

Нелинейное модальное взаимодействие в электроэнергетических системах

ШАРОВ Ю.В.

Обобщены результаты исследований нелинейного модального взаимодействия в электроэнергетических системах. Показано, что основным инструментом исследований является метод нормальных форм Пуанкаре—Дюлака. Представлен краткий свод приложений применительно к задаче анализа статической и динамической устойчивости, а также управления статическими компенсаторами реактивной мощности и системными стабилизаторами. Предложена модификация модального подхода к синтезу законов управления на основе нормальных форм.

Ключевые слова: энергосистема, устойчивость, реактивная мощность, системный стабилизатор, модальное взаимодействие, исследование

Проблема управляемости электроэнергетических систем (ЭЭС) была и остается актуальной. В общем виде математическая модель электромеханических переходных процессов в ЭЭС может быть представлена в форме векторного нелинейного дифференциального уравнения [1]:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (1)$$

где \mathbf{x} — вектор состояния размерности; \mathbf{x}_0 — начальные условия; $\mathbf{f}(\cdot)$ — нелинейная векторная функция, вид которой определяется математическими моделями генераторов, электрической сети и нагрузок.

В предположении, что $\mathbf{f}(\cdot)$ может быть аппроксимирована степенным рядом, уравнение уступает место следующему разложению:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_3 + \dots = \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{X}_2 + \mathbf{X}_3 + \dots, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \mathbf{X}_k , $k=1,2,3,\dots$ — векторные полиномы степени i ; $\mathbf{A} = (\partial \mathbf{f} / \partial \mathbf{x})_0$ — матрица Якоби, вычисленная в точке \mathbf{x}_0 .

Математическую модель

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (3)$$

обычно называют линейным приближением (1), (2). Именно модель занимает центральное место в модальном анализе и синтезе динамических систем [2, 3].

Моды колебаний в линеаризованных моделях ЭЭС непосредственно определяются корнями характеристического полинома матрицы Якоби \mathbf{A}

$$\det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}) = \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0, \quad (4)$$

или, эквивалентно, ее собственными значениями λ_k , составляющими множество

$$\{\lambda_i : \det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}) = 0, \quad i=1,2,\dots,n\}, \quad (5)$$

где \mathbf{E} — единичная матрица порядка n .

Важную роль в (5) играют алгебраическая и геометрическая кратности собственного значения λ [4]. Алгебраическая кратность λ соответствует кратности корня характеристического полинома (4), а геометрическая (ее иногда называют вырожденностью) — дефекту характеристической матрицы $\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}$. Простой (с точки зрения модального анализа и синтеза) считается матрица \mathbf{A} , для которой указанные кратности совпадают. Несовпадение алгебраической и геометрической кратностей существенно затрудняет модальный анализ [3] и вызывает эффекты, трудно отличимые от нелинейных [5].

При использовании модального подхода в задаче синтеза линейного управления вместо уравнения (3) рассматривается следующая модель ЭЭС:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t); \quad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \quad (6)$$

где \mathbf{u} — вектор управления размерности m ; \mathbf{y} — вектор измерения размерности l .

Структурная схема линейной системы приведена на рис. 1.

Система называется полностью управляемой, если выполняется ранговое условие

$$\text{rank}[\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] = n.$$

REFERENCES

1. Ryabinin I.A. *Osnovy teorii i rascheta nadezhnosti sudovykh elektroenergeticheskikh sistem* (Fundamentals of the theory and calculation of reliability of ship electric power systems). Leningrad, Publ. Sudostroyeniye, 1971, 454 p.
2. Fisher R.A. The fiducial argument in statistical inference. *Annals of Eugenics*, 1935, 6, 391p.
3. Farhadzadeh E.M., Farzaliyev Yu.Z., Muradaliyev A.Z. *Problemy Energetiki (Baku) — in Russ. (Power Engineering Problems)*, 2013, No. 1, pp. 25–31.

4. Shor Ya.B., Kuz'min F.I. *Tablitsy dlya analiza i kontrolya nadezhnosti* (Tables for analysis and control reliability). Moscow, Publ. «Sovetskoye radio», 1968, 288 p.
5. Farhadzadeh E.M., Muradaliyev A.Z., Farzaliyev Yu.Z., Abdullayeva S.A. *Elektronnoye modelirovaniye (Kiyev) — in Russ. (Electronic modeling)*, 2016, No. 3, pp. 1–11.
6. Farhadzadeh E.M. *Elektricheskiye stantsii — in Russ. (Power Plants)*, 1978, No. 10, pp. 43–47.

