

Анализ электромагнитных процессов магнитогидродинамического перемешивания жидких металлов¹

ТИМОФЕЕВ В.Н., ХАЦАЮК М.Ю.

Приведена аналитическая модель электромагнитного поля в зазоре между индуктором МГД перемешивателя и расплавом, учитывающая дискретное распределение токовой нагрузки индуктора и его конечную длину. Решение получено в виде рядов Фурье в комплексной форме. Определены дифференциальные и интегральные электромагнитные характеристики устройства и параметры схем замещения каждой фазы обмотки индуктора. На примерах расчета МГД перемешивателя с разной конфигурацией обмоток показаны асимметрия фаз, влияние продольного эффекта и дискретного распределения обмотки на электромагнитные мощность и силу. Эта информация необходима для определения геометрических и энергетических параметров индуктора и разработки полупроводникового источника питания МГД перемешивателя. Полученные результаты являются основой анализа электромагнитных процессов и методики проектирования МГД перемешивателей.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика, перемешивание жидких металлов, электромагнитный расчет, дискретное распределение тока, схема замещения

В процессе приготовления многокомпонентных металлических сплавов важную роль играет перемешивание расплава с целью выравнивания его химического состава и температуры во всем объеме ванны. Электромагнитный или магнитогидродинамический (МГД) способ перемешивания позволяет бесконтактно привести расплав в движение, автоматизировать операцию перемешивания и повысить производительность плавильно-литейного агрегата.

Уже в первой половине XX столетия МГД перемешиватели использовались для приготовления стали [1]. В СССР оборудование для перемешивателей выпускалось заводом «Электросила» (Ленинград) [2], зарубежными изготовителями МГД перемешивателей вначале являлась фирма ASEA (Швеция), а затем АВВ [3] и другие компании. В последнее время широкое распространение получают МГД технологии перемешивания в плавильно-литейном производстве алюминиевых сплавов. Более 50 комплексов МГД перемешивателей собственной разработки на российские алюминиевые заводы поставлены ООО «НПЦ Магнитной гидродинамики» (Красноярск) [4]. За рубежом это оборудование поставляется английской фирмой Altek под брендом «Siber force» [5].

Как правило, заказчик просит спроектировать, изготовить и поставить МГД перемешиватели для печей-миксеров определенной емкости и конструкции. Широкий ассортимент плавильно-литей-

ного оборудования требует индивидуального проектирования МГД перемешивателей и их привязки и к ваннам с расплавом.

На рис. 1 представлен продольный разрез миксера сопротивления с МГД перемешивателем, индуктор которого установлен под дном ванны миксера. В прямоугольной ванне 1 находится жидкий металл – расплав 2. Температурный режим в ванне поддерживается электронагревателями 3. Индуктор МГД перемешивателя представляет собой магнитопровод 4, в пазы которого уложена многофазная обмотка 5. Длина индуктора $L=2p\tau$, где τ – полюсное деление; p – число пар полюсов. Ширина магнитопровода индуктора равна $2a$.

В печи-миксере расплавляются твердые отходы алюминиевого производства (<10%) и готовится сплав. Перемешивание расплава необходимо для ускорения процесса плавления твердых компонентов, выравнивания химического состава и температурного поля в объеме ванны.

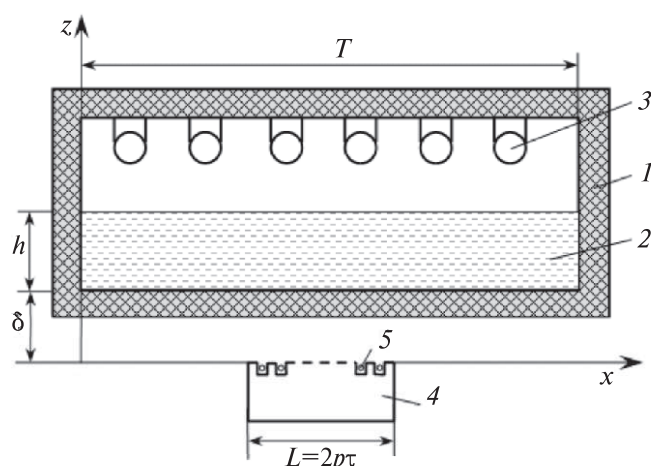


Рис. 1. Эскиз печи-миксера с МГД перемешивателем

¹ Работа выполнена в рамках проекта № 16-48-242018 р_офи_м «Математическое моделирование физических процессов в МГД-устройствах металлургического назначения» при поддержке ФБУ «Российский фонд фундаментальных исследований», Правительства Красноярского края, КГАУ «Красноярский краевой фонд поддержки научной и научно-технической деятельности».

При проектировании МГД перемешивателя необходимо решить две задачи. Первая задача связана с выбором геометрии индуктора, значением и характером распределения токовой нагрузки, частоты токов, режимов работы, которые обеспечат требуемое перемешивание расплава при заданных объеме ванны и толщине футеровки подины δ . Вторая задача — выбор источника питания, числа фаз, значения напряжения и токов, их частоты. Для ее решения необходимо определить полные сопротивления фаз обмоток индуктора или параметры их схем замещения. Для решения обеих задач необходимо определить электромагнитное поле, создаваемое токами обмоток индуктора. В теории электрических машин магнитное поле в зазоре между статором и ротором принято представлять в виде суммы главного магнитного поля и поля рассеяния [6]. В печи-миксере с МГД перемешивателем главную роль играет магнитное поле, достигающее поверхности расплава, его гармонический состав также имеет важное значение в процессе перемешивания.

В 1930 г. в [7] были опубликованы результаты решения уравнений электромагнитного поля для плоской системы «индуктор бегущего магнитного поля — металл». В модели рассматривалось синусоидальное распределение токовой нагрузки в индукторе и не учитывались продольный и поперечный краевые эффекты. В [8], основываясь на полученных в [7] результатах, установлена зависимость максимальной тяговой силы, действующей на металл от полюсного деления τ и частоты f питающих индуктор токов. Индукторы МГД перемешивателей имеют, как правило, число пар полюсов $p=1$ и большое число пазов (3, 4, 6). В таких устройствах существенное влияние оказывают дискретность токовой нагрузки индуктора и ее конечная длина (проявление продольного краевого эффекта), вследствие чего проявляется несимметрия токов в фазах обмотки индуктора.

