

# О природе феррорезонанса в электрических цепях

ЗИЛЕС Л.Д.

*Предлагается метод анализа процессов в колебательном контуре с нелинейной индуктивностью, основанный на кусочно-линейной аппроксимации ее кривой намагничивания. Представление о нелинейном процессе как о последовательности медленных и быстрых стадий позволяет не только объяснить специфически «нелинейные» эффекты с точки зрения обычных переходных процессов в линейных цепях, но и получить простые формулы для оценки напряжений и токов в нелинейном контуре. Простота и наглядность метода позволяют анализировать различные виды феррорезонанса, а также разрабатывать методы их предупреждения или подавления.*

**Ключевые слова:** электрические цепи, нелинейная индуктивность, колебательный контур, феррорезонанс

Различные виды феррорезонанса являются, пожалуй, самыми сложными явлениями, возникающими в электрических цепях с нелинейными (обычно индуктивными) элементами. Они могут приводить к повреждениям оборудования электрических сетей, например трансформаторов напряжения [1–4]. Несмотря на огромное число результатов опубликованных расчетных или экспериментальных исследований, до сих пор отсутствуют четкие представления о физической сути и причинах происходящих явлений, таких как возможность существования в сети длительных несинусоидальных колебаний разных частот, причин их появления и исчезновения и т.д. Непонимание явлений приводит, с одной стороны, к крайне ограниченному использованию этих процессов в практике, а с другой – к тому, что каждое столкновение с этими явлениями в эксплуатации превращается в большую, иногда годами решаемую, проблему.

Кроме того, без понимания физической природы происходящего оказываются практически бесполезными даже расчеты по имеющимся программам, так называемое компьютерное моделирование. Дело в том, что в нелинейных цепях небольшое изменение параметров цепи может привести к качественным изменениям режима, например срыву феррорезонанса и его полному прекращению или возникновению на другой частоте и т.д. Анализ результатов таких расчетов требует поэтому четких теоретических представлений об их природе и свойствах.

В предлагаемой статье сформулирован подход к исследованию феррорезонансов, позволяющий понять их физическую природу и основные свойства. Подход основан на хорошо известном методе рас-

*A method for analyzing the processes in an oscillatory loop with nonlinear inductance based on piecewise-linear approximation of its magnetization curve is proposed. The representation of a nonlinear process as a sequence of slow and fast stages makes it possible not only to explain specifically «nonlinear» effects from the viewpoint of usual transients in linear circuits, but also to obtain simple formulas for estimating the voltages and currents in a nonlinear loop. Owing to its simplicity and clarity, the method makes it possible to analyze different kinds of ferroresonance and develop methods for preventing or suppressing them.*

**Key words:** electric circuits, nonlinear inductance, oscillatory loop, ferroresonance

чета нелинейных явлений путем «припасовывания» результатов расчетов, полученных при использовании кусочно-линейной аппроксимации характеристики нелинейного элемента. Если рассматривать эту характеристику как состоящую только из двух элементов, то процесс представляет собой чередование двух «линейных» переходных процессов. Один из них происходит при ненасыщенном состоянии магнитопровода и заключается в относительно медленном его перемагничивании, другой – быстрая перезарядка емкости через малую индуктивность при насыщении магнитопровода. Само по себе наличие этих стадий было отмечено многими авторами при экспериментальных или расчетных исследованиях феррорезонанса (см., например, [5]), но ясности в его изучение это не внесло. Предлагаемый метод основан на анализе феррорезонанса в целом как совокупности указанных переходных процессов. Оба происходят в простых линейных схемах, их протекание физически ясно, методы расчетов хорошо известны. Вместе с тем, совместное рассмотрение этих явлений позволяет понять физическую картину феррорезонанса, объяснить известные, но до сих пор непонятные его свойства (переворот фазы, появление и срыв колебаний разных частот и т.д.). Оказывается возможным даже получение простых формул для оценки наиболее важных параметров различных феррорезонансов.

Для точного описания обеих стадий процесса рассматривается колебательный контур рис. 1 с нелинейной индуктивностью  $L$ , линейными емкостью  $C$ , активным сопротивлением  $r$  и источником синусоидальной ЭДС с напряжением на зажимах  $U(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_0)$ .

