

Полевая аналитическая модель магнитоэлектрического вентильного двигателя

АФАНАСЬЕВ А.А.

Явления в магнитоэлектрическом вентильном двигателе могут рассматриваться в немагнитном зазоре, к которому следует отнести и слой высокоэнергетического магнита. Комплексные периодические потенциальные функции являются математической основой для аналитического решения задачи Дирихле в немагнитном зазоре в виде бесконечной горизонтальной полосы с границами из двух параллельных прямых. Мнимые составляющие комплексных потенциальных функций на границах указанной полосы, представленные тригонометрическими рядами Фурье, являются известными скалярными магнитными потенциалами источников магнитного поля – обмотки статора и постоянных магнитов ротора. Сравнительно большая ширина рассматриваемой полосы вызывает двухмерный характер магнитного поля в ней из-за наличия постоянных магнитов. Граничные источники магнитного поля могут быть использованы для формирования добавочных магнитных полей, соответствующих виртуальным зубцам статора. Геометрическая структура виртуальных зубцов, определяющая амплитуды зубцовых магнитных индукций, может быть точно учтена с помощью конформного преобразования неравномерного воздушного зазора в бесконечную полосу или приближенно – на основе метода удельной магнитной проводимости.

Ключевые слова: магнитоэлектрический вентильный двигатель, немагнитный зазор, периодические комплексные потенциальные функции, основные и добавочные магнитные поля

Все основные физические явления в электрических машинах (взаимное преобразование электромагнитной и механической энергии, формирование электромагнитного момента) происходят в воздушном зазоре между статором и ротором. Массив высокоэнергетического магнита, имеющего относительную магнитную проницаемость, близкую к единице, также может считаться немагнитным зазором. Магнитное поле неравномерного воздушного зазора после его представления на основе конформных преобразований в бесконечную полосу (круговое кольцо) с гладкими границами может иметь точное аналитическое описание [1, 2].

Ниже будет показано, что с помощью периодических комплексных потенциальных функций можно описать магнитное поле в воздушном зазоре с гладкими границами, содержащее, тем не менее, обмоточные и зубцовые гармоники, обусловленные источниками магнитных полей статора и ротора¹.

Магнитное поле бесконечной полосы с гладкими границами. Известно общее решение граничной задачи Дирихле для бесконечной полосы при периодическом изменении магнитного потенциала

$$u(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\alpha x \text{ на нижней граничной стороне}$$

(для которой $y=0$), полученное методом разделения переменных [3]:

¹ При изложении основ концепции предлагаемого метода расчёта магнитного поля машины насыщением её магнитной цепи пренебрегаем.

$$u(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \sin n\alpha x \operatorname{sh}[n\alpha(\delta - y)]}{\operatorname{sh} n\alpha\delta}, \quad (1)$$

где $\alpha = \pi / \tau$; τ – полюсное деление; δ – ширина полосы.

Если считать зависимость (1) (после умножения её на мнимую единицу j) скалярным магнитным потенциалом и вычислить сопряженную ей гармоническую функцию магнитного потока $v(x, y)$, то получим комплексный скалярный магнитный потенциал для бесконечной полосы плоскости:

$$w(z) = v(x, y) + ju(x, y).$$

Источником плоскопараллельного магнитного поля призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением являются встречные токи $I_M = 2H_{CB}h_M$ двух параллельных шин, имеющих высоту $2b = h_M$ (h_M – высота магнита в направлении его намагниченности), толщину a и находящихся на расстоянии ширины магнита b_M [4].

В общем случае, учитывая характер расположения магнитов на ярме ротора, распределение потенциала на нижней стороне полосы можно представить тригонометрическими рядами с наличием косинусных и синусных слагаемых:

$$u(x) = \frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\alpha x + b_n \sin n\alpha x). \quad (2)$$

Комплексный скалярный магнитный потенциал в бесконечной горизонтальной полосе плоскости

$z = x + jy$, вызванный ток I_M магнитных шин ротора, применительно к основной косинусной гармонике выражения (2) будет иметь вид [5]:

$$w_{\cos}(z) = v(x, y) + ju(x, y) = \frac{-a_1 I_M}{2 \operatorname{sh} \alpha \delta} \{ \sin \alpha x \operatorname{ch}[\alpha(y - \delta)] + j \cos \alpha x \operatorname{sh}[\alpha(y - \delta)] \} = -\frac{a_1 I_M}{2 \operatorname{sh} \alpha \delta} \sin[\alpha(z - j\delta)]. \quad (3)$$

Тогда для комплексного скалярного магнитного потенциала, учитывающего весь спектр косинусных гармоник, получим

$$u_{\cos}(z) = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \sin[n\alpha(z - j\delta)]}{\operatorname{sh} n\alpha \delta} = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n [\sin n\alpha x \operatorname{ch} n\alpha(y - \delta) + j \cos n\alpha x \operatorname{sh} n\alpha(y - \delta)]}{\operatorname{sh} n\alpha \delta}. \quad (4)$$

Аналогично может быть сформирован комплексный скалярный магнитный потенциал, обусловленный синусными гармониками выражения (2):

$$w_{\sin}(z) = -\frac{I_M}{2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \{ \cos n\alpha x \operatorname{ch}[n\alpha(\delta - y)] + j \sin n\alpha x \operatorname{sh}[n\alpha(\delta - y)] \}}{\operatorname{sh} n\alpha \delta} = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \cos n\alpha(z^* + j\delta)}{\operatorname{sh} n\alpha \delta}, \quad (5)$$

где $z^* = x - jy$ – комплексно-сопряжённый вектор.

