_{\text{н.д}}(z), \quad (29)$$

где $W_{\text{в}1}(z)$, $W_{\text{в}2}(z)$ — передаточные функции по возмущающим воздействиям, определяемые выражениями:

$$\begin{aligned} W_{\text{в}1}(z)&=\frac{z^{-1}}{R+r}\mathbf{C}(\mathbf{1}-z^{-1}\mathbf{M})^{-1}\left\|\begin{matrix} n_{11} \\ n_{21}\end{matrix}\right\|; \\ W_{\text{в}2}(z)&=\frac{z^{-1}}{R+r}\mathbf{C}(\mathbf{1}-z^{-1}\mathbf{M})^{-1}\left\|\begin{matrix} n_{12} \\ n_{22}\end{matrix}\right\|-(Rr_C). \end{aligned} \quad (30)$$

Выражение для $W_{\text{в}1}(z)$ с учетом (25) и (26) путем несложных, но громоздких преобразований может быть представлено в стандартном виде, удобном для расчетов:

$$W_{\text{в}1}(z)=\frac{z^{-1}K_{\text{ф}}}{D(z)}\Big\{d^{1-\varepsilon_1}\cos(1-\varepsilon_1)\omega_0 T-d\cos\omega_0 T+$$

$$+z^{-1}(d^2-d^{2-\varepsilon_1}\cos\varepsilon_1\omega_0 T)+\frac{\alpha T_{\text{ф}}^2-\tau_C}{\omega_0 T_{\text{ф}}^2}\times$$

$$\times\left[d^{1-\varepsilon_1}\sin(1-\varepsilon_1)\omega_0 T-d\sin\omega_0 T+z^{-1}d^{2-\varepsilon_1}\sin\varepsilon_1\omega_0 T\right]\Big\}. \quad (31)$$

Передаточные функции, получаемые из линеаризованных дискретных структурных динамических моделей. На рис. 1,*а* представлена линеаризованная дискретная структурная динамическая модель понижающего ППН в режиме непрерывных токов [5, 13, 14], которая преобразуется к виду на рис. 1,*б* [15], где введены обозначения:

$$G(p)=\frac{1}{Lp+r}; \quad Z(p)=\frac{R(\tau_C p+1)}{T_C p+1};$$

$$W_{\text{у}}(p)=\frac{K_{\text{ф}}u_{\text{сх}1}(\tau_C p+1)}{T_{\text{ф}}^2p^2+2\varsigma_{\text{ф}}T_{\text{ф}}p+1}=\frac{K_{\text{ф}}u_{\text{сх}1}(\tau_C p+1)}{T_{\text{ф}}^2[(p+\alpha)^2+\omega_0^2]}; \quad (32)$$

$T_C=(R+r_C)C$, $\tau_C=r_C C$ — постоянные времени конденсатора; $K_{\text{ф}}=R/(R+r)$ — коэффициент передачи фильтра; $T_{\text{ф}}$, $\varsigma_{\text{ф}}=\alpha T_{\text{ф}}$ — постоянная времени и коэффициент демпфирования фильтра, определяемые по (23).

Представляя передаточную функцию (32) в виде

$$W_{\text{у}}(p)=\frac{K_{\text{ф}}u_{\text{сх}1}}{T_{\text{ф}}^2}\times$$

$$\times\left[\tau_C\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega_0^2}+\frac{1-\tau_C\alpha}{\omega_0}\frac{\omega_0}{(p+\alpha)^2+\omega_0^2}\right],$$

по таблице z-преобразований [12] найдем соответствующую z-передаточную функцию:

$$W_{\text{у}}(z,\varepsilon)=\frac{K_{\text{ф}}u_{\text{сх}1}}{T_{\text{ф}}^2}zd^{\varepsilon}\times$$

$$\times\left[\tau_C\frac{z\cos\varepsilon\omega_0 T-d\cos(1-\varepsilon)\omega_0 T}{z^2-2zd\cos\varepsilon\omega_0 T+d^2}+\right.$$

$$+\frac{1-\tau_C\alpha}{\omega_0}\frac{z\sin\varepsilon\omega_0 T+d\sin(1-\varepsilon)\omega_0 T}{z^2-2zd\cos\varepsilon\omega_0 T+d^2}\Bigg].$$