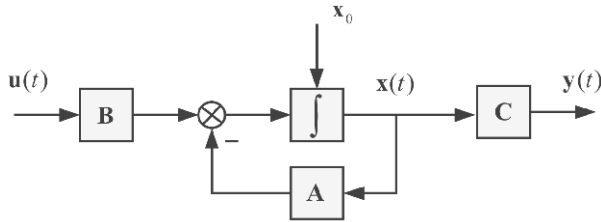


Рис. 1. Структурная схема управляемой линейной системы

Полная управляемость системы (6) означает существование ограниченного входного сигнала в виде обратной связи [2]:

$$u(t) = -Kx(t), \quad (7)$$

переводящего данную систему за конечный промежуток времени из любого начального состояния x_0 в любое наперед заданное положение x . Более того, полная управляемость позволяет придать замкнутой системе

$$\dot{x}(t) = (A - BK)u(t), \quad y(t) = Cx(t) \quad (8)$$

заданные свойства, например, заранее предписанное расположение собственных значений (желаемое расположение корней характеристического полинома)

$$\{\hat{\lambda}_i; \det(\hat{\lambda}_i E - A + BK) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n\}. \quad (9)$$

Накладывая требования на желаемое расположение собственных значений (9), можно обеспечить, например, тот или иной запас по статической устойчивости и (опосредованно) заданное качество переходных процессов.

В статье обобщаются результаты в области нелинейного модального взаимодействия и приводится обоснование возможности применения модального подхода для анализа электромеханических переходных процессов в нелинейной постановке, а также при синтезе автоматического управления с целью демпфирования различного рода колебаний в ЭЭС.

Метод нормальных форм Пуанкаре–Дюлака. За возникающими в ЭЭС колебательными явлениями в последние годы закрепилось название нелинейного модального взаимодействия [6]. При этом одно из первых упоминаний термина относится к [7], в которой выполнен анализ возникновения межсистемных колебаний мощности между частями ЭЭС после КЗ. Было высказано предположение, что эти колебания возникают в результате нелинейного взаимодействия между модами колебаний, соответствующих одинаковым собственным значениям λ .

Авторы [8] исследовали влияние членов разложений колебаний в ЭЭС более высокого порядка, и для расширения линейных представлений при учете информации второго порядка малости разви-

ли методику анализа, основанную на методе нормальных форм (МНФ) Пуанкаре–Дюлака [9].

Вернемся к разложению (2). Нелинейное невырожденное преобразование вектора состояния $z = Tx$ приводит к эквивалентному векторному уравнению

$$\dot{z} = Jz + F_2(z) + O(\|z\|^3), \quad (10)$$

где

$$J = J^{-1}AT \quad (11)$$

– преобразованная к форме Жордана [4] матрица A ; $O(\|z\|^3)$ – ошибки 3-го и высшего порядка; $\|z\|$ – евклидова норма вектора; вектор $F_2(z)$ учитывает нелинейное модальное взаимодействие 2-го порядка и в данном случае имеет вид

$$F_2(z) = Jh_2(z) + Y_2(z) - \frac{\partial h_2(z)}{\partial z} Jz. \quad (12)$$

Здесь $Y_2(z) = T^{-1}X_2(z)T$.

Коэффициенты векторного двучленного полинома $h_2(z)$ из уравнения (12) равны [8]:

$$h_{2jkl} = \frac{Y_{2jkl}}{\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j}, \quad (13)$$

где Y_{2jkl} – коэффициенты вектора $Y_2(z)$; $\lambda_k, \lambda_l, \lambda_j$ – соответствующие собственные значения матрицы A .

Из формулы (13) следует, что преобразование $z = Tx$ модели ЭЭС (2) к форме (10), (12) возможно только в условиях отсутствия резонанса мод колебаний, т.е.

$$\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j \neq 0. \quad (14)$$

Подходящим образом выбранные элементы (13) позволяют исключить составляющую $Y_2(z)$ из уравнения (12), что приводит к преобразованию исходной модели ЭЭС (2) к нормальной форме Пуанкаре–Дюлака

$$\dot{z} = Jz + O(\|z\|^3). \quad (15)$$

Следует выделить два особых случая преобразования модели (2) к виду (12), получившие название сильного и слабого резонанса [10].

Сильный резонанс. Существует, по крайней мере, одна модальная комбинация, что

$$a\lambda_k + b\lambda_l - c\lambda_j = 0. \quad (16)$$

В этом случае не существует невырожденного преобразования степенного ряда, которое линеаризует нелинейное дифференциальное уравнение (2). Однако может быть получена следующая нормальная форма:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{J}\mathbf{z} + \mathbf{F}_{\text{res2}}(\mathbf{z}) + O(\|\mathbf{z}\|^3),$$

где $\mathbf{F}_{\text{res2}}(\mathbf{z})$ – векторный двучленный полином, содержащий только не исключаемые «резонансные» члены.

Слабый резонанс (квазирезонанс). В этом случае найдется такая последовательность модальных комбинаций, что

$$a\lambda_k + b\lambda_l - c\lambda_j \rightarrow 0. \quad (17)$$

В данной ситуации линеаризация разложения (2) осуществляется либо расходящимся рядом, либо это разложение может быть аналитически преобразовано к форме, содержащей все квазирезонансные одночлены [11].

