

A Contactless DC Motor with Half-Wave Switching

GRIDIN Vladimir M. (*The Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*) – Associate Professor, Cand. Sci.(Eng.)

A contactless DC motor with a three-sectional armature winding (AW) and three power transistors is considered. To exclude interruption of current in the motor's AW sections after closing the transistors and to protect the latter from overvoltages, capacitors and an inductive coil are inserted in the motor circuit. The capacitors are recharged in two modes: (1) after closing the transistors owing to the energy stored in the AW and (2) through the inductive coil after opening the transistors. The electromagnetic transients triggered in the loop containing the inductive coil and capacitor after opening the transistors and in the loop containing the AW section and the capacitor after closing the transistors are investigated. Expressions for determining the optimal capacitance of the capacitors are obtained. It has been found that the power loss in the inductive coil is negligibly small in comparison with the electromagnetic power. An example of calculating the capacitance of the capacitors is given. The use of capacitors and an inductive coil for protecting the transistors from overvoltages makes it possible to improve the efficiency of contactless motors with half-wave switching and to widen their application field.

Key words: *contactless DC motor, half-wave switching, protection of transistors, electromagnetic transients, optimal capacitance of capacitors, loss in the coil*

REFERENCES

1. **Balagurov V.A., Gridin V.M., Lozenko V.K.** *Beskontaktnye dvigateli postoyannogo toka s postoyannymi magnitami* (Contactless DC motors with permanent magnets). Moscow, Publ. «Energiya», 1975, 128 p.
2. **Osin I.L., Yuferov F.M.** *Elektricheskiye mashiny avtomaticheskikh ustroystv* (Electrical machines of automatic devices). Moscow, Publ. of Moscow Power Engineering Institute, 2003, 424 p.

3. **A.s. na izobreteniyе No. 1380354** at 5.10.1970 (An inventor's certificate No. 1380354 from 5.10.1970). Bulletin of inventions, 1974, No. 34.

4. **Kasatkin A.S., Nemtsov M.V.** *Elektrotehnika. Kn. 1* (Electrotechnics. Book 1st). Moscow, Energoatomizdat, 1995, 240 p.

* * *

Электричество, 2017, № 3, с. 37–49.

Вектор Пойнтинга и новая теория трансформатора. Часть 4. «Анатомия» трансформатора

ШАКИРОВ М.А.

Показано, сколь мощным средством является применение векторного потенциала в становлении корректной теории трансформатора взамен существующей, несовместимой с этим понятием. Впервые удалось отобразить на схеме замещения топологию броневго трансформатора в виде узлов, ассоциированных с радиусами стержня, ярма и обмоток. Доказано существование А-инвариантных цилиндрических поверхностей внутри обмоток, на которых векторный потенциал не зависит от нагрузки. Показано, что линии разделения потоков в окне могут проходить не только в промежутке между обмотками, но и внутри обмоток. В случае короткого замыкания линия разделения проходит только внутри короткозамкнутой обмотки. Потери и насыщение в реальном трансформаторе могут быть учтены внесением соответствующих ветвей намагничивания по аналогии с тем, как это выполнено в предыдущих трех частях работы. Полученные результаты ставят вопрос о написании новой теории трансформатора с учетом распределения в нем векторного потенциала.

Ключевые слова: *трансформатор, первичная и вторичная обмотки, магнитный поток, векторный потенциал, схема замещения, короткое замыкание*

В первых трех частях излагаемой теории рассматривалась универсальная физико-математическая модель двухобмоточного трансформатора, по-

лучившая название его 4Т-образной схемы замещения [1–3]. Ее также можно назвать *анатомической* моделью по двум причинам: во-первых, благодаря

однозначному соответствию каждого элемента схемы определенному участку магнитной системы трансформатора; во-вторых, отображению на этих элементах реальных магнитных потоков в отдельных участках магнитопровода, в толще обмоток и в промежутке между ними. Реальность означает, что все эти потоки (в отличие от виртуальных, так называемых потоков «рассеяния», и «главном потоке» в официальной теории [4–7]) являются истинными, т.е. могущими быть физически измеренными, например, с помощью измерительных катушек [8]. Термин *универсальная модель* употреблен в смысле возможности ее применения в качестве основы для построения схем замещения более сложных многообмоточных трансформаторов и автотрансформаторов, что отчасти получило подтверждение в третьей части работы [3].

Вместе с тем практика ставит задачу более полного раскрытия связей внутренних процессов в трансформаторе с его внешними проявлениями. Речь идет о поиске топологической схемной модели трансформатора, в которой его *анатомия* была бы раскрыта еще более подробно, т.е. с явным отображением на схеме замещения его геометрии. В настоящей работе показано, что такая задача разрешима, если при описании внутренних электромагнитных процессов привлечь понятие о векторном магнитном потенциале. Будучи первым этапом в этом направлении, работа ограничена исследованиями идеализированного броневое трансформатора, допускающего точное математическое описание его геометрии, благодаря чему, как и в предыдущих частях [1–3], достигается полная достоверность полученных результатов.

Векторный потенциал в электромеханике. Современная электромеханика, как известно, построена на аналогиях с уравнениями трансформатора. В настоящее время она обходится без привлечения понятия о векторном потенциале \mathbf{A} , что, по мнению Р. Фейнмана, происходит «из-за того, что его можно менять добавлением градиента», и «люди повторяли, что векторный потенциал не обладает прямым физическим смыслом». В результате, как он полагает, «в классической механике (точнее электромеханике — *М.Ш.*) вектор \mathbf{A} не имеет непосредственного, важного значения» [9, с. 24]. В действительности неостребованность векторного потенциала объясняется его несовместимостью с догмами официальной теории трансформатора, изначально обросшей надуманными понятиями о потоках рассеяния и о главном магнитном потоке $\dot{\Phi}_0$, будто бы создаваемом МДС намагничивания $w_1 \dot{I}_0 = w_1 \dot{I}_1 = w_2 \dot{I}_2$. Парадокс состоит в том, что при этом в трансформаторе с наилучшими данны-

ми, т.е. с наилучшей сталью ($\mu_{\text{сталь}} = \infty$) и идеальной магнитной связью между обмотками, в любом режиме значение $w_1 \dot{I}_0 = 0$; тогда согласно официальной теории окажется $\dot{\Phi}_0 = 0$ и трансформатор работать не будет, что явно или косвенно подтверждают учебники [4–7].

Новая теория [1–3] изначально построена на исследовании свойств трансформатора с предельно лучшими параметрами, для которого условия $\mu_{\text{сталь}} = \infty$ и $w_1 \dot{I}_0 = 0$ являются нормой при исследовании любых режимов. Образно говоря, новая теория начинается там, где заканчивается, терпит крах, официальная теория. Поэтому в отличие от нее, новая теория открыта для ее мониторинга векторным потенциалом, поскольку в ее основе лежат не виртуальные, надуманные, а реальные магнитные потоки трансформатора [10, 11].

Векторный потенциал в физике. Было бы более полезным, если бы вместо оправдания неостребованности \mathbf{A} в электромеханике было показано, что нового \mathbf{A} может внести в ее развитие. Причем ответ должен быть дан в терминах классической электротехники. Акцент на классическое воззрение сделан неслучайно, поскольку анализ поля простейшей катушки физиками выполнен с привлечением идей квантовой механики [9], что выглядит отпугивающим и для решения технических проблем неприемлемым.

Вместо трансформатора Р. Фейнман в [9, с.15–27] рассматривает «длинный соленоид, по которому течет постоянный ток». Особенность состоит в том, что «снаружи него поля \mathbf{B} нет, тогда как ... есть \mathbf{A} ». Утверждается, что эта ситуация разрешается на основе «уравнения Шредингера» (1926 г.) и выполненного «через тридцать лет... кристально ясного опыта Боме и Аронова (1956 г.), ... которым многие были просто потрясены».

А между тем, центральный вопрос Р. Фейнмана — «что реальнее \mathbf{B} или \mathbf{A} » — имеет прямое отношение к теории трансформатора, так как парадокс, описанный им для соленоида, еще в большей степени проявляется при рассмотрении идеализированного броневое трансформатора: в стали поле $\mathbf{H} = 0$, а векторный потенциал существует и в стали и снаружи в окне трансформатора в любом режиме. В режиме холостого хода и вовсе имеет место полная аналогия с соленоидом: в окне трансформатора поля \mathbf{B} нет, тогда как есть \mathbf{A} . Как видно, то, что физиками рассматривается как экзотика, необычность, для инженеров-электриков является типовыми случаями.

