

Модифицированная инженерная модель главной стадии молнии MQCV

КАРЯКИН Р.Н., ЛОСЕВ В.Г.

Предложена уточненная инженерная модель главной стадии молнии, учитывающая одновременное изменение по высоте как емкости чехла канала молнии (на единицу длины), так и активного сопротивления плазменного шнура канала (на единицу длины), адекватно отражающая экспериментально установленный характер изменения амплитуды, длительность фронта и фазовую скорость волны тока по высоте канала молнии.

Ключевые слова: длинная линия, канал молнии, плазменный шнур, активное сопротивление, фазовая скорость, моделирование

В практически важных задачах молниезащиты [1, 2] главным являются определение зависимости тока молнии $i(x, y, t)$, его амплитуды $I(x, y, t)$, крутизны его фронта $\frac{\partial i}{\partial t}(x, y, t)$ от значения заряда Q , а также установление законов изменения фазовой скорости волн тока вдоль канала молнии $v_i(y, t)$ и вдоль протяженной коммуникации, подверженной ее разряду $v_i(x, t)$ [3, 4].

Во всех этих случаях погрешность инженерных расчетов, определяемая погрешностью измерения исходных экспериментальных данных, неизбежно превышает 10% [1]. Это обстоятельство позволяет перейти от решения полевой задачи, каковой на самом деле является исследование электромагнитных процессов в канале молнии и в протяженных коммуникациях, подверженных ее разряду, к более простым инженерным моделям, дающим возможность с допустимой погрешностью определить искомые величины. В качестве одной из таких моделей обычно используют модель длинной линии с *равномерно распределенными* параметрами [5–11].

В этом случае ток $i(z, t)$ и потенциал $u(z, t)$ длинной линии, являющейся моделью как канала молнии, так и протяженной коммуникации, связаны дифференциальными уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} &= L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} + r_a(z, t); \\ -\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} &= C \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} + \frac{1}{r_{\Pi}} u(z, t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где L , r_a , C , r_{Π} – индуктивность (Гн/м), активное сопротивление (Ом/м), емкость утечки (Ф/м), переходное сопротивление (Ом·м) соответственно.

Граничные условия задачи в случае разряда на длинную линию заряда Q :

$$i_0(z=0, t) = \delta(t)Q, \quad (2)$$

где $\delta(t)$ – импульсная функция Дирака [12].

Решая систему уравнений (1) при граничном условии (2), получим ток длинной линии:

$$i(z, t) = Qe^{-\mu_2 t} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \mu_1 \right) \left[I_0 \left(\mu_1 \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{v^2}} \right) H \left(t - \frac{z}{v} \right) \right] \quad (3)$$

или

$$\begin{aligned} i(z, t) &= Qe^{-\mu_2 t} \left\{ I_0 \left(\mu_1 \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{v^2}} \right) \delta \left(t - \frac{z}{v} \right) + \mu_1 \times \right. \\ &\times \left[I_1 \left(\mu_1 \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{v^2}} \right) \frac{t}{\sqrt{t^2 - \frac{z^2}{v^2}}} - I_0 \left(\mu_1 \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{v^2}} \right) \right] \times \\ &\left. \times H \left(t - \frac{z}{v} \right) \right\}, \quad (3a) \end{aligned}$$

где

$$\mu_1 = \frac{1}{2} v^2 \left(r_a C - \frac{L}{r_{\Pi}} \right); \quad (4)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{2} v^2 \left(r_a C + \frac{L}{r_{\Pi}} \right); \quad (5)$$

$I_0(w)$, $I_1(w)$ – модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядка соответственно; $H \left(t - \frac{z}{v} \right)$ – единичная функция Хевисайда (при

$t - \frac{z}{v} \leq 0$ $H\left(t - \frac{z}{v}\right) = 0$; при $t - \frac{z}{v} > 0$ $H\left(t - \frac{z}{v}\right) = 1$; v — фазовая скорость волны тока в длинной линии.

Из (3а) следует, что ток длинной линии в общем случае является суммой двух волн: волны импульса и волны последействия. Амплитуды обеих волн затухают по экспоненциальному закону. Волну последействия можно рассматривать как расплывающийся вдоль линии хвост волны импульса. Волна импульса искажается в результате рассеивания энергии в активных (продольном и поперечном) сопротивлениях линии (r_a и r_{Π}). Волна последействия расплывается из-за тормозящего действия тех же сопротивлений.