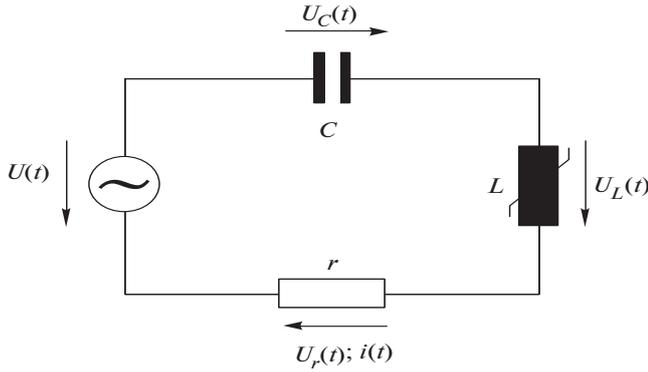


Рис. 1. Простейшая схема замещения сети для исследования феррорезонанса

Нелинейная характеристика намагничивания индуктивности  $L$  аппроксимирована на рис. 2 двумя отрезками прямых, где  $\Psi$  и  $I$  – потокосцепление и ток обмотки нелинейного индуктивного элемента  $L$ . Точка  $(\Psi_N, I_N)$  соответствует перегибу реальной кривой намагничивания и разделяет области ненасыщенного и насыщенного состояний магнитопровода. Индуктивность  $L$  может принимать два значения  $L_1$  и  $L_2$ , соответствующих этим состояниям магнитопровода.

Начнем анализ с момента  $t=0$ , когда напряжение на емкости  $U_C = U_0$ ; ток  $i_0 < I_N$ ; потокосцепление индуктивного элемента  $\Psi_0 < \Psi_N$ . В практически важных случаях значение «ненасыщенной» индуктивности  $L_1$  достаточно велико, а ток  $I_N$  мал настолько, что можно пренебречь вызванным им изменением напряжения на емкости, а также считать  $U_r(t) = 0$ . Поэтому значение  $U_0$  останется практически неизменным (рис. 3) до момента  $t_1$ , когда потокосцепление обмотки индуктивного элемента достигнет порогового значения  $\Psi_N$ . Время  $t_1$  зависит от величин  $U_0$  и  $\Psi_0$ , а также от фазового угла напряжения источника  $U(t) = U_m \cos(\omega t + a_0)$  в момент  $t=0$  и может быть определено из соотношения:

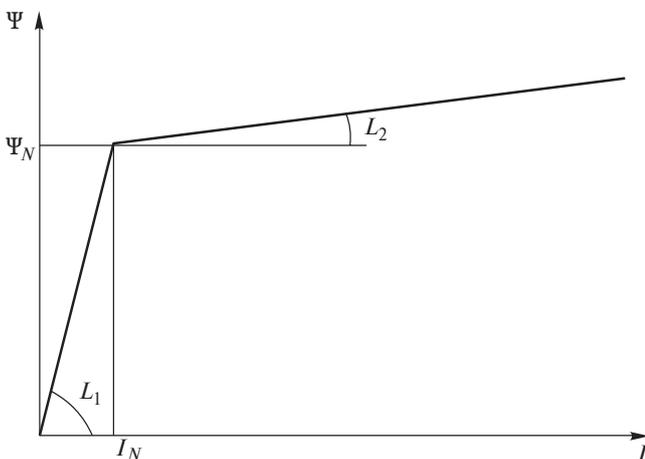


Рис. 2. Характеристика намагничивания индуктивности

$$\Psi_N = \left| \Psi_0 + \int_0^{t_1} U_m \cos(\omega t + a_0) dt - U_0 t_1 \right| \quad (1)$$

В момент  $t_1$  в контуре рис. 1 начнется «линейный» переходный процесс с начальными напряжением на емкости  $U_0$  и током  $I_N$ . Значение индуктивности  $L$  в «насыщенном» состоянии магнитопровода относительно мало и равно значению  $L_2$ . Напряжение на конденсаторе  $U_C(t)$  и ток  $i(t)$  имеют вид затухающих колебаний, параметры которых определяются величинами  $L_2, R, C$ , а также амплитудой и фазой напряжения источника  $U(t)$  в момент  $t_1$  (рис. 3). Этот процесс в отличие от обычного переходного процесса прервется при первом переходе тока через нулевое значение. Причиной его прекращения является переход магнитопровода в ненасыщенное состояние, в котором он останется до тех пор, пока потокосцепление снова не достигнет положительного или отрицательного порогового значения  $\Psi_N$ . Тогда значение индуктивности мгновенно увеличивается до значения  $L_1$ , в результате чего напряжение на конденсаторе  $U_1$ , достигнутое к моменту окончания переходного процесса, останется практически неизменным до следующего насыщения магнитопровода.