В сложившейся ситуации, помимо преодоления предрассудков официальной теории трансформато-

ра, несовместимой с теорией векторного потенциала, необходимо в обход квантово-механическим толкованиям Р. Фейнмана найти простые физические представления для векторного потенциала на естественном для инженеров-электриков языке. Таким образом, материал статьи приобретает помимо практического, также дидактическое и мировоззренческое значения.

Главенство векторного потенциала в трансформаторе. При ознакомлении с функцией распределения векторного потенциала в трансформаторе весьма важно располагать ее аналитическим выражением, что возможно, если трансформатор имеет цилиндрическую броневую структуру (рис. 1). Сечения стержня и бокового яра одинаковы, поэтому

$$D_{бок2} = \sqrt{D_{ст}^2 - D_{бок1}^2}. \quad (1)$$

Магнитное и электрическое поля осесимметричны, поэтому естественно рассматривать их в цилиндрических координатах z, r, α (с ортами $\mathbf{k}, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\alpha$) при следующих допущениях: значения высоты обмоток $h_{об} = h_{окн} = h$, где $h_{окн}$ – высота окна; активные сопротивления обмоток равны нулю; потери в стали отсутствуют; магнитная проницаемость стали бесконечна ($\mu_{сталь} = \infty$); магнитная индукция в стали распределяется равномерно по сечению.

Из этих условий вытекает, что магнитные потоки в промежутках шириной δ_1 и δ_2 равны нулю. Линии индукции $\mathbf{B}(r)$ магнитных потоков $\dot{\Phi}_{ст}, \dot{\Phi}_{бок}$ в стали и потоков $\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_\delta, \dot{\Phi}_b$ в окне параллельны оси z , а линии электрического поля $\mathbf{E}(r)$ циркулируют вокруг оси z . При этом векторный

потенциал $\mathbf{A} = A_\alpha(r)\mathbf{e}_\alpha$ можно принять главенствующим, поскольку он оказывается первообразной функцией в том смысле, что производные от $A(r) = A_\alpha(r)$ определяют оба поля в трансформаторе – магнитное $\mathbf{B}(r)$ и электрическое $\mathbf{E}(r)$:

$$\mathbf{B} = B_z(r)\mathbf{e}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \mathbf{e}_z; \quad \mathbf{E} = E_\alpha(r)\mathbf{e}_\alpha = -\frac{\partial A}{\partial t} \mathbf{e}_\alpha. \quad (2)$$

Кроме того, векторный потенциал напрямую определяет функцию потока

$$\Phi(r) = \int_0^{2\pi} A_\alpha(r) r d\alpha = A_\alpha(r) r \int_0^{2\pi} d\alpha = 2\pi r A(r). \quad (3)$$

Поскольку на оси стержня $\Phi(r)|_{r=0} \equiv \Phi(0) = 0$, то и векторный потенциал следует на оси z принять равным нулю, т.е.

$$A(r)|_{r=0} \equiv A(0) = 0. \quad (4)$$

С учетом этого условия, зная распределение $A(r) = A_\alpha(r)$, можно легко с помощью (3) определить любой из потоков $\dot{\Phi}_{ст}, \dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_\delta, \dot{\Phi}_b, \dot{\Phi}_{бок}$, связанных между собой следующими соотношениями (рис. 1):

$$\dot{\Phi}_я^{ad} = \dot{\Phi}_{ст} - \dot{\Phi}_a; \quad (5)$$

$$\dot{\Phi}_я^{db} = \dot{\Phi}_я^{ad} - \dot{\Phi}_\delta = \dot{\Phi}_{ст} - \dot{\Phi}_a - \dot{\Phi}_\delta; \quad (6)$$

$$\dot{\Phi}_{бок} = \dot{\Phi}_я^{db} - \dot{\Phi}_b = \dot{\Phi}_{ст} - \dot{\Phi}_a - \dot{\Phi}_\delta - \dot{\Phi}_b. \quad (7)$$

Правые части этих выражений показывают, что все потоки в стали можно имитировать как частные значения функции потока $\Phi(r)$ в окне:

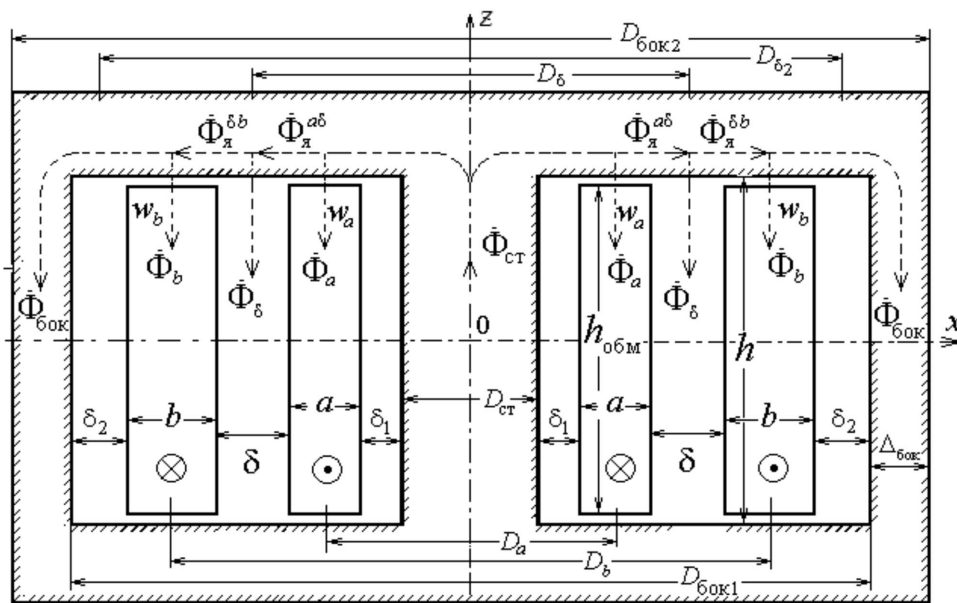


Рис. 1. Магнитные потоки в броневом идеализированном ($\mu_{сталь} = \infty$) трансформаторе

$$\dot{\Phi}_{\text{ст}} = \dot{\Phi}(r_{\text{ст}}); \quad (8)$$

$$\dot{\Phi}_{\text{я}}^{a\delta} = \dot{\Phi}(r_2^a); \quad (9)$$

$$\dot{\Phi}_{\text{я}}^{\delta b} = \dot{\Phi}(r_1^b); \quad (10)$$

$$\dot{\Phi}_{\text{бок}} = \dot{\Phi}(r_{\text{бок1}}), \quad (11)$$

где радиусы:

$$r_{\text{ст}} = D_{\text{ст}}/2; \quad r_1^a = r_{\text{ст}} + \delta_1; \quad r_2^a = r_1^a + a; \quad (12)$$

$$r_1^b = r_1^a + \delta; \quad r_2^b = r_1^b + b; \quad r_{\text{бок1}} = r_2^b + \delta_2. \quad (13)$$

Из (3) получаем обратное соотношение, используемое далее для определения распределения векторного потенциала внутри трансформатора:

$$A = A_\alpha(r) = \frac{\Phi(r)}{2\pi r} \quad (14)$$

или в комплексной форме:

$$\dot{A}(r) = \frac{\dot{\Phi}(r)}{2\pi r}. \quad (15)$$

Поскольку положительное направление функции потока на эскизе (рис. 1) принимается совпадающим с направлением оси z , то вектор $A = A_\alpha(r)$, циркулирующий вокруг этой оси, в правой части эскиза направлен от нас, перпендикулярно плоскости рисунка. На основе (8)–(15) можно записать следующие частные значения векторного потенциала на граничных поверхностях стержня, обмотки и бокового ярма внутри трансформатора:

$$\dot{A}(r_{\text{ст}}) = \frac{\dot{\Phi}(r_{\text{ст}})}{2\pi r_{\text{ст}}} = \frac{\dot{\Phi}_{\text{ст}}}{2\pi r_{\text{ст}}}; \quad (16)$$

$$\dot{A}(r_2^a) = \frac{\dot{\Phi}(r_2^a)}{2\pi r_2^a} = \frac{\dot{\Phi}_{\text{я}}^{a\delta}}{2\pi r_{\text{я}}^a}; \quad (17)$$

$$\dot{A}(r_1^b) = \frac{\dot{\Phi}(r_1^b)}{2\pi r_1^b} = \frac{\dot{\Phi}_{\text{я}}^{\delta b}}{2\pi r_1^b}; \quad (18)$$

$$\dot{A}(r_{\text{бок1}}) = \frac{\dot{\Phi}(r_{\text{бок1}})}{2\pi r_{\text{бок1}}} = \frac{\dot{\Phi}_{\text{бок}}}{2\pi r_{\text{бок1}}}. \quad (19)$$

