

## Математическая модель асинхронной машины в полярных координатах с учетом эффекта вытеснения тока ротора

ЛАЗОВСКИЙ Э.Н., ПАНТЕЛЕЕВ В.И., ПАХОМОВ А.Н., ФЕДОРЕНКО А.А.

*Статья посвящена разработке математической модели асинхронной машины в полярных координатах, которая недостаточно исследована для применения в инженерной практике. Для решения поставленной задачи использовались методы теории автоматического управления, электромеханики, электротехники. Программные реализации предлагаемых математических моделей и численные исследования воспроизводимых ими процессов выполнены в вычислительной среде MATLAB (пакет прикладных программ SIMULINK). Представлены три варианта математических моделей асинхронной машины в полярных координатах, учитывающих эффект вытеснения тока ротора. Определены особенности программной реализации таких моделей. Установлено, что они достаточно точно описывают процессы в асинхронной машине как на рабочем участке ее механической характеристики, так и при больших скольжениях ротора. Показано, что математические модели в полярных координатах воспроизводят процессы в асинхронной машине с той же точностью, что и получившие широкое практическое применение подобные модели в декартовых координатах.*

**Ключевые слова:** асинхронная машина, математическая модель, полярные координаты, вытеснение тока ротора

В основе построения современных автоматизированных асинхронных электроприводов лежат математические модели асинхронных машин (АМ), представленные, как правило, в декартовой системе координат [1, 2]. Известны примеры весьма эффективного применения фрагментов моделей в полярных координатах [3, 4], однако недостаточная изученность математических моделей АМ в полярных координатах ограничивает их практическое применение.

Для восполнения пробела в области математического моделирования установившихся и переходных процессов в асинхронных электрических машинах [5, 6] рассмотрены математические модели АМ в полярных координатах при условии постоянства ее параметров. В статье с учетом подходов [3, 5, 6] представлены более точные модели, учитывающие изменение параметров АМ вследствие вытеснения тока ротора. Эффект вытеснения тока ротора учтен с помощью уравнений Ф. Эмде [7]. Приведены математические модели на основе полной системы векторно-матричных уравнений электромагнитных контуров АМ (дифференциальные уравнения и уравнения связи, включающие полный набор электромагнитных переменных АМ) и модели на основе систем дифференциальных векторно-матричных уравнений, в которых часть промежуточных переменных исключена (уравнения в переменных  $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$  и  $\bar{i}_s - \bar{i}_r$ ).

Для модели в полярных координатах с полным набором переменных уравнения электромагнитных

контуров АМ и уравнения связи между переменными имеют вид [3]:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_s}{dt} &= u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s}) - r_s i_s \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s}); \\ \frac{d\varphi_{\psi_s}}{dt} &= \frac{u_s \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_s})}{\psi_s} - \frac{r_s i_s \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_s})}{\psi_s} - \omega_k; \\ \frac{d\psi_r}{dt} &= -r_r i_r \cos(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r}); \\ \frac{d\varphi_{\psi_r}}{dt} &= -\frac{r_r i_r \sin(\varphi_{i_r} - \varphi_{\psi_r})}{\psi_r} - (\omega_k - \omega) \end{aligned} \quad (1)$$

и

$$\begin{aligned} i_s \cos \varphi_{i_s} &= \left( \frac{l'_s + k_s l_m}{l_s l'_r} \right) \psi_s \cos \varphi_{\psi_s} - \frac{k_s}{l'_r} \psi_r \cos \varphi_{\psi_r}; \\ i_s \sin \varphi_{i_s} &= \left( \frac{l'_s + k_s l_m}{l_s l'_r} \right) \psi_s \sin \varphi_{\psi_s} - \frac{k_s}{l'_r} \psi_r \sin \varphi_{\psi_r}; \\ i_r \cos \varphi_{i_r} &= \frac{1}{l'_r} \psi_r \cos \varphi_{\psi_r} - \frac{k_s}{l'_r} \psi_s \cos \varphi_{\psi_s}; \\ i_r \sin \varphi_{i_r} &= \frac{1}{l'_r} \psi_r \sin \varphi_{\psi_r} - \frac{k_s}{l'_r} \psi_s \sin \varphi_{\psi_s}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\psi_s, i_s, \varphi_{\psi_s}, \varphi_{i_s}$  — модули и аргументы результирующих векторов потокосцепления и тока статора;  $\psi_r, i_r, \varphi_{\psi_r}, \varphi_{i_r}$  — модули и аргументы результирующих векторов потокосцепления и тока ротора;  $\omega_k, \omega$  — значения частоты вращения полярной