Выражение (5) можно записать в комплексно-сопряжённой форме для вектора $w_{\sin}^*(z)$:

$$w_{\sin}^*(z) = -\frac{I_M}{2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \{ \cos n\alpha x \operatorname{ch}[n\alpha(\delta - y)] - j \sin n\alpha x \operatorname{sh}[n\alpha(\delta - y)] \}}{\operatorname{sh} n\alpha \delta} = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \cos n\alpha(z - j\delta)}{\operatorname{sh} n\alpha \delta}. \quad (6)$$

Для комплексно-сопряжённого вектора магнитной индукции справедливо [5]:

$$B^*(z) = j\mu_0 \frac{dw(z)}{dz}. \quad (7)$$

Из этого выражения, используя (4), можем получить формулу для магнитной индукции, созданной косинусными гармониками скалярного магнитного потенциала магнитов ротора:

$$B_{\cos}^*(z) = -\frac{j\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{na_n \cos[n\alpha(z - j\delta)]}{\operatorname{sh} n\alpha \delta} =$$

$$= -\frac{\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{na_n \{ \sin n\alpha x \operatorname{sh} n\alpha(y - \delta) + j \cos n\alpha x \operatorname{ch} n\alpha(y - \delta) \}}{\operatorname{sh} n\alpha \delta}. \quad (8)$$

Поскольку [5]

$$B(z) = -j\mu_0 \frac{dw^*(z)}{dz}, \quad (9)$$

то с учетом формулы (6) можем получить выражение для магнитной индукции, созданной синусными гармониками скалярного магнитного потенциала магнитов ротора:

$$B_{\sin}(z) = -\frac{j\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nb_n \sin[n\alpha(z - j\delta)]}{\operatorname{sh} n\alpha \delta} = -\frac{\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nb_n \{ -\cos n\alpha x \operatorname{sh} n\alpha(y - \delta) + j \sin n\alpha x \operatorname{ch} n\alpha(y - \delta) \}}{\operatorname{sh} n\alpha \delta}. \quad (10)$$

Представляя скалярный магнитный потенциал магнитов на поверхности яра ротора синусным рядом

$$u(x, \vartheta) = \frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\alpha x = \frac{4 I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{2n-1} \sin[\alpha(2n-1)(x - \vartheta)], \quad (11)$$

получаем в соответствии с (10) составляющие магнитной индукции по осям x и y , вызванной магнитами ротора:

$$B_{px}(x, y, \vartheta) = \frac{2\mu_0 \alpha I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{\operatorname{sh} \alpha(2n-1)\delta} \times \cos[\alpha(2n-1)(x - \vartheta)] \operatorname{sh}[\alpha(2n-1)(y - \delta)]; \quad (12)$$

$$B_{py}(x, y, \vartheta) = -\frac{2\mu_0 \alpha I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{\operatorname{sh} \alpha(2n-1)\delta} \times \sin[\alpha(2n-1)(x - \vartheta)] \operatorname{ch}[\alpha(2n-1)(y - \delta)], \quad (13)$$

где ϑ – сдвиг продольной оси ротора относительно аналогичной оси магнитного поля статора.

На рис. 1 показаны кривые магнитной индукции вентильного двигателя 6ДВМ300* производства Чебоксарского электроаппаратного завода с номинальным моментом 100 Нм, имеющего неодим-железо-боровые магниты высотой 7,1 мм.

Для МДС \tilde{m} фазной обмотки статора справедливы выражения бегущих волн основной и высших гармоник [6]:

* Некоторые параметры вентильного двигателя 6ДВМ 300: диаметр расточки 126 мм; длина ротора 200 мм; число полюсов 4; число пазов 24; частота тока 100 Гц; немагнитный зазор 9,1 мм; число витков в фазе 24; шаг обмотки 0,8τ; коэффциентная сила магнитов $H_{CB} = 800$ кА/м.

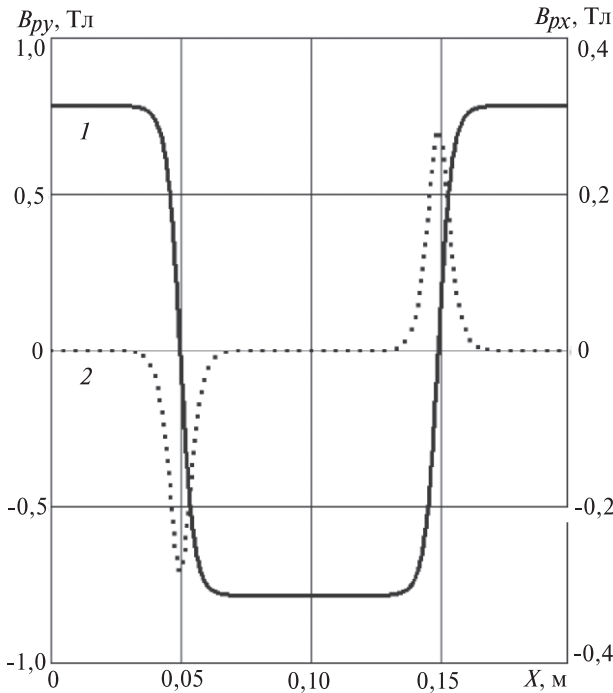


Рис. 1. Составляющие магнитной индукции по осям x (кривая 1) и y (кривая 2) на поверхности магнитов ($y = h_m$), вызванной МДС магнитов

$$F_{txv} = F_{Atxv} + F_{Btxv} + F_{Ctxv} + \dots = \frac{\tilde{m}}{2} \left\{ F_{m1} \sin\left(\omega t - \frac{x\pi}{\tau}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k+1)} \sin\left[\omega t - \frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau}\right] + \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k-1)} \sin\left[\omega t + \frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau}\right] \right\}, \quad (14)$$

где $F_{m1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{wk_{w1}}{p}$; $F_{mv} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{wk_{wv}}{vp}$ – амплитуды МДС основной и высших (обмоточных) гармоник одной фазы обмотки статора; $k=1,2,\dots$

Для основной бегущей волны координаты x и t связаны между собой равенством, вытекающим из (14):

$$x(t) = \frac{\omega\tau}{\pi} t + C = \frac{\omega}{\alpha} t + C, \quad (15)$$

где C – некоторая константа, связанная с фиксацией фазы бегущей волны.

Эта временная зависимость подразумевается для всех предыдущих и последующих формул, содержащих координату x .

