

Математические модели для расчета электрического поля ванн многоэлектродных рудно-термических печей

ИЛЬГАЧЕВ А.Н.

Представлены два решения уравнения Лапласа, описывающего электрическое поле в ваннах многоэлектродных рудно-термических печей с бездуговым или слабовыраженным дуговым режимом. Приведены графические иллюстрации составляющих представлений решения уравнения Лапласа, определены взаимосвязи представлений решения этого уравнения. Достоинством предложенных моделей является возможность отдельного учета влияния геометрических параметров ванны и электродов, электрического режима печи на характеристики электрического поля ванны.

Ключевые слова: многоэлектродные рудно-термические печи, электрическое поле ванны, расчет, математическая модель

В общем случае при решении задач анализа и синтеза электрических режимов многоэлектродных трехфазных рудно-термических печей (РТП) со слабовыраженным дуговым или бездуговым режимом, питаемых переменным током синусоидальной формы, следует рассматривать токоподвод, электроды, шихтовые, шлаковые материалы и расплав, расположенные в ванне, как единую систему и рассчитывать электромагнитное поле одновременно для всей системы решением квазиволнового уравнения

$$\nabla^2 \dot{\vec{F}} = j\gamma\mu\mu_0\omega\dot{\vec{F}},$$

где $\dot{\vec{F}}$ – вектор электрической или магнитной напряженности поля в комплексной форме; γ – удельная проводимость среды; μ – относительная магнитная проницаемость среды; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; ω – круговая частота переменного тока.

Для ряда электротехнологических процессов в ваннах многошлаковых и шлаковых РТП можно пренебречь мощностью, выделяемой в дуге, и с хорошим приближением к реальным структурам ее среды аппроксимировать изменение удельной проводимости проводящих материалов только по высоте путём разбиения их на горизонтальные слои [1]. При этом в пределах каждого слоя удельная проводимость принимает постоянное значение.

В силу того, что проводимость материалов электродов и расплава (металла) значительно превышает проводимость шлака и шихты [2], рабочие поверхности электродов и поверхность расплава считаются эквипотенциальными.

При таких допущениях и при пренебрежении поверхностным эффектом электрическое поле в

слабопроводящей среде ванны печей описывается уравнением Лапласа

$$\nabla^2 \dot{\varphi} = 0. \quad (1)$$

В 1970-е годы сотрудниками кафедры электротермии Чувашского государственного университета в процессе разработки метода исследования электрических режимов и схем замещения ванн многоэлектродных многофазных печей было предложено решение уравнения Лапласа [3]:

$$\dot{\varphi}(x, y, z) = \frac{\varphi_{\vartheta} \dot{F}^{(m)}(x, y, z)}{R^{(m)}\gamma l} = \frac{I_{\vartheta} \dot{F}^{(m)}(x, y, z)}{\gamma l},$$

где m – число электродов в ванне; φ_{ϑ} – действующее значение потенциала электрода; $\dot{F}^{(m)}(x, y, z)$, $R^{(m)}$ – обобщенная функция потенциала электрического поля и активное сопротивление ванны при питании ее m -фазной системой напряжения; γ – удельная проводимость среды ванны; I_{ϑ} – действующее значение тока электрода; l – высота слабопроводящего слоя ванны (рис. 1).

Это решение обладает ограниченными возможностями, которые не позволяют исследовать электрические процессы в установках с асимметричным расположением электродов в ванне и рабо-

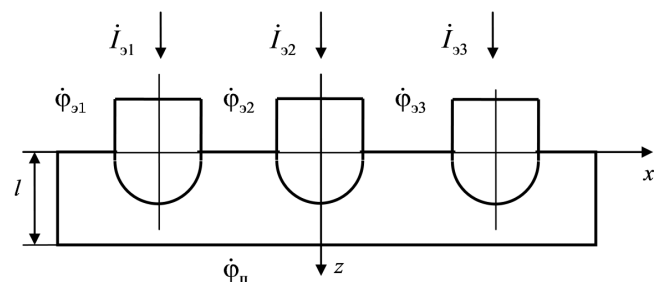


Рис. 1. Основные обозначения

тающих в несимметричных электрических режимах, когда токи электродов или напряжения на участках «электрод–подина» ванны не образуют симметричные системы.