Передаточная функция для схемы на рис. 1,*б*, которую обозначим через $W_у(z,\varepsilon-\varepsilon_1)$ [16], отличается от приведенной наличием смещенного на время $t_1=\varepsilon_1 T$ идеального импульсного элемента:

$$W_у(z,\varepsilon-\varepsilon_1)=\begin{cases}z^{-1}W_у(z,1+\varepsilon-\varepsilon_1), & 0\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_1;\\ W_у(z,\varepsilon-\varepsilon_1), & \varepsilon_1\leqslant\varepsilon\leqslant 1.\end{cases}$$

Окончательно получим

$$W_у(z,\varepsilon-\varepsilon_1)=\begin{cases}\dfrac{K_ф u_{сх1}}{T_ф^2}d^{1+\varepsilon-\varepsilon_1}\times\\ \times\Bigg[\tau_C\dfrac{z\cos(1+\varepsilon-\varepsilon_1)\omega_0 T-d\cos(\varepsilon_1-\varepsilon)\omega_0 T}{z^2-2zd\cos\omega_0 T+d^2}+\\ +\dfrac{1-\tau_C\alpha}{\omega_0}\dfrac{z\sin(1+\varepsilon-\varepsilon_1)\omega_0 T+d\sin(\varepsilon_1-\varepsilon)\omega_0 T}{z^2-2zd\cos\omega_0 T+d^2}\Bigg]\\ 0\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_1;\\ \dfrac{K_ф u_{сх1}}{T_ф^2}d^{\varepsilon-\varepsilon_1}\times\\ \times\Bigg[\tau_C\dfrac{z\cos(\varepsilon-\varepsilon_1)\omega_0 T-d\cos(1-\varepsilon+\varepsilon_1)\omega_0 T}{z^2-2zd\cos\omega_0 T+d^2}+\\ +\dfrac{1-\tau_C\alpha}{\omega_0}\dfrac{z\sin(\varepsilon-\varepsilon_1)\omega_0 T+d\sin(1-\varepsilon+\varepsilon_1)\omega_0 T}{z^2-2zd\cos\omega_0 T+d^2}\Bigg]\\ \varepsilon_1\leqslant\varepsilon\leqslant 1.\end{cases} \quad (33)$$

При $\varepsilon=0$ выражение (33) совпадает с (28), если в последнем многочлены числителя и знаменателя умножить на z^2.

Аналогично из схемы на рис. 1,*б* может быть получена z-передаточная функция для возмущающего воздействия $\Delta u_{вх}$. Полагая, как и при выводе z-передаточной функции из разностного уравнения, значение $\Delta u_{вх}(t)=\mathrm{const}$ на периоде T, ключ $K1$ можно заменить последовательно включенными идеальным импульсным элементом и формирующим звеном с передаточной функцией

$$W_{ф.з}(p)=\frac{1}{p}(1-e^{-pt_1}).$$

Тогда получим передаточную функцию приведенной непрерывной части для цепи от входа $\Delta u_{вх}(t)$ до выхода $\Delta u_{вых}(t)$:

$$W_{пнч}(p)=\frac{1}{p}W_ф(p)-\frac{1}{p}W_ф(p)e^{-pt_1}.$$

Разлагаем слагаемое $\frac{1}{p}W_ф(p)$ на простые дроби:

$$W_{пнч1}(p)=\frac{1}{p}W_ф(p)=K_ф\left(\frac{1}{p}+\frac{-T_ф^2 p+\tau_C-2\varsigma_ф T_ф}{T_ф^2 p^2+2\varsigma_ф T_ф+1}\right)$$

находим z-передаточные функции, соответствующие этому слагаемому

$$W_{пнч1}(z,\varepsilon)=K_ф\Bigg[\frac{z}{z-1}-\frac{z\cos\varepsilon\omega_0 T-d\cos(1-\varepsilon)\omega_0 T}{z^2-2zd\cos\varepsilon\omega_0 T+d^2}+$$

$$+\frac{\tau_C-\varsigma_ф T_ф}{\omega_0 T_ф^2}zd^{\varepsilon}\frac{z\sin\varepsilon\omega_0 T+d\sin(1-\varepsilon)\omega_0 T}{z^2-2zd\cos\omega_0 T+d^2}\Bigg]$$