Строго говоря, изменение состояния магнитопровода происходит при достижении током значения  $I_N$ , а не нулевого. Однако при анализе мощных систем энергоснабжения это значение может считаться пренебрежимо малым. Таким образом, процесс в контуре рис. 1 с нелинейной индуктивностью представляет собой чередующиеся стадии относительно медленного изменения потокосцепления сердечника при практически постоянном напряжении на емкости и энергичного кратковременного переходного процесса, в результате которого напряжение на емкости приобретает новое значение. Назовем эти стадии соответственно медленной и быстрой. Даже эти простейшие физические представления позволяют объяснить многие широко известные, но до сих пор «непонятные» свойства феррорезонансных процессов и даже получить простые оценки их параметров.

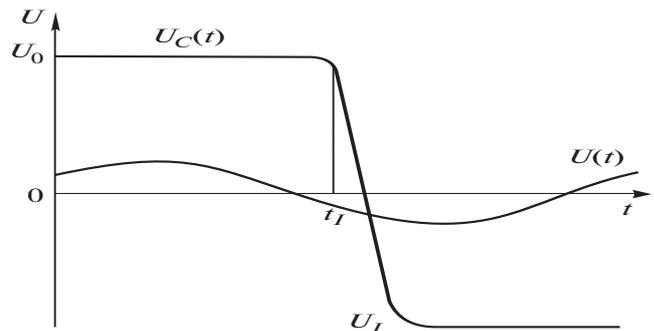


Рис. 3. Напряжения на элементах феррорезонансного контура

Так, форма импульсов тока контура определяется относительно быстрым переходным процессом в нем при насыщении магнитопровода и соответствующем значении индуктивности  $L_2$ . Как известно, ток разряда емкости в линейном колебательном контуре

$$I_{mn} = U_{n-1} bC,$$

где  $I_{mn}$  – максимальное значение импульса тока  $n$ -й быстрой стадии,  $A$ ;  $U_{n-1}$  – начальное напряжение на емкости (соответствует предыдущей медленной стадии),  $B$ ;  $b$  – частота собственных колебаний контура с линейной индуктивностью  $L_2$ ,  $1/c$ ;  $C$  – значение емкости,  $\Phi$ .

Разумеется, указанная формула тока не является точной, но она вполне может использоваться для оценки значения тока, прежде всего в условиях, далеких от резонанса, т.е. при  $b \gg \omega$ .

**Феррорезонанс рабочей частоты** в контуре рис. 1 рассмотрим, введя еще одно упрощение. Будем считать, что переходный процесс быстрой стадии происходит мгновенно. График напряжения на емкости для этого случая показан на рис. 4.

Быстрые стадии происходят регулярно, один раз за полупериод ЭДС, при этом напряжение на емкости  $U_C$  просто меняет знак. Между ними протекают медленные стадии, в течение которых  $U_C$  остается постоянным, а потокосцепление магнитопровода изменяется от одного «колена» кривой намагничивания до другого.

Процесс на рис. 4 является в определенных пределах устойчивым. Действительно, предположим, что напряжение  $U_C$  приобретает во время медленной стадии случайное малое приращение. Будем считать для определенности, что это привело к увеличению напряжения. Тогда, начиная с этого момента, потокосцепление будет меняться быстрее и насыщение магнитопровода наступит несколько раньше, чем должно. Очередная быстрая стадия произойдет раньше при меньшем мгновенном значении напряжения источника и приведет поэтому к меньшему значению нового напряжения

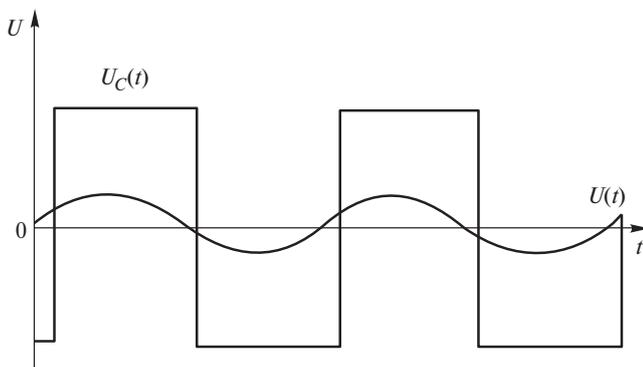


Рис. 4. Стилизованная осциллограмма напряжения на емкости  $U_C(t)$  и графика напряжения источника  $U(t)$  при феррорезонансе рабочей частоты