Для преодоления этих ограничений предлагается два представления решения уравнения Лапласа.

Первая модель имеет вид

$$\dot{\varphi}(x, y, z) = \sum_{i=1}^m (\dot{\varphi}_{\text{э}i} - \dot{\varphi}_{\text{п}}) \varphi_{\text{к}3}^{(i)}(x, y, z), \quad (2)$$

где $\dot{\varphi}_{\text{э}i}$ – потенциал i -го электрода; $\dot{\varphi}_{\text{п}}$ – потенциал подины (расплава).

Решение (2) удовлетворяет следующим граничным условиям:

- а) рабочие поверхности электродов эквипотенциальны с потенциалами $\dot{\varphi}_{\text{э}i}$, $i=1,2,\dots,m$;
- б) поверхность расплава с высокой проводимостью или подового электрода (плоскость $z=1$) эквипотенциальна с потенциалом $\dot{\varphi}_{\text{п}}=0$;
- в) на верхней границе слоя среды ванны со слабой проводимостью (плоскость $z=0$) $\partial\dot{\varphi}/\partial n=0$;
- г) на боковых ограничивающих ванну поверхностях в зависимости от материала, из которого изготовлены стенки, задаются граничные условия I-го или II-го рода либо существенно смешанные условия.

Каждая из функций $\varphi_{\text{к}3}^{(i)}(x, y, z)$ в (2) удовлетворяет уравнению Лапласа, граничным условиям:

$$\varphi_{\text{э}i\text{к}3}^{(i)} = 1, \quad \varphi_{\text{э}k\text{к}3}^{(i)} = 0, \quad k \neq i, \quad i=1,2,\dots,m,$$

и граничным условиям, аналогичным б) – г).

Безразмерная вещественная функция $\varphi_{\text{к}3}^{(i)}(x, y, z)$ характеризует распределение потенциала электрического поля в ванне для расчетного режима, когда подаётся единичное напряжение со стороны i -го и подового электродов, а остальные электроды присоединены к подовому электроду.

Вторая модель представляется в виде

$$\dot{\varphi}(x, y, z) = \frac{1}{\gamma l} \sum_{i=1}^m \dot{I}_{\text{э}i} \varphi_{\text{хх}}^{(i)}(x, y, z) \quad (3)$$

с граничными условиями, аналогичными б) – г), дополненными условиями: заданы в комплексной форме токи электродов $\dot{I}_{\text{э}i}$, $i=1,2,\dots,m$, при этом потенциалы $\dot{\varphi}_{\text{э}i}$, $i=1,2,\dots,m$ электродов определяются в процессе решения уравнения Лапласа.

Безразмерные вещественные функции $\varphi_{\text{хх}}^{(i)}(x, y, z)$ в (3) удовлетворяют уравнению Лапласа и граничным условиям, аналогичным б) – г), дополненными условиями: $I_{\text{э}i\text{хх}} = 1$, $I_{\text{э}k\text{хх}} = 0$ или в

интегральной форме $\int_{S_{\text{э}i}} (-\gamma \text{grad} \varphi_{\text{хх}}^{(i)}(x, y, z)) ds = 1$,

$$\int_{S_{\text{э}k}} (-\gamma \text{grad} \varphi_{\text{хх}}^{(i)}(x, y, z)) ds = 0, \quad k \neq i, \quad k, i = 1, 2, \dots, m, \quad \text{где } S_{\text{э}i}, S_{\text{э}k}$$

– площади рабочих поверхностей i -го и k -го электродов.

Функция $\varphi_{\text{хх}}^{(i)}(x, y, z)$ характеризует распределение потенциала электрического поля в ванне для расчетного режима холостого хода, когда ток единичного значения «стекает» в ванну с рабочей поверхности i -го электрода, а токи остальных электродов равны нулю (электроды не подключены к источнику питания).

На рис. 2 представлены линии равных значений функций $\varphi_{\text{к}3}^{(1)}(x, y, z)$, $\varphi_{\text{к}3}^{(2)}(x, y, z)$, а на рис. 3 – линии равных относительных значений функций $\varphi_{\text{хх}}^{(1)}(x, y, z) / \varphi_{\text{э}1\text{хх}}^{(1)}$ и $\varphi_{\text{хх}}^{(2)}(x, y, z) / \varphi_{\text{э}2\text{хх}}^{(2)}$, построенные для ванны трехэлектродной печи с расположением электродов круглого сечения в линию.