оси системы координат и вала электрической машины;  $r_r$ ,  $r_s$  – приведенные к статору активные сопротивления фазы обмоток ротора и статора;  $l_m$ ,  $l_s$ ,  $l'_r$  – взаимная индуктивность обмоток статора и ротора, полная индуктивность обмотки статора и эквивалентная индуктивность обмотки ротора;  $k_s$  – коэффициент связи статора.

Уравнения (1) и (2) совместно с формулой электромагнитного момента

$$m_\vartheta = k_r i_s \psi_r \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) \quad (3)$$

и уравнением движения электропривода

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_\vartheta - m_c \quad (4)$$

дают математическую модель АМ в полярных координатах для полного набора переменных. Если все коэффициенты в (1)–(4) принять постоянными, то получим модель с постоянными параметрами.

Вследствие вытеснения тока ротора активное сопротивление и индуктивность рассеяния пазовой части обмотки ротора становятся переменными величинами. При этом полные активное сопротивление и индуктивность рассеяния ротора при прямоугольной форме паза можно определить по формулам [7, 8]:

$$f_1(\xi) = r_r = r_{rl} + r_{rp} \left( \xi \frac{\operatorname{sh} 2\xi + \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi} \right); \quad (5)$$

$$f_2(\xi) = l_{r\sigma} = l_{rl} + l_{rp} \left( \frac{3}{2} \frac{(\operatorname{sh} 2\xi - \sin 2\xi)}{(\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi)} \right); \quad (6)$$

$$\xi = h \sqrt{|\beta|}, \quad (7)$$

где  $r_{rl}$ ,  $l_{rl}$  – активное сопротивление и индуктивность рассеяния лобовой части обмотки ротора;  $r_{rp}$ ,  $l_{rp}$  – активное сопротивление и индуктивность рассеяния пазовой части обмотки ротора;  $\xi$  – обобщенный аргумент в формулах Ф. Эмде [7];  $h$  – относительная высота стержня обмотки ротора [8];  $\beta$  – относительное значение частоты тока в обмотке ротора. При форме паза, отличной от прямоугольной, в формулы необходимо вводить поправочные коэффициенты [9].

В общем случае

$$\beta = \omega_k - \frac{d\varphi_{i_r}}{dt} = \omega. \quad (8)$$

Переменные коэффициенты в уравнениях связи (2):

$$\frac{1}{l'_r} = \frac{1}{l_{r\sigma} + (l_m - l_m k_s)} = f_1(l_{r\sigma}); \quad (9)$$

$$\frac{k_s}{l'_r} = \frac{k_s}{l_{r\sigma} + (l_m - l_m k_s)} = k_s f_1(l_{r\sigma}); \quad (10)$$

$$\frac{l'_r + k_s l_m}{l'_r l_s} = \frac{1}{l_s} + \left( \frac{k_s l_m}{l_s} \right) \frac{1}{l'_r} = \frac{1}{l_s} + \left( \frac{k_s l_m}{l_s} \right) f_1(l_{r\sigma}). \quad (11)$$

Уравнения (1)–(11) определяют математическую модель АМ в полярных координатах для полного набора переменных с учетом эффекта вытеснения тока ротора.

Математическая модель АМ в полярных координатах в переменных  $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$  имеет вид [3, 5]:

$$\begin{aligned} p\psi_s &= -\frac{r_s}{l'_s} \psi_s + \frac{k_r r_s}{l'_s} \psi_r \cos(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}) + \\ &+ u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_r}); \\ p\varphi_{\psi_s} &= -\frac{k_r r_s}{l'_s} \frac{\psi_r}{\psi_s} \sin(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}) - \omega_k + \\ &+ \frac{u_s}{\psi_s} \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{\psi_r}); \\ p\psi_r &= -\frac{r_r}{l'_r} \psi_r + \frac{k_s r_r}{l'_r} \psi_s \cos(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}); \\ p\varphi_{\psi_r} &= \frac{k_s r_r}{l'_r} \frac{\psi_s}{\psi_r} \sin(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}) - \omega_k + \omega; \\ m_\vartheta &= \frac{k_r}{l'_s} \psi_s \psi_r \sin(\varphi_{\psi_s} - \varphi_{\psi_r}); \\ J\omega &= m_\vartheta - m_c, \end{aligned} \quad (12)$$