Из (2) следует, что, в конечном итоге, и вектором Пойнтинга

$$\mathbf{\Pi}(r) = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \Pi(r)\mathbf{e}_r, \quad (20)$$

где $\Pi(r) = E_z H_y$, также «правит» векторный потенциал. Если магнитопровод и обмотки трансформатора ассоциировать с его «скелетом», а магнитные потоки – с его «плотью», то можно сказать, что векторный потенциал – дух или душа трансформатора,

которая, будучи причиной всего (т.е. $\mathbf{H}(r)$, $\mathbf{E}(r)$, $\mathbf{\Pi}(r)$ и $\dot{\Phi}_{\text{ст}}$, $\dot{\Phi}_a$, $\dot{\Phi}_\delta$, $\dot{\Phi}_b$, $\dot{\Phi}_{\text{бок}}$ и др.), скрытно, изнутри, правит самым главным – движением энергии в нем. Такая трактовка векторного потенциала анимирует трансформатор, делает его как бы живым, что в целом стимулирует мышление с целью обнаружения его новых свойств. Само же понятие «дух трансформатора» имеет имманентный смысл, такой же как в выражениях «дух законов, дух времени, дух вселенной, дух древности» и т.д. В этом же смысле следует воспринимать термин «анатомия трансформатора» подобно понятиям «анатомия полета, анатомия мечты, анатомия любви, анатомия суда» и др.

Токи в обмотках идеализированного трансформатора. Сопротивление короткого замыкания идеализированного трансформатора есть чисто индуктивная величина:

$$z_{\text{кз}} = \omega L_{\text{кз}}, \quad (21)$$

где $L_{\text{кз}}$ – известная из учебников индуктивность КЗ со стороны первичной обмотки. Если первичной является обмотка a (рис. 1), то $L_{\text{кз}}$ можно представить в виде суммы следующих трех слагаемых [2, с. 48]:

$$L_{\text{кз}} = L_a + L_\delta + L'_b, \quad (22)$$

причем

$$L_a = \frac{\mu_0 \pi (D_a + a/2)a}{3h} w_a^2 \approx \frac{\mu_0 s_a}{3h} w_a^2; \quad (23)$$

$$L_\delta = \frac{\mu_0 \pi D_\delta \delta}{h} w_a^2 \approx \frac{\mu_0 s_\delta}{h} w_a^2; \quad (24)$$

$$L'_b = \frac{\mu_0 \pi (D_b - b/2)b}{3h} w_a^2 \approx \frac{\mu_0 s_b}{3h} w_a^2, \quad (25)$$

где s_a, s_b, s_δ – площади поперечных сечений обмоток и промежутка между ними:

$$s_a = \pi a (r_2^a + r_1^a); \quad s_\delta = \pi D_\delta \delta; \quad s_b = \pi b (r_2^b + r_1^b). \quad (26)$$

При подключении вторичной обмотки к нагрузке $Z_{\text{нагр}}$ в первичной обмотке a возникнет ток

$$\dot{I}_a = \frac{\dot{U}_a}{j\omega L_{\text{кз}} + Z'_{\text{нагр}}} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega L_{\text{кз}} + \left(\frac{w_a}{w_b}\right)^2 Z_{\text{нагр}}}. \quad (27)$$

В (22), (25) и (27) штрихами, как принято, помечены величины, приведенные к первичной обмотке. В приведенном идеализированном трансформаторе $\dot{I}'_b = \dot{I}_a$.

Универсальные схемные модели трансформатора. В отличие от [1–3] на схеме рис. 2,а выделены узлы, отмеченные крестиками, для демонстрации

нового качества 4Т-образной схемы замещения — условной топологической модели идеализированного трансформатора. Этими узлами явно отображается геометрическая структура трансформатора — радиусы $r_{ст}, r_1^a, r_2^a, r_1^b, r_2^b, r_{бок1}$ цилиндрических поверхностей, соответствующих стержню, границам обмоток и бокового ярма (рис. 1). В результате 4Т-схема (рис. 2,а) приобретает два новых свойства по отношению к окну и стали.

Первое свойство заключается в четком отображении геометрического размещения всех потоков в окне. Непосредственно по ней определяем: поток в окне между цилиндрическими поверхностями радиусов r_1^a и r_2^a , т.е. в толще обмотки a , равен $\dot{\Phi}_a$. Схема показывает также, что поток $\dot{\Phi}_\delta$ занимает пространство между цилиндрическими поверхностями радиусов r_2^a и r_1^b , а поток $\dot{\Phi}_b$ — между поверхностями радиусов r_1^b и r_2^b . Из схемы следует, что в окне между поверхностями радиусов $r_{ст}$ и r_1^a , т.е. в зазоре δ_1 , а также между поверхностями радиусов r_2^b и $r_{бок1}$, т.е. в зазоре δ_2 , потоков нет, поскольку схема (рис. 2,а) соответствует идеализированному трансформатору. Наконец, схема показывает, что между поверхностями $r_{ст}$ и $r_{бок1}$ протекает суммарный магнитный поток окна $\dot{\Phi}_{окно}$.

Второе свойство состоит в идентификации значения функции потока $\dot{\Phi}(r)$ в стали относительно оси симметрии трансформатора. Это поясняется на схеме (рис. 2,б), в которой добавлен общий узел, отображающий радиус $r=0$, и все потоки (рис. 2,а) заменены частными значениями функции потока в соответствии с (8)–(11). Непосредственно по схеме (рис. 2,б) читаем: на цилиндрической поверхности радиуса $r_{ст}$ функция потока $\dot{\Phi}(r) = \dot{\Phi}_{r_{ст}}$; на поверхности радиуса r_2^a функция потока $\dot{\Phi}(r) = \dot{\Phi}_{r_2^a}$ (т.е. поток, ограниченный поверхностью радиуса r_2^a , равен $\dot{\Phi}_{r_2^a}$) и т.д. В конце концов констатируем: на поверхности радиуса $r_{бок1}$ функция потока $\dot{\Phi}(r) = \dot{\Phi}_{r_{бок1}}$, т.е. поток, ограниченный поверхностью радиуса $r_{бок1}$, равен $\dot{\Phi}_{r_{бок1}}$. Возможно, что на схеме (рис. 2,б) можно отобразить радиус любой цилиндрической поверхности окна надлежащим расщеплением индуктивностей L_a, L_δ, L_b и таким образом получить распределенную схемную модель трансформатора.

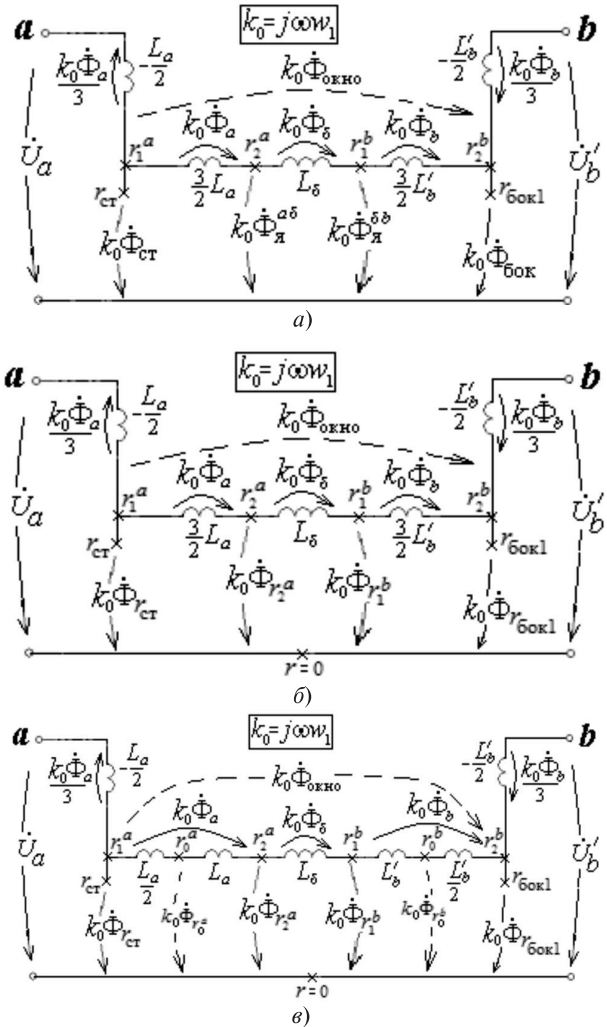


Рис. 2. Условно-топологическая 4Т-образная схема замещения идеализированного трансформатора с отображением на ней: а — основных потоков (рис. 1); б — функции потока на границах магнитопровода и обмоток; в — дополнительных значений функции потока на особых поверхностях внутри обмоток