При кажущемся примерно одинаковым характере распределения функций $\varphi_{\text{к}3}^{(i)}(x, y, z)$ и $\varphi_{\text{хх}}^{(i)}(x, y, z)$ вблизи электрода, со стороны которого питается ванна, в режимах короткого замыкания и холостого хода их численные значения различаются. В частности, в разных режимах отличаются значения потенциала этого электрода. В режиме холостого хода потенциалы электродов, не подключенных к источнику питания, не равны нулю, в то время как в режиме короткого замыкания они имеют нулевые значения. Вид распределения функций $\varphi_{\text{к}3}^{(i)}(x, y, z)$ и $\varphi_{\text{хх}}^{(i)}(x, y, z)$ в периферийных областях ванны для указанных режимов существенно различается.

Токи электродов в режиме короткого замыкания ванны при питании ее со стороны i -го электрода

$$I_{\text{э}k\text{к}3}^{(i)} = \int_{S_{\text{э}k}} (-\gamma \text{grad} \varphi_{\text{к}3}^{(i)}(x, y, z)) ds, \quad k=1,2,\dots,m,$$

где $S_{\text{э}k}$ – площадь рабочей поверхности k -го электрода.

Совокупность всех токов электродов в различных расчетных режимах короткого замыкания ванны образует матрицу:

$$\mathbf{I}_{\text{к}3} = \begin{pmatrix} I_{\text{э}1\text{к}3}^{(1)} & I_{\text{э}1\text{к}3}^{(2)} & \dots & I_{\text{э}1\text{к}3}^{(m)} \\ I_{\text{э}2\text{к}3}^{(1)} & I_{\text{э}2\text{к}3}^{(2)} & \dots & I_{\text{э}2\text{к}3}^{(m)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ I_{\text{э}m\text{к}3}^{(1)} & I_{\text{э}m\text{к}3}^{(2)} & \dots & I_{\text{э}m\text{к}3}^{(m)} \end{pmatrix}.$$

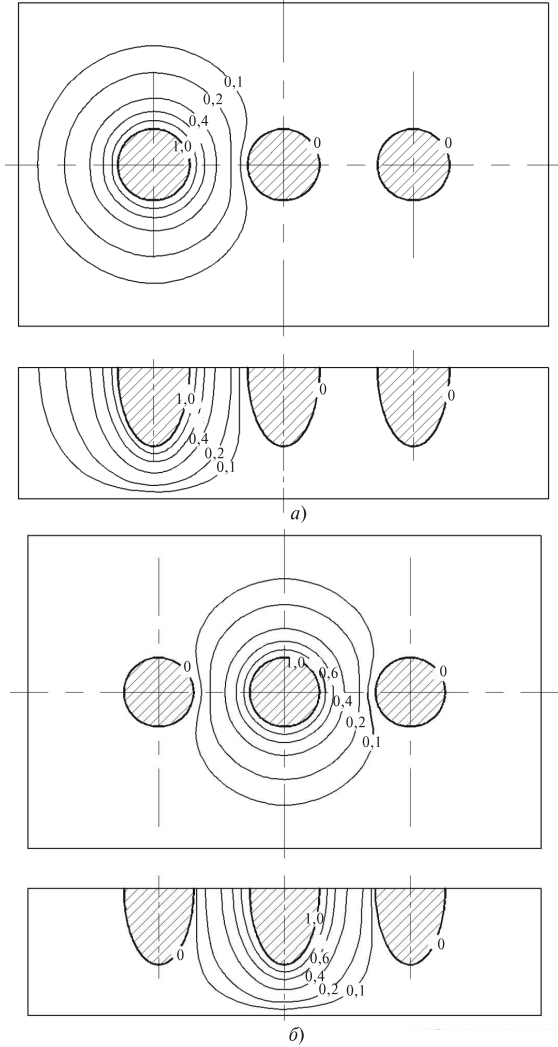


Рис. 2. Линии равных значений функций $\varphi_{K3}^{(1)}(x, y, z)$ (a) и $\varphi_{K3}^{(2)}(x, y, z)$ (б) в плоскостях, проходящих на верхнем уровне проводящего слоя ванны и через оси электродов