где переменные коэффициенты, определяемые согласно (5)–(7) частотой тока ротора:

$$\alpha_r = \frac{r_r}{l'_r} = \frac{r_r}{l_{r\sigma} + (1 - k_s) l_m} = r_r f_1(l_{r\sigma}); \quad (13)$$

$$\frac{k_s r_r}{l'_r} = k_s \alpha_r; \quad (14)$$

$$\frac{1}{l'_s} = \frac{1}{(1 - k_s) k_r l_s} = \frac{l_m + l_{r\sigma}}{l_s (l_{r\sigma} + (1 - k_s) l_m)} = f_2(l_{r\sigma}) f_1(l_{r\sigma}); \quad (15)$$

$$\frac{k_r}{l'_s} = k_s f_1(l_{r\sigma}). \quad (16)$$

Совокупность уравнений (5)–(7) и (12)–(16) характеризует математическую модель АМ в полярных координатах в переменных  $\bar{\psi}_s - \bar{\psi}_r$ , учитывающую вытеснение тока ротора.

Уточненная математическая модель в полярных координатах для комбинации векторных переменных  $\bar{i}_s - \bar{\psi}_r$  содержит уравнения [3, 5]:

$$\begin{aligned}
 pi_s &= -\left(\frac{r_3 + pl'_s}{l'_s}\right)i_s + \frac{k_r r_r}{l'_s l_r} \psi_r \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) - \\
 &- \frac{k_r}{l'_s} \omega \psi_r \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) + \frac{1}{l'_s} u_s \cos(\varphi_{u_s} - \varphi_{i_s}); \\
 p\varphi_{i_s} &= -\left(\frac{pk_r}{l'_s} + \frac{k_r r_r}{l'_s l_r}\right) \psi_r \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) - \omega_k - \\
 &- \frac{k_r}{l'_s} \omega \frac{\psi_r}{i_s} \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) + \frac{1}{l'_s} \frac{u_s}{i_s} \sin(\varphi_{u_s} - \varphi_{i_s}); \\
 p\psi_r &= -\frac{r_r}{l'_r} \psi_r + k_r r_r i_s \cos(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}); \\
 p\varphi_{\psi_r} &= k_r r_r \frac{i_s}{\psi_r} \sin(\varphi_{i_s} - \varphi_{\psi_r}) - \omega_k + \omega,
 \end{aligned} \quad (17)$$

в которых постоянные коэффициенты представлены переменными множителями, зависящими от степени вытеснения тока ротора:

$$l'_s = (1 - k_s k_r) l_s = \frac{(l_{r\sigma} + (1 - k_s) l_m) l_s}{l_m + l_{r\sigma}} = f_3(l_{r\sigma}); \quad (18)$$

$$\frac{r_3 + pl'_s}{l'_s} = \frac{r_s + k_r^2 r_r + p(f_3(l_{r\sigma}))}{f_3(l_{r\sigma})}. \quad (19)$$

$$\left( \frac{r_r k_r}{l_r} + pk_r \right) / l'_s = \left( \frac{r_r k_r}{l_r} + pk_r \right) / f_3(l_{r\sigma}). \quad (20)$$

Дополнив уравнения (17)–(20) формулой электромагнитного момента (3), уравнением движения (4) и уравнениями (5)–(7), получим математическую модель АМ в переменных  $\bar{i}_s - \bar{\psi}_r$  в полярных координатах, учитывающую эффект вытеснения тока ротора. Соответствующая уравнениям (3)–(7) и (17)–(20) структурная схема АМ представлена на рис. 1–3. При построении развернутой схемы блока формирования переменных коэффициентов использованы уравнения (5)–(7) и (18)–(20).