Выражение (14) можно записать и в таком виде:

$$F_{txv} = \frac{\tilde{m}}{2} F_{m1} \left(\sin\omega t \cos\frac{x\pi}{\tau} - \cos\omega t \sin\frac{x\pi}{\tau} \right) + \frac{\tilde{m}}{2} \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k+1)} \left[\sin\omega t \cos\frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau} - \right.$$

$$\left. - \cos\omega t \sin\frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau} \right] + \frac{\tilde{m}}{2} \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k-1)} \times \left[\sin\omega t \cos\frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau} + \cos\omega t \sin\frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau} \right]. \quad (16)$$

Для комплексного скалярного магнитного потенциала в немагнитном зазоре, вызванного всем спектром пространственных косинусных гармоник выражения (16), получаем, учитывая (4):

$$w_{\cos}(z) = -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}w}{\pi p} I \sin(\omega t) \left\{ \frac{k_{w1} \sin[\alpha(z)]}{\text{sh}\alpha\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} \sin[(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} \sin[(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right\} =$$

$$= -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}w}{\pi p} I \sin(\omega t) \left\{ \frac{k_{w1} [\sin(\alpha x) \text{ch}(\alpha y) + j \cos(\alpha x) \text{sh}(\alpha y)]}{\text{sh}\alpha\delta} + \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right\}, \quad (17)$$

где I – действующее значение тока обмотки фазы статора.

Аналогично для комплексного скалярного магнитного потенциала в немагнитном зазоре, вызванного всем спектром пространственных синусных гармоник выражения (16), будем иметь

$$w_{\sin}(z) = -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}w}{\pi p} I \cos(\omega t) \left\{ \frac{k_{w1} \cos[\alpha(z)]}{\text{sh}\alpha\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} \cos[(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} \cos[(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right\} =$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}}{\pi} \frac{w}{p} I \cos(\omega t) \left\{ \frac{k_{w1} \cos(\alpha x) \operatorname{ch}(\alpha y) - j \sin(\alpha x) \operatorname{sh}(\alpha y)}{\operatorname{sh} \alpha \delta} + \right. \\
 &+ \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)}}{(2\tilde{m}k+1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1) \alpha \delta} \left[\cos(2\tilde{m}k+1) \alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k+1) \alpha y - \right. \\
 &\quad \left. \left. \rightarrow \frac{-j \sin(2\tilde{m}k+1) \alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1) \alpha y}{(2\tilde{m}k+1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1) \alpha \delta} + \right. \right. \\
 &+ \frac{\sum_{k=1}^{\infty} k_{w(2\tilde{m}k-1)}}{(2\tilde{m}k-1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1) \alpha \delta} \left[\cos(2\tilde{m}k-1) \alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k-1) \alpha y - \right. \\
 &\quad \left. \left. \rightarrow \frac{-j \sin(2\tilde{m}k-1) \alpha x \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1) \alpha y}{(2\tilde{m}k-1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1) \alpha \delta} \right] \right\}, \quad (18)
 \end{aligned}$$

Тогда в соответствии с (16) после преобразований формула для комплексного скалярного магнитного потенциала всей обмотки статора будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 w_{\text{статор}}(z) &= [w_{\cos}(z) + w_{\sin}(z)] = \\
 &= -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}}{\pi} \frac{w}{p} I \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin \alpha z]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} - \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos \alpha z]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} + \right. \\
 &+ \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1) \alpha z]}{(2\tilde{m}k-1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1) (\alpha \delta)} + \\
 &+ \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1) \alpha z]}{(2\tilde{m}k-1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1) (\alpha \delta)} + \\
 &+ \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1) \alpha z]}{(2\tilde{m}k+1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1) (\alpha \delta)} - \\
 &\left. - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1) \alpha z]}{(2\tilde{m}k+1) \operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1) (\alpha \delta)} \right\}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

На рис. 2 показаны составляющие скалярного магнитного потенциала обмотки статора на наружной поверхности магнитов вентильного двигателя БДВМ 300, рассчитанные по (20) для момента времени $t=0$.

На рис. 3 скалярные магнитные потенциалы по оси y показаны для верхней границы полосы ($y=\delta$) и для середины полосы ($y=\delta/2$). Видно, что первая кривая является классической МДС трёхфазной обмотки статора, имеющей $q=2$.

Для комплексно-сопряжённого вектора магнитной индукции, вызванной током обмотки статора, в соответствии с формулой (20) будет справедливо

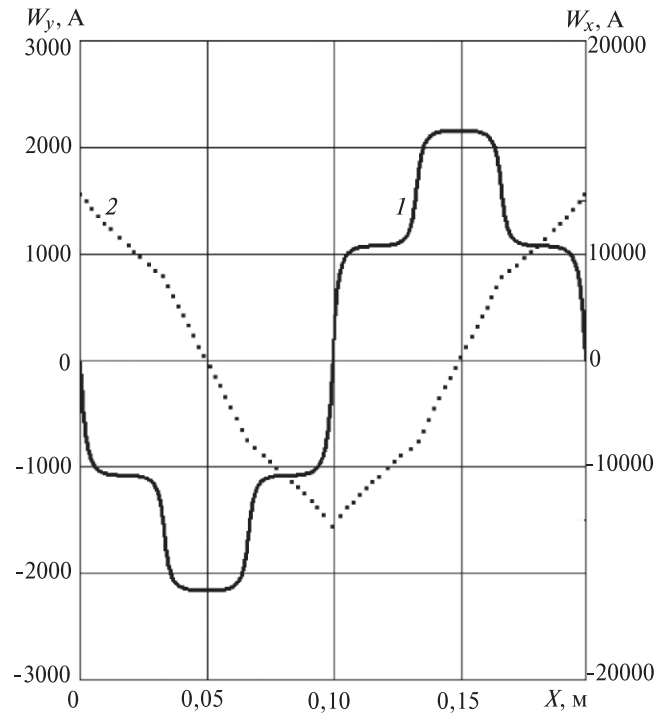


Рис. 2. Составляющие скалярного магнитного потенциала по осям x (кривая 2) и y (кривая 1) на поверхности магнитов ($y = h_m$), вызванные МДС обмотки статора