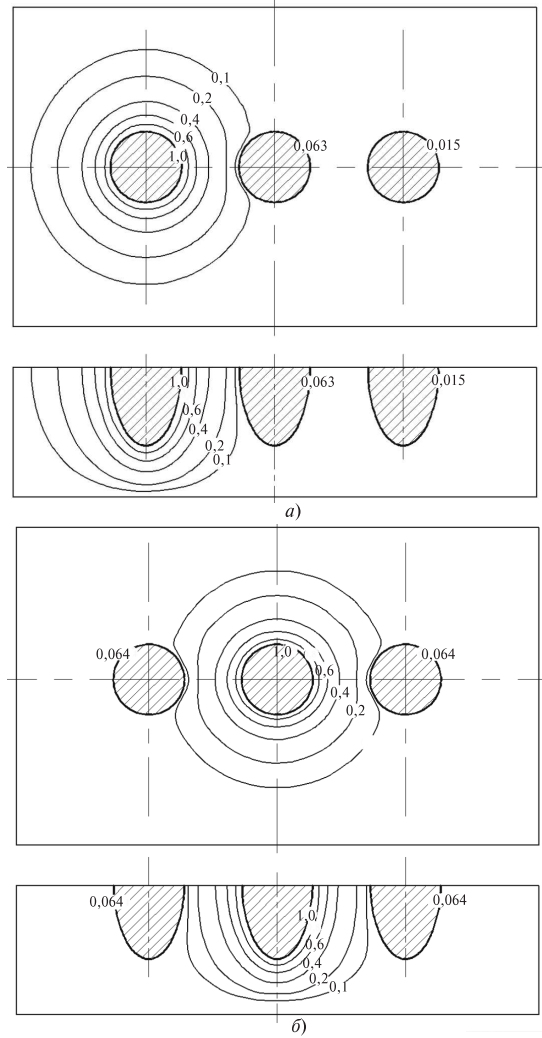


Рис. 3. Линии равных относительных значений функций $\varphi_{xx}^{(1)}(x, y, z) / \varphi_{1xx}^{(1)}$ (a) и $\varphi_{xx}^{(2)}(x, y, z) / \varphi_{2xx}^{(2)}$ (б) в плоскостях, проходящих на верхнем уровне проводящего слоя ванны и через оси электродов ($\varphi_{1xx}^{(1)} / (\gamma l) = 0,251$, $\varphi_{2xx}^{(2)} / (\gamma l) = 0,248$)

В расчетных режимах холостого хода ванны за счет растекания тока по материалам ее среды на электродах возникают наведенные потенциалы (наведенные падения напряжения на участках «электрод–подина» $U_{\partial kxx}^{(i)} = \varphi_{\partial kxx}^{(i)} - \varphi_{п.хх}^{(i)}$). Совокупность напряжений на участках «электрод–подина» в различных расчетных режимах холостого хода ванны образует матрицу напряжений на участках «электрод–подина»:

$$U_{xx} = \begin{pmatrix} U_{\partial 1xx}^{(1)} & U_{\partial 1xx}^{(2)} & \dots & U_{\partial 1xx}^{(m)} \\ U_{\partial 2xx}^{(1)} & U_{\partial 2xx}^{(2)} & \dots & U_{\partial 2xx}^{(m)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_{\partial mxx}^{(1)} & U_{\partial mxx}^{(2)} & \dots & U_{\partial mxx}^{(m)} \end{pmatrix}$$

Совокупность функций $\varphi_{K3}^{(i)}(x, y, z)$, характеризующих распределение потенциала электрического поля в различных расчетных режимах короткого

замыкания ванны, можно рассматривать как вектор базовых функций решения уравнения Лапласа:

$$\varphi_{K3}(x, y, z) = [\varphi_{K3}^{(1)}(x, y, z), \varphi_{K3}^{(2)}(x, y, z), \dots, \varphi_{K3}^{(m)}(x, y, z)]^T,$$

который может быть использован для определения потенциала электрического поля ванны в общем случае.