А-инвариантные поверхности внутри обмоток трансформатора. На рис. 2,в изображена схема, отличающаяся от схемы рис. 2,б расщеплением каждой из величин $3L_a/2$ и $3L_b/2$ на два слагаемых:

$$\frac{3L_a}{2} = \frac{L_a}{2} + L_a; \quad \frac{3L_b}{2} = L_b + \frac{L_b}{2}. \quad (28)$$

Узлы между этими частями соответствуют особым цилиндрическим поверхностям внутри обмоток с радиусами, обозначенными как r_0^a и r_0^b . Эти поверхности играют важную роль в понимании работы трансформатора. Действительно, непосредственно из схемы (рис. 2,в) заключаем, что напряжения от r_0^a -узла и r_0^b -узла в направлении общего узла ($r=0$) оказываются всегда равными напряжениям на зажимах трансформатора:

$$k_0 \dot{\Phi}_{r_0^a} = \dot{U}_a; \quad k_0 \dot{\Phi}_{r_0^b} = \dot{U}_b. \quad (29)$$

Отсюда вытекает, что если напряжения на входах заданы, то потоки

$$\dot{\Phi}_{r_0^a} = \frac{\dot{U}_a}{k_0}; \quad (30)$$

$$\dot{\Phi}_{r_0^b} = \frac{\dot{U}_b}{k_0} \quad (31)$$

внутри цилиндрических поверхностей соответственно радиусов r_0^a или r_0^b окажутся строго детерминированными. Согласно (15) детерминированными, т.е. не зависящими от нагрузки, окажутся также и значения векторного потенциала на этих поверхностях внутри обмоток:

$$\dot{A}_{r_0^a} = \frac{\dot{\Phi}_{r_0^a}}{2\pi r_0^a} = \frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a}; \quad (32)$$

$$\dot{A}_{r_0^b} = \frac{\dot{\Phi}_{r_0^b}}{2\pi r_0^b} = \frac{\dot{U}_b}{2\pi k_0 r_0^b}. \quad (33)$$

Из (32) и (33) вытекают следующие, весьма загадочные, свойства идеализированного трансформатора с первичной внутренней обмоткой a :

при неизменном напряжении U_a на первичной обмотке r_0^a -поверхность внутри нее является A -инвариантной, т.е. поверхностью, на которой векторный потенциал не зависит от нагрузки и, следовательно, совпадает с его значением при холостом ходе:

$$\dot{A}_{r_0^a} = \dot{A}_{r_0^a}^{xx} = \frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a} = \frac{\dot{U}_a}{2\pi(j\omega w_a)r_0^a}; \quad (34)$$

при поддержании неизменным напряжения U_b на нагрузке, т.е. на вторичной обмотке b , r_0^b -поверхность внутри нее проявляет себя как A -инвариантная поверхность относительно нагрузки, при этом векторный потенциал на ней принимает значение

$$A_{r_0^a} = \frac{U_a}{2\pi\omega w_b r_0^b}. \quad (35)$$

Очевидно, аналогичные свойства имеют место, когда первичной является обмотка b .

Нуль-поверхность в режиме КЗ трансформатора. Из (35) следует, что в режиме КЗ вторичной обмотки b (т.е. при $U_b=0$) r_0^b -поверхность становится нуль-поверхностью со значением векторного потенциала, равным нулю. Суммарный поток внутри нуль-поверхности равен нулю. Существование та-

кой поверхности является признаком возникновения антипотока в боковом ярме, т.е. потока, направленного навстречу потоку в стержне и замыкающемуся через часть обмотки b , которая ограничена поверхностями с радиусами r_0^b и r_2^b . Поскольку нуль-поверхность r_0^b режима КЗ отделяет потоки, замыкающиеся через стержень, от потоков, замыкающихся через боковое ярмо трансформатора, ее можно также назвать поверхностью раздела потоков в режиме КЗ обмотки b . На эскизах полей она оставляет след в виде линии разделения потоков. К перечисленным выше загадочным свойствам добавляется еще два:

линия раздела потоков при КЗ может проходить только внутри короткозамкнутой обмотки;

в промежутке между обмотками линия раздела может проходить только в режиме противовключения.

Если вторичной окажется внутренняя обмотка a , то в ее короткозамкнутом состоянии роль нуль-поверхности примет r_0^a -поверхность внутри нее.

Дрейф линии разделения потоков. Из анализа схем (рис. 2) можно сделать следующие выводы:

при чисто индуктивной нагрузке на стороне обмотки b , равной

$$X'_{\text{нагр}} = \omega L'_b / 2 = X'_b / 2, \quad (36)$$

поток в боковом ярме $\dot{\Phi}_{\text{бок}}=0$, и роль линии разделения потоков принимает r_2^b -поверхность, т.е. внешняя поверхность вторичной обмотки b ;

при вариации индуктивной нагрузки на стороне обмотки b в пределах

$$0 \leq X'_{\text{нагр}} \leq X'_b / 2 \quad (37)$$

радиус линии разделения потоков будет дрейфовать внутри обмотки b от r_2^b до r_0^b ;

последующее смещение линии разделения в пределах обмотки b возможно за счет подключения к ней чисто емкостной нагрузки при ее изменении в пределах

$$(-X'_b) \leq X'_{\text{нагр}} \leq 0; \quad (38)$$

при $X'_{\text{нагр}} = (-X'_b)$ значение функции потока $\dot{\Phi}_{r_1^b}=0$, и линия разделения совпадает с радиусом r_1^b внутренней поверхности обмотки b ;

только при чисто емкостных нагрузках на стороне обмотки b линия разделения потоков может оказаться в δ -области между обмотками, если эта нагрузка не выходит за пределы

$$-(X_\delta + X'_b) \leq X'_{\text{нагр}} \leq (-X'_b); \quad (39)$$

при $X'_{\text{нагр}} = -(X_\delta + X'_b)$ значение функции потока $\dot{\Phi}_{r_2^a} = 0$, и линия совпадает с внешним радиусом r_2^a внутренней обмотки a .

Линия разделения потоков может оказаться и внутри первичной обмотки a , если продолжить увеличение емкостной нагрузки на стороне обмотки b . На этот неожиданный факт указывает анализ любой из схем (рис. 2) при $X'_{\text{нагр}} = -(X_{\text{кз}} + X_a/2)$, при которой поток в стержне обращается в нуль ($\dot{\Phi}_{\text{ст}} = 0$). Таким образом, при вариации нагрузки в пределах

$$-\left(X_{\text{кз}} + \frac{X_a}{2}\right) \leq X'_{\text{нагр}} \leq -(X_\delta + X'_b), \quad X'_{\text{нагр}} \neq -X_{\text{кз}} \quad (40)$$

линия разделения потоков находится в пределах первичной обмотки a . Дополнительное условие $X'_{\text{нагр}} \neq -X_{\text{кз}}$ введено с целью избежать случая $I_a = \infty$.

В итоге получаем, что в идеализированном трансформаторе с первичной обмоткой a при вариации чисто реактивной нагрузки в пределах

$$-\left(X_{\text{кз}} + \frac{X_a}{2}\right) \leq X'_{\text{нагр}} \leq \frac{X'_b}{2}, \quad X'_{\text{нагр}} \neq -X_{\text{кз}} \quad (41)$$

линия разделения потоков дрейфует по всей области окна трансформатора, т.е. может оказаться внутри любой из обмоток и в промежутке между ними. При реактивных нагрузках за пределами (41) и любой нагрузке, включающей активное сопротивление, линии разделения потоков не существует.

Для определения радиусов r_0^a и r_0^b , а также вычисления радиусов нуль-поверхностей в зависимости от значений реактивных нагрузок (41) необходимо получить развернутые соотношения для $\dot{A}(r)$ во всех частях стали и окна идеализированного трансформатора.