Из анализа (4) и (5) следует: если

$$(r_a C)_{\min} \gg \left(\frac{L}{r_{\Pi}}\right)_{\max}, \quad (6)$$

то должна быть принята модель (C, r_a), для которой

$$\mu = \mu_1 = \mu_2 = \frac{1}{2} v^2 r_a C \quad (7)$$

и

$$i(z, t) = Q e^{-\frac{1}{2} v^2 r_a C t} \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{2} v^2 r_a C \right) \times \left[I_0 \left(\frac{1}{2} v^2 r_a C \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{v^2}} \right) H\left(t - \frac{z}{v}\right) \right] \quad (8)$$

или [8]:

$$i(z, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} Q \sqrt{r_a C} z t^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{4} r_a C \frac{z^2}{t}}. \quad (9)$$

Если

$$(r_a C)_{\max} \ll \left(\frac{L}{r_{\Pi}}\right)_{\min}, \quad (10)$$

то должна быть принята модель (L, r_{Π}), для которой

$$\mu_1 = -v^2 \left(\frac{L}{r_{\Pi}}\right) / 2; \quad (11)$$

$$\mu_2 = v^2 \left(\frac{L}{r_{\Pi}}\right) / 2 \quad (12)$$

и

$$i(z, t) = Q e^{-\frac{1}{2} v^2 r_{\Pi} C t} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2} v^2 \frac{L}{r_{\Pi}} \right) \times \left[I_0 \left(-\frac{1}{2} v^2 \frac{L}{r_{\Pi}} \sqrt{t^2 - \frac{z^2}{v^2}} \right) H\left(t - \frac{z}{v}\right) \right] \quad (13)$$

или [8]:

$$i(z, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} Q \sqrt{\frac{L}{r_{\Pi}}} z t^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{4} \frac{L}{r_{\Pi}} \frac{z^2}{t}}. \quad (14)$$

Если неравенства (6) и (10) не выполняются, то должна остаться исходная модель (L, r_a, C, r_{Π}).

Для частного случая

$$r_a C = \frac{L}{r_{\Pi}} (\mu_1 = 0) \quad (15)$$

и, как следует из (3а),

$$i(z, t) = \delta\left(t - \frac{z}{v}\right) Q e^{-\frac{1}{2} v^2 \left(r_a C + \frac{L}{r_{\Pi}}\right) t}, \quad (16)$$

т.е. затухающий импульс тока распространяется по линии со скоростью v без искажения; волна последействия отсутствует.

Для другого частного случая $r_a = 0, r_{\Pi} = \infty$ и, как следует из того же уравнения (3а),

$$i(z, t) = \delta\left(t - \frac{z}{v}\right) Q, \quad (17)$$

т.е. импульс тока распространяется по линии со скоростью

$$v = \frac{1}{\sqrt{CL}} \quad (v = c)$$

без искажения и без затухания; волна последействия отсутствует.

Значение параметров плазменного шнура канала молнии для рассматриваемой главной стадии разряда ($L = 2,3 \cdot 10^{-6}$ Гн/м; $C = 7 \cdot 10^{-12}$ Ф/м) по данным экспериментальных исследований, обобщенных в [13], были следующими: температура ≥ 30000 К; проводимость $\sim 10^4$ См/м; активное сопротивление плазменного шнура $r_a \sim 0,035$ Ом/м; радиус плазменного шнура канала $\sim 0,03$ м.

Для канала молнии во время рассматриваемой (главной) стадии разряда ($r_{a \min} \geq 0,035$ Ом/м; $C_{\min} \geq 2,5 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; $L_{\max} \leq 2,5 \cdot 10^{-6}$ Гн/м; $r_{\Pi \min} > 2,5 \cdot 10^{14}$ Ом) неравенство (6) выполняется: $0,875 \cdot 10^{-12} \text{ см}^{-2} \gg 10^{-20} \text{ см}^{-2}$.

Следовательно, каналу молнии соответствует в первом приближении расчетная модель (r_a, C), для которой решение уравнений (1) при граничном условии (2) имеет вид:

$$i(y \neq 0, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} Q \sqrt{r_a C} y t^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{1}{4} r_a C \frac{y^2}{t}}; \quad (18)$$

$$u(y \neq 0, t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} Q \sqrt{\frac{r_a}{C}} t^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{4} r_a C \frac{y^2}{t}}. \quad (19)$$

Из анализа выражений (18) и (19) следует, что для рассматриваемой модели (r_a, C) фазовая скорость распространения волны тока в канале молнии [8]

$$v_i = 6 \frac{1}{r_a C y} \quad (20)$$

снижается от $v_{i \max} = c$ ($y = y_{0 \min}^{(i)}$) до нуля ($y = \infty$), где

$$y \geq y_{0 \min}^{(i)} = 6 \frac{1}{r_a C c}. \quad (21)$$

Прежде чем сделать вывод о возможности использования рассмотренной модели (r_a, C) для научно-технических целей, необходимо обратить внимание на следующее обстоятельство. Как свидетельствуют результаты выполненных экспериментальных исследований зависимости $v_i(y)$, фазовая скорость волны тока v_i при увеличении высоты y рассматриваемой точки канала, являющегося *диспергирующей* средой [14], помимо убывания в соответствии с зависимостью (20) может оставаться практически неизменной ($v_i = \text{const}$) и даже возрастать до значений, близких к скорости света ($> 2,8 \cdot 10^8$ м/с).