и второму слагаемому

$$Z_\varepsilon\{e^{-pt_1}W_{пнч1}(p)\}=\begin{cases}z^{-1}W_{пнч1}(z,1+\varepsilon-\varepsilon_1),\\ 0\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_1;\\ W_{пнч1}(z,\varepsilon-\varepsilon_1), \quad \varepsilon_1\leqslant\varepsilon\leqslant 1.\end{cases}$$

Тогда получим выражение

$$W_{в1}(z,\varepsilon)=W_{пнч1}(z,\varepsilon)-Z_\varepsilon\{e^{-pt_1}W_{пнч1}(p)\},$$

которое при $\varepsilon=0$ совпадает с (31).

Сравнение полученных результатов с известными. В зарубежных публикациях, касающихся дискретных методов анализа импульсных ППН, много ссылок на работу [7] как на основополагающую по дискретным методам анализа ППН. Кратко рассмотрим ее исходные положения и результаты, изменив обозначение относительной длительности включенного состояния регулирующего транзистора на $\gamma=t_1/T$ и заменив в выражениях входное напряжение на вектор внешних воздействий $\mathbf{v}$. Введя переключающие функции

$$d(t)=\begin{cases}1, & nT\leqslant t\leqslant nT+\gamma_n T;\\ 0, & nT+\gamma_n T\leqslant t\leqslant nT+T\end{cases}$$

и $d'(t)=1-d(t)$; $0\leqslant\gamma_n\leqslant 1$, графики которых показаны на рис. 2, уравнения (1) можно объединить и представить в виде

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}=[d(t)\mathbf{A}_1+d'(t)\mathbf{A}_2]\mathbf{x}+[d(t)\mathbf{B}_1+d'(t)\mathbf{B}_2]\mathbf{v}.$$

Линеаризуя это уравнение стандартным методом, получаем

$$\frac{d(\Delta\mathbf{x})}{dt}=[d(t)\mathbf{A}_1+d'(t)\mathbf{A}_2]\Delta\mathbf{x}(t)+[d(t)\mathbf{B}_1+d'(t)\mathbf{B}_2]\Delta\mathbf{v}(t)+$$

$$+[(\mathbf{A}_1-\mathbf{A}_2)\mathbf{x}(t)+(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)\mathbf{v}(t)]\Delta d(t).$$

Здесь в отличие от [7] вариации переменных обозначены символом «Δ»; функция $\Delta d(t)$ при $\Delta\gamma_n\to 0$ может быть представлена последовательностью дельта-импульсов $T\Delta\gamma_n\delta(t-nT-t_{1n})$ (см. рис. 2).

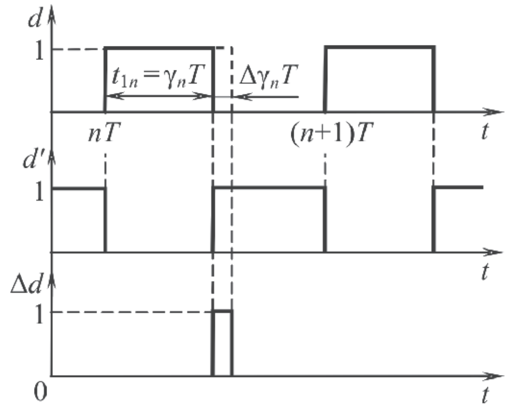

Рис. 2. Графики переключающих функций, используемых в [6]

Далее в [7] следует длительная процедура получения линеаризованного разностного уравнения из линеаризованного дифференциального, после чего в результате z-преобразования получено выражение

$$\Delta\mathbf{X}(z)=(z\mathbf{1}-\mathbf{M})^{-1}\mathbf{MK}T\Delta\gamma(z)+(z\mathbf{1}-\mathbf{M})^{-1}z\Delta\mathbf{x}(0),$$