С развитием вычислительной техники и программного обеспечения появилась возможность численного анализа электромагнитных, тепловых и гидродинамических процессов при МГД перемешивании жидких металлов [9]. Однако аналитические зависимости, лежащие в основе методик проектирования МГД перемешивателей, остаются актуальными. В первой части работы определим аналитическим методом электромагнитное поле в зазоре между индуктором МГД перемешивателя и расплавом, учитывая дискретное распределение токовой нагрузки индуктора. При решении этой задачи будем предполагать, что электромагнитное поле плоскопараллельно плоскости xOz , т.е. расчетная область неограниченна по координате y . Во

второй части работы определим параметры схем замещения каждой фазы обмотки индуктора. При этом используем результаты расчета магнитного поля в первой части, а также известные из теории электрических машин зависимости по определению параметров схем замещения, связанных с неучтенными магнитными полями рассеяния.

Анализ электромагнитного поля. На рис. 2 представлена расчётная модель МГД перемешивателя, при построении которой приняты допущения:

бесконечно длинный по оси x и бесконечно широкий по оси y сердечник индуктора имеет магнитную проницаемость $\mu=\infty$ и электропроводность $\gamma=0$, лишен пазов, влияние которых учитывается введением расчетного зазора [10]:

$$\delta' = k_\mu k_\delta \delta,$$

где k_δ , k_μ — коэффициенты, учитывающие влияние пазов и магнитное сопротивление магнитопровода, соответственно;

обмотка индуктора представлена в виде бесконечно тонких токовых слоев, расположенных на поверхности сердечника, с линейной комплексной токовой нагрузкой (А/м):

$$\dot{J}_m = w_m \dot{I}_m / 2\Delta_m, \quad (1)$$

где w_m , \dot{I}_m , $2\Delta_m$ — число витков, комплексный ток и ширина m -го паза;

систему координат считаем жестко связанной с индуктором, а все элементы расплава двигаются с одинаковой скоростью u в направлении оси x .

В расчётной модели комплексные векторы напряжённостей электрического и магнитного полей имеют составляющие:

$$\dot{E}(x,z) = \bar{e}_y \dot{E}_y(x,z);$$

$$\dot{H}(x,z) = \bar{e}_x \dot{H}_x(x,z) + \bar{e}_z \dot{H}_z(x,z),$$

где \bar{e}_x , \bar{e}_y , \bar{e}_z — единичные векторы прямоугольной системы координат.

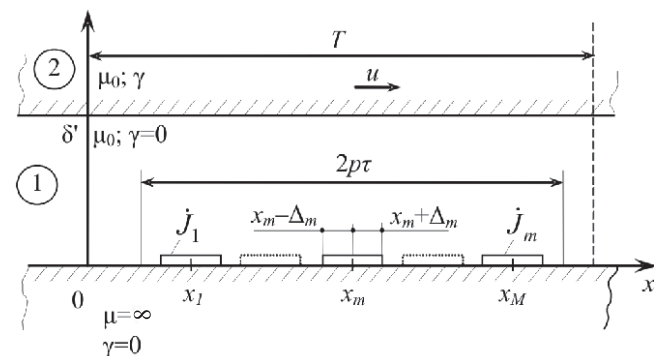


Рис. 2. Расчётная модель МГД перемешивателя: $x_1, \dots, x_m, \dots, x_M$ — координаты середины m -го паза; m — число пазов; T — период

В областях $0 \leq z \leq \delta'$ (1) и $\delta' \leq z < \infty$ (2) справедливы дифференциальные уравнения [10]:

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{1y}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{1y}}{\partial x^2} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{2y}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{2y}}{\partial x^2} - i\mu_0\gamma\omega\dot{E}_{2y} - \mu_0\gamma u \frac{\partial \dot{E}_{2y}}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

где γ — удельная электропроводность расплава, $\text{Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$; ω — угловая частота, с^{-1} ; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; $i = \sqrt{-1}$.

Уравнения (2) и (3) решаются при следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial \dot{E}_{1y}}{\partial z}(x, 0) = i\omega\mu_0 \begin{cases} J_m; & x_m - \Delta_m < x < x_m + \Delta_m, \\ 0; & \end{cases} \quad (4)$$

$$\dot{E}_1(x, \delta') = \dot{E}_2(x, \delta'); \quad \frac{\partial \dot{E}_1}{\partial z}(x, \delta') = \frac{\partial \dot{E}_2}{\partial z}(x, \delta'); \quad (5)$$

$$\dot{E}_2(x, \infty) = 0. \quad (6)$$

Будем предполагать, что искомые функции периодичны по координате x с периодом T . Условие $T = 2\pi r$ соответствует рассмотрению асинхронного двигателя с внешним массивным ротором в прямоугольной системе координат, т.е. полученные решения не будут учитывать конечной длины индуктора. Для того чтобы учесть проявление продольного краевого эффекта, необходимо принять $T > 2\pi r$. При выбранном направлении скорости расплава на входе индуктора ($0 < x < x_1 - \Delta_1$) электромагнитное поле сжимается, а на выходе ($x_m + \Delta_m < x < T$) вытягивается [10]. Это обстоятельство необходимо учесть при задании значений x_1 и $T - (x_m + \Delta_m)$. С учётом периодичности искомого решения удобно искать в комплексной форме ряда Фурье [11]:

$$\dot{E}_{y1,2}(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \dot{E}_{yn1,2}(z) e^{ik_n x}, \quad (7)$$

где

$$\dot{E}_{yn1,2}(z) = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{E}_{y1,2}(x, z) e^{ik_n x}; \quad (8)$$

$$k_n = \frac{2\pi n}{T}. \quad (9)$$

Преобразовав дифференциальные уравнения (2), (3) и краевые условия (4)–(6) в соответствии с (7) и (9), получаем окончательные решения в виде:

$$\dot{E}_{1y}(x, z) = -i \frac{\omega\mu_0 T}{2\pi^2} J \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{n^2} \frac{\hat{G}_n(\hat{z})}{\hat{Q}_n} \hat{C}_n e^{ik_n x}; \quad (10)$$

$$\dot{E}_{2y}(x, z) = -\frac{\omega\mu_0 \tau}{\pi^2} J \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{n} \frac{e^{\hat{\phi}_n(\hat{\delta}-\hat{z})}}{\hat{Q}_n} \hat{C}_n e^{ik_n x}. \quad (11)$$