В качестве возможной причины такой инверсии можно предположить существование *неоднородности* электрических параметров канала молнии, а именно, зависимости активного сопротивления плазменного шнура канала r_{ay} или емкости чехла канала C_y от высоты рассматриваемого участка канала y . Анализ математических моделей [15] показал, что снижение как r_{ay} , так и C_y с увеличением высоты приводит к монотонному возрастанию фазовой скорости восходящей волны тока на всем протяжении канала. Поскольку такое возрастание противоречит результатам измерений применительно к нисходящему разряду, модели с уменьшением r_{ay} и C_y при увеличении высоты в нисходящем разряде не рассматриваются. Из двух рассмотренных в [15] моделей ($C = \text{const}$, $r_{ay} = r_a e^{ky}$ и $r_a = \text{const}$, $C_y = C e^{ky}$) отдано предпочтение второй модели, так как в первой фазовая скорость волны потенциала $v_{u \max}$ в критической точке канала ($y_0 = 1/k$) превышает максимальную фазовую скорость волны тока $v_{i \max}(y_0)$, приближающуюся к скорости света.

Прямой натурный эксперимент показал, что максимальные значения фазовой скорости восхо-

дящей волны тока $v_{i \max}$, как правило, больше 1/2 скорости света, нередко достигают 2/3 скорости света, в отдельных случаях приближаются к скорости света [16]. В то же время главным условием адекватности модели является условие непревышения фазовой скоростью как скорости волны тока, так и волны потенциала скорости света c . В модели ($r_a = \text{const}$, $C_y = C e^{ky}$) выполняются оба эти условия: $v_{i \max} \leq c$; $v_{u \max} \leq c$ ($v_u(y) = v_i(y)/2$).

Поэтому в качестве основной причины инверсии в [15] рассмотрено неравномерное распределение емкости чехла по высоте канала молнии $C_y(y)$. При этом в качестве расчетной модели канала молнии при коротком нисходящем отрицательном разряде (КРОН) рассмотрена неоднородная длинная линия, образованная вертикально «натянутым» от нижней границы отрицательно заряженного грозового облака ($y = H$) до точки атаки ($y = 0$) проводящим плазменным шнуром с *постоянным* продольным активным сопротивлением r_a , окруженным непроводящим чехлом в форме коаксиальной воронки, обращенной усеченной вершиной конуса к Земле, имеющим поперечную емкость C_y , нарастающую по высоте воронки в соответствии с выражением

$$C_y = C e^{k_c y}, \quad (22)$$

где $C_y(y=0) = C$, Ф/м; k_c — вещественное положительное число, характеризующее интенсивность возрастания емкости чехла $C_y(y)$ по высоте канала в направлении вертикальной оси y , м⁻¹.

Впервые модель ($C e^{ky}, r_a$), названная в дальнейшем инженерной моделью QCV [17], была рассмотрена в [18]. Позднее эта модель использовалась для исследования электромагнитных процессов при прямом ударе молнии в высокую башню и в ЛЭП [19, 20].

Однако активное сопротивление плазменного шнура r_{ay} также не остается постоянным по высоте канала. По мере продвижения волны обратного разряда по высоте канала r_{ay} возрастает, оставаясь в пределах: $0,025 \text{ Ом/м} \leq r_{ay} \leq 0,5 \text{ Ом/м}$ при первом разряде и $2 \text{ Ом/м} \leq r_{ay} \leq 20 \text{ Ом/м}$ при последующих разрядах.

Поэтому для дальнейшего уточнения предлагаемой математической модели канала молнии рассмотрим *общий случай*, когда не только емкость чехла изменяется по высоте канала (22), но и активное сопротивление плазменного шнура нарастает по высоте канала по закону:

$$r_{ay} = r_a e^{k_r y}, \quad (23)$$

где k_r – вещественное положительное число, характеризующее интенсивность возрастания активного сопротивления плазменного шнура $r_{ay}(y)$ по высоте канала в направлении вертикальной оси y , m^{-1} .

Для рассматриваемых условий процесс распространения волн тока и потенциала вдоль канала молнии указанной структуры $(r_a e^{k_r y}, Ce^{k_c y})$ при КРОН описывается уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u(y,t)}{\partial y} &= r_a e^{k_r y} i(y,t); \\ -\frac{\partial i(y,t)}{\partial y} &= Ce^{k_c y} \frac{\partial u(y,t)}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

или в преобразованном по Лапласу виде:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{du}{dy} &= r_a e^{k_r y} i; \\ -\frac{di}{dy} &= pCe^{k_c y} u. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

После разделения переменных:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \bar{u}}{dy^2} - k_r \frac{d\bar{u}}{dy} - \gamma_0^2 e^{(k_r+k_c)y} \bar{u} &= 0; \\ \frac{d^2 \bar{i}}{dy^2} - k_c \frac{d\bar{i}}{dy} - \gamma_0^2 e^{(k_r+k_c)y} \bar{i} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где $\gamma_0 = \sqrt{p} \sqrt{r_a C}$.