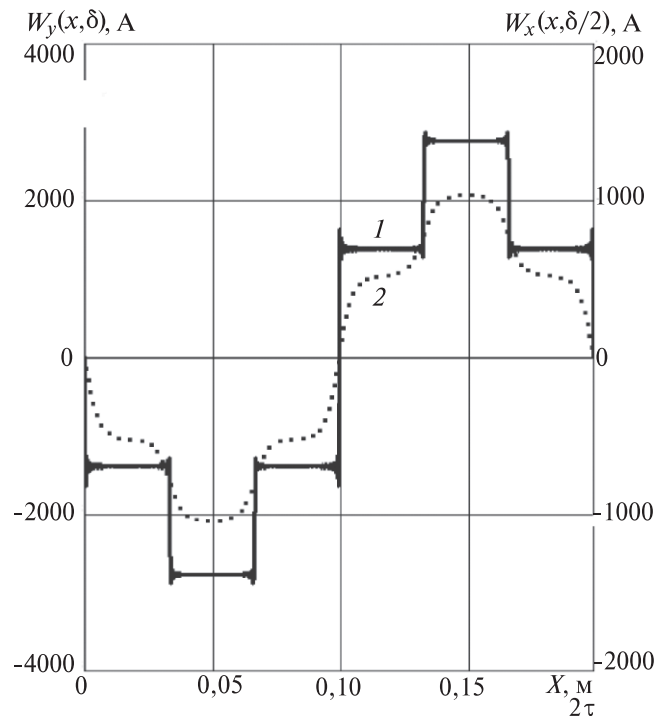


Рис. 3. Скалярные магнитные потенциалы на верхней границе полосы (кривая 1) и на середине полосы (кривая 2)

$$\begin{aligned}
 B^*(z) &= j\mu_0 \frac{dw_{\text{статор}}(z)}{dz} = -j \frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0 \alpha w}{\pi p} I \times \\
 &\times \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos \alpha z]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} + \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin \alpha z]}{\operatorname{sh}(\alpha \delta)} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} - \\
 & - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \\
 & + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \Bigg\}. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Выделяя в этой формуле вещественные и мнимые части, получаем выражения для составляющих магнитной индукции по осям x и y , вызванной током обмотки статора:

$$\begin{aligned}
 B_{cx}(x,y) = & -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha w}{\pi p} I \times \\
 & \times \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin \alpha x \text{sh} \alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} - \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos \alpha x \text{sh} \alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)(\alpha\delta)} + \\
 & - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)(\alpha\delta)} + \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)(\alpha\delta)} - \\
 & \left. - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)(\alpha\delta)} \right\}; \quad (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{cy}(x,y) = & -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha w}{\pi p} I \times \\
 & \times \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos \alpha x \text{ch} \alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin \alpha x \text{ch} \alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)(\alpha\delta)} - \\
 & - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)(\alpha\delta)} + \\
 & + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)(\alpha\delta)} +
 \end{aligned}$$

$$\left. + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)(\alpha\delta)} \right\}. \quad (22)$$

На рис. 4 показаны составляющие магнитной индукции на поверхности магнитов вентильного двигателя 6ДВМ 300, вычисленные по (22), (23) для $t=0$.

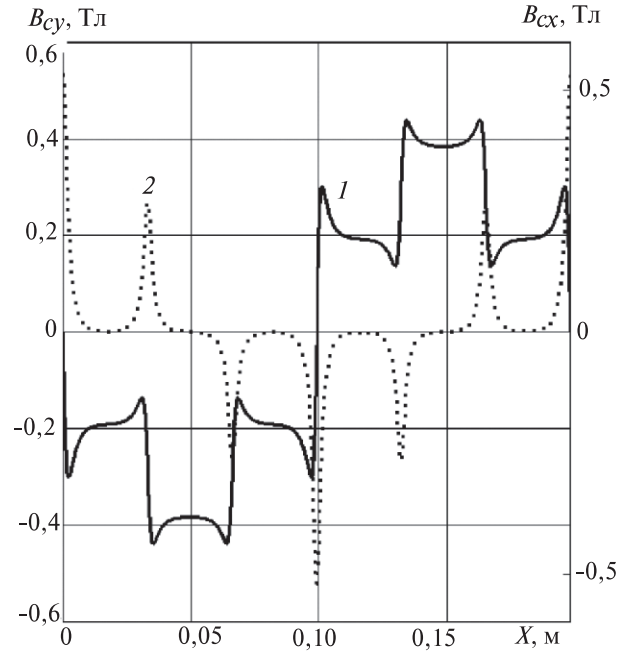


Рис. 4. Составляющие магнитной индукции по осям x (кривая 2) и y (кривая 1) на поверхности магнитов ($y = h_M$), вызванной током обмотки статора

Добавочные магнитные поля бесконечной полосы с гладкими границами, вызванные виртуальными зубцами статора. Источники магнитного поля – МДС магнитов ротора и обмотки статора из-за неравномерной проводимости воздушного зазора – вызывают две разновидности зубцовых гармоник магнитной индукции.

Зубцовые гармоники первого вида обусловлены МДС обмотки статора. Будем учитывать только основную гармонику МДС обмотки, тогда рассматриваемые зубцовые гармоники будут представлены двумя волнами, вращающимися в противоположных направлениях [7, 8].

Первая и вторая волны имеют соответственно следующие пространственные значения порядка, периода и частоты вращения:

$$\begin{aligned}
 v_{z1} &= \frac{z}{p} + 1; \quad 2\tau_{z1} = \frac{2\tau}{v_{z1}} = 2\tau \frac{p}{z+p}; \\
 v_{z1} &= 2\tau_{z1} f = v \frac{p}{z+p}; \\
 v_{z2} &= \frac{z}{p} - 1; \quad 2v_{z2} = \frac{2\tau}{v_{z2}} = 2\tau \frac{p}{z-p};
 \end{aligned} \quad (23)$$

$$v_{z2} = 2\tau_{z2} f = -v \frac{p}{z-p}, \quad (24)$$

где f, v – частота тока статора и частота вращения основного магнитного поля.

Комплексные скалярные магнитные потенциалы, вызывающие эти волны, можно определить по (19), взяв в ней вместо параметра $\alpha = \pi / \tau$ параметры $\alpha_{z1} = \frac{\pi}{\tau_{z1}} = \frac{\pi}{\tau} \nu_{z1}$ для первой и $\alpha_{z2} = \frac{\pi}{\tau_{z2}} = \frac{\pi}{\tau} \nu_{z2}$ для второй волн:

$$w_{cz1(2)}(x, y) = -\frac{\sqrt{2}\tilde{m} wk_{w1}}{\pi p} I \times \left\{ \begin{aligned} &\sin(\omega t) \frac{[\sin \alpha_{z1(2)} x \operatorname{ch}(\alpha_{z1(2)} y) + j \cos \alpha_{z1(2)} x \operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} y)]}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} - \\ &-\cos(\omega t) \frac{[\cos \alpha_{z1(2)} x \operatorname{ch}(\alpha_{z1(2)} y) - j \sin \alpha_{z1(2)} x \operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} y)]}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} = \\ &= \sin(\omega t) \frac{[\sin \alpha_{z1(2)} z]}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} - \cos(\omega t) \frac{[\cos \alpha_{z1(2)} z]}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} \end{aligned} \right\}. \quad (25)$$