Введенные понятия сильного (16) и слабого (17) резонанса вытекают из математических преобразований, они также именуется соответственно сильной и слабой связанностью [12] (weak and strong coupling [13]), и требуется их дополнительное осмысление в контексте изучения электромеханических переходных процессов в ЭЭС.

Отметим, что одна из физических трактовок формулы (16), приведенная в [14], непосредственно ассоциирует это условие с возникновением опасных крутильных колебаний валопроводов турбоагрегатов, связанных с субсинхронным резонансом. С полным правом к сильному резонансу можно отнести и асинхронный ход. Наконец, условие слабого резонанса (17), к примеру, соотносят с возникновением колебаний обменной мощности между частями ЭЭС [15].

Анализ нелинейного модального взаимодействия. В [16] для анализа колебаний обменной мощности применен комбинированный метод, заключающийся в совместном использовании линейного и нелинейного подходов. При этом стандартный модальный анализ (линейный подход) применялся для изучения характера колебаний в нормальных режимах ЭЭС. Нелинейный подход, основанный на МНФ, фокусировался на анализе нелинейного взаимодействия в условиях резко переменных нагрузок. Оба этих подхода были реализованы в программе, результатом работы которой являлось степенное разложение результирующих колебаний, а также оценка характера влияния межсистемных связей в ЭЭС.

В [17] инструментарий нелинейного модального анализа на основе МНФ был распространен на исследование электромеханических переходных процессов в ЭЭС, содержащих линии переменного и постоянного тока. Для получения МНФ линеаризованной модели ЭЭС была использована система символьных вычислений. Символьная модель позволила эффективно исключать векторные полиномы в (2) выше 2-го порядка. Особое внимание уде-

лено влиянию на переходные процессы преобразователей тока, а также отработке методики обнаружения мест повреждений на воздушных линиях.

В [18] нормальные формы использованы для прогнозирования начального этапа процесса разделения ЭЭС после возникновения больших возмущений. Выявлены признаки (критерии) начала соответствующих структурных изменений в динамическом поведении ЭЭС и возможности предсказания характера послеаварийного режима. Предложенный подход применен к анализу 50-машинной тестовой системы стандарта IEEE. Полученные результаты свидетельствуют, что полученные критерии действительно отражают структурные изменения в ЭЭС как динамической системы и адекватно предсказывают характер переходных процессов в послеаварийном режиме.

В [19] представлен подход приближенной оценки границ статической устойчивости ЭЭС с учетом и без учета информации 2-го порядка $\mathbf{F}_2(\mathbf{z})$. Показано, что эти границы могут претерпевать существенные изменения: области статической устойчивости при учете $\mathbf{F}_2(\mathbf{z})$ достаточно сильно снижаются.

В дополнение к этому, основываясь на анализе нормальных форм в момент ликвидации возмущений, в [20] построен алгоритм нелинейной аппроксимации, прогнозирующий поведение фазовых траекторий (аварийного режима) ЭЭС. Теоретической базой данного алгоритма явился спектральный метод анализа временных рядов, известный также как метод Прони [21, 22].

С использованием МНФ в [23] были изучены нелинейные колебания обменной мощности в реальной ЭЭС. Результаты анализа нормальных форм в условиях резкопеременных нагрузок подтвердили существование нелинейного модального взаимодействия и позволили выявить моды колебаний, вступавшие в это взаимодействие.

Следует особо отметить [24], в которой с помощью МНФ для обобщенных колебательных моделей ЭЭС предложен алгоритм расчета субсинхронного резонанса (т.е. сильного резонанса). Кроме того, внимание было уделено взаимодействию двух колебательных режимов, когда выполняется приближенное условие квазирезонанса $\lambda_k + \lambda_l - \lambda_j \approx 0$, в результате чего один из режимов впоследствии становился неустойчивым.

В развитие тематики [24] в [25] проанализированы условия возникновения в ЭЭС квазирезонанса (17) в электромеханических колебаниях. Показано, что по отношению к сильному резонансу (16), имеющему, как правило, общесистемный (глобальный) характер, квазирезонанс в большей степени

является локальным и необязательно приводит к развитию аварий.

Подход к идентификации на основе МНФ областей режимов ЭЭС, неблагоприятных с точки зрения возможности возникновения сильного или слабого резонанса был предложен в фундаментальном исследовании [26]. Здесь также показано, что помимо критических по устойчивости неуправляемых ЭЭС и близких к резонансным режимам областей существуют области, в которых использование управления может лишь ухудшить и без того неудовлетворительное поведение ЭЭС. В данном контексте следует отметить и [27], где предложен обобщенный метод вычисления действительных нормальных форм резонансных векторных полей. На основе специального вещественного нелинейного преобразования координат в физическом пространстве, этот метод дает высокую степень приближения (малые нормы ошибок) и упрощает вычисление начальных условий в пространстве нормальной формы.