В случае бесконечно длинного канала ($l \rightarrow \infty$) имеем:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \bar{u}(y) = 0; \quad (27)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \bar{i}(y) = 0. \quad (28)$$

Учитывая, что из всех бесселевых функций, являющихся решением уравнений (26), функции Ганкеля единственные, которые обращаются в нуль при бесконечных значениях комплексного аргумента $H_{0(1)}^{(1)}(jz)$, решение дифференциальных уравнений (26) будет [21]:

$$\bar{u}(y) = C_0 e^{\frac{1}{2}(k_r+k_c)y} H_1(2j\gamma_0 \frac{1}{k_r} e^{\frac{1}{2}(k_r+k_c)y}); \quad (29)$$

$$\bar{i}(y) = C_1 e^{\frac{1}{2}(k_r+k_c)y} H_1(2j\gamma_0 \frac{1}{k_c} e^{\frac{1}{2}(k_r+k_c)y}). \quad (30)$$

Рассмотрим разряд через канал молнии, индуцированный отрицательно заряженным грозовым облаком положительного заряда Земли Q . Тогда к условиям (27) и (28) добавятся:

$$\left. \begin{aligned} i_0(t, y=0) &= \delta(t)Q; \\ -\frac{\partial u_0(t, y=0)}{\partial y} &= r_a \delta(t)Q. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Запишем эти уравнения в преобразованном виде:

$$\left. \begin{aligned} \bar{i}_0 = \bar{i}(y=0) &= Q; \\ -\frac{\partial u(y=0)}{\partial y} &= r_a Q. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Решая уравнения (32) совместно с (29), (30) и учитывая, что из [22]:

$$H_0(jz) = -j \frac{2}{\pi} K_0(z); \quad H_1(jz) = -\frac{2}{\pi} K_1(z);$$

$$K_1(z < 1) = \frac{1}{z}; \quad Z_0'(z) = -Z_1(z),$$

где $K_0(z)$, $K_1(z)$ – модифицированные функции Ганкеля или функции Макдональда, найдем постоянные интегрирования:

$$C_0 = -\frac{\pi \gamma_0}{k_r} \bar{u}(0); \quad C_1 = -\pi \frac{1}{k_c} \sqrt{r_a C} Q \sqrt{p},$$

и, следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \bar{i} &= Q \alpha^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} K \left(\alpha^{\frac{1}{2}} p^{\frac{1}{2}} \right); \\ \alpha &= 4 \frac{1}{k_c^2} r_a C e^{(k_r+k_c)y}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Переходя в уравнении (33) от изображения к оригиналу тока молнии [23], получим:

$$i(y,t) = \frac{1}{4} \alpha Q t^{-2} e^{-\frac{1}{4} \alpha t^{-1}} \quad (34)$$

или

$$i(y,t) = 2Q t_0 t^{-2} e^{-2t_0 t^{-1}}, \quad (34a)$$

где $t_0 = \alpha / 8$.

В инвариантной форме выражение (34a) можно записать в виде

$$i(y,t) = I \eta(\xi), \quad (35)$$

где $I = \frac{2}{e^2 t_0} Q$; $\eta(\xi) = e^2 \xi^{-2} e^{-2\xi^{-1}}$; $\xi = t / t_0$;

$$t_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{k_c^2} r_a C e^{(k_r+k_c)y}.$$

Из выполненного анализа электромагнитных процессов в канале молнии (24)–(35) следует, что фазовая скорость волны тока имеет максимальное

значение в точке атаки ($y=0$), а далее, по мере продвижения волны тока вверх к грозовому облаку, убывает по экспоненциальному закону (см. Приложение 1, (П1-5)).

Как известно [15, 16], эксперимент этого не подтверждает. В действительности, фазовая скорость достигает максимального значения, как правило, на высоте от нескольких метров до нескольких десятков метров, а в отдельных случаях—даже на высоте, превышающей 100 м [15, 16]. Это обстоятельство, с которым необходимо считаться, объясняется наличием *встречного разряда*. В отличие от параметров основного нисходящего разряда, активные сопротивления плазменного шнура и емкость чехла части канала, соответствующей встречному (восходящему) разряду, по мере увеличения высоты рассматриваемой точки не возрастают, а убывают. Вследствие этого фазовая скорость волны тока в части канала, соответствующей встречному разряду, возрастает, достигая максимального значения в зоне соприкосновения головок основного и встречного разрядов (см. Приложение 2 и 3).