которое отличается от (14) тем, что: использовано z-преобразование согласно первому равенству (12), в результате чего выражение для $\Delta\mathbf{X}(z)$ зависит от начального значения вектора состояния $\Delta\mathbf{x}(0)$; в выражении для матрицы $\mathbf{M}$ в отличие от (11) переставлены местами сомножители $e^{\mathbf{A}_1 t}$ и $e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}$, а это, как было отмечено при рассмотрении свойств переходных матриц, вообще говоря, недопустимо; выражение для произведения $\mathbf{MK}$, которое должно совпадать с (11) для матрицы $\mathbf{N}_1$, отличается от (11) тем, что в это произведение вместо матрицы $\mathbf{M}$ должна входить матрица $e^{\mathbf{A}_2(T-t_1)}$; в правой части отсутствует слагаемое, учитывающее влияние внешних возмущений.

В [17] получено нелинейное разностное уравнение ППН, полностью совпадающее с (5). Затем это уравнение рассматривается как неявно заданное отображение

$$\mathbf{x}_{n+1}=\mathbf{f}(\mathbf{x}_n,\mathbf{v}_n,\gamma_n)$$

с уравнением для определения относительной длительности включенного состояния регулирующего транзистора на n-м периоде γ_n

$$g(\mathbf{x}_n,\mathbf{v}_n,\gamma_n)=0.$$

Из такого определения γ_n видно, что подразумевается ППН с замкнутой системой управления.

Далее записываются линеаризованное разностное уравнение

$$\Delta\mathbf{x}_{n-1}=\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{x}_n}\Delta\mathbf{x}_n+\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{v}_n}\Delta\mathbf{v}_n+\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\gamma_n}\Delta\gamma_n$$

и уравнение

$$0=\frac{\partial g}{\partial\mathbf{x}_n}\Delta\mathbf{x}_n+\frac{\partial g}{\partial\mathbf{v}_n}\Delta\mathbf{v}_n+\frac{\partial g}{\partial\gamma_n}\Delta\gamma_n,$$

получаемое в результате дифференцирования уравнения для определения γ_n. Отсюда следует выражение

$$\Delta\gamma_n=-\left(\frac{\partial g}{\partial\gamma_n}\right)^{-1}\left(\frac{\partial g}{\partial\mathbf{x}_n}\Delta\mathbf{x}_n+\frac{\partial g}{\partial\mathbf{v}_n}\Delta\mathbf{v}_n\right),$$

с учетом которого находим линеаризованное разностное уравнение в стандартной форме

$$\Delta\mathbf{x}_{n-1}=\mathbf{\Phi}\Delta\mathbf{x}_n+\mathbf{\Gamma}\Delta\mathbf{v}_n,$$

где

$$\mathbf{\Phi}=\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{x}_n}-\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\gamma_n}\left(\frac{\partial g}{\partial\gamma_n}\right)^{-1}\frac{\partial g}{\partial\mathbf{x}_n};$$

$$\mathbf{\Gamma}=\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{v}_n}-\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\gamma_n}\left(\frac{\partial g}{\partial\gamma_n}\right)^{-1}\frac{\partial g}{\partial\mathbf{v}_n}.$$

Матрица $\mathbf{\Phi}$, называемая матрицей Якоби отображения $\mathbf{f}$, имеет тот же смысл, что и матрица $\mathbf{M}$ в (10). Определение производных отображения известно из [18].

Принятая в [17] постановка задачи анализа устойчивости ППН с замкнутыми системами управления с помощью линеаризованных разностных уравнений правомерна и известна из теории нелинейных колебаний [19]. Однако, как видно из [17], полученные в ней результаты пока незначительны.