Векторный потенциал в идеализированном трансформаторе. Вывод выражений для векторного потенциала по (15) требует предварительного построения соотношений для функции потока $\dot{\Phi}(r)$, которые можно определить, зная распределение индукции или напряженности поля в трансформаторе. Для определенности рассматривается случай, когда первичной является обмотка a и ток \dot{I}_a определяется из (27). Очевидно, напряженность магнитного поля в стали трансформатора при $\mu_{\text{сталь}} = \infty$ равна нулю. В условиях принятых допущений в окне трансформатора напряженность поля зависит только от радиуса: $H(r) = H_z(r)$, причем функция $\dot{H}(r)$ непрерывна и состоит из отрезков

прямых (табл. 1). Область между обмотками (δ -зона) названа коридором между обмотками из-за ее роли в передаче энергии из первичной обмотки во вторичную. В табл. 1 представлены также формулы для расчета магнитных потоков в соответствующих областях трансформатора, причем для потоков в толще обмоток ($\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_b$) приведены точные и упрощенные соотношения по данным [1,2]. Значения $\dot{H}(r) \equiv \dot{H}_z(r)$ и $\dot{A}(r) \equiv \dot{A}_a(r)$ связаны соотношением

$$\dot{H}(r) \equiv \dot{H}_z(r) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial(rA)}{r \partial r}. \quad (42)$$

Формулы для векторного потенциала приведены в правой колонке табл. 1. Функция $\dot{A}(r)$ не только непрерывная, но и гладкая в окне трансформатора, т.е. имеет непрерывную производную во всем промежутке окна $r_{\text{ст}} < r < r_{\text{ок1}}$. В этом легко убедиться как прямой проверкой совпадения производных $d\dot{A}(r)/dr$ на границах зон окна, так и из физических соображений с учетом того, что напряженность магнитного поля в окне может быть представлена в виде (42). На границах зон в окне $\dot{H}(r) \equiv \dot{H}_z(r)$ тангенциальна и, следовательно, непрерывна. Непрерывна и производная $d\dot{A}(r)/dr$, что указывает на гладкость функции $\dot{A}(r)$. Для $\dot{A}_a(r)$ и $\dot{A}_b(r)$ помимо точных представлены также приближенные соотношения, полученные в результате аппроксимации кубических многочленов квадратичными при условии, что они совпадают на границах и в средней части соответствующих обмоток.

Следует отметить, что в плоском броневом трансформаторе точные соотношения для $\dot{A}_a(x)$ и $\dot{A}_b(x)$ выражаются через квадратичные многочлены.

Радиус r_0^a A -инвариантной поверхности внутри первичной обмотки a . В соответствии с определением, данным A -инвариантной r_0^a -поверхности, для того чтобы получить формулу для ее радиуса, достаточно приравнять правую часть (34) выражению $\dot{A}(r)$ из табл. 1, положив в нем $r = r_0^a$. Воспользовавшись для удобства приближенной формулой для $\dot{A}(r)$, получаем следующее квадратное уравнение относительно r_0^a :

$$\frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a} = \frac{1}{2\pi r_0^a} \left(\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \frac{\pi \mu_0 w_a \dot{I}_a}{ha} r_2^a (r_0^a - r_1^a)^2 \right), \quad (43)$$

Таблица 1

Распределение напряженности и векторного потенциала в идеализированном бронеовом трансформаторе
($\mu_{\text{сталь}} = \infty$)

Область (зона)	Пределы изменения r в зоне	Напряженность $\dot{H}(r) \equiv \dot{H}_z(r)$ и поток области $\dot{\Phi} \equiv \dot{\Phi}_z$	Векторный потенциал $\mathbf{A} \equiv A(r)\mathbf{e}_a$; $A(r) \equiv \dot{A}_a(r)$
Стержень	$0 < r < r_{\text{ст}}$	$\dot{H}(r) = 0$ $\dot{\Phi}_{\text{ст}} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a} + \frac{\dot{\Phi}_a}{3}$	$\dot{A}_{\text{ст}}(r) = \frac{1}{2\pi r} \dot{\Phi}_{\text{ст}} \frac{r^2}{r_{\text{ст}}^2}$
Канал δ_1	δ_1 -зона $r_{\text{ст}} < r < (r_{\text{ст}} + a)$	$\dot{H}(r) = 0$ $\dot{\Phi}_{\delta_1} = 0$	$\dot{A}_{\delta_1}(r) = \frac{1}{2\pi r} \dot{\Phi}_{\text{ст}}$
Внутренняя обмотка	a -зона $r_1^a < r < r_2^a$	$\dot{H}_a = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \frac{r - r_1^a}{a}$ $\dot{\Phi}_a = \frac{\mu_0 \pi a}{2} \left(D_a + \frac{a}{3} \right) \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$ $\dot{\Phi}_a \approx \frac{3 L_a \dot{I}_a}{2 w_a}$	$\dot{A}_a(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \frac{2\pi\mu_0}{ha} w_a \dot{I}_a \times \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r_1^a r^2}{4} + \frac{(r_1^a)^3}{6} \right) \right]$ или приближенно $\dot{A}_a(r) \approx \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{ha} r_2^a (r - r_1^a)^2 \right)$
Коридор между обмотками δ	δ -зона $r_2^a < r < r_1^b$	$\dot{H}_\delta = \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$ $\dot{\Phi}_\delta = \frac{\mu_0 \pi D_\delta \delta}{h} w_a \dot{I}_a$ или $\dot{\Phi}_\delta = \frac{L_\delta \dot{I}_a}{w_a}$	$\dot{A}_\delta(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \dot{\Phi}_a - \frac{\pi\mu_0}{h} w_a \dot{I}_a \times (r^2 - r_2^a)^2 \right]$ или $\dot{A}_\delta(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \dot{\Phi}_b + \frac{\pi\mu_0}{h} w_a \dot{I}_a \times ((r_1^b)^2 - r^2) \right]$
Внешняя обмотка	b -зона $r_1^b < r < r_2^b$	$\dot{H}_b = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \frac{r_2^b - r}{b}$ $\dot{\Phi}_b = \frac{\mu_0 \pi b}{2} \left(D_b - \frac{b}{3} \right) \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$ $\dot{\Phi}_b \approx \frac{3 L_b \dot{I}_a}{2 w_a}$	$\dot{A}_b(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{2\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{hb} \times \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r_2^b r^2}{2} + \frac{r_2^b}{6} \right) \right]$ или приближенно $\dot{A}_b(r) \approx \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}} - \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{hb} r_1^b (r_2^b - r)^2 \right)$
Канал δ_2	δ_2 -зона $r_2^b < r < r_2^b + \delta_2$	$\dot{H}(r) = 0$ $\dot{\Phi}_{\delta_2} = 0$	$\dot{A}_{\delta_2}(r) = \frac{\dot{\Phi}_{\text{бок}}}{2\pi r}$
Боковое ярмо	$r_{\text{бок1}} < r < r_{\text{бок2}}$	$\dot{H}(r) = 0$ $\dot{\Phi}_{\text{бок}} = \frac{\dot{U}_b}{j\omega w_b} - \frac{\dot{\Phi}_b}{3}$	$\dot{A}_{\text{бок}}(r) = \frac{\dot{\Phi}_{\text{бок}}}{2\pi r} \frac{(-r^2 + r_{\text{бок2}}^2)}{(r_{\text{бок2}}^2 - r_{\text{бок1}}^2)}$

в котором $\dot{\Phi}_{\text{ст}}$ с учетом (23) и (26) можно представить в виде

$$\dot{\Phi}_{\text{ст}} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a} + \frac{1}{3} \dot{\Phi}_a = \frac{\dot{U}_a}{k_0} + \frac{L_a \dot{I}_a}{2w_a} = \frac{\dot{U}_a}{k_0} + \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{6h} a(r_2^a + r_1^a),$$

после чего вместо (43) получаем:

$$\frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a} = \frac{1}{2\pi r_0^a} \times \left(\frac{\dot{U}_a}{k_0} + \frac{\pi\mu_0}{h} w_a \dot{I}_a \left(\frac{a(r_0^a + r_1^a)}{6} - \frac{r_2^a (r_0^a - r_1^a)^2}{a} \right) \right)$$

которое в результате сокращений принимает вид

$$\frac{a(r_0^a + r_1^a)}{6} - \frac{r_2^a(r_0^a - r_1^a)^2}{a} = 0.$$

Решив это уравнение относительно r_0^a , находим

$$r_0^a = r_1^a + \frac{a}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{r_1^a}{r_2^a}} \quad (44)$$

или, принимая $r_1^a / r_2^a \approx 1$,

$$r_0^a \approx r_1^a + \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ или } r_0^a \approx r_1^a + 0,577a. \quad (45)$$