Здесь

$$\hat{G}_n(\hat{z}) = \hat{k}_n \text{ch} \hat{k}_n (\hat{z} - \hat{\delta}') - \hat{\phi}_n \text{sh} \hat{k}_n (\hat{z} - \hat{\delta}'); \quad (12)$$

$$\hat{Q}_n = \hat{k}_n \text{sh} \hat{k}_n \hat{\delta} + \hat{\phi}_n \text{ch} \hat{k}_n \hat{\delta}'; \quad \hat{k}_n = \frac{\tau}{\pi} k_n = \frac{2n}{T}; \quad (13)$$

$$\hat{C}_n = \sum_{m=1}^m \hat{J}_m \sin \hat{k}_n \hat{\Delta}_m e^{-i\hat{k}_n x_m}; \quad (14)$$

$$\hat{\phi}_n = \sqrt{\left(\frac{2n}{T}\right)^2 + i\varepsilon_0 - i\varepsilon_0 \frac{2n}{T}(1-s)}; \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{\gamma\omega\mu_0}{\pi^2} \tau^2; \\ \hat{J}_m &= J_m / J; \\ J &= \sum_{m=1}^M w_m I_m / \tau; \\ s &= (2\tau f - u) / 2\tau f; \\ \hat{T} &= T / \tau; \quad \hat{z} = z / \tau; \quad \hat{\delta}' = \delta' / \tau; \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

«^» — относительные значения.

Непосредственно из уравнения Максвелла $\text{rot} \dot{E} = -i\omega \dot{B}$ определяются составляющие магнитной индукции:

$$\dot{B}_x = \frac{1}{i\omega} \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z}; \quad \dot{B}_z = -\frac{1}{i\omega} \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x}. \quad (17)$$

Подставив в (17) выражения (10) и (11), получим:

$$\dot{B}_{z1} = i \frac{2\mu_0}{2\pi} J \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{n} \frac{G_n(z)}{G_n} C_{n1} e^{ik_n x}; \quad (18)$$

$$\dot{B}_{z2} = i \frac{2\mu_0}{2\pi T} J \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{e^{\hat{\phi}_n(\hat{\delta}-\hat{z})}}{Q_n} C_{n1} e^{ik_n x}. \quad (19)$$

Плотность тока в расплаве определяется законом Ома с учётом движения расплава относительно системы координат:

$$\dot{\delta}_{2y} = \gamma(\dot{E}_{2y} + u\dot{B}_{z2}). \quad (20)$$

Подставив выражение (11) и (19) в (20), получаем

$$\dot{\delta}_{2y} = i \frac{2}{T} J \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{e^{\hat{\phi}_n(\hat{\delta}-\hat{z})}}{Q_n} C_{n1} \beta(s) e^{ik_n x}, \quad (21)$$

где

$$\beta(s) = n\varepsilon(1-s) - 0,5\varepsilon\hat{T}. \quad (22)$$

Электромагнитные мощность и сила, параметры схемы замещения. Комплексная электромагнитная мощность, отдаваемая обмоткой индуктора в зазор:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{em} &= -2a \sum_{m=1}^M \int_{x_m - \Delta_m}^{x_m + \Delta_m} \dot{E}_1(x,0) J_m^* dx = \\ &= i \frac{a\omega\mu_0 T^2}{\pi^3} J^2 \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{n} \frac{\hat{G}_n(0)}{n^2 \hat{Q}_n} \hat{C}_{n1} \hat{C}_{n2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$\hat{C}_{n2} = \sum_{m=1}^M J_m^* \sin \hat{k}_n \Delta_m e^{ik_n \hat{x}_m}. \quad (24)$$

Электромагнитная сила, действующая на обмотку индуктора в направлении движения, равна силе, действующей на расплав:

$$\begin{aligned} F_{em} &= \operatorname{Re} \left\{ 2a \sum_{m=1}^M \int_{x_m - \Delta_m}^{x_m + \Delta_m} B_{1z}(x,0) J_m^* dx \right\} = \\ &= \operatorname{Re} \left\{ i \frac{2a\mu_0 T}{\pi^2} J^2 \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{n} \frac{\hat{G}_n(0)}{n^2 \hat{Q}_n} \hat{C}_{n1} \hat{C}_{n2} \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

В предположении, что сопротивления фаз обмотки индуктора одинаковы, выражения для электромагнитных мощности \underline{S}_{em} и силы F_{em} можно представить в виде [10]:

$$\underline{S}_{em} = m z_{em} I^2; \quad (26)$$

$$F_{em} = \frac{1}{2\tau f} m r_F I^2, \quad (27)$$

отсюда

$$z_{em} = \frac{\underline{S}_{em}}{mI^2}; \quad (28)$$

$$r_F = \frac{2\tau f F_{em}}{mI^2}. \quad (29)$$

Сопротивления z_{em} и r_F являются элементами последовательной схемы замещения фазы обмотки индуктора (рис. 3).

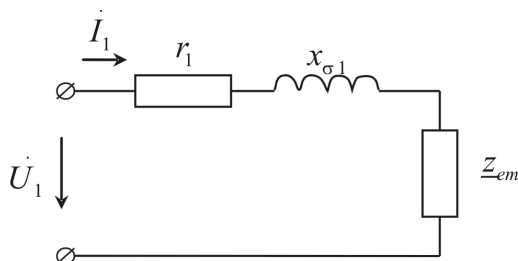


Рис. 3. Последовательная схема замещения

Активное сопротивление r_1 — сопротивление фазы обмотки индуктора постоянному току, умноженному на коэффициент $r_f > 1$, учитывающий влияние поверхностного эффекта. Сопротивление постоянному току рассчитывается по обмоточным данным, а коэффициент r_f определяется по рекомендациям, приведенным в руководствах по проектированию электрических машин [6]. В индуктивном сопротивлении рассеяния x_σ необходимо учесть составляющие, которые обусловлены магнитными полями, не учтенными в расчетной модели. Очевидно, x_σ можно представить в виде суммы:

$$x_\sigma = x_\Pi + x_\Gamma, \quad (30)$$

где x_Π , x_Γ — сопротивления пазового и лобового рассеяния.

Следует отметить, что выражение (24) не следует дополнять сопротивлениями дифференциального рассеяния и рассеяния от основной гармоники поля в зазоре, поскольку они учтены при определении z_{em} .