Во многих зарубежных статьях даются ссылки на работы Д. Максимовича, в которых рассматриваются ППН, описываемые уравнениями (1). В [8] обосновывается линеаризованное разностное уравнение силовой части понижающего ППН (при наших обозначениях)

$$\Delta\mathbf{x}(n)=\mathbf{M}\Delta\mathbf{x}(n-1)+\mathbf{N}_1T\Delta\gamma(n-1). \quad (34)$$

Поскольку предполагается цифровая система управления, дискретная модель силовой части может рассматриваться отдельно от дискретной модели системы управления (из-за наличия АЦП между выходом силовой части и системой управления). Здесь

$$\mathbf{M}=e^{\mathbf{A}_1\gamma T}e^{\mathbf{A}_2(1-\gamma)T};\ \mathbf{N}_1=\mathbf{\Phi}\alpha,$$

где

$$\alpha=(\mathbf{A}_1-\mathbf{A}_2)\mathbf{x}(nT-\gamma T)+(\mathbf{B}_1-\mathbf{B}_2)\mathbf{v}(nT)$$

совпадает с вектором $\mathbf{K}$ в [7], а матрица $\mathbf{M}$ – с матрицей $\mathbf{M}$ в [7] [см. (11)]. Как видно, допущены те же ошибки, что и в [7]. Основная заключается в том, что в выражение для матрицы $\mathbf{N}_1$ вместо матрицы $\mathbf{M}$ должна входить матрица $e^{\mathbf{A}_2(1-\gamma)T}$. Ошибочная перестановка значений переходной матрицы в правой части выражения для $\mathbf{M}$ несущественна в случае рассмотрения понижающего ППН, поскольку тогда $\mathbf{A}_1=\mathbf{A}_2=\mathbf{A}$.

Указанные ошибки, как и в [7], видимо, допущены из-за попыток получения линеаризованного разностного уравнения непосредственно из дифференциальных уравнений ППН путем их интегрирования: отклонение $\Delta\mathbf{x}(n)$ в возмущенном режиме определяется как сумма результатов воздействий отклонений $\Delta\mathbf{x}(n-1)$ в предыдущий дискретный момент времени $t=(n-1)T$ при $\Delta\gamma_{n-1}=0$ и отклонения $\Delta\gamma_{n-1}$ при $\Delta\mathbf{x}(n-1)=0$.

Как указано в [20], ее особенностью является получение импульсной модели понижающего ППН s- и z-преобразованиями исходных дифференциальных уравнений без решения на отдельных интервалах. К сожалению, использование смещенного z-преобразования в [20] не обосновывается, не учитывается влияние внешних возмущений на ППН.

Во многих статьях, например в [9], где также рассматривается понижающий ППН с цифровым управлением, разностное уравнение (34) используется без вывода для расчета частотных характеристик силовой части.

Выводы. 1. Методом, известным из теории автоматического управления, выполнена линеаризация нелинейного разностного уравнения ППН в режиме непрерывного тока с разомкнутой системой управления с учетом возмущений по входному напряжению и току нагрузки; установлена ошибочность выражения для матричного коэффициента, учитывающего влияние изменений длительности включенного состояния регулирующего транзистора, встречающаяся в ряде зарубежных публикаций.

2. По линеаризованному разностному уравнению получены выражения для дискретных передаточных функций ППН с разомкнутой системой управления по управляющему и возмущающим воздействиям, правильность которых проверена для силовой части понижающего ППН сравнением с выражениями, полученными по линеаризованной дискретной структурной динамической модели.

3. Вывод дискретных передаточных функций по линеаризованному разностному уравнению оказывается значительно сложнее, чем по дискретной структурной динамической модели, и не позволяет рассчитывать процессы между моментами дискретизации. Для вывода точных z-передаточных функций по разностному уравнению необходимо знать точные выражения для элементов входящих в них переходных матриц, что сильно усложняет расчет, когда порядок дифференциальных уравнений непрерывной части больше двух.

4. Преимущества структурных динамических моделей ППН хорошо известны [3–6], в частности, они могут служить составной частью структурных моделей систем управления любой сложности, с различными обратными связями. Вывод z-передаточных функций по ним не требует знания переходных матриц непрерывной части, но предполагает наличие определенных знаний по теории импульсных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Белов Г.А.** Импульсные преобразователи с системами управления на серийных микросхемах. — Чебоксары: Изд-во Чувашского государственного университета, 2015, 330 с.

2. **Айфичер Э.С., Джервис Б.У.** Цифровая обработка сигналов: практический подход, 2-е изд./Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2008, 992 с.