Демпфирование нелинейного модального взаимодействия. Известно, что между частями ЭЭС возникают сложные динамические колебания обменной мощности, лежащие в области частот 0,2÷2,5 Гц. Считается, что эти колебания связаны с существованием слабо демпфированных режимов. Для увеличения степени демпфирования могут использоваться разнообразные устройства управления на основе силовой электроники (статические компенсаторы реактивной мощности – СКРМ), а также системные стабилизаторы.

Системный стабилизатор воздействует на колебания мощности через систему возбуждения генератора (посредством дополнительных сигналов управления, подаваемых на автоматические регуляторы возбуждения – АРВ). Основная цель заклю-

чается в улучшении демпфирования электромеханических колебаний путем формирования дополнительной к сигналам АРВ составляющей электрического момента. Наиболее часто рассматриваемая структурная схема совместной работы АРВ и системного стабилизатора приведена на рис. 2. Заметим, что помимо сигнала $d\delta/dt$ в системном стабилизаторе могут использоваться отклонения и скорости отклонений мощности и частоты [28, 29].

Для синтеза законов управления СКРМ и системных стабилизаторов можно воспользоваться модальным подходом (6)–(9) с соответствующей заменой фигурирующих здесь векторов и матриц:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{J}\mathbf{z}(t) + \mathbf{G}\mathbf{v}(t); \quad (18)$$

$$\mathbf{v}(t) = -\mathbf{F}\mathbf{z}(t); \quad (19)$$

$$\{\hat{\lambda}_i : \det(\hat{\lambda}_i \mathbf{E} - \mathbf{J} + \mathbf{G}\mathbf{F}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n\}. \quad (20)$$

Ясно, что в этом случае также требуется выполнение условия полной управляемости, но не исходной линеаризованной модели ЭЭС (6), а нормальной формы (18), т.е.

$$\text{rank}[\mathbf{G} \quad \mathbf{J}\mathbf{G} \quad \dots \quad \mathbf{J}^{n-1}\mathbf{G}] = n.$$

В этом случае, используя какой-либо из методов модального управления [2, 3], можно найти такую матрицу \mathbf{F} , однозначно определяющую значения коэффициента усиления K и постоянных времени T_1, T_3, \dots, T_5 системного стабилизатора (см. схему на рис. 2), чтобы реализовать заданные (желаемые) собственные значения (20) и в дополнение к этому выполнить условия отсутствия сильного и слабого резонанса

$$\hat{\lambda}_k + \hat{\lambda}_l - \hat{\lambda}_j \neq 0. \quad (21)$$

Поскольку используемое при получении нормальных форм преобразование (11) является невы-

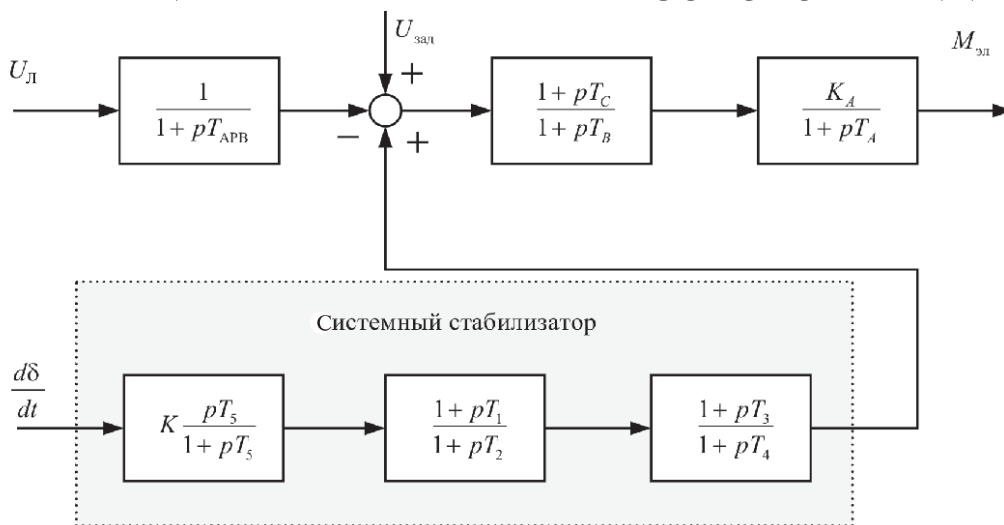


Рис. 2. Структурная схема совместной работы АРВ и системного стабилизатора: U_L – напряжение в линии; $U_{\text{зад}}$ – заданное значение напряжения; $M_{\text{эл}}$ – электромагнитный момент генератора; $d\delta/dt$ – скорость изменения угла ротора

рожденным, закон управления (19) для исходной модели (6) будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{F}\mathbf{T}\mathbf{x}(t). \quad (22)$$

Так, в [30] выполнен анализ влияния параметров системного стабилизатора на статическую и динамическую устойчивость ЭЭС с электростанцией большой мощности. Здесь также предложена методика выбора параметров системного стабилизатора с целью демпфирования колебаний мощности в ЭЭС с сильными и слабыми межсистемными связями.