В классической теории электрических машин сопротивления x_Π и x_Γ принято определять по относительным магнитным проводимостям рассеяния паза λ_Π и лобового рассеяния λ_Γ [6]:

$$x_\Pi = 4\pi\mu_0 f \frac{W^2}{pq} 2a\lambda_\Pi; \quad (31)$$

$$x_\Gamma = 4\pi\mu_0 f \frac{W^2}{pq} 2a\lambda_\Gamma, \quad (32)$$

где a выражается в метрах. Рекомендации по определению λ_Π и λ_Γ даны в [6, 10].

В практических расчетах сопротивления схемы замещения удобно привести к относительным единицам, приняв за базовое — главное индуктивное сопротивление машины [6]:

$$x_\Gamma = 4\mu_0 2af \frac{mW_1^2}{p}. \quad (33)$$

Подставив в (28) и (29) выражения (23) и (25) и учтя (33), получим:

$$\hat{S}_{em} = \hat{z}_{em} = \frac{z_{em}}{x_\Gamma} = \frac{\underline{S}_{em}}{mI_1^2 x_\Gamma} = i \frac{T^2}{4\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{\hat{G}_n(0)}{n^3 \hat{Q}_n} \hat{C}_{n1} \hat{C}_{n2}; \quad (34)$$

$$\hat{r}_F = \frac{r_F}{x_\Gamma} = \frac{2\tau f F_{em}}{mI_1^2 x_\Gamma} = \operatorname{Re} \left\{ i \frac{T^2}{2\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{\hat{G}_n(0)}{n^2 \hat{Q}_n} \hat{C}_{n1} \hat{C}_{n2} \right\}. \quad (35)$$

В соответствии с (34) и (35) базовыми мощностью и силой являются:

$$P_6 = mI^2 x_\Gamma = \frac{4a\omega\mu_0\tau^2}{\pi} J^2; \quad (36)$$

$$F_6 = \frac{P_6}{2\tau f} = 4a\mu_0\tau J^2. \quad (37)$$

Выражения для относительных сопротивлений схемы замещения, полученные в предположении отсутствия поперечного и продольного краевых эффектов и при синусоидальном распределении токовой нагрузки на поверхности индуктора, имеют вид [9]:

$$\hat{z}_{em0} = \hat{r}_{em0} + i\hat{x}_{em0} = i \frac{\alpha \operatorname{ch}(\alpha\delta) + \zeta \operatorname{sh}(\alpha\delta)}{\alpha \operatorname{sh}(\alpha\delta) + \zeta \operatorname{ch}(\alpha\delta)}; \quad (38)$$

$$\zeta = \sqrt{1 + i\epsilon s}; \quad (39)$$

$$\alpha = \pi / \tau. \quad (40)$$

Выражения (34), (35) учитывают дискретное распределение токовой нагрузки и условие конечности длины активной зоны индуктора ($L=2p\tau$), т.е. проявление продольного краевого эффекта. Запишем их в виде:

$$\hat{P}_{em} = \hat{r}_{em} = \operatorname{Re}\{\hat{z}_{em}\} = \hat{r}_{em0} k_r; \quad (41)$$

$$\hat{Q}_{em} = \hat{x}_{em} = \operatorname{Im}\{\hat{z}_{em}\} = \hat{x}_{em0} k_x; \quad (42)$$

$$\hat{r}_F = \hat{r}_{F0} k_F, \quad (43)$$

тогда

$$k_r = \frac{\hat{r}_{em}}{\hat{r}_{em0}}; \quad (44)$$

$$k_x = \frac{\hat{x}_{em}}{\hat{x}_{em0}}; \quad (45)$$

$$k_F = \frac{\hat{r}_F}{\hat{r}_{F0}}. \quad (46)$$

Здесь безразмерные коэффициенты k_r , k_x , k_F учитывают проявление дискретности распределения токовой нагрузки и продольного краевого эффекта на активную и реактивную мощности, а так-

же на электромагнитную силу, действующую на расплав.

Анализ электромагнитного поля и параметров схемы замещения. Рассмотрим индукторы с обмотками, имеющими три, четыре и шесть пазов. Электрические токи в проводниках соседних пазов имеют фазовый сдвиг 120, 90 и 60°. Все три обмотки (рис. 4) имеют одинаковую длину 2τ , одну пару полюсов ($p=1$) и одинаковую токовую нагрузку $MWI / 2\tau$ (А/м).

На рис. 5,а и б представлены огибающие кривые относительных значений напряженности электрического поля ($E_{1y} / \omega\mu_0\tau J^*$) и нормальной составляющей относительно магнитной индукции ($B_1 / \mu_0 J$) на поверхности индуктора ($z=0$) – сплошные линии и на поверхности расплава ($z=\delta'$) – штриховые. Графики построены для двухфазного индуктора с числом пазов $m=4$ (по оси абсцисс указаны относительные значения $\hat{x}=x/\tau$) при отсутствии (рис. 5,а, $T=2\tau$, $s=0,1$) и наличии (рис. 5,б, $T=6\tau$, $s=0,1$) продольного краевого эффекта. Как следует из рис. 5, на поверхности индуктора ($z=0$) явно присутствуют зубцовые гармоники, на поверхности расплава ($z=\delta'$) электромагнитное поле более гладкое. На входе металла в активную зону индуктора электромагнитное поле сжимается, а на выходе вытягивается. Неравномерность распределения электромагнитного поля по длине индуктора приводит к несимметрии токов в фазах при подключении обмотки к источнику напряжения.

На рис. 6 представлены зависимости относительных значений активного и реактивного сопротивлений каждой фазы схемы замещения от скольжения для трехфазной обмотки с фазной зоной 120° ($m=3$), двухфазной обмотки с фазной зоной 90° ($m=4$) и трехфазной обмотки с фазной зоной 60° ($m=6$).