Пример 1. Вычислим значение r_0^a для повышающего трансформатора (рис.1) с каталожными данными: $S_{\text{пот}} = 3,333 \text{ мВА}$, $U_{\text{нн}} = 6,35 \text{ кВ}$; $U_{\text{вн}} = 66,4 \text{ кВ}$; $u_{\text{кз}} = 10,5\%$ [1, 2], пренебрегая потерями х.х. и КЗ, полагаем $\mu_{\text{сталь}} = \infty$. По этим данным находим:

$$I_{1\text{пот}} = S_{1\text{пот}} / U_{1\text{пот}} = 525 \text{ А};$$

$$z_{1\text{пот}} = U_{1\text{пот}} / I_{1\text{пот}} = 12,095 \text{ Ом};$$

$$I_1^{\text{кз}} = I_{1\text{пот}} / 0,105 = 5000 \text{ А};$$

$$x_{\text{кз}} = z_{\text{кз}} = 0,105z_{1\text{пот}} = 1,27 \text{ Ом}.$$

Габариты трансформатора: $D_{\text{ст}} = 436,8 \text{ мм}$; $h = 873,6 \text{ мм}$; $D_{\delta} = D_{12} = 630,7 \text{ мм}$; $w_a = 128$; $w_b = 134$. Геометрические данные обмоток: $\delta_1 = a_{01} = 30 \text{ мм}$; $a = a_1 = 41,9 \text{ мм}$; $\delta = a_{12} = 50 \text{ мм}$; $b = a_2 = 62,9 \text{ мм}$; $\delta_2 = a_{22} = 50 \text{ мм}$; $D_a = 538,8 \text{ мм}$; $D_b = 743,6 \text{ мм}$. Радиусы граничных поверхностей в окне: $r_{\text{ст}} = 218,4 \text{ мм}$; $r_1^a = 248,4 \text{ мм}$; $r_2^a = 290,3 \text{ мм}$; $r_1^b = 340,3 \text{ мм}$; $r_2^b = 403,2 \text{ мм}$; $r_{\text{бок1}} = 453,2 \text{ мм}$.

Согласно (22)–(26) имеем: $L_a = 0,557 \text{ мГн}$; $\omega L_a = 0,175 \text{ Ом}$; $L_{\delta} = 2,33 \text{ мГн}$; $\omega L_{\delta} = 0,732 \text{ Ом}$; $L'_b = 1,154 \text{ мГн}$; $\omega L'_b = 0,362 \text{ Ом}$; $L_{\text{кз}} = 4,04 \text{ мГн}$; $\omega L_{\text{кз}} = 1,27 \text{ Ом}$.

По (44) находим:

$$r_0^a \approx r_1^a + \frac{a}{\sqrt{3}} = 0,2484 + \frac{0,0419}{\sqrt{3}} = 0,2726 \text{ м}, \quad (46)$$

причем согласно (34), принимая для удобства $\dot{U}_a = jU_{\text{нн}} = j6350 \text{ В}$, получаем

$$\begin{aligned} \dot{A}_{r_0^a} &= \dot{A}_{r_0^a}^{\text{хх}} = \frac{1}{2\pi(j\omega w_a)} \frac{jU_{\text{нн}}}{r_0^a} = \\ &= \frac{1}{2\pi\omega \cdot 128} \cdot \frac{6350}{0,2726} = 0,0922 \text{ В·с}. \end{aligned} \quad (47)$$

Найденные значения r_0^a , $\dot{A}_{r_0^a}$ подтверждаются

семейством кривых $A(r)$ для режимов х.х., КЗ и нескольких реактивных нагрузок (рис. 3), рассчитанных по формулам табл. 1.

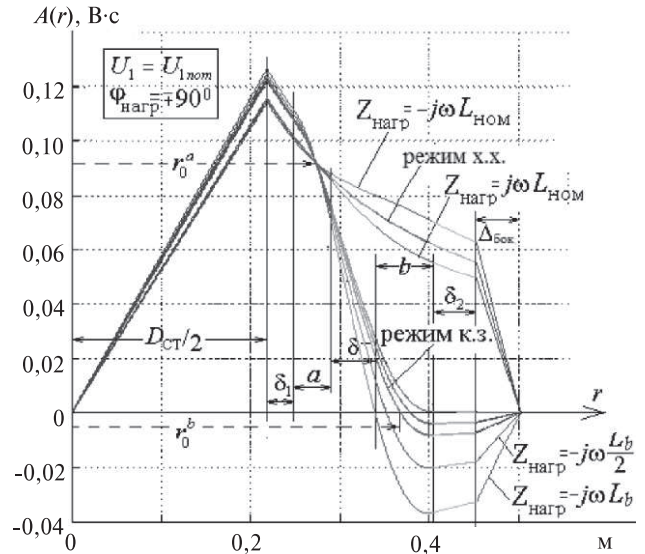


Рис. 3. Векторный потенциал в идеализированном трансформаторе при х.х., КЗ и чисто реактивных нагрузках с нуль-поверхностями внутри вторичной обмотки b

Значение $\omega L_{\text{ном}} = z_{1\text{пот}} = 12,095 \text{ Ом}$. Кривые построены с использованием точных формул для $A_a(r)$ и $A_b(r)$, содержащих кубические многочлены по переменной r . Тем не менее, A -инвариантная точка, найденная из анализа этих кривых ($r_0^a = 0,2733 \text{ м}$, $\dot{A}_a|_{r=r_0^a} = 0,092 \text{ В·с}$), практически совпадает с вычисленной выше по формулам (46) и (47).

В качестве замечания укажем, что, приняв первичное напряжение в виде

$$\dot{U}_a = jU_{\text{нн}}, \quad (48)$$

получены при реактивной нагрузке комплексы тока и векторного потенциала в виде чисто вещественных величин, могущих принимать как положительные, так и отрицательные значения. Это дало возможность наблюдать обращения знака векторного потенциала (рис. 3), что невозможно при активных и активно-реактивных нагрузках, так как в этих случаях векторный потенциал будет комплексной величиной.

Радиус r_0^b нуль-поверхности внутри короткозамкнутой вторичной обмотки b . С учетом физического смысла нуль-поверхности r_0^b в режиме КЗ обмотки b для определения r_0^b необходимо подставить $r = r_0^b$ в

приближенную формулу $A_b(r)$ (табл. 1) и приравнять полученное выражение нулю:

$$\dot{A}_b^{\text{кз.внеш}} \equiv \dot{A}_b^{\text{кз.внеш}}(r_0^b) = \frac{1}{2\pi r_0^b} \times \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{кз.внеш}} + \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a^{\text{кз.внеш}}}{hb} r_1^b (r_2^b - r_0^b)^2 \right) = 0. \quad (49)$$

Выполнив подстановки, аналогичные тем, которые использовались при упрощении (43), получим

$$r_0^b = r_2^b - \frac{b}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{r_2^b}{r_1^b}} \quad (50)$$

или, принимая $r_2^b / r_1^b \approx 1$,

$$r_0^b \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} \quad \text{или} \quad r_0^b \approx r_2^b - 0,577b. \quad (51)$$

Это значит, что антипоток бокового ярма, замыкаясь через короткозамкнутую внешнюю обмотку, занимает 57,7% ее ширины от ее внешнего края. В остальную, внутреннюю, часть обмотки, занимающую 42,3 % ее ширины, проникает сверхпоток стержня.

Пример 2. Найдем радиус нуль-поверхности в короткозамкнутой обмотке b для трансформатора с данными из примера 1. По (51) получаем

$$r_0^b \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} = 0,4032 - \frac{0,0929}{\sqrt{3}} = 0,3668 \text{ м}. \quad (52)$$

Этот радиус можно также найти по точке пересечения с осью абсцисс кривой $\dot{A}_b^{\text{кз.внеш}}(r)$, т.е. кривой $\dot{A}(r)$ при нулевой нагрузке на обмотке b . На рис. 3 эта кривая представлена графиком $\dot{A}(r)$ в режиме КЗ. В точке пересечения этого графика с осью абсцисс $r_0^b = 0,3684$ м, что практически совпадает с расчетом по (52).