Для учета влияния встречного разряда из соображений эвристического характера рекомендуется эмпирическая формула фазовой скорости распространения восходящей волны тока вдоль всего канала молнии:

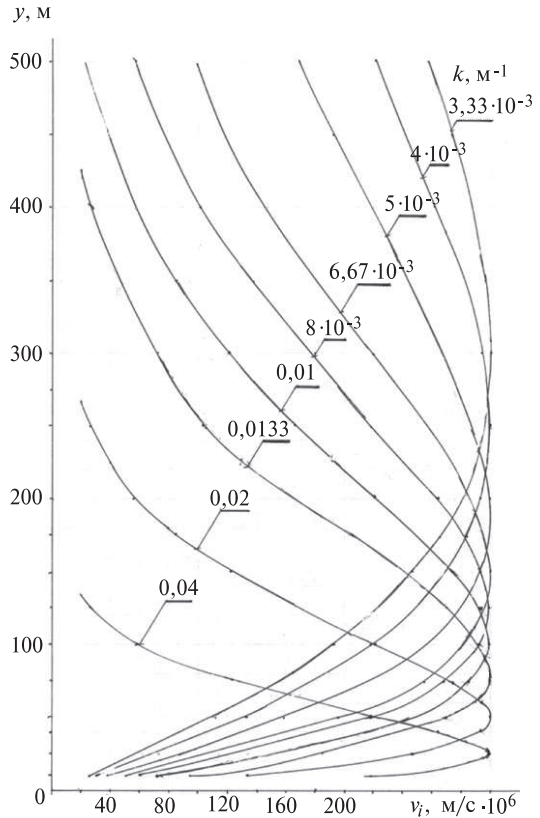
$$v_i = 2 \frac{k_c^2}{r_a C} y e^{-(k_r + k_c)y}, \quad (36)$$

из которой видно, что фазовая скорость $v_i(y)$ возрастает на участке $0 < y < \frac{1}{k_r + k_c}$, достигает максимума v_{\max} при $y_0 = \frac{1}{k_r + k_c}$ и убывает на участке $\frac{1}{k_r + k_c} < y < \infty$.

Зависимость $v_i(y, k)$ для $k_r + k_c = 3,33 \cdot 10^{-4} \div 0,04$ приведена на рисунке [15], где $k = k_r + k_c$.

Интересно отметить, что первоначальное возрастание фазовой скорости волны тока до достижения v_{\max} , в основном, определяется интенсивностью спада емкости чехла канала и активного сопротивления плазменного шнура встречного разряда, а последующий спад фазовой скорости тока зависит, в равной мере, от интенсивности нарастания как емкости чехла канала k_c , так и от активного сопротивления плазменного шнура k_r нисходящего разряда.

Для уточненной модели амплитуда восходящей волны тока молнии $y_0 \leq y \leq H$ убывает с высотой по экспоненциальному закону:



Теоретическая зависимость фазовой скорости волны тока в канале молнии при коротком нисходящем отрицательном разряде от высоты

$$I(y) = I(y_0) e^{-(k_r + k_c)(y - y_0)}, \quad (37)$$

а длительность фронта этой же волны возрастает с высотой по экспоненциальному закону:

$$t_0(y) = t_0(y_0) e^{(k_r + k_c)(y - y_0)}. \quad (38)$$

При этом как в первом, так и во втором случаях процесс однозначно определяется интенсивностью нарастания как активного сопротивления плазменного шнура k_r , так и емкости чехла канала k_c .

Полученные результаты могут быть использованы в исследовательских целях. В частности, из (35) и (36) следует важное соотношение

$$v_{i \max} = \frac{1}{e} \frac{1}{t_0(y=0)} y_0, \quad (39)$$

которое можно рассматривать в качестве *критерия совместимости* полученных экспериментальных данных $v_{i \max}$, $t_0(y=0)$, y_0 . Если критериальное соотношение (39) для численных значений $v_{i \max}$, $t_0(y=0)$, y_0 выполняется с требуемой точностью, то полученные результаты измерений следует признать достоверными. В этом случае можно установить законы распределения по высоте емкости чехла канала $C e^{k_c(y - y_0)}$ и активного сопротивления

плазменного шнура $r_a e^{k_r(y-y_0)}$, используя следующие соотношения:

$$k_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{r_a C}{t_0(y=0)}}; \quad (40)$$

$$k_r = \frac{1}{y_0} - k_c. \quad (41)$$

Полагаем, что предложенная модифицированная инженерная модель канала молнии для главной стадии разряда MQCV (для $y \geq y_0 C e^{k_c(y-y_0)}$ $r_a e^{k_r(y-y_0)}$; для $y < y_0 C e^{k_c(y-y_0)}$ $r_a e^{k_r(y-y_0)}$) может быть полезной не только для исследовательских целей. В частности, поскольку задача расчета электромагнитного поля, создаваемого ударом молнии, сводится к определению волны тока, распространяющейся с фазовой скоростью v_i вдоль канала молнии $i\left(y, t - \frac{y}{v}\right)$, то для решения этой задачи [17] можно использовать разработанную модифицированную инженерную модель главной стадии молнии (MQCV).