Следует отметить особенности вычисления входящих в (34) величин \hat{C}_{n1} и \hat{C}_{n2} . При определении \hat{C}_{n1} суммирование в (14) проводится от $m=1$ до m , так как электромагнитное поле создается токами

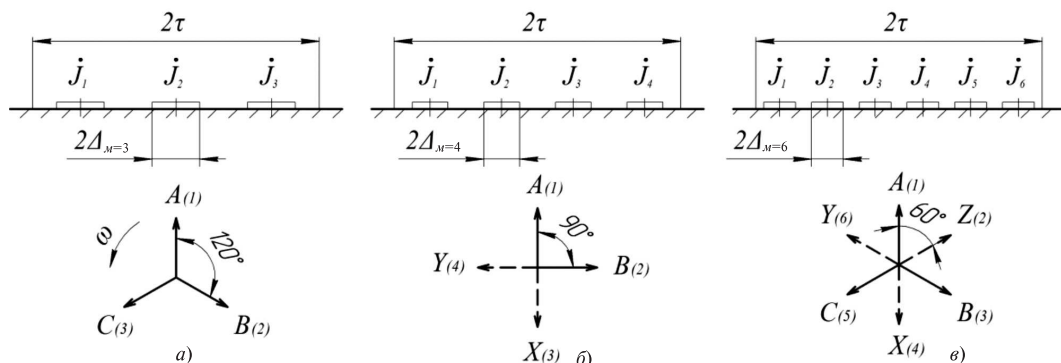


Рис. 4. Исследуемые типы обмоток индуктора

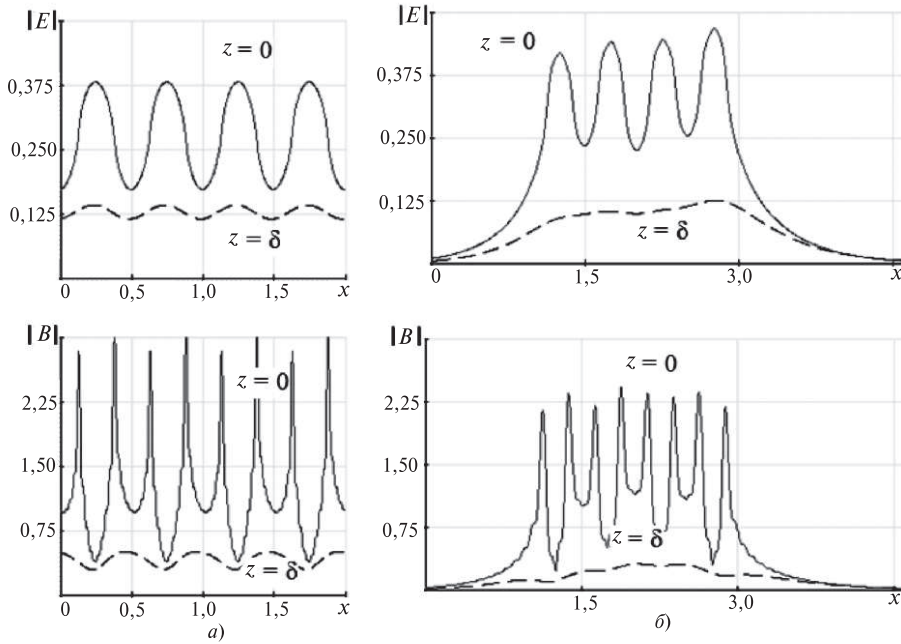


Рис. 5. Относительные значения напряженности электрического поля и нормальной составляющей магнитной индукции: а — $T = 2\tau$; б — $T = 6\tau$

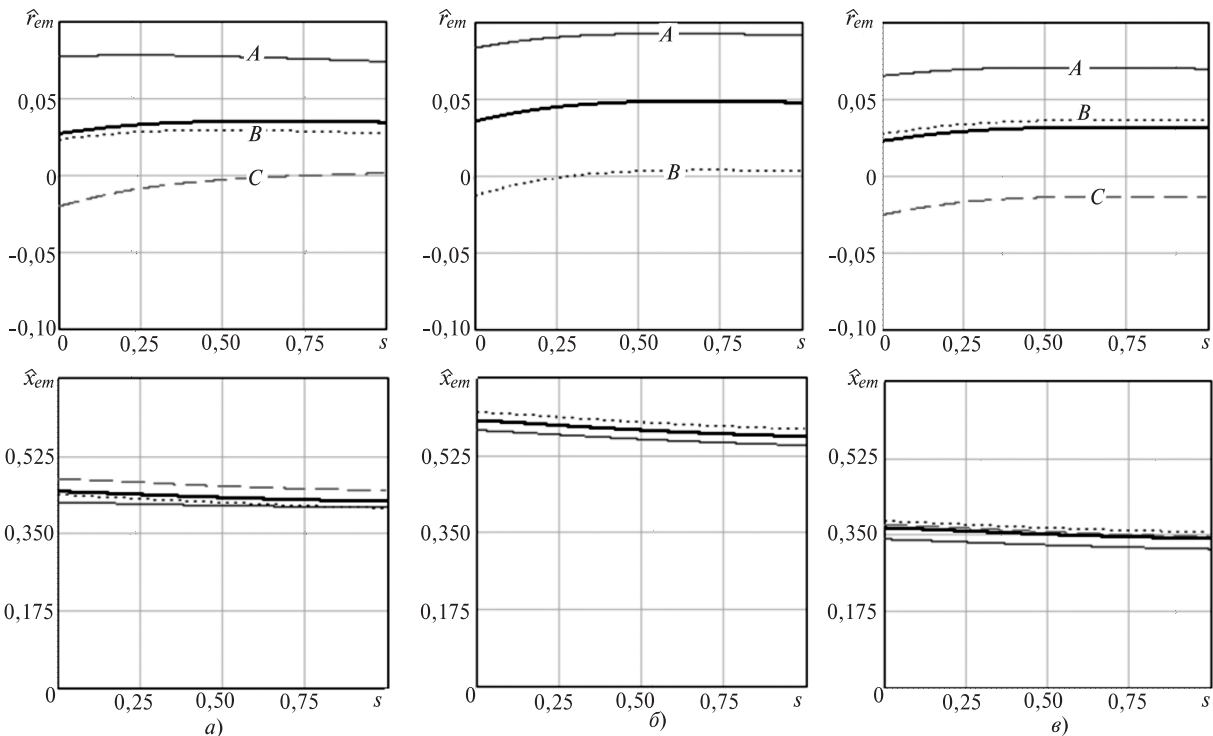


Рис. 6. Зависимости относительных значений сопротивлений фаз схемы замещения от скольжения: а — $m = 3$; б — $m = 4$; в — $m = 6$; значения $\hat{r}_{em} = \text{Re}\{\hat{z}_{em}\}$; $\hat{x}_{em} = \text{Im}\{\hat{z}_{em}\}$ вычислялись по (34)

всех пазов обмотки. При определении \hat{C}_{n2} суммирование в (24) проводится только по пазам, принадлежащим конкретной фазе обмотки. Так, зависимости ($m=3$), представленные на рис. 6, определены для фаз: $A(m=1)$; $B(m=2)$; $C(m=3)$. Жирной линией показаны зависимости $\hat{r}_{em}(s)$ и $\hat{x}_{em}(s)$, определенные по (28), т.е. при условии, что сопротивления фаз обмотки одинаковы. Для двухфазной обмотки ($m=4$) значение \hat{C}_{n2} определено для фаз

$A(m=1,3)$, $B(m=2,4)$ и для трехфазной обмотки ($m=6$) — для фаз $A(m=1,4)$, $B(m=2,5)$, $C(m=3,6)$.