Линия разделения потоков внутри обмотки b . Радиус линии разделения потоков дрейфует внутри обмотки b от r_2^b до r_0^b при условии, что нагрузка является чисто реактивной и не выходит за пределы (37). Для определения зависимости радиуса r_0 этой линии от нагрузки целесообразно все слагаемые выражения для векторного потенциала внутри обмотки b :

$$\dot{A}_b(r) \approx \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{hb} r_1^b (r_2^b - r)^2 \right) =$$

$$= \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{3}{2} \frac{X'_b}{\omega w_a} \dot{I}_a \frac{(r_2^b - r)^2}{b^2} \right) \quad (53)$$

выразить через ток, что нетрудно выполнить, если учесть, что согласно схемам (рис. 2) при $Z'_{\text{нагр}} = jX'_{\text{нагр}}$ поток

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{бок}} &= \frac{1}{k_0} \left(-j \frac{X'_b}{2} + jX'_{\text{нагр}} \right) \dot{I}_a = \\ &= \left(-\frac{X'_b}{2} + X'_{\text{нагр}} \right) \frac{\dot{I}_a}{\omega w_a}, \end{aligned}$$

где $X'_b = \omega L'_b$. В результате (53) можно представить в виде

$$\dot{A}_b(r) \approx \frac{1}{2\pi r} \left[X'_{\text{нагр}} - \frac{X'_b}{2} \left(1 - 3 \frac{(r_2^b - r)^2}{b^2} \right) \right] \frac{\dot{I}_a}{\omega w_a}. \quad (54)$$

Для определения радиуса r_0 линии разделения приравниваем это выражение нулю:

$$X'_{\text{нагр}} - \frac{X'_b}{2} \left(1 - 3 \frac{(r_2^b - r)^2}{b^2} \right) = 0,$$

откуда находим

$$r_0 \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{2X'_{\text{нагр}}}{X'_b}}. \quad (55)$$

При этом, поскольку рассматривается зона обмотки b и, следовательно,

$$(r_2^b - b) \leq r_0 \leq r_2^b, \quad (56)$$

то должно выполняться дополнительное условие:

$$(r_2^b - b) \leq r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{2X'_{\text{нагр}}}{X'_b}} \leq r_2^b \quad (57)$$

или

$$-2 \leq \frac{2X'_{\text{нагр}}}{X'_b} \leq 1. \quad (58)$$

Полученный результат представлен в табл. 2 в строке для обмотки b , причем интервал (37) разбит на два подынтервала, чтобы подчеркнуть, что линия раздела с радиусом в диапазоне $r_0^b \leq r_0 \leq r_2^b$ имеет место при индуктивной нагрузке, а с радиусом $r_1^b \leq r_0 \leq r_0^b$ — при емкостной в указанных пределах, что также наглядно иллюстрируется на рис. 3.

Линия разделения потоков в коридоре между обмотками. Для того чтобы получить формулу для радиуса r_0 линии разделения потоков в промежутке δ между обмотками, необходимо взять из табл. 1 со-

Таблица 2

Линия разделения потоков в окне трансформатора с первичной обмоткой *a* и вторичной обмоткой *b*, нагруженного на реактивное сопротивление в пределах $-(X_{кз} - X_a / 2) < X'_{нагр} < X'_b$

Область окна идеализированного трансформатора	Нагрузка на зажимах обмотки <i>b</i>	Радиус r_0 нуль-поверхности	Формула зависимости $r_0(X'_{нагр})$
Обмотка <i>b</i>	$0 < X'_{нагр} < X'_b / 2$ $X'_{нагр} = 0$ $-X'_b < X'_{нагр} < 0$	$r_0^b \leq r_0 \leq r_2^b$ $r_0 \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}}$ $r_1^b \leq r_0 \leq r_0^b$	$r_0 \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{2X'_{нагр}}{X'_b}}$
Коридор между обмотками	$-(X_\delta + X'_b) < X'_{нагр} < X'_b$	$r_2^a \leq r_0 \leq r_1^b$	$r_0 \approx \sqrt{\delta D_\delta \frac{X_\delta + X'_b + X'_{нагр}}{X_\delta} + (r_2^a)^2}$
Обмотка <i>a</i>	$-X_{кз} \leq X'_{нагр} \leq -(X_\delta + X'_b)$ $-(X_{кз} + \frac{X_a}{2}) \leq X'_{нагр} \leq X_{кз}$	$r_0^a < r_0 \leq r_2^a$ $r_1^a < r_0 \leq r_0^a$	$r_0 \approx r_1^a + \frac{a}{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{2(X_{кз} + X'_{нагр})}{X_a}}$

отношение для $\dot{A}_\delta(r)$ и, как и показано выше, привести его к форме, при которой все слагаемые зависят от тока I_a . Приравняв это выражение нулю и решив полученное уравнение, найдем формулу $r_0(X'_{нагр})$, приведенную в табл. 2 для коридора между обмотками. Для удобства обозрения на рис. 4 представлены семейства кривых модуля $|A(r)|$ как для случаев, рассмотренных на рис. 3 (на рис. 4 – графики 1 ÷ 6), так и для емкостных нагрузок, при

которых линии разделения потоков проходят в δ -промежутке между обмотками (графики 7 ÷ 11). Признаком существования линии разделения потоков в окне трансформатора является точка соприкосновения кривой с осью абсцисс (рис. 4).

В качестве примечания отметим, что аналогичным образом найдена формула, приведенная в последней строке табл. 2 для радиуса r_0 линии разделения потоков внутри первичной обмотки *a* в зависимости от реактивной нагрузки.

Распределение векторного потенциала при произвольной нагрузке. При активной и активно-реактивной нагрузках кривые $|A(r)|$ имеют другой вид: они не соприкасаются с осью абсцисс, так как векторный потенциал в общем случае содержит вещественную и мнимую составляющие (рис. 5).

Приведенные кривые распределения векторного потенциала подтверждают предсказания схемной модели (рис. 2, в) о том, что нуль-поверхности и сопутствующие им сверх- и антипоток в стали могут появляться не только при коротких замыканиях, но и при некоторых чисто реактивных нагрузках трансформатора. Признаком сверхпотока в стали является повышенное по сравнению с режимом х.х. значение максимума в кривой векторного потенциала, а признаком антипотока – наличие отрицательных значений в кривой векторного потенциала. Последнее возможно наблюдать лишь при чисто реактивных нагрузках.

Заключение. Вопреки официальной теории оказалось, что в броневом трансформаторе постоянным поддерживается не «общий поток намагничивания в магнитопроводе», а магнитный поток, охватываемый *A*-инвариантной поверхностью, включающий поток в стержне и часть потока в толще

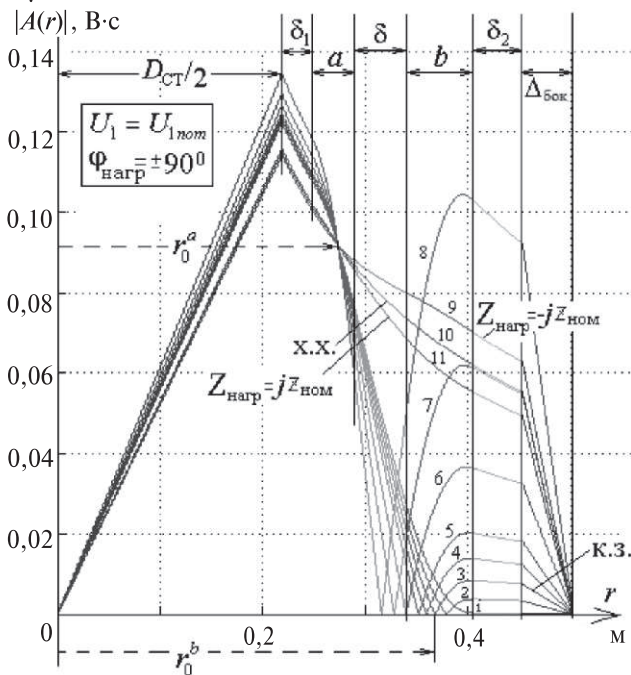


Рис. 4. Кривые для модуля векторного потенциала при некоторых значениях чисто реактивной нагрузки ($X'_{нагр} = \pm jX'_{нагр}$): 1 – $Z'_{нагр} = jX'_b / 2$; 2 – $Z'_{нагр} = jX'_b / 4$; 3 – $Z'_{нагр} = 0$ (КЗ); 4 – $Z'_{нагр} = -jX'_b / 4$; 5 – $Z'_{нагр} = -jX'_b / 2$; 6 – $Z'_{нагр} = -jX'_b$; 7 – $Z'_{нагр} = -j(X'_b + X_\delta / 4)$; 8 – $Z'_{нагр} = -j(X'_b + X_\delta / 2)$; 9 – $Z'_{нагр} = -jz_{ном}$; 10 – $Z'_{нагр} = \infty$ (х.х.); 11 – $Z'_{нагр} = +jz_{ном}$