на емкости. Таким образом, первоначальное приращение напряжения окажется скомпенсированным, а процесс – устойчивым. Подробный анализ устойчивости показывает, что феррорезонанс рабочей частоты может существовать, если быстрые стадии происходят на «возрастающей» части синусоиды ЭДС, из-за чего и компенсируется естественное затухание переходного процесса. Поэтому при малых активных потерях в контуре фаза напряжения на емкости и фаза напряжения источника практически совпадают.

При увеличении активных потерь или уменьшении амплитуды ЭДС момент наступления быстрой стадии смещается относительно синусоиды графика ЭДС ближе к ее максимуму и компенсирует тем самым уменьшение напряжения, остающегося на емкости после окончания быстрой стадии. Однако возможности такой компенсации ограничены амплитудой ЭДС. При дальнейшем изменении параметров контура рис. 1 дальнейшее существование феррорезонанса рабочей частоты будет невозможно и в контуре установится какой-то другой режим. Это явление «срыва феррорезонанса» также хорошо известно, но причины и механизм его до сих пор оставались непонятными.

График напряжения на индуктивности контура на рис. 1  $U_L(t) = U(t) - U_C(t)$  показан на рис. 5. Его фаза противоположна фазе напряжения источника. Это явление известно как «переворот фазы» при феррорезонансе рабочей частоты.

Форма графика напряжения рис. 5,а полностью идентична виду опубликованных осциллограмм (рис. 5,б) и является типичной для феррорезонанса на рабочей частоте.

Рассмотренный механизм существования феррорезонанса позволяет оценить важнейший его параметр – значение напряжения. При постоянном напряжении на емкости  $U_C > 0$  потокосцепление обмотки индуктивности в течение медленной стадии меняется от  $Y_N$  до  $-Y_N$ . Продолжительность этой стадии равна полупериоду рабочей частоты, т.е. 0,1 с. Общее уравнение (1) в этом случае позволяет получить оценку значения напряжения на конденсаторе:

$$U_C = 2 \frac{U_m}{p} \cos a_0 + 2 \frac{Y_N}{0,01},$$

где  $a_0$  – фазовый угол источника в момент начала очередной медленной стадии или, что то же самое, в момент перезарядки емкости.

Устойчивым состоянием феррорезонанса соответствуют малые значения  $a_0$ , поэтому

$$U_C \gg 2 \frac{U_m}{p} + 2 \frac{Y_N}{0,01}.$$

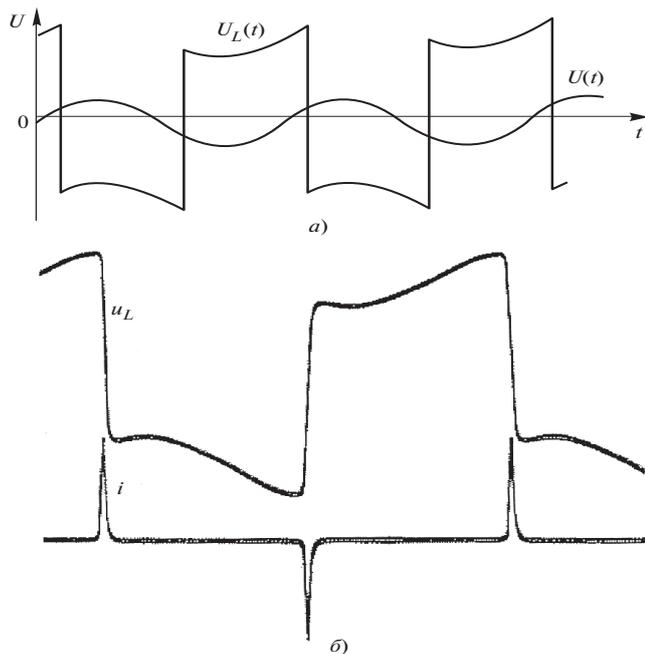


Рис. 5. Стилизованная (а) и опубликованная в [7] (б) осциллограммы напряжения на индуктивности  $U_L(t)$  при феррорезонансе рабочей частоты

На границе устойчивости  $a_0$  близко к  $\rho/2$ , тогда

$$U_C \gg 2 \frac{Y_N}{0,01}.$$

Аналогичные расчеты могут быть проведены и для случаев феррорезонанса на других частотах, например для часто встречающейся субгармоники 16,7 Гц либо для оценки эффективности различных способов ликвидации или предотвращения феррорезонанса в электрических сетях. Легко получаются подобные оценки режимов, например, в случае экспоненциального снижения напряжения на емкости в течение медленной стадии. Это открывает путь к оценке влияния различных потерь энергии, например потерь в стали или сопротивлениях, включаемых во вторичные цепи трансформатора напряжения и т.д.