Как следует из представленных графиков, движение расплава ($s=0 \div 1$) слабо влияет на сопротивления фаз обмотки, большее влияние оказывают положение обмотки в индукторе и направленное движение магнитного поля. Один путь выравнивания токов в фазах — увеличение числа витков в фазе с меньшим сопротивлением и уменьшение их

в фазе с большим сопротивлением. Построенная модель позволяет учитывать линейную токовую нагрузку каждого паз в отдельности (выражение (1)).

На рис. 7 и 8 представлены зависимости относительных значений электромагнитной мощности, силы и КПД без учета ($T=2\tau$) и при учете ($T=6\tau$) продольного краевого эффекта. Продольный краевой эффект увеличивает потребление активной мощности и уменьшает электромагнитную силу, действующую на расплав. В результате уменьшается электромагнитный КПД МГД перемешивателя,

который определяется выражением $\eta_{em} = \frac{(1-s)\hat{F}_{em}}{\hat{P}_{em}}$.

Худшие энергетические показатели имеет трехфазная обмотка с числом пазов $m=3$. Такую обмотку можно выполнить, если наматывать её через ярмо магнитопровода [10]. Большие значения индуктивных сопротивлений рассеяния и потерь мощности в боковых поверхностях сердечника также снижают её показатели. Вместе с тем, показатели двухфазной обмотки ($m=4$) и трехфазной ($m=6$) близки, они могут быть выполнены плоскими, с меньшими индуктивными сопротивлениями рассеяния.

Зависимости параметров \hat{P}_{em} , \hat{Q} , \hat{F}_{em} от скольжения при различных значениях коэффициента

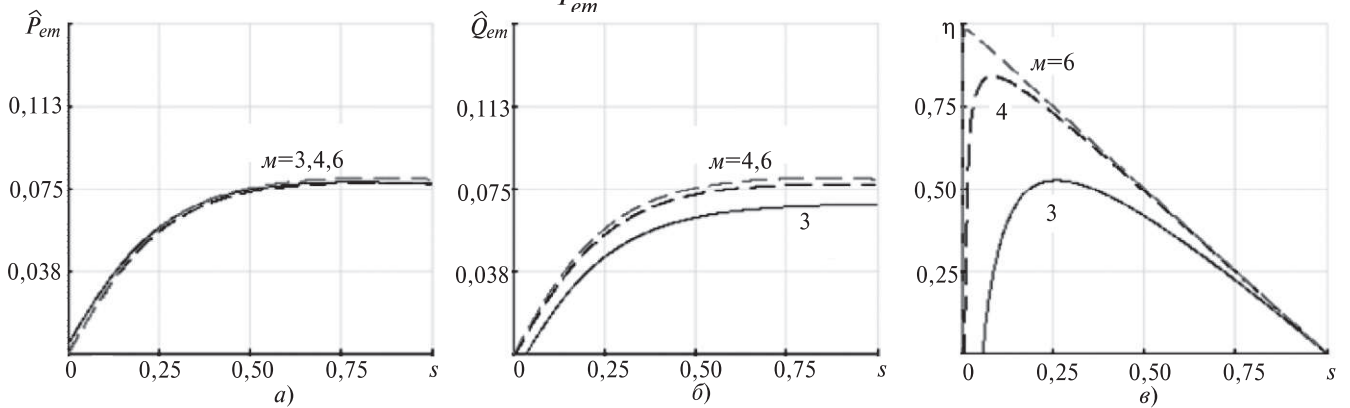


Рис. 7. Относительные значения электромагнитной мощности (а), силы (б) и КПД (в) от скольжения при $T = 2\tau$

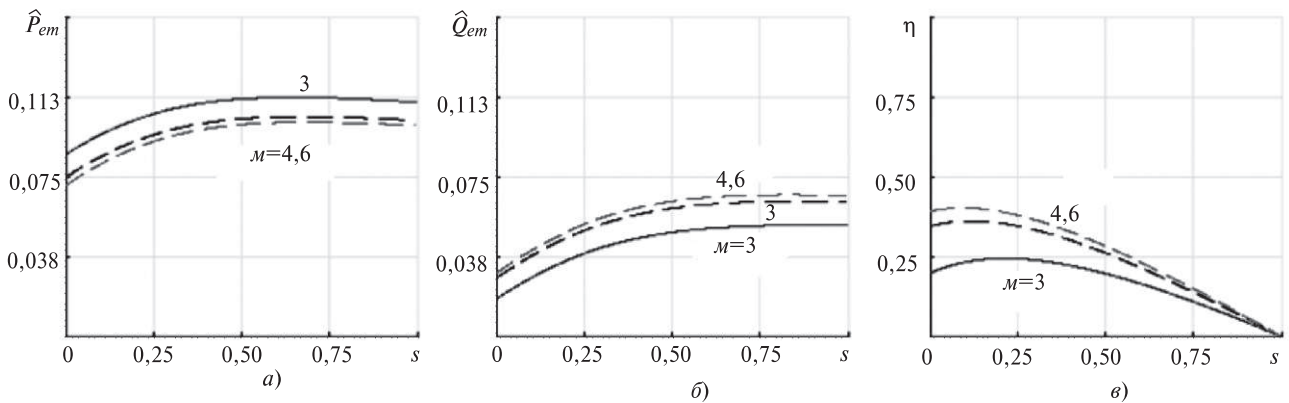


Рис. 8. Относительные значения электромагнитной мощности (а), силы (б) и КПД (в) от скольжения при $T = 6\tau$