Магнитные индукции этих зубцовых гармоник найдём по формуле²

$$B_{cz1(2)}^*(z) = j\mu_0 \frac{dw_{cz1(2)}(z)}{dz} = -j \frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0 \alpha_{z1(2)} wk_{w1}}{\pi p} I \times \left\{ \begin{aligned} &\sin(\omega t) \frac{[\cos \alpha_{z1(2)} z]}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} + \cos(\omega t) \frac{[\sin \alpha_{z1(2)} z]}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} = \\ &= \sin(\omega t) \frac{[\cos \alpha_{z1(2)} x \operatorname{ch}(\alpha_{z1(2)} y) - j \sin \alpha_{z1(2)} x \operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} y)]}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} + \\ &+ \cos(\omega t) \frac{[\sin \alpha_{z1(2)} x \operatorname{ch}(\alpha_{z1(2)} y) + j \cos \alpha_{z1(2)} x \operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} y)]}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} \end{aligned} \right\}. \quad (26)$$

Их проекции на оси x и y :

$$B_{cz1(2)x}^*(x, y) = -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0 \alpha_{z1(2)} k_{z1(2)} wk_{w1}}{\pi p} I \times \left\{ \begin{aligned} &\sin(\omega t) \frac{\sin \alpha_{z1(2)} x \operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} y)}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} \end{aligned} \right\}$$

² Обычно зубцовые гармоники определяют путём умножения первой гармоники МДС обмотки статора на магнитную проводимость воздушного зазора [8]. Но эта процедура (равносильная применению закона Ома для магнитной цепи) при больших воздушных зазорах и числах полюсов гармоник приводит к значительным погрешностям из-за рассеяния магнитного поля внутри двухмерного зазора.

$$-\cos(\omega t) \frac{\cos \alpha_{z1(2)} x \operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} y)}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} \Bigg\}; \quad (27)$$

$$B_{cz1(2)y}^*(x, y) = -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0 \alpha_{z1(2)} k_{z1(2)} wk_{w1}}{\pi p} I \times \left\{ \begin{aligned} &\sin(\omega t) \frac{\cos \alpha_{z1(2)} x \operatorname{ch}(\alpha_{z1(2)} y)}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} + \\ &+ \cos(\omega t) \frac{\sin \alpha_{z1(2)} x \operatorname{ch}(\alpha_{z1(2)} y)}{\operatorname{sh}(\alpha_{z1(2)} \delta)} \end{aligned} \right\}, \quad (28)$$

где $k_{z1(2)}$ – поправочные коэффициенты, учитывающие геометрию зубцового слоя статора.

Коэффициенты $k_{z1(2)}$ могут быть найдены на основе конформного преобразования зубчатого воздушного зазора в полосу с прямолинейными границами [2]. При расчёте зубцовых гармоник на наружной поверхности магнитов, отстоящей от статора на сравнительно небольшую часть воздушного зазора, коэффициенты могут быть приближённо определены методом удельной магнитной проводимости воздушного зазора [12].

На рис. 5 показаны кривые зубцовых индукций $B_{cz} = B_{cz1} + B_{cz2}$ на наружной поверхности магнитов вентильного двигателя 6ДВМ 300, рассчитанные по (27) и (28) для $k_{z1} = k_{z2} = 0,25$ и момента времени $t = 0$.

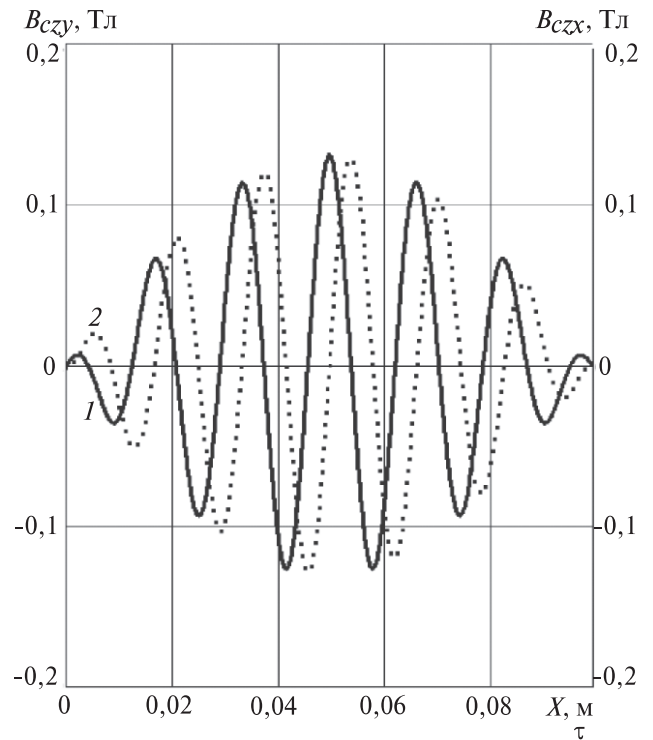


Рис. 5. Составляющие суммарной магнитной индукции зубцовых гармоник $B_{cz} = B_{cz1} + B_{cz2}$ по осям x (кривая 2) и y (кривая 1) на поверхности магнитов ($y = h_m$)

Зубцовые гармоники второго вида обусловлены МДС магнитов ротора. МДС магнитов ротора вызывает появление в воздушном зазоре зубцовых гармоник магнитной индукции соответственно с пространственным порядком и периодом

$$v_z = \frac{z}{p}k; 2\tau_z = \frac{2\tau}{v_z} = 2\tau \frac{p}{zk} = \frac{\tau}{mqk}, \quad k=1,2,\dots \quad (29)$$

Эти гармоники неподвижны в пространстве, перемещаются относительно поверхности магнитов с частотой вращения ротора и наводят в массиве магнитов вихревые токи, основная частота которых $f_z = zn/60$. Магнитную индукцию этой основной гармоники можно определить по (12) и (13), взяв в них вместо параметра $\alpha = \pi/\tau$ параметр $\alpha_z = \frac{\pi}{\tau_z} = \frac{\pi}{\tau} v_z = \frac{\pi z}{\tau p} = \alpha 2mq$ и остановив вращающуюся волну (приняв, например, $t=0$):

$$B_{pzx}(x,y) = \frac{2\mu_0\alpha_z k_z I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\beta(2n-1)}{\text{sh}\alpha_z(2n-1)\delta} \times \cos[\alpha_z(2n-1)x] \text{sh}[\alpha_z(2n-1)(y-\delta)]; \quad (30)$$

$$B_{pzy}(x,y) = -\frac{2\mu_0\alpha_z k_z I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\beta(2n-1)}{\text{sh}\alpha_z(2n-1)\delta} \times \sin[\alpha_z(2n-1)x] \text{ch}[\alpha_z(2n-1)(y-\delta)], \quad (31)$$

где k_z – поправочный коэффициент, учитывающий геометрию зубцового слоя статора.