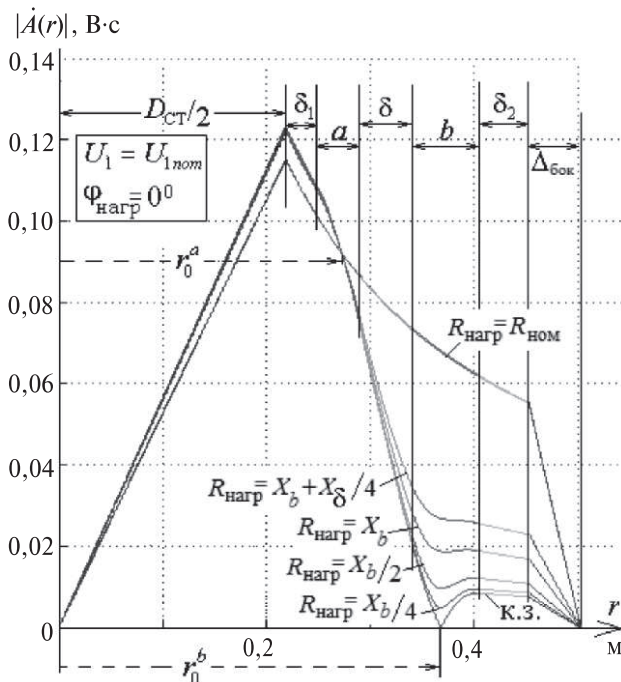


Рис. 5. Кривые для модуля векторного потенциала чисто активной нагрузки ($Z'_{\text{нагр}} = R'_{\text{нагр}}$)

первичной обмотки. Поставлена также точка в более чем столетней дискуссии вокруг проблемы о «линии разделения» потоков в окне трансформатора. Применительно к идеализированному трансформатору можно говорить о бесконечном числе линий разделения, координаты которых зависят от нагрузки, если эта нагрузка является чисто реактивной, не выходящей по значению за установленные пределы. Оказывается, что линии разделения могут проходить не только в промежутке между обмотками, как допускает официальная теория, но и внутри обмоток. При реактивных нагрузках вне установленных пределов и других типах нагрузок линии разделения не существует. В случае КЗ линия разделения потоков проходит только внутри короткозамкнутой обмотки. Поразительно также то, что A -инвариантная поверхность при КЗ ее обмотки обращается в нуль-поверхность, т.е. поверхность, на которой векторный потенциал становится равным нулю.

С физической точки зрения пока не ясно, зачем нужна трансформатору A -инвариантная поверхность, факт существования которой в идеализированном трансформаторе получил строгое математическое подтверждение. Такая постановка вопроса анимирует трансформатор, придавая ему видимость одушевленности в попытке понять, почему в нем возникает поверхность, сберегающая внутри себя при любых активных, реактивных и смешан-

ных нагрузках один и тот же магнитный поток, равный потоку х.х. Не проясняет физический смысл этого феномена и предсказывающая существование A -инвариантной поверхности 4Т-образная схема замещения трансформатора, поскольку схема замещения — это лишь модель, т.е. искусственный объект, и предсказание получено благодаря присутствию в ней отрицательных индуктивностей, представляющих собой виртуальные понятия. Не решается эта проблема и заменой A -инвариантности E -инвариантностью (т.е. инвариантностью по напряженности электрического поля с учетом линейной связи $\vec{E}(r) = j\omega\vec{A}(r)$), а также Φ -инвариантностью функции потока (с учетом также линейной связи $\Phi(r) = 2\pi rA(r)$). Требуется время для осмысления обнаруженных особенностей «анатомии» трансформатора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 1. Трансформатор с тонкими обмотками. — Электричество, 2014, № 9, с. 52–59.
2. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 2. Трансформатор с обмотками конечной толщины. — Электричество, 2014, № 10, с. 53–65.
3. Шакиров М.А. Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 3. Многообмоточный трансформатор. — Электричество, 2016, № 9, с. 34–47.
4. Вольдек А.И. Электрические машины. — Л.: Энергия, 1974, 840 с.
5. Иванов-Смоленский А.И. Электрические машины. — М.: Энергия, 1980, 928 с.
6. Сергеевков Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А. Электрические машины. Трансформаторы/Под ред. И.П. Копылова. — М.: Высшая школа, 1989, 352 с.
7. Kulkarni S.V., Khaparde S.A. Transformer Engineering: Design and Practice. Marcel Dekker, Inc. N.Y., 2004, 721 p.
8. Шакиров М.А., Андрущук В.В., Дуань Лион. Аномальные магнитные потоки в двухобмоточном трансформаторе при коротком замыкании. — Электричество, 2010, № 3, с. 55–63.
9. Фейнман Р., Лейтон Р., Сенде М. Фейнмановские лекции по физике. Том 6. Электродинамика. — М.: Мир, 1977, 347 с.
10. Шакиров М.А., Варламов Ю.В. Картины магнитных сверх- и антипотоков в короткозамкнутом двухобмоточном трансформаторе. Часть 2. Двустержневой трансформатор. — Электричество, 2015, № 9, с. 27–38.
11. Мальгин В.М. Локализация потока энергии в трансформаторе. — Электричество, 2015, № 4, с. 60–65.

[22.12.2016]

Автор: Шакиров Мансур Акмелович окончил Ленинградский политехнический институт (ныне Санкт-Петербургский государственный политехнический университет — СПбГПУ) в 1967 г. В 1980 г. защитил докторскую диссертацию. Профессор кафедры теоретических основ электротехники СПбГПУ.

The Poynting Vector and a New Theory of Transformers. Part 4. Transformer Anatomy

SHAKIROV Mansur A. (*St. Petersburg State Polytechnical University, St. Petersburg, Russia*) – Professor,
Dr. Sci. (Eng.)

It is shown how powerful the application of vector potential is in establishing a correct theory of transformers instead of the existing one, which is incompatible with this notion. The equivalent circuit drawn using the new theory opened the possibility to represent the shell-type transformer topology in the form of nodes associated with the core leg, yoke, and winding radiuses. It has been proven that there exist A-invariant cylindrical surfaces inside the windings the vector potential on which does not depend on the load. It is shown that the flux separation lines in the aperture may pass not only in the gap between the windings, but also inside the windings. In case of a short-circuit fault, the flux separation line passes only inside the short-circuited winding. Losses and saturation in a real transformer can be taken into account by introducing the appropriate magnetization branches similar to the way it is done in the three previous parts of this work. The obtained results urge the advisability of writing a new theory of transformers that considers the vector potential distribution pattern in a transformer.

Key words: transformer, primary and secondary windings, magnetic flux, vector potential, equivalent circuit, short-circuit fault

REFERENCES

1. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 9, pp. 52–59.
2. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 10, pp. 53–65.
3. **Shakirov M.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2016, No. 9, pp. 34–47.
4. **Vol'dek A.I.** *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Leningrad, Publ. «Energiya», 1974, 840 p.
5. **Ivanov-Smolenskii A.I.** *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow, Publ. «Energiya», 1980, 928 p.
6. **Sergeyenko B.N., Kiselev V.M., Akimova N.A.** *Elektricheskiye mashiny. Transformatory/Pod red. I.P. Kopylova* (Electrical machines.

Transformers/Edit. by I.P. Kopylov). Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 1989, 352 p.

7. **Kulkarni S.V., Khaparde S.A.** *Transformer Engineering: Design and Practice*. Marcel Dekker, Inc. N.Y., 2004, 721 p.

8. **Shakirov M.A., Andrushchuk V.V., Duan' Liyun.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 3, pp. 55–63.

9. **Feinman R., Leiton R., Sende M.** *Feimanovskiy lektzii po fizike. Tom 6. Elektrodinamika* (Feynman Lectures on Physics. Vol. 6. Electrodynamics). Moscow, Publ. «Mir», 1977, 347 p.

10. **Shakirov M.A., Varlamov Yu.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 9, pp. 27–38.

11. **Malygin V.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 4, pp. 60–65.

* * *

Зарубежная подписка

на журнал «Электричество»
оформляется через фирмы-партнеры ЗАО «МК-Периодика» или непосредственно
в ЗАО «МК-Периодика» по адресу:

Россия, 111524 Москва, Электродная ул., 10, стр. 3

ЗАО «МК-Периодика»;

тел. (495) 672-70-12; факс (495) 306-37-57

E-mail: info@periodicals.ru

Internet: <http://www.periodicals.ru>

To effect subscription it is necessary to address to one of the partners of JSC «MK-Periodica» in
your country or to JSC «MK-Periodica» directly.

Address: Russia, 111524 Moscow; 10, str.3, Elektrodnyaya ul.

JSC «MK-Periodica»

Tel.: (495) 672-70-12; fax (495) 306-37-57

E-mail: info@periodicals.ru

Internet: <http://www.periodicals.org>