Определим вектор базовых функций, представленный совокупностью функций, характеризующих распределение потенциала электрического поля в различных расчетных режимах холостого хода ванны:

$$\varphi_{xx}(x, y, z) = [\varphi_{xx}^{(1)}(x, y, z), \varphi_{xx}^{(2)}(x, y, z), \dots, \varphi_{xx}^{(m)}(x, y, z)]^T.$$

Первую модель удобно использовать в случаях, когда заданы потенциалы электродов $\varphi_{\partial i}$, $i = 1, 2, \dots, m$, тогда протекающие в них токи

$$\dot{I}_{\varepsilon i} = \gamma l \sum_{k=1}^m I_{\varepsilon i k 3}^{(k)} \dot{\varphi}_{\varepsilon k}.$$

Если заданы токи в электродах, удобнее использовать вторую модель, тогда напряжения на участках ванны «электрод–подина»

$$\dot{\varphi}_{\varepsilon i} - \dot{\varphi}_{\Pi} = \frac{1}{\gamma l} \sum_{k=1}^m U_{\varepsilon i k X}^{(k)} \dot{I}_{\varepsilon k}.$$

Между векторами базовых функций $\varphi_{K3}(x, y, z)$ и $\varphi_{XX}(x, y, z)$ существует связь, позволяющая переходить от одной модели к другой:

$$\varphi_{XX}(x, y, z) = \gamma \Pi_{K3}^{-1} \mathbf{1}_U \varphi_{K3}(x, y, z);$$

$$\varphi_{K3}(x, y, z) = \frac{1}{\gamma l} \mathbf{U}_{XX}^{-1} \mathbf{1}_I \varphi_{XX}(x, y, z),$$

где $\mathbf{1}_U$ — единичная матрица напряжений на участках «электрод–подина» ванны, $\mathbf{1}_I$ — единичная матрица токов электродов.

Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 4, pp. 62–65.

Mathematical Models for Calculating the Electrical Field in the Baths of Multielectrode Ore-Thermal Furnaces

IL'GACHEV Anatolii N. (Chuvash State University, Cheboksary, Russia) — Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

The article presents two solutions of the Laplace equation describing the electrical field in the baths of multielectrode ore-thermal furnaces operating in an arc-free or weakly arching mode. Graphic illustrations of the Laplace equation solutions' components are given, and interrelations between the solutions of this equation are determined. The advantage of the proposed models consists in the possibility of separately considering the effect the geometrical parameters of the bath and electrodes, and the furnace electrical operating mode have on the parameters characterizing the bath electrical field.

Key words: multielectrode ore-thermal furnaces, bath electrical field, calculation, mathematical model

REFERENCES

1. **Strunskii B.M.** *Raschety rudno-termicheskikh pechei* (Calculations ore-smelting furnaces). Moscow, Publ. «Metallurgiya», 1982, 192 p.
2. **Gasik M.I.** *Samoobzhigayushchiesya elektrody rudovosstanovitel'nykh elektropechei* (Self-burning electrodes of ore-reduction furnaces). Moscow, Publ. «Metallurgiya», 1976, 368 p.

Представление решения уравнения Лапласа в формах (2) и (3) позволяет проводить раздельное исследование влияния геометрических параметров ванны, электродов и характеристик источника питания печи на распределение электрической энергии по объему ванны и электрический режим печного контура.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Струнский Б.М.** Расчеты руднотермических печей. — М.: Metallurgiya, 1982, 192 с.
2. **Гасик М.И.** Самообжигающиеся электроды рудовосстановительных электропечей. — М.: Metallurgiya, 1976, 368 с.
3. **Мионов Ю.М., Тарасов В.А.** Аналитический расчёт электрических полей и сопротивлений ванн электрических печей. — Изв. вузов. Электромеханика, 1975, № 11, с. 1174–1189.

[30.05.2016]

Автор: **Ильгачев Анатолий Николаевич** окончил Чувашский государственный университет в 1971 г. В 1984 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Доцент кафедры «Автоматизированные электротехнологические установки и системы» Чувашского государственного университета.

3. **Muronov Yu.M., Tarasov V.A.** *Izv. vuzov. Elektromekhanika — in Russ. (News of Higher Education Institutions. Electrical Mechanics)*, 1975, pp. 1174–1189.

[30.05.2016]