Используя МНФ в [31], была выполнена оценка нелинейного модального взаимодействия в ЭЭС с упором на возможность существования колебаний, порождаемых перекрестными связями (модами), т.е. когда собственные значения в формулах (16) и (17) «физически» относятся к разным частям объединенных ЭЭС.

Поскольку нелинейное взаимодействие между модами колебаний может влиять на работу устройств и систем автоматического управления, алгоритмы которых синтезированы на основе линейного подхода (6)–(9), в [32] с помощью МНФ было исследовано влияние нелинейного модального взаимодействия на такие устройства и системы. Также разработана и апробирована процедура выбора законов управления, учитывающая нелинейную информацию.

В [33] предложен новый подход уменьшения нелинейного модального взаимодействия 2-го порядка за счет перенастройки параметров АРВ. Для этого на основе МНФ определялся индекс нелинейности. С помощью указанного индекса, выступавшего в роли критерия, формировалась функция чувствительности, определяющая наиболее эффективные (доминирующие) параметры системы возбуждения генератора по отношению к нелинейным колебаниям. Далее эти доминирующие параметры корректировались таким образом, чтобы уменьшить модальное взаимодействие 2-го порядка и снизить значение индекса нелинейности.

В [34, 35] развита техника аналитического анализа и синтеза на основе МНФ с целью гашения нелинейных колебаний мощности ЭЭС с помощью статических тиристорных компенсаторов (СТК). А в [36] исследовано влияние параметров СТК на нелинейное взаимодействие мод крутильных колебаний валопроводов турбогенераторов. С помощью МНФ установлено, что указанное нелинейное взаимодействие в значительной мере зависит от параметров СТК, некоторые из которых оказывают негативное влияние на развитие крутильных колебаний вплоть до появления субсинхронного резонанса.

В [37] на основе МНФ была предложена мера (степень) нелинейного модального взаимодействия и продемонстрировано ее использование для решения задач многосвязного автоматического управления с помощью различных СКРМ. Отдельного внимания заслуживают работы, в которых для гашения колебаний, возникающих вследствие нелинейного модального взаимодействия, рассматриваются СКРМ в виде объединенных регуляторов потока мощности (ОРПМ). Напомним, что ОРПМ имеет широкие возможности по управлению ЭЭС [38] и представляет собой включенные в линию параллельный и последовательный СКРМ, имеющие связь по постоянному току между преобразователями напряжения [39]. В [40] с помощью МНФ было исследовано влияние на процессы в ЭЭС перекрестных связей между каналами управления ОРПМ. Как в случае [37], был представлен вариант индекса нелинейного взаимодействия между каналами ОРПМ.

Наконец, начальным этапом разработки системного стабилизатора, предназначенного для увеличения степени демпфирования «выделенных» мод колебаний, является определение его месторасположения в ЭЭС. В [41, 42] предложена концепция такого выбора на основе МНФ и анализа чувствительности ЭЭС на действие системного стабилизатора.

Заключение. Нелинейное модальное взаимодействие в ЭЭС стало привлекать в мировой практике более чем пристальное внимание. Это обусловлено не только важностью решения традиционной проблемы повышения надежности и живучести ЭЭС и их объединений, но и появлением разнообразных устройств управления режимами энергосистем. Синтез законов управления этими устройствами вследствие не до конца понятного многообразия обратных связей и их воздействия на режимы работы ЭЭС требует новых подходов к их моделированию и исследованию.

На современном временном этапе эффективным инструментом анализа нелинейного модального взаимодействия является метод нормальных форм Пуанкаре–Дюлака, позволяющий в условиях отсутствия сильного резонанса мод колебаний путем невырожденного нелинейного преобразования осуществлять линеаризацию исходной нелинейной модели ЭЭС. Получаемые таким образом модели ЭЭС в виде нормальных форм могут быть использованы при решении задач анализа электромеханических переходных процессов и синтеза автоматических регуляторов (системных стабилизаторов и регуляторов на основе СКРМ) модальными методами. Рациональное использование достоинств модального подхода предоставляет хорошую перспек-