Легко заметить, что структуры моделей, учитывающих вытеснение тока ротора, в значительной мере совпадают со структурами моделей с постоянными параметрами [3, 5, 6]. Отличия в том, что линейные апериодические звенья моделей с постоянными параметрами здесь заменены структурами, состоящими из интегрирующего звена, охваченного нелинейной отрицательной обратной связью, а линейные безынерционные звенья, характеризующие постоянные параметры, заменены поступающими на входы соответствующих блоков перемножения переменными множителями, вычисляемыми блоком формирования переменных коэффициентов.

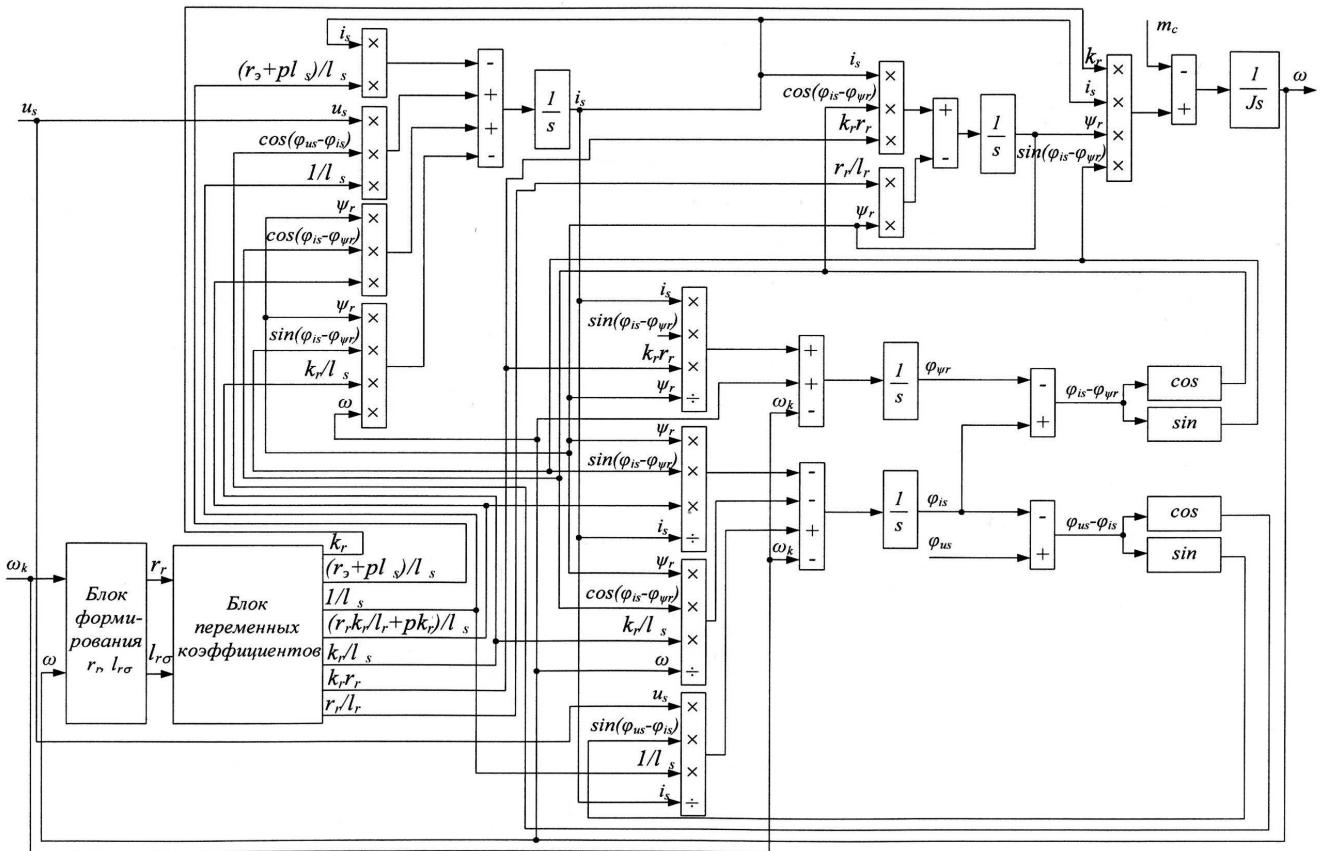


Рис. 1. Структурная схема математической модели АД в переменных  $\bar{i}_s - \bar{\psi}_r$  с учетом вытеснения тока в роторной обмотке