3. **Белов Г.А.** Структурные модели и исследование динамики импульсных преобразователей. — Электричество, 2008, № 4, с. 40—49.

4. **Белов Г.А.** Нелинейные структурные динамические модели силовых частей импульсных ППН. — Силовая электроника, 2014, № 3, с. 80—83.

5. **Белов Г.А.** Линеаризованные дискретные структурные динамические модели импульсных ППН при модуляции момента выключения силового транзистора. — Силовая электроника, 2014, № 4, с. 74—80.

6. **Белов Г.А**. Дискретные структурные динамические модели понижающего импульсного ППН при модуляции момента включения силового транзистора и двусторонней модуляции. — Силовая электроника, 2015, № 5 (56), с. 40—44.

7. **Brown A.R., Middlebrook R.D.** Sampled-data modeling of switching regulators. — IEEE Power electron. Specialists conf., 1981, pp. 349—369.

8. **Maksimovic D., Zane R.** Small-signal Discrete-time Modeling of Digitally Controlled DC-DC Converters. — IEEE COMPEL Workshops on Computers in Power Electronics, 2006, pp. 231—235.

9. **Hagen M., Yousefzadeh V.** Applying digital technology to PWM control-loop design. Seminar Texas Instruments: http://www.ti.com/download/tmg/docs/seminar/Topic_7_Hagen.pdf.

10. **Белов Г.А., Малинин Г.В.** Математическое моделирование и исследование динамики импульсных преобразователей. — Электричество, 2008, № 6, с. 40—52.

11. **Ройтенберг Я.Н.** Автоматическое управление: Учебное пос. — М.: Наука, 1978, 552 с.

12. **Бесекерский В.А.** Цифровые автоматические системы. — М.: Наука, 1976, 576 с.

13. **Белов Г.А**. Динамика импульсных преобразователей. — Чебоксары: Изд-во Чувашского государственного университета, 2001, 528 с.

14. **Белов Г.А.** Теория импульсных преобразователей. — Чебоксары: Изд-во Чувашского государственного университета, 2016, 330 с.

15. **Белов Г.А., Абрамов С.В.** Анализ устойчивости и показателей качества переходных процессов в одноконтурной системе управления понижающим импульсным преобразователем. — Электричество, 2014, № 7, с. 49—57.

16. **Цыпкин Я.З.** Теория линейных импульсных систем. — М.: Физматгиз, 1963, 968 с.

17. **Lin-Shi X., Allard B., Bi J., Li B.** Stability analysis for integrated DC/DC converters. — 12th IEEE Intern. Conf. on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT), 2014, pp. 1—3.

18. **Зорич В.А.** Математический анализ: Учебник, ч. I. — М.: Наука, 1981, 544 с.

19. **Гаушус Э.В.** Исследование динамических систем методом точечных преобразований. — М.: Наука, 1976, 368 с.

20. **Axelrod B., Berkovich Y., Ioinovici A.** A new dynamic discrete model of DC-DC PWM Converters. — HAIT Journal of Science and Engineering, Series B, vol. 2, iss. 3—4, May 2005, pp. 426—451.

[18.03.2016]

А в т о р: ***Белов Геннадий Александрович*** *окончил факультет электронной техники Московского энергетического института (МЭИ) в 1961 г. Докторскую диссертацию «Развитие теории и разработка импульсных полупроводниковых преобразователей постоянного напряжения» защитил в МЭИ в 1991 г. Заведующий кафедрой промышленной электроники Чувашского государственного университета.*

Elektrichestvo (Electricity), 2016, No. 11, pp. 35–43.

Comparison of the Discrete Dynamic Models of Impulse Converters

BELOV Gennadii Aleksandrovich *(Chuvash State University, Cheboksary, Russia) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)*

The article presents the derivation of a nonlinear difference equation in vector-matrix form, and its linearization is shown together derivation of a z-transfer function for a DC voltage converter (DCVC) with two working time intervals t1 and t2 in the switching period T, the processes in which are described by different linear arbitrary-order vector-matrix differential equations. If explicit exact expressions are available for all elements of fundamental (transient) matrices of these systems, exact z-transfer functions suitable for practical calculations can be obtained from the linearized difference equations. As an example, the article considers derivation from a linearized difference equation of z-transfer functions for the power part of a step-down DCVC with an LC filter at the outlet, operating in the continuous current mode with a single-loop control system. The obtained linearized difference equation of a DCVC and the procedures for deriving the equation and z-transfer functions on its basis are compared with their analogs known from the literature.