тиву для практической реализации инновационных решений в области автоматического управления нестационарными режимами работы ЭЭС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Веников В.А.** Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1985, 536 с.
2. **Кузовков Н.Т.** Модальное управление и наблюдающие устройства. — М.: Машиностроение, 1976, 184 с.
3. **Gibbard M.J., Pourbeik P., Vowles D.J.** Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems. — Univ. of Adelaide Press, 2015, 658 p.
4. **Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.** Матрицы и вычисления. — М.: Наука, 1984, 320 с.
5. **Уилкинсон Дж.** Алгебраическая проблема собственных значений. — М.: Наука, 1970, 564 с.
6. **Shanечи Н.М., Pariz N., Vaahedi E.** General nonlinear modal representation of large scale power systems. — IEEE Trans. Power Systems, 2003, vol. 18, pp. 1103–1109.
7. **Vittal V., Bhatia N., Fouad A.A.** Analysis of the interarea mode phenomena in power systems following large disturbances. — IEEE Trans. Power Systems, 1991, vol. PS-6, pp. 1515–1521.
8. **Starret S.K., Fouad A.A.** Nonlinear measures of mode-machine participation. — IEEE Trans. Power Systems, 1994, vol. 13, pp. 389–394.
9. **Арнольд В.И.** Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. 4-е изд. — М.: МЦНМО, 2012, 384 с.
10. **Seyranian A.P., Mailybayev A.A.** Multiparameter Stability Theory with Mechanical Applications. — New Jersey: World Scientific, 2003, 420 p.
11. **Goriely A.** Painlevé analysis and normal forms theory. — Physica D, 2001, vol. 152–153, pp. 124–144.
12. **Майлыбаев А.А., Сейранян А.П.** Взаимодействие собственных значений при изменении параметров. — Доклады РАН, 2003, т. 393, № 5, с. 609–614.
13. **Seyranian A.P., Kirillov O.N., Mailybayev A.A.** Coupling of eigenvalues of complex matrices at diabolic and exceptional points. — J. Phys. A: Math. Gen., 2005, vol. 38, pp. 1723–1740.
14. **Dobson I.** Strong Resonance Effects in Normal Form Analysis and Subsynchronous Resonance. — Bulk Power System Dynamics and Control V. — Onomichi (Japan), 26–31 August 2001.
15. **Auvray V., Dobson I., Wehenkel L.** Modifying eigenvalue interactions near weak resonance. — IEEE International Symposium on Circuits and Systems. — Vancouver (Canada), May 2004.
16. **Messina R., Barocio E., Sanchez C.** Application of Perturbation Methods to the Analysis of Inter-area Oscillations. — Circuits and Systems (ISCAS '99). — Proc. of the 1999 IEEE Inter. Symp., 1999, vol. 5, pp. 90–93.
17. **Ni Y., Vittal V., Kliemann W.** Investigation of nonlinear modal behavior of HVDC/AC power systems through a scanning tool via normal form technique. — Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1997, Paper No. 2P1–16, pp. 945–948.
18. **Thapar J., Vittal V., Kliemann W.** Application of the normal form of vector fields to predict inter-area separation in power systems. — IEEE Trans. Power Systems, 1997, vol. 12, No. 2, pp. 844–850.
19. **Saha S., Fouad A.A., Vittal V., Kliemann W.** Stability boundary approximation of a power system using the normal form of vector fields. — IEEE Trans. Power Systems, 1997, vol. 12, No. 2, pp. 797–802.
20. **Xie H., Zhang B., Li Y., Yu G., Zhou D., Yao F., Wang L.** A variable structure trajectory predictive algorithm based on transform for complex exponential time series. — IEEE/PES Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific, Dalian (China), 2005.
21. **Голяндина Н.Э.** Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов: Учебное пос. — СПб: Изд-во СПбГУ, 2004, 76 с.
22. **Ефимов В.М., Галактионов Ю.К., Шушпанова Н.Ф.** Анализ и прогноз временных рядов методом главных компонент. — Новосибирск: Наука, 1988, 70 с.