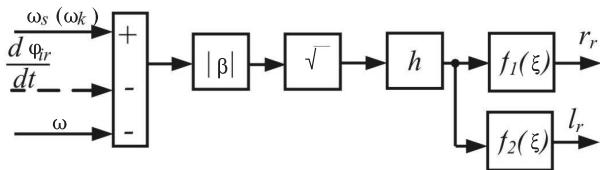
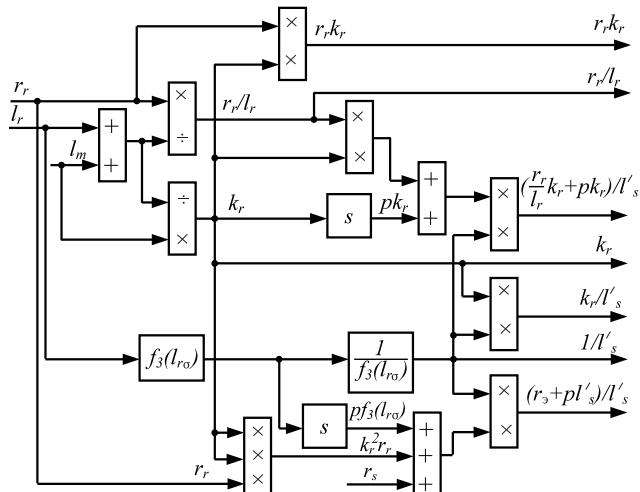
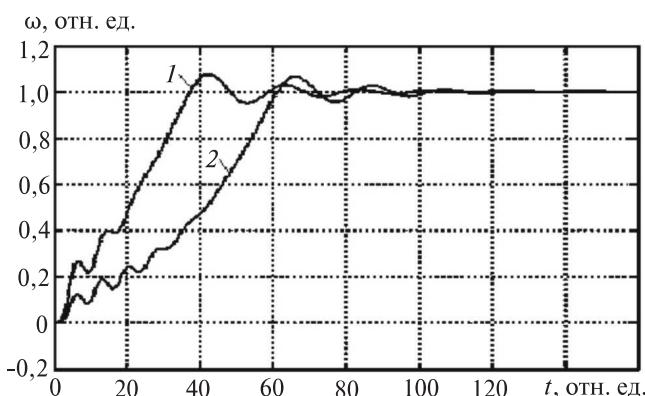
Рис. 2. Развернутая схема блока формирования  $r_r$  и  $l_r$ Рис. 3. Развернутая структурная схема блока переменных коэффициентов для модели в переменных  $\bar{l}'_s - \bar{\psi}_r$ , учитывающей вытеснение тока ротора

Рис. 4. Графики изменения частоты вращения ротора

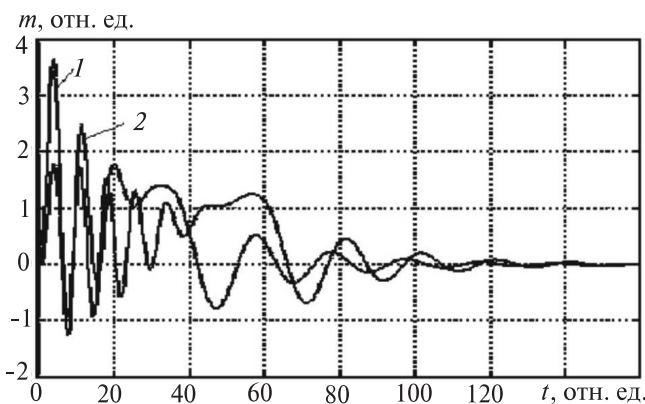


Рис. 5. Графики изменения электромагнитного момента

Математические модели в полярных координатах содержат операции деления модулей и тригонометрические функции аргументов результирующих векторов. Это вызывает необходимость при численном интегрировании уравнений исключить возможность возникновения режима деления на нуль. Кроме того, требуется синхронизация полярной оси системы координат с векторными переменными АМ. В противном случае аргументы последних при моделировании переходных процессов могут неограниченно возрастать. Первое требование легко обеспечивается введением пренебрежимо малых начальных значений модулей векторных переменных [3, 5, 6]. Второе условие устраняется преобразованием путём несложных математических операций [6] моделей в полярных координатах в модели, инвариантные к частоте вращения системы координат.