K e y w o r d s: *DC voltage impulse converter, difference equations, linearization, z-transfer functions, structural dynamic models*

REFERENSES

1. **Belov G.A.** *Impul'snye preobrazovateli s sistemami upravleniya na seriinykh mikroskhemakh* (Impulse converters with controls on production chips). Cheboksary, Chuvash State University, 2015, 330 p.

2. **Aificher E.S., Dzhervis B.U.** *Tsifrovaya obrabotka signalov: prakticheskii podkhod, 2 izd./Per. s angl.* (Digital signal processing: A practical approach, 2nd publ./Transl. from English. Moscov, Publ. House «Vil'yams», 2008, 992 p.

3. **Belov G.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity),* 2008, No. 4, pp. 40–49.

4. **Belov G.A.** *Silovaya elektronika – in Russ. (Power electronics)*, 2014, No. 3, pp. 80–83.

5. **Belov G.A.** *Silovaya elektronika – in Russ. (Power electronics)*, 2014, No. 4, pp. 74–80.

6. **Belov G.A.** *Silovaya elektronika – in Russ. (Power electronics)*, 2015, No. 5 (56), pp. 40–44.

7. **Brown A.R., Middlebrook R.D.** Sampled-data modeling of switching regulators. – IEEE Power electron. Specialists conf., 1981, pp. 349–369.

8. **Maksimovic D., Zane R.** Small-signal Discrete-time Modeling of Digitally Controlled DC-DC Converters. – IEEE COMPEL Workshops on Computers in Power Electronics, 2006, pp. 231–235.

9. **Hagen M., Yousefzadeh V.** Applying digital technology to PWM control-loop design. Seminar Texas Instruments: http://www.ti.com/download/tmg/docs/seminar/Topic_7_Hagen.pdf.

10. **Belov G.A., Malinin G.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2008, No. 6, pp. 40–52.

11. **Roitenberg Ya.N.** *Avtomaticheskoye upravleniye* (Automatic control). Moscow, Publ. «Nauka», 1978, 552 p.

12. **Besekerskii V.A.** *Tsifrovye avtomaticheskiye sistemy* (Numerical automatic systems). Moscow, Publ. «Nauka», 1976, 576 p.

13. **Belov G.A.** *Dinamika impul'snykh preobrazovatelei* (Impuls converters dynamics). Cheboksary, Chuvash State University, 2001, 528 p.

14. **Belov G.A.** *Teoriya impul'snykh preobrazovatelei* (Impuls converters theory). Cheboksary, Chuvash State University, 2016, 330 p.

15. **Belov G.A., Abramov S.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No, 7, pp. 49–57.

16. **Tsypkin Ya.Z.** *Teoriya lineinykh impul'snykh sistem* (Theory of figures impuls systems). Moscow, Fizmatgiz, 1963, 968 p.

17. **Lin-Shi X., Allard B., Bi J., Li B.** Stability analysis for integrated DC/DC converters. – 12th IEEE Intern. Conf. on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT), 2014, pp. 1–3.

18. **Zorich V.A.** *Matematicheskii analiz: Uchebnik, ch. I* (Mathematical analysis. Textbook, part I). Moscow, Publ. «Nauka», 1981, 544 p.

19. **Gaushus E.V.** *Issledovaniye dinamicheskikh sistem metodom tochechnykh preobrazovanii* (Investigation of dynamic systems with the method of point transformations). Moscow, Publ. «Nauka», 1976, 368 p.

20. **Axelrod B., Berkovich Y., Ioinovici A.** A new dynamic discrete model of DC-DC PWM Converters. – HAIT Journal of Science and Engineering, Series B, vol. 2, iss. 3–4, May 2005, pp. 426–451.