23. **Jang G., Choo J.-B., Kwon S.-H.** Analysis of nonlinear oscillations in KEPCO systems: application of normal forms of vector fields. — IEEE PES Winter Meeting 2000. — Singapore, 2000, vol. 2, pp. 1509–1512.
24. **Dobson I., Zhang J., Greene S., Engdahl H., Sauer P.W.** Is strong modal resonance a precursor to power system oscillations? — IEEE Trans. on Circuits and Systems, 2001, vol. 48, No. 3, pp. 340–349.
25. **Dobson I., Barocio E.** Perturbation of weakly resonant power system electromechanical modes. — IEEE Trans. Power Systems, 2005, vol. 20, No. 1, pp. 330–337.
26. **Zhu S., Vittal V., Kliemann W.** Analyzing dynamic performance of power systems over parameter space using normal forms of vector fields. Parts I and II. — IEEE Trans. Power Systems, 2001, vol. 16, No. 3, pp. 451–455.
27. **Betancourt R.J., Barocio E., Arroyo J., Messina A.R.** A real normal form approach to the study of resonant power systems. — IEEE Trans. on Power Systems, 2006, vol. 21, No. 1, pp. 431–432.
28. **Мисриханов М.Ш., Ситников В.Ф., Шаров Ю.В.** Модальный синтез регуляторов на основе устройств FACTS. — Электротехника, 2007, № 10, с. 22–29.
29. **Mitsubishi Electric Power System Stabilizer (PSS):** <http://www.meppi.com/Products>
30. **Kundur P., Klein M., Rogers G.J., Zywno M.S.** Application of power system stabilizers for enhancement of overall system stability. — IEEE Trans. Power Systems, 1989, vol. 4, pp. 614–626.
31. **Lin C.-M., Vittal V., Kliemann W., Fouad A.A.** Investigation of modal interaction and its effects on control performance in stressed power systems using normal forms of vector fields. — IEEE Trans. Power Systems, 1996, vol. 11, pp. 781–787.
32. **Jang G., Vittal V., Kliemann W.** Effect of nonlinear modal interaction on control performance: use of normal form techniques in control design. — IEEE Trans. Power Systems, 1998, vol. 13, No. 2, pp. 401–407.
33. **Lomei H., Sutanto D., Muttaqi K.M., Assili M.** A new approach to reduce the non-linear characteristics of a stressed power system by using the normal form technique in the control design of the excitation system. — Industry Appl. Society Annual Meeting, 2015 IEEE, 2015, pp. 1–6.
34. **Barocio E., Messina A.R.** Normal form analysis of stressed power systems: incorporation of SVC models. — J. Electrical Power and Energy Systems, 2003, No. 25, pp. 79–90.
35. **Barocio E., Messina A.R.** Analysis of nonlinear modal interaction in stressed power system with SVCs. — IEEE PES Winter Meeting, 2002, vol. 2, pp. 1164–1169.
36. **Davarani R.Z., Ghazi R., Pariz N.** Nonlinear Analysis of Interaction with SVC in Stressed Power Systems: Effect of SVC Controller Parameters. — Iranian Journal of Electrical & Electronic Engineering, 2013, vol. 9, No. 2, pp. 107–116.
37. **Zou Z.Y., Jiang Q.Y., Cao Y.J., Wang H.F.** Normal form analysis of interactions among multiple SVC controllers in power systems. — IEE Proc. Generation, Transmission and Distribution, 2005, vol. 152, No. 4, pp. 469–474.
38. **Acha E., Fuerte-Esquivel C.R., Ambriz-Pérez H., Angeles-Camacho C.** FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks. — John Wiley & Sons, 2004, 420 p.
39. **Hingorani N.G., Gyugyi L.** Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems. — IEEE Press, 2000, 432 p.
40. **Zou Z.Y., Jiang Q.Y., Cao Y.J., Wang H.F.** Investigation of Interactions among the Multi-control Channels of UPFC using Normal Forms of Vector Fields. — The 39th Inter. Univ. Power Engineering Conf., 2004, vol. 1, pp. 343–347.
41. **Zhou E. Z., Malik O.P., Hope G.S.** Theory and method for Selection of Power System Stabilizer Location. — IEEE Trans. Power Systems, 1991, vol. 6, pp. 170–176.
42. **Zhou E.Z., Malik O.P., Hope G.S.** Design of stabilizer for a multimachine power system based on the sensitivity of PSS effect. — IEEE Trans. on Energy Conversion, 1992, vol. 7, No. 3, pp. 606–613.