Приложение 1. Фазовая скорость восходящей волны тока в канале молнии без учета встречного разряда. Рассматриваемый процесс описывается системой (24), из которой следует, что скорость волны тока будет определяться как

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{1}{r_a C} e^{-(k_r+k_c)y} \frac{\left(\frac{\partial i(y,t)}{\partial y}\right)}{i(y,t)}. \quad (П1-1)$$

Так как фазовая скорость волны тока

$$v(y, t=t_0) = \frac{\partial y}{\partial t}(y, t=t_0), \quad (П1-2)$$

то

$$v = \frac{1}{r_a C} e^{-(k_r+k_c)y} \frac{\left(\frac{\partial i(y,t_0)}{\partial y}\right)}{i(y,t_0)}. \quad (П1-3)$$

Из (35) следует, что

$$\frac{\partial i(y,t_0)}{\partial y} / i(y,t_0) = -(k_r + k_c), \quad (П1-4)$$

и, следовательно,

$$|v| = \frac{1}{r_a C} (k_r + k_c) e^{-(k_r+k_c)y}. \quad (П1-5)$$

Приложение 2. Учет влияния встречного разряда на главную стадию молнии. 1. Уточнение электромагнитных процессов в коротком нисходящем отрицательном разряде (КРОН). Обратный разряд (глав-

ная стадия молнии) начинается в точке соприкосновения головок (нисходящего) и встречного разрядов («расчетная» точка атаки), имеющей координату y_0 . Поэтому уравнение восходящей волны тока молнии (34) от этой точки до нижней границы отрицательно заряженного грозового облака ($y_0 \leq y \leq H$) следует записать с учетом сдвига координаты y на y_0 , т.е.

$$i(y-y_0, t) = 2Qt_0 t^{-2} e^{-2t_0 t^{-1}}, \quad (П2-1)$$

где

$$t_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{k_c^2} r_a C e^{(k_r+k_c)(y-y_0)}. \quad (П2-2)$$

2. Уточнение процессов на участке встречного разряда при КРОН. Уравнение нисходящей волны тока молнии от расчетной точки атаки до «физической» ($0 \leq y \leq y_0$) следует записать с учетом замены координаты y на $-y$ и ее сдвига на y_0 , т.е.

$$i_B(y-y_0, t) = 2Qt_{0B} t^{-2} e^{-2t_{0B} t^{-1}}; \quad (П2-3)$$

$$t_{0B} = \frac{1}{2} \frac{1}{k_{CB}^2} r_{a.B} C e^{(k_{rB}+k_{CB})(y-y_0)}. \quad (П2-4)$$

Примечание. Индекс «B» указывает, что параметры относятся к *встречному* разряду.

Приложение 3. Электромагнитная совместимость КРОН и встречного разряда (ВР). После соприкосновения в расчетной точке атаки (РТА) головок КРОН и ВР образуется общая цепь канала молнии, в которой волна тока непрерывна. Поскольку электромагнитные процессы в КРОН и в ВР определяются одним и тем же зарядом Q , равенство токов $i(y_0, t)$ и $i_B(y_0, t)$ означает равенство длительности их фронтов в РТА:

$$t_0(y_0) = t_{0B}(y_0), \quad (П3-1)$$

из которого следует *первый критерий* электромагнитной совместимости КРОН и ВР:

$$\frac{1}{k_c^2} r_a C = \frac{1}{k_{CB}^2} r_{a.B} C. \quad (П3-2)$$

Выражение (П1-5) из условия равенства скоростей волн тока КРОН и ВР в этой же точке

$$v_{\max}(y_0) = v_{B\max}(y_0) \quad (П3-3)$$

с учетом Приложения 2 дает *второй критерий* электромагнитной совместимости КРОН и ВР:

$$\frac{1}{r_a C} (k_r + k_c) = \frac{1}{r_{a.B} C_B} (k_{rB} + k_{CB}). \quad (П3-4)$$

Полагая, что параметры r_a , $r_{a.B}$, C , C_B , k_r , k_c известны из эксперимента, коэффициенты k_{rB} и k_{CB} определяются из уравнений (П3-2), (П3-4).

В первом приближении можно принять $r_a = r_{a.v}$ и $C = C_B$, тогда $k_r = k_{rB}$ и $k_c = k_{cB}$.

Выводы. 1. В пределах короткого нисходящего отрицательного разряда ($y_0 \leq y \leq H$) модифицированная инженерная модель главной стадии разряда молнии, адекватно отражающая электромагнитные процессы в канале молнии при ПУМ в здании или сооружении, может быть представлена разрядом сосредоточенного заряда Q на неоднородную длинную линию, образованную вертикально натянутым от расчетной точки атаки $y = y_0$ нижней границы до отрицательного заряженного грозового облака ($y = H$) проводящим плазменным шнуром с активным сопротивлением, нарастающим по высоте по экспоненциальному закону $r_a e^{k_r(y-y_0)}$, окруженным непроводящим чехлом в форме коаксиальной воронки, обращенной усеченной вершиной конуса к Земле, имеющим поперечную емкость, нарастающую по высоте по экспоненциальному закону $C_e e^{k_c(y-y_0)}$.