На рис. 6 показаны рассматриваемые магнитные индукции для вентильного двигателя БДВМ 300, рассчитанные по формулам (30) и (31) для $k_z=0,25$ и $y=h_M$.

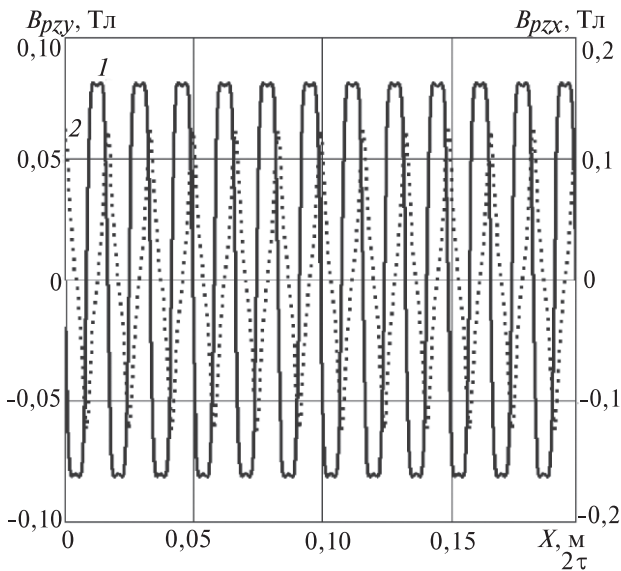


Рис. 6. Составляющие зубцовой магнитной индукции B_{pz} по осям x (кривая 2) и y (кривая 1) на поверхности магнитов ($y = h_M$)

Коррекция ширины бесконечной полосы с целью учёта геометрии зубчатой структуры воздушного зазора. Большой размер немагнитного зазора в магнитоэлектрических вентильных двигателях обуславливает повышенное рассеяние магнитного поля в этом зазоре. В [9] предлагается оценивать указанное рассеяние коэффициентом

$$k_v = \frac{B_{v,y=\delta}}{B_v} = \frac{\frac{\pi\delta}{\tau_v}}{\text{sh}\frac{\pi\delta}{\tau_v}}, \quad (32)$$

где $B_{v,y=\delta}$ и B_v – значения магнитной индукции на неактивных сторонах соответственно большого зазора и зазора пренебрежимо малого по сравнению с полюсным делением рассматриваемой гармонической. Например, при $\frac{\pi\delta}{\tau_v} = 2,5$ значение $k_v = 0,4$.

Коэффициент воздушного зазора (коэффициент Картера) k_δ может служить мерой, дающей обобщённую информацию о зубчатой структуре зазора. В этом случае эквивалентная ширина бесконечной полосы будет равна $\delta_z = \delta k_\delta$. Эта величина должна быть задействована в представленных выше формулах вместо параметра δ .

Поскольку магнитное поле в каждой точке немагнитного зазора является двухмерной величиной, то необходимо считать коэффициент k_δ зависящим от рассеяния поля и, следовательно, от координаты y зазора. Целесообразно определять этот коэффициент для какой-либо окружности воздушного зазора (в этой области отсутствуют явные и неявные токи, влияющие на электромагнитный момент [10]), например, для наружной поверхности магнитов.

Классическая формула коэффициента Картера для воздушного зазора с односторонней зубчатостью выведена в предположении, что гладкое ярмо ротора имеет нулевой магнитный потенциал, а потенциал сердечника статора с одним пазом отличен от нуля [5], т.е. полюсное деление поля равно бесконечности и его рассеяние в зазоре отсутствует. В этом случае $\delta \ll \tau_v$ и коэффициент рассеяния в (32) равен единице. Следовательно, для больших немагнитных зазоров, у которых коэффициент рассеяния (32) меньше единицы, формула Картера дает ошибочный результат.

Наружная поверхность магнитов в пределах полюсного деления в первом приближении может считаться эквипотенциальной. Тогда для сравнительно небольшого воздушного зазора между поверхностями магнита и расточки статора использование формулы Картера будет приемлемым для инженерных расчётов.

Электромагнитный момент. Определим результирующие составляющие магнитной индукции на поверхности магнитов при сдвиге полей статора и ротора на половину полюсного деления ($\vartheta = \tau / 2$):

$$B_x(x, h_M, \tau / 2) = B_{px}(x, h_M, \tau / 2) + B_{cx}(x, h_M) + B_{cz1x}(x, h_M) + B_{cz2x}(x, h_M) + B_{pzx}(x, h_M); \quad (33)$$

$$B_y(x, h_M, \tau / 2) = B_{py}(x, h_M, \tau / 2) + B_{cy}(x, h_M) + B_{cz1y}(x, h_M) + B_{cz2y}(x, h_M) + B_{pzy}(x, h_M). \quad (34)$$

На рис. 7 по этим формулам построены по осям x (кривая 2) и y (кривая 1) составляющие результирующей магнитной индукции на поверхности магнитов вентильного двигателя 6ДВМ 300.