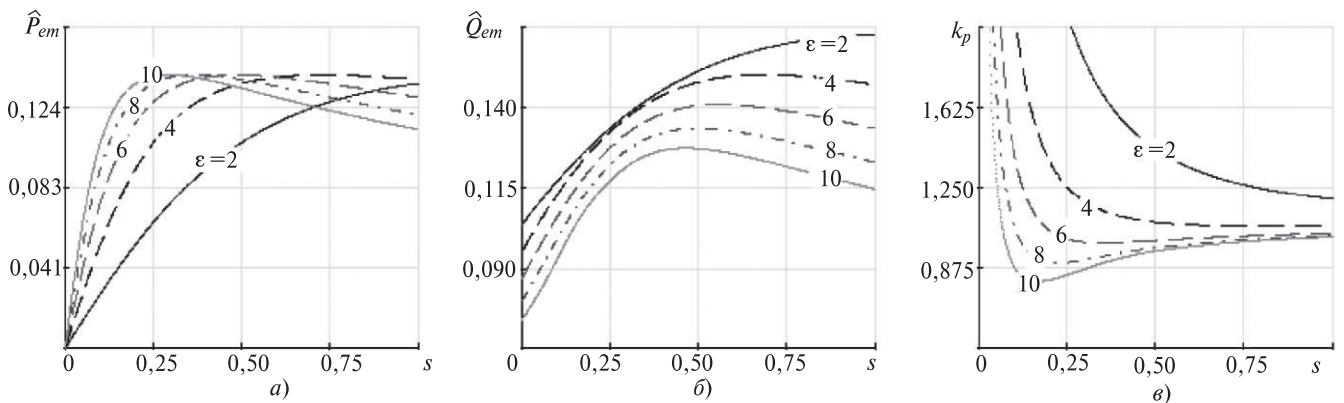


Рис. 9. Зависимости относительных значений активной мощности от скольжения при $T = 2\tau$ (а) и $T = 6\tau$ (б) и коэффициента продольного краевого эффекта (в) с учетом дискретного распределения пазов ($m = 4$) для активной мощности

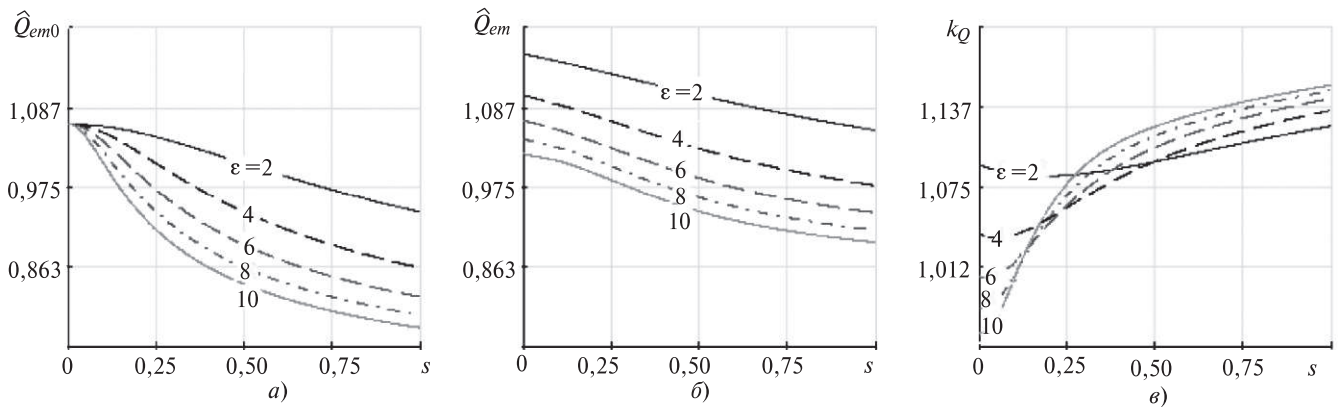


Рис. 10. Зависимости относительных значений реактивной мощности от скольжения при $T = 2\tau$ (а) и $T = 6\tau$ (б) и коэффициента продольного краевого эффекта (θ) с учетом дискретного распределения пазов ($m = 4$) для реактивной мощности

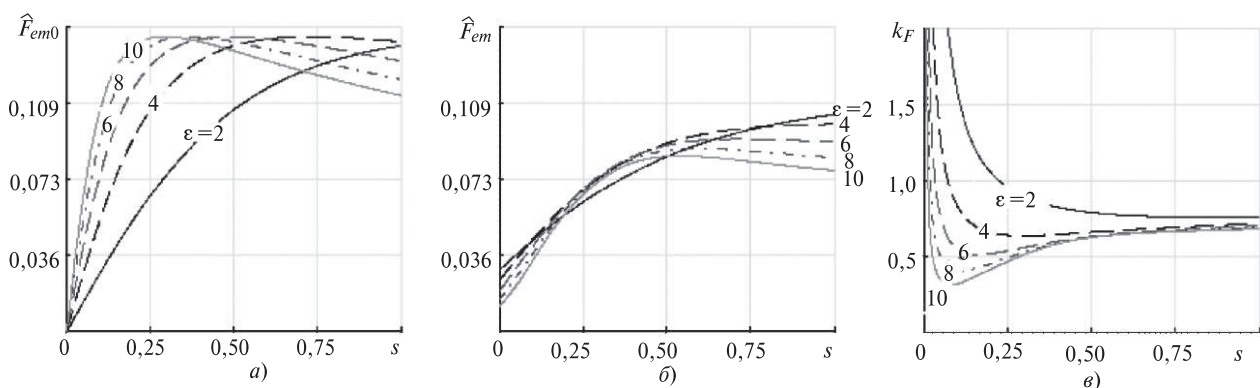


Рис. 11. Зависимости относительных значений электромагнитной силы от скольжения при $T = 2\tau$ (а) и $T = 6\tau$ (б) и коэффициента продольного краевого эффекта (θ) с учетом дискретного распределения пазов ($m = 4$) для электромагнитной силы

добротности ϵ представлены на рис. 9, 10, 11. Как следует из графиков, разомкнутость магнитопровода оказывает существенное влияние на электромагнитные характеристики МГД перемешивателя. Наибольшее влияние проявляется в области низких скольжений, однако эта область не имеет большого практического значения. Максимальная электромагнитная сила, приводящая расплав в движение, развивается в области $s > 0,4$, даже при относительно больших значениях коэффициента добротности ($\epsilon = 10$). На практике система «ванна с расплавом – МГД перемешиватель» имеет коэффициент добротности $\epsilon = 1,5 \div 4$ ($f = 0,5 \div 1,0$ Гц; $\gamma = 1 \div 3,5 \cdot 10^6$ 1/(Ом·м); $\tau = 1,0 \div 1,5$ м).

В заключение предлагается следующая последовательность электромагнитного расчета МГД перемешивателя жидких металлов.

1. При заданной толщине футеровки подины ванны δ определяется значение $\delta' = k_\delta k_\mu \delta$.