2. В этих же пределах экспоненциальный закон убывания с высотой амплитуды восходящей волны тока молнии, так же как и экспоненциальный закон возрастания с высотой длительности фронта этой же волны, в равной мере определяется интенсивностью нарастания с высотой продольного активного сопротивления плазменного шнура k_r и поперечной емкости чехла канала k_c .

3. Предлагаемая модифицированная инженерная модель главной стадии молнии MQCV, устанавливающая функциональные зависимости тока, длительности фронта, фазовой скорости, может быть полезна как для исследовательских целей [7, 11], так и для уточненного расчета электромагнитного влияния, создаваемого ударом молнии [17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Карякин Р.Н.** Справочник по молниезащите. — М.: Энергосервис, 2005, 880 с.
2. **Кадомская К.П., Рейхердт А.А.** Моделирование волны тока молнии при расчетах грозоупорности электрических сетей. — Электричество, 2006, №11, с. 17—23.
3. **Александров Г.Н.** Грозозащита воздушных линий электропередачи. — Электричество, 2005, № 7, с. 73—81.
4. **Карякин Р.Н., Лосев В.Г.** Удар молнии в протяженный неоднородный заземлитель. — Электричество, 2009, №4, с. 12—18.
5. **Горин Б.Н.** Математическое моделирование главной стадии молнии. — Электричество, 1985, №4, с. 10—15.
6. **Базелян Э.М., Райзер Ю.П.** Физика молнии и молниезащиты. — М.: Физматлит, 2001, 319 с.
7. **Rakov V.A. and Uman M.A.** Lightning Physics and Effects. — Cambridge University Press, 2006, 687 p.
8. **Карякин Р.Н.** Методика расчета основных параметров нисходящего отрицательного разряда молнии. — Электричество, 2006, №11, с. 24—32.
9. **Александров Г.Н.** Молния и молниезащита. — СПб: Изд-во Политехнического университета, 2007, 281 с.
10. **Baba Y., Rakov V.A.** Lightning: Principles, Instruments and Application. Ch. 1. Present Understanding of the Lightning Return Stroke/ Eds.: H.D.Betz, U.Schumann and P. Laroche. — Springer, 2009, 641 p.
11. **Rakov V.A., Rachidi F.** Overview of Recent Progress in Lightning Research and Protection. — IEEE Tr.on Electromagnetic Compatibility, Aug. 2009, vol. 51, № 3.
12. **Ван дер Поль Б., Бреммер Х.** Операционное исчисление на основе двустороннего преобразования Лапласа. — М.: Иностранная литература, 1952, 506 с.
13. **Rakov V.A.** Some inferences on the propagation mechanisms of dart leaders and return strokes. — Journal of Geophysical Research, 1998, January 27, vol. 103, No. D2.
14. **Стреттон Д.А.** Теория электромагнетизма. — М.: Гостехиздат, 1948, 539 с.
15. **Карякин Р.Н., Лосев В.Г.** Математическая модель канала молнии. — Электричество, 2009, №10, с. 25—35.
16. **Rakov V.A.** Lightning Return Stroke Speed: A Review of Experimental Data. — 27th Intern.Conf. on Lightning Protection (ICLP, 2004), Avignon (France).
17. **Карякин Р.Н., Лосев В.Г.** Анализ инженерных моделей главной стадии молнии. — Электричество, 2012, №3, с. 23—29.
18. **Карякин Р.Н., Лосев В.Г.** Форма волны тока молнии в контактной сети. — Электричество, 2008, №11, с. 12—22.
19. **Карякин Р.Н., Лосев В.Г.** Удар молнии в высокую башню. — Электричество, 2011, №7, с. 25—31.
20. **Карякин Р.Н., Лосев В.Г.** Математическая модель системы «канал молнии — линия электропередачи». — Электричество, 2013, №1, с. 60—66.
21. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Изд-во иностр. литературы, 1951, 828 с.
22. **Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф.** Специальные функции. 2-е изд./ Перевод с 6-го переработанного немецкого издания. — М.: Наука, 1968, 344 с.
23. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** Таблицы интегральных преобразований. Т1. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. — М.: Наука, 1969, 343 с.

[06.06.2016]

А в т о р ы : Карякин Рудольф Николаевич окончил факультет электрификации железных дорог Московского электромеханического института инженеров железнодорожного транспорта в 1952 г. В 1976 г. защитил докторскую диссертацию «Исследование электромагнитных процессов в тяговых сетях переменного тока (в связи с проблемами электробезопасности)» во Всесоюзном научно-исследовательском институте железнодорожного транспорта. Главный научный сотрудник отдела комплексной защиты электроустановок Научно-исследовательского института электромонтажной технологии.