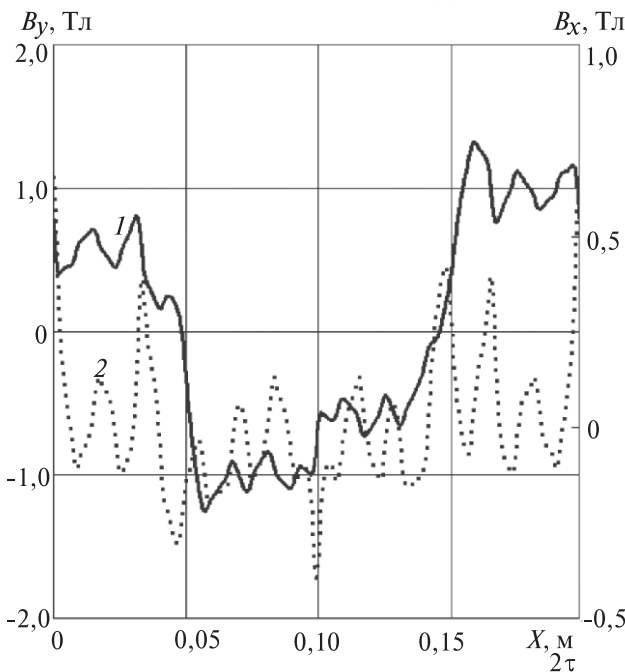


Рис. 7. Составляющие результирующей магнитной индукции в воздушном зазоре на поверхности магнитов по осям x (кривая 2) и y (кривая 1)

Электромагнитный момент определяется по формуле метода натяжений [10]:

$$M = \frac{plD}{2\mu_0} \int_0^{2\tau} B_y(x, h_M, \tau / 2) B_x(x, h_M, \tau / 2) dx, \quad (35)$$

где p — число пар полюсов; l, D — активная длина статора и диаметр наружной поверхности магнитов ротора.

Это будет локальное значение момента, соответствующее сдвигу основных гармоник МДС статора и ротора на половину полюсного деления. Возможен другой способ определения электромагнитного момента — через среднее значение за период изменения электромагнитной мощности.

Мгновенные значения ЭДС обмотки статора при $q=2$, наведенной результирующим потоком

магнитной индукции в воздушном зазоре по оси y , и электромагнитного момента, с учётом формулы (15):

$$e(t) = -\frac{d\psi(t)}{dt} = -2pw_k l \left\{ \frac{d}{dt} \int_{x(t)}^{x(t)+y} \hat{B}_y[x(t), h_M, t, \tau / 2] dx + \frac{d}{dt} \int_{x(t)+t_z}^{x(t)+y+t_z} \hat{B}_y[x(t), h_M, t, \tau / 2] dx \right\} =$$

$$= -2pw_k l \left\{ \int_{x(t)}^{x(t)+y} \frac{\partial \hat{B}_y[x(t), h_M, t, \tau / 2]}{\partial t} dx + \int_{x(t)+t_z}^{x(t)+y+t_z} \frac{\partial \hat{B}_y[x(t), h_M, t, \tau / 2]}{\partial t} dx \right\} -$$

$$-2pw_k l \frac{\omega}{\alpha} \left\{ \hat{B}_y[x(t)+y, h_M, t, \tau / 2] - \hat{B}_y[x(t), h_M, t, \tau / 2] \right\} -$$

$$-2pw_k l \frac{\omega}{\alpha} \left\{ \hat{B}_y[x(t)+y+t_z, h_M, t, \tau / 2] - \hat{B}_y[x(t)+y, h_M, t, \tau / 2] \right\}; \quad (36)$$

$$M(t) = \frac{1}{\Omega} \sum_{j=1}^{\tilde{m}} e \left[t - \frac{(j-1)T}{\tilde{m}} \right] i \left[t - \frac{(j-1)T}{\tilde{m}} \right], \quad (37)$$

где $y \leq \tau$ — шаг катушек обмотки статора; t_z — зубцовое деление статора.

Для средних значений электромагнитной мощности и момента справедливо

$$P_{cp} = \frac{\tilde{m} T}{T} \int_0^T e(t) i(t) dt; \quad M_{cp} = P_{cp} / \Omega, \quad (38)$$

где $i(t) = \sqrt{2} I \cos \omega t$ — ток статора, мгновенное значение которого является основной гармоникой, благодаря ШИМ — модуляции преобразователя частоты, а его фаза с помощью резольвера будет совпадать с фазой основной гармоники ЭДС холостого хода $e_0(t)$.

Для вентильного двигателя 6ДВМ 300 значения электромагнитного момента при $I=100$ А, подсчитанные по (35), (38) с помощью математической программы Mathcad, оказались соответственно равными 208 и 216 Н·м.

На рис. 8 показаны мгновенные значения электромагнитного момента и результирующей ЭДС вентильного двигателя 6ДВМ 300, построенные по (37), (36).

Значения трансформаторных составляющих ЭДС $e(t)$ в (36):

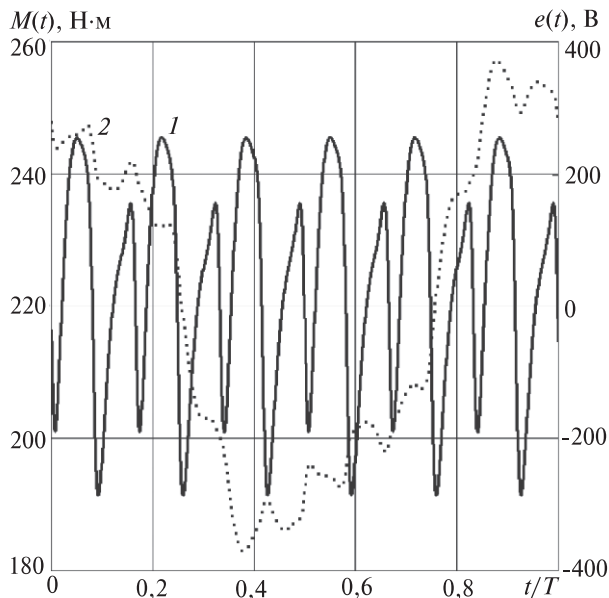


Рис. 8. Электромагнитный момент (кривая 1) и результирующая ЭДС обмотки статора (кривая 2)

$$e_T(t) = -2pw_k l \left\{ \frac{d}{dt} \int_{x(t)}^{x(t)+y} \frac{\partial \hat{B}_y [x(t), h_M, t, \tau/2]}{\partial t} dx + \int_{x(t)+t_z}^{x(t)+y+t_z} \frac{\partial \hat{B}_y [x(t), h_M, t, \tau/2]}{\partial t} dx \right\}$$

для рассматриваемого вентильного двигателя не превысили 1,5 В; в инженерных расчётах ими можно пренебречь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В., Власов А.И., Кузнецов В.А. Универсальный метод расчёта электромагнитных

процессов в электрических машинах/Под ред. А.В. Иванова-Смоленского. — М.: Энергоатомиздат, 1986, 216 с.