Автор: **Шаров Юрий Владимирович** окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института (МЭИ – ныне Национальный исследовательский университет МЭИ – НИУ «МЭИ») в 1986 г. В 1993 г. защитил кандидат-

скую диссертацию «Разработка методов и средств оценки эффективности управления переходными режимами электроэнергетических систем при больших возмущениях» в МЭИ. Заведующий кафедрой электроэнергетических систем НИУ «МЭИ».

Elektrichestvo (Electricity), 2016, No. 12, pp. 13–20.

The Nonlinear Modal Interaction in Electric Power Systems

SHAROV Jury Vladimirovich (National Research University «Moscow Power Engineering Institute», Moscow, Russia) – Head of the Department

Given the synthesis of research results of the nonlinear modal interaction in electric power systems. It is shown that the main tool is a technique of normal forms of the Poincare-Dulac. A brief review of the application in relation to the problem of static and dynamic stability analysis, as well as control of FACTS devices and power system stabilizers. A modification of the modal approach to the synthesis of control laws based on the normal forms.

Key words: *electric power system, stability, reactive power, power-system stabilizer, modal interaction, research*

REFERENCES

1. **Venikov V.A.** *Perekhodnye elektromekhanicheskiye protsessy v elektricheskikh sistemakh* (Transitional electromechanical processes in electrical systems). Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 1985, 536 p.
2. **Kuzovkov N.T.** *Modal'noye upravleniye i nablyudayushchiye ustroystva* (Modal control and watching devices). Moscow, Publ. «Mashinostroyeniye», 1976, 184 p.
3. **Gibbard M.J., Pourbeik P., Vowles D.J.** Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems. — Univ. of Adelaide Press, 2015, 658 p.
4. **Voyevodin V.V., Kuznetsov Yu.A.** *Matritsy i vychisleniya* (Matrix and calculations). Moscow, Publ. «Nauka», 1984, 320 p.
5. **Wilkinson J.** *Algebraicheskaya problema sobstvennykh znachenii* (Algebraic Eigenvalue Problem). Moscow, Publ. «Nauka», 1970, 564 p.
6. **Shanечи H.M., Pariz N., Vaahedi E.** General nonlinear modal representation of large scale power systems. — IEEE Trans. Power Systems, 2003, vol. 18, pp. 1103–1109.
7. **Vittal V., Bhatia N., Fouad A.A.** Analysis of the interarea mode phenomena in power systems following large disturbances. — IEEE Trans. Power Systems, 1991, vol. PS-6, pp. 1515 – 1521.
8. **Starret S.K., Fouad A.A.** Nonlinear measures of mode-machine participation. — IEEE Trans. Power Systems, 1994, vol. 13, pp. 389–394.
9. **Arnol'd V.I.** *Geometricheskiye metody v teorii obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii. 4-ye izd.* (Geometric methods in the theory of ordinary differential equations. 4th iss.) Moscow. Publ. Moscow Centre for continuous mathematical education, 2012, 384 p.
10. **Sevranian A.P., Mailybayev A.A.** Multiparameter Stability Theory with Mechanical Applications. — New Jersey: World Scientific, 2003, 420 p.
11. **Goriely A.** Painlevé analysis and normal forms theory. — Physica D, 2001, vol. 152–153, pp. 124–144.
12. **Mailybayev A.A., Scvranian A.P.** *Doklady Rossiiskoi Akademii nauk – in Russ. (Reports of the Russian Academy of Sciences)*, 2003, vol. 393, No. 5, pp. 609–614.
13. **Sevranian A.P., Kirillov O.N., Mailybayev A.A.** Coupling of eigenvalues of complex matrices at diabolic and exceptional points. — J. Phys. A: Math. Gen., 2005, vol. 38, pp. 1723–1740.
14. **Dobson I.** Strong Resonance Effects in Normal Form Analysis and Subsynchronous Resonance. — Bulk Power System Dynamics and Control V. — Onomichi (Japan), 26–31 August 2001.
15. **Auvray V., Dobson I., Wehenkel L.** Modifying eigenvalue interactions near weak resonance. — IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Vancouver (Canada), May 2004.
16. **Messina R., Barocio E., Sanchez C.** Application of Perturbation Methods to the Analysis of Inter-area Oscillations. — Circuits and Systems (ISCAS '99). — Proc. of the 1999 IEEE Inter. Symp., 1999, vol. 5, pp. 90–93.
17. **Ni Y., Vittal V., Kliemann W.** Investigation of nonlinear modal behavior of HVDC/AC power systems through a scanning tool via normal form technique. — Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1997, Paper No. 2P1–16, pp. 945–948.
18. **Thapar J., Vittal V., Kliemann W.** Application of the normal form of vector fields to predict inter-area separation in power systems. — IEEE Trans. Power Systems, 1997, vol. 12, No. 2, pp. 844–850.
19. **Saha S., Fouad A.A., Vittal V., Kliemann W.** Stability boundary approximation of a power system using the normal form of vector fields. — IEEE Trans. Power Systems, 1997, vol. 12, No. 2, pp. 797 – 802.
20. **Xie H., Zhang B., Li Y., Yu G., Zhou D., Yao F., Wang L.** **A variable structure trajectory predictive algorithm** based on transform for complex exponential time series. — IEEE/PES Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific, Dalian (China), 2005.
21. **Golyandina N.E.** *Metod «Gusenitsa» — SSA: analiz vremennykh ryadov: Uchebnoye posobiye* (The method «Caterpillar» — SSA: time series analysis Tutorial). St. Petersburg, Publ. St. Petersburg State University, 2004, 76 p.
22. **Yefimov V.M., Galaktionov Yu.K., Shushanova N.F.** *Analiz i prognoz vremennykh ryadov metodom glavnykh component* (Analysis and forecast time series method of principal components). Novosibirsk, Publ. «Nauka», 1988, 70 p.
23. **Jang G., Choo J.-B., Kwon S.-H.** Analysis of nonlinear oscillations in KEPCO systems: application of normal forms of vector fields. — IEEE PES Winter Meeting 2000. — Singapore, 2000, vol. 2, pp. 1509–1512.
24. **Dobson I., Zhang J., Greene S., Engdahl H., Sauer P.W.** Is strong modal resonance a precursor to power system oscillations? — IEEE Trans. on Circuits and Systems, 2001, vol. 48, No. 3, pp. 340–349.
25. **Dobson I., Barocio E.** Perturbation of weakly resonant power system electromechanical modes. — IEEE Trans. Power Systems, 2005, vol. 20, No. 1, pp. 330–337.
26. **Zhu S., Vittal V., Kliemann W.** Analyzing dynamic performance of power systems over parameter space using normal forms of vector fields. Parts I and II. — IEEE Trans. Power Systems, 2001, vol. 16, No. 3, pp. 451–455.
27. **Betancourt R.J., Barocio E., Arroyo J., Messina A.R.** A real normal form approach to the study of resonant power systems. — IEEE Trans. on Power Systems, 2006, vol. 21, No. 1, pp. 431–432.