Предлагаемый в настоящей статье подход к анализу нелинейных процессов в электрических сетях, физическая наглядность и простота получения оценочных формул для важнейших параметров феррорезонанса позволяют не только объяснить эти явления с точки зрения обычных «линейных» переходных процессов, но и использовать их для разработки новых устройств. Примером может служить новое устройство для емкостного отбора мощности от высоковольтных ЛЭП, свободное от основного недостатка таких источников электроснабжения — нестабильности выходного напряжения. Устройство было изготовлено и испытано. Результаты испытаний полностью подтвердили правильность расчетных оценок его характеристик, высокое качест-

во гармонического состава выходного напряжения и стабильности при отсутствии каких-либо специальных регуляторов [8].

**Выводы.** 1. Процессы в простом колебательном контуре с нелинейной индуктивностью представляют собой последовательность чередующихся медленных и быстрых стадий. В течение медленной стадии изменяется потокосцепление сердечника нелинейной индуктивности, напряжение на емкости остается практически постоянным. Быстрая стадия заключается в перезарядке емкости, после чего наступает следующая медленная стадия и т.д.

2. Феррорезонанс рабочей частоты заключается в чередовании этих стадий через каждые 0,01 с. Процесс является устойчивым, если перезарядки емкости происходят на «восходящей» части синусоиды ЭДС, что позволяет компенсировать активные потери в схеме. При увеличении потерь или уменьшении ЭДС момент перезарядки сдвигается к моменту максимума синусоиды. После достижения этого максимума процесс теряет устойчивость и наступает так называемый срыв феррорезонанса.

3. Предлагаемая модель позволяет не только объяснить специфически «нелинейные» эффекты с точки зрения обычных переходных процессов в линейных цепях, но и получить простые формулы для оценки напряжений и токов в нелинейном контуре.

4. Предлагаемым методом легко провести анализ различных видов феррорезонанса, например на частоте 16,7 Гц, а также разработать методы их предупреждения или подавления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bräunlich R., Däumling H., Hofstetter M. et al. Ferroresonanzschwingungen in Hoch- und Mittelspannungsnetzen, Teil 1. — Bulletin SEV/VSE, 2006, №23.
2. Bräunlich, Däumling H., Hofstetter M. et al. Ferroresonanzschwingungen in Hoch- und Mittelspannungsnetzen, Teil 2. — Bulletin SEV/VSE, 2006, №23.
3. Bräunlich R., Däumling H., Hofstetter M. et al. Ferroresonanzschwingungen in Hoch- und Mittelspannungsnetzen, Teil 3. — Bulletin SEV/VSE, 2008, №22/23.
4. Bräunlich R., Däumling H., Hofstetter M. et al. Ferroresonanzschwingungen in Hoch- und Mittelspannungsnetzen, Teil 4. — Bulletin SEV/VSE, 2009, №1.
5. Bergmann C. Kippschwingungen in Drehstromnetzen. Dissertation D83 Fakultät Elektrotechnik. — TU Berlin, 1966.
6. Зилес Л.Д. О подавлении феррорезонанса трансформаторов напряжения 110 500 кВ. — Электричество, 1986, №12.
7. Peiser R. Kippschwingungen und Subharmonische im Serienschwingkreis mit Eisendrossel: Dissertation D83 Fakultät Elektrotechnik. — TU Berlin, 1964.
8. Зилес Л.Д. Стабилизированные устройства отбора мощности от линий электропередачи. — Электрические станции, 1994, №2.

[21.03.11]

Автор: Зилес Лев Дмитриевич окончил электроэнергетический факультет Московского энергетического института в 1967 г. Кандидатскую диссертацию защитил в 1978 г. во Всесоюзном научно-исследовательском институте энергетики. В настоящее время пенсионер, живет в Германии.