Лосев Виктор Григорьевич окончил факультет электрификации железных дорог Московского института инженеров железнодорожного транспорта в 1983 г. В 2007 г. защитил кандидатскую диссертацию «Повышение эффективности молниезащиты тяговых сетей переменного тока» в Московском государственном университете путей сообщения. Первый заместитель директора Трансэнерго — филиала ПАО «РЖД».

A Modified Version of the Lightning Main Stage Mathematical Model MQCV

KARYAKIN Rudol'f N. (*Scientific and Research Institute of Wiring Technology, Moscow, Russia*) – Chief researcher of the Department. Dr. Sci. (Eng.)

LOSEV Viktor G. (*Transenergo – Branch of the Public Company «RZhD», Moscow, Russia*) – First duty director, Cand.Sci. (Eng.)

A refined model of the main lightning stage is proposed, which takes into account simultaneous variation of the lightning channel corona sheath's specific (per unit length) capacitance and the specific (per unit length) resistance of the channel plasma filament along the height that adequately reflects the experimentally determined amplitude variation pattern, front length and phase velocity of current wave over the lightning channel height.

Key words: long line, lightning channel, plasma filament, resistance, phase velocity, modeling

REFERENCES

1. **Karyakin R.N.** *Spravochnik po molnierzashchite* (Handbook of lightning protection). Moscow, Publ. «Energoservis», 2005, 880 p.
2. **Kadomskaya K.P., Reikherdt A.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2006, No. 11, pp. 17–23.
3. **Aleksandrov G.N.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2005, No. 7, pp. 73–81.
4. **Karyakin R.N., Losev V.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2009, No. 4, pp. 12–18.
5. **Gorin B.N.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1985, No. 4, pp. 10–15.
6. **Barelyan E.M., Raizer Yu.P.** *Fizika molnii i molnierzashchity* (The physics of lightning and lightning protection). Moscow, Publ. Fizmatlit, 2001, 319 p.
7. **Rakov V.A. and Uman M.A.** *Lightning Physics and Effects*. – Cambridge University Press, 2006, 687 p.
8. **Karyakin R.N.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2006, No. 11, pp. 24–32.
9. **Aleksandrov G.N.** *Molniya i molnierzashchita* (Lightning and Lightning Protection). SPb., Publ. Polytechnical University, 2007, 281 p.
10. **Baba Y., Rakov V.A.** *Lightning: Principles, Instruments and Applicatoin*. Ch. 1. Present Understanding of the Lightning Return Stroke/ Eds.: H.D.Betz, U.Schumann and P. Laroche. – Springer, 2009, 641 p.
11. **Rakov V.A., Rachidi F.** Overview of Recent Progress in Lightning Research and Protection. – IEEE Tr.on Electromagnetic Compatibility, Aug. 2009, vol. 51, No. 3.
12. **Van der Pol' B., Bremmer Kh.** *Operatsionnoye ischisleniye na osnove dvustoronnego preobrazovaniya Laplasa* (Operational calculus on the basis of the bilateral Laplace transform). Moscow, Publ. «Inostrannaya literature», 1952, 506 p.
13. **Rakov V.A.** Some inferences on the propagation mechanisms of dart leaders and return strokes. – Journal of Geophysical Research, 1998, January 27, vol. 103, No. D2.
14. **Stretton D.A.** *Teoriya elektromagnetizma* (The theory of electromagnetism). Moscow, Gostekhizdat, 1948, 539 p.
15. **Karyakin R.N., Losev V.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2009, No. 10, pp. 25–35.
16. **Rakov V.A.** Lightning Return Stroke Speed: A Review of Experimental Data. – 27th Intern. Conf. on Lightning Protection (ICLP, 2004), Avignon (France).
17. **Karyakin R.N., Losev V.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2012, No. 3, pp. 23–29.
18. **Karyakin R.N., Losev V.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2008, No. 11, pp. 12–22.
19. **Karyakin R.N., Losev V.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2011, No. 7, pp. 25–31.
20. **Karyakin R.N., Losev V.G.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2013, No. 1, pp. 60–66.
21. **Kamkye E.** *Spravochnik po obyknovennym differentsial'nyim uravneniyam* (Handbook of ordinary differential equations). Moscow, Foreign literature publishing House, 1951, 828 p.
22. **Yanky E., Emde F., Lyesh F.** *Spetsial'nye funktsii. 2-ye izd. Perevod 6-go pererabotannogo nemetskogo izdaniya* (Special functions. 2nd edit. Translation of the 6th German edition recycled). Moscow, Publ. «Nauka», 1968, 344 p.
23. **Bateman G., Erdelyi A.** *Tablitsy integral'nykh preobrazovaniy. T. 1. Preobrazovaniya Fur'ye, Laplasa, Mellina* (Tables of integral transforms. Vol. 1. Fourier, Laplace, Mellin Transformations). Moscow, Publ. «Nauka», 1969, 343 p.