2. По найденному δ' подбирается необходимое значение полюсного деления индуктора τ ($\delta/\tau = 0,2 \div 0,4$). Чем меньше отношение δ/τ , тем эффективнее воздействие бегущего магнитного поля на расплав, однако при увеличении τ растут размеры индуктора и стоимость его изготовления.

3. При известной длине индуктора $L = 2\tau$ ($p = 1$) выбирается тип обмотки, числа фаз m и пазов m .

4. Задается значение линейной токовой нагрузки. При воздушном охлаждении ее можно принять равной $(1,5 \div 3) \cdot 10^5$ А/м. При одинаковых значениях числа проводников в пазу и токов:

$$J = \frac{mW}{2\tau} I = \frac{mW}{\tau} I.$$

5. Определяется число витков в пазу w и сечение проводника обмотки $s_{пр}$:

$$w = \frac{J2\tau}{mI} = \frac{J\tau}{mI}.$$

При воздушном принудительном охлаждении плотность тока в обмотке можно принять равной $\Delta = 4 \div 5$ А/мм², отсюда $s_{пр} = I / \Delta$.

6. В соответствии с (34) и (33) определяем параметры каждой фазы схемы замещения МГД перемешивателя. При заданных напряжениях фаз U_m рассчитываем значения токов в фазах I_m для всех значений скольжения s .

7. Рассчитываются характеристики установки: в соответствии с (35) и (37) определяются электромагнитная сила $F_{ЭМ}$, а затем механическая мощность

$$P_{\text{мех}} = 2\tau f(1-s)F_{\text{эм}};$$

по (34) и (36) определяется комплексная мощность индуктора

$$S = P + iQ;$$

коэффициент мощности

$$\cos\varphi = P / S;$$

КПД

$$\eta = P_{\text{мех}} / P.$$

8. Полученная информация предоставляется поставщику полупроводникового источника питания МГД перемешивателя.

9. На основе полученных аналитическим методом размеров и параметров индуктора численно решается гидродинамическая задача для определения характера течений жидкого металла в ванне печи-миксера и передается технологом для введения лигатур и приготовления сплавов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Окорков Н.В.** Электромагнитное перемешивание металла в дуговых сталеплавильных печах. — М.: Металлургия, 1961, 176 с.
2. **Гришин В.Я., Звороно Я.П., Каплан М.Я.** Электрооборудование для электромагнитного перемешивания жидкой стали. — Сб. «Электросила», 1963, № 22.
3. <http://www.abb.com/product/us/9AAC132742.aspx?country=RU>
4. **Тимофеев В.Н., Первухин М.В., Хацаюк М.Ю.** Магнито-гидродинамические технологии в плавильно-литейном произ-

водстве алюминиевых сплавов. — Индукционный нагрев, 2012, № 4 (22), с. 15—20.

5. http://www.altek-al.com/products/electromagnetic_furnace_stirring-asp/.

6. **Вольдек А.И.** Электрические машины. — Л.: Энергия, 1974, 840 с.

7. **Олендорф Ф.** Единая теория машин с вращающимся полем, ч. 1, 1930, т. XXIV, № 2.

8. **Вайнберг Г.С.** К теории устройств для электромагнитного перемешивания расплавленного металла в дуговых электропечах. — Электричество, 1958, № 2, с. 40—46.

9. **Бааке Э., Барглик Д., Лули С., Никаноров А., Павлов Е., Павлов С., Первухин М., Тимофеев В., Тимофеев С., Хацаюк М., Якович А.** МГД технологии в металлургии. Интенсивный курс. Специализация IV. — СПб.: Изд. СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013, 250 с.

10. **Вольдек А.И.** Индукционные магнито-гидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом. — Л.: Энергия, 1970, 272 с.

11. **Воробьев Н.Н.** Теория рядов. — М.: Наука, 1986, 408 с.

[05.10.2016]

А в т о р ы: **Тимофеев Виктор Николаевич** окончил электротехнический факультет Красноярского политехнического института в 1974 г. Докторскую диссертацию «Электромагнитные вращатели, перемешиватели и дозаторы алюминиевых сплавов» защитил в 1994 г. Заведующий кафедрой «Электротехнологии и электротехника» Сибирского федерального университета.

Хацаюк Максим Юрьевич окончил электромеханический факультет Сибирского федерального университета в 2010 г. Кандидатскую диссертацию «Индукционная установка с МГД воздействием в процессе приготовления и разлива высоколегированных алюминиевых сплавов» защитил в 2013 г. Доцент кафедры «Электротехнологии и электротехника» Сибирского федерального университета.

Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 1, pp. 35–44.

Analyzing the Electromagnetic Processes in Magnetohydraulically Stirring Liquid Metals

TIMOFEYEV Viktor Nikolayevich (Siberian Federal University (SFU), Krasnoyarsk, Russia) — Head of the Department, Dr. Sci. (Eng.)

KHATSAYUK Maxim Yur'yevich (SFU, Krasnoyarsk, Russia) — Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

The article presents an analytic model of electromagnetic field in the gap between the inductor of an MHD stirrer and melt, which takes into account a discrete distribution of the inductor current load and its finite length. The solution is obtained in the form of Fourier series as a function of a complex argument. The differential and integral characteristics of the device are determined together with the equivalent circuit parameters for each phase of the inductor winding. Imbalance between the phases and the influence due to the longitudinal effect and due to the discretely distributed winding on the electromagnetic power and force are shown on the examples of calculating the MHD stirrer having different configurations of its windings. This information is necessary for determining the geometric and power performance characteristics of the inductor and for designing the semiconductor power supply source for the MHD stirrer. The obtained results serve as the basis for analyzing the electromagnetic processes and elaborating an MHD stirrer design procedure.

Key words: magnetic hidrodynamics, liquid metal stirring, electromagnetic calculation, discrete distribution of current, equivalent circuit

REFERENCES

1. **Okorokov N.V.** *Elektromagnitnoye peremeshivaniye metalla v dugovykh staleplavil'nykh pechakh* (Electromagnetic string metal in electrical arc furnaces). Moscow, Publ. «Metallurgiya», 1961, 176 p.

2. **Grishin V.Ya., Zvorono Ya.P., Kaplan M.Ya.** *Elektrooborudovaniye dlya elektromagnitnogo peremeshivaniya zhidkoi stali.* — Sbornik «Elektrosila» (Electrical equipment for electromagnetic stirring of liquid steel). Collection «Elektrosila», 1963, No. 22.