2. Афанасьев А.А. Расчёт магнитного поля магнитоэлектрических машин на основе комплексной потенциальной функции. — Электричество, 2014, № 1. с. 41–47.

3. Домбровский В.В. Справочное пособие по расчёту электромагнитного поля в электрических машинах. — Л.: Энергоатомиздат, 1983, 256 с.

4. Афанасьев А.А. Математическая модель постоянного магнита в воздушном зазоре электрической машины. — Электричество, 2013, № 10, с. 42–47.

5. Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В. Применение конформного преобразования в электромагнитных расчётах электрических машин. Аналитические методы. — М.: Изд-во МЭИ, 1980, 85 с.

6. Сергеев П.С. Электрические машины. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962, 280 с.

7. Петров Г.Н. Электрические машины, ч. 2. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963, 416 с.

8. Юферов Ф.М. Электрические машины автоматических устройств. — М.: Высшая школа, 1988, 479 с.

9. Данилевич Я.Б., Кашарский Э.Г. Добавочные потери в электрических машинах. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963, 214 с.

10. Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. — М.: Высшая школа, 1989, 312 с.

11. Вольдек А.И. Электрические машины. — Л.: Энергия, 1974, 840 с.

[18.08.2016]

А в т о р: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразователем частоты (теория и приложения)» защитил в МЭИ в 1991 г. Профессор кафедры автоматики и управления в технических системах Чувашского государственного университета.

Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 3, pp. 50–59.

The Field Analytic Model of a Switched Magnetolectric Motor

AFANAS'YEV Aleksandr A. (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) — Professor, Dr. Sci. (Eng.)

Phenomena occurring in a switched magnetolectric motor can be considered in its non-magnetic gap, which should also embrace the layer of a high-energy magnet. Complex periodic potential functions serve as a mathematical basis for analytically solving the Dirichlet problem in a non-magnetic gap having the shape of an infinite horizontal strip with boundaries confined by two parallel straight lines. The imaginary components of the complex potential functions at the boundaries of the above-mentioned strip represented by trigonometric Fourier series are the known scalar magnetic potentials of the stator winding and permanent magnets on the rotor, which are the magnetic field sources. A comparatively large width of the considered strip results in that the magnetic field in it is two-dimensional in nature due to the presence of permanent magnets. The boundary sources of magnetic field can be used for generating additional magnetic fields corresponding to the stator's virtual teeth. The geometrical structure of the virtual teeth, which determines the amplitudes of tooth magnetic inductions, can be accurately taken into account using conformal transformation of a non-uniform air gap into an infinite strip or approximately based on the specific permeance method.

Key words: switched magnetolectric motor, non-magnetic gap, periodic complex potential functions, main and additional magnetic fields

REFERENCES

1. **Ivanov-Smolenskii, Abramkin Yu.V., Vlasov A.I., Kuznetsov V.A.** *Universal'nyi metod rascheta elektromagnitnykh protsessov v elektricheskikh mashinakh/Pod red. A.V. Ivanova-Smolenskogo* (The universal method of calculation of electromagnetic processes in electrical machines/Edit. by A.V. Ivanov-Smolenskii). Moscow, Energoatomizdat, 1986, 216 p.
2. **Afnas'yev A.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 1, pp. 41–47.
3. **Dombrovskii V.V.** *Spravochnoye posobiye po raschetu elektromagnitnogo polya v elektricheskikh mashinakh* (Handbook on the calculation of the electromagnetic field in electrical machines). Leningrad, Energoatomizdat, 1983, 256 p.
4. **Afnas'yev A.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2013, No. 10, pp. 42–47.
5. **Ivanov-Smolenskii A.V., Abramkin Yu.V.** *Primeneniye konformnogo preobrazovaniya v elektromagnitnykh raschetakh elektricheskikh mashin. Analiticheskiye metody* (Application of conformal transformations in electromagnetic calculations of the electrical machines. Analytical methods). Moscow, Publ. of the Moscow Power Engineering Institute, 1980, 85 p.
6. **Sergeyev P.S.** *Elektricheskiye mashiny* (Electric machines). Moscow; Leningrad, Gosenergoizdat, 1962, 280 p.
7. **Petrov G.N.** *Elektricheskiye mashiny, chast' 2* (Electric machines, part 2). Moscow; Leningrad, Gosenergoizdat, 1963, 416 p.
8. **Yuferov F.M.** *Elektricheskiye mashiny avtomaticheskikh ustroystv* (Electrical machines of automatic devices). Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 1988, 479 p.
9. **Danilevich Ya.B., Kasharskii E.G.** *Dobavochnye poteri v elektricheskikh mashinakh* (Additional losses in electrical machines). Moscow; Leningrad, Gosenergoizdat, 1963, 214 p.
10. **Ivanov-Smolenskii A.V.** *Elektromagnitnye sily i preobrazovaniye energii v elektricheskikh mashinakh* (Electromagnetic forces and energy conversion in electrical machines). Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 1989, 312 p.
11. **Vol'dek A.I.** *Elektricheskiye mashiny* (Electric machines). Leningrad, Publ. «Energiya», 1974, 840 p.

* * *

ЧИТАТЕЛЯМ, ПОДПИСЧИКАМ, РЕКЛАМОДАТЕЛЯМ ЖУРНАЛА «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО»

Подписка в России и странах СНГ принимается в отделениях связи и в подписных агентствах.

Полные тексты статей в формате .pdf размещены на сайте Российской универсальной научной электронной библиотеки (РУНЭБ): www.elibrary.ru

Для желающих представить в журнал статью сообщаем, что правила подготовки рукописей публикуются в №№ 6 и 12 каждого года и на сайте журнала.

Реклама в черно-белом изображении может быть размещена на страницах журнала и на его обложке, а также в виде вкладки.

Возможно размещение рекламы в цветном изображении.

Стоимость оплаты рекламных статей – по договоренности.

Номер выходит в конце каждого месяца.

Адрес для переписки: 111250 Москва, Красноказарменная ул., 14, МЭИ,
редакция журнала «Электричество»
тел./факс: (495)362-7485
E-mail: etr1880@mail.ru