Результаты моделирования в приложении Simulink пакета MatLab процессов в АМ с помощью предложенных математических моделей полностью совпадают с полученными посредством моделей в декартовых координатах [3] и хорошо согласуются с результатами анализа влияния вытеснения тока ротора на характеристики АМ, представленными в [8, 9].

Для иллюстрации сказанного на рис. 4–9 приведены графики изменения частоты вращения ротора, электромагнитного момента и модулей и аргументов векторных переменных АМ при прямом пуске входящую асинхронного двигателя 4A160M4УЗ при номинальных параметрах сети. Значения базовых величин можно найти в [2, 3]. Параметры двигателя взяты из [10]. Кривые 1 получены на моделях, учитывающих вытеснение тока ротора, 2 – на моделях с постоянными параметрами.

Графики частоты вращения, электромагнитного момента и модулей векторных переменных статора и ротора на начальном этапе пуска имеют большую амплитуду колебаний, а аргументы роторных векторных переменных при том же темпе их нарастания имеют примерно вдвое меньшее установившееся значение. В конечном итоге, влияние вытеснения тока ввиду большего среднего значения пускового момента приводит к увеличению темпа разгона АМ до установившейся скорости.

Результаты расчета механической характеристики АМ, выполненные с помощью моделей с постоянными параметрами и моделей, учитывающих вытеснение тока ротора, свидетельствуют о следующем:

1. Механические характеристики на рабочем участке в обоих случаях практически совпадают с рассчитанными по справочным данным двигателя [10]. Максимальные отличия не превышают 4%.

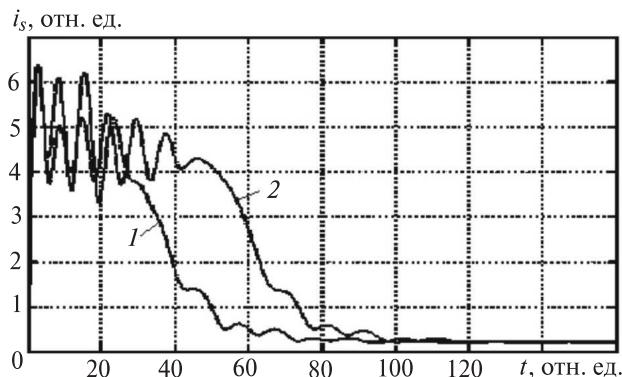


Рис. 6. Графики изменения модуля вектора тока статора

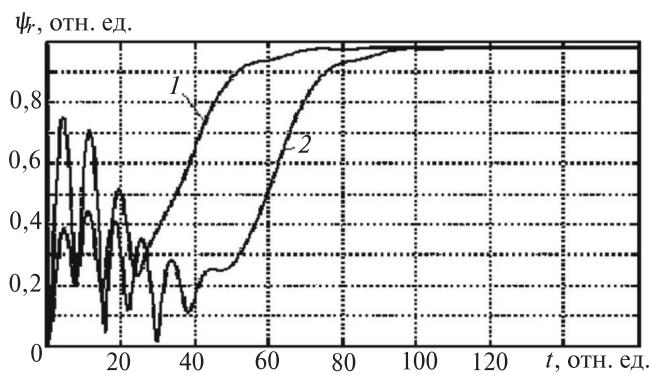


Рис. 7. Графики изменения модуля вектора потокосцепления ротора

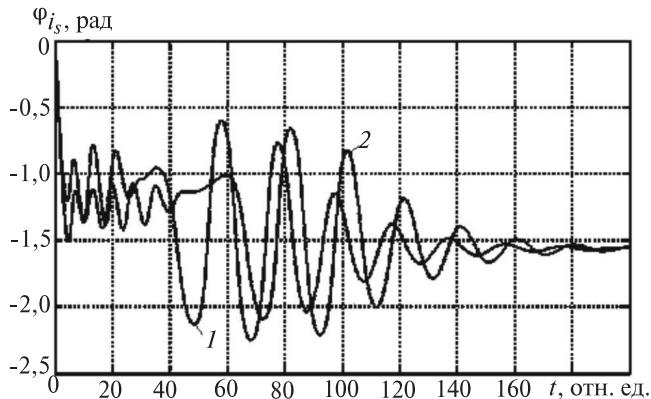


Рис. 8. Графики изменения аргумента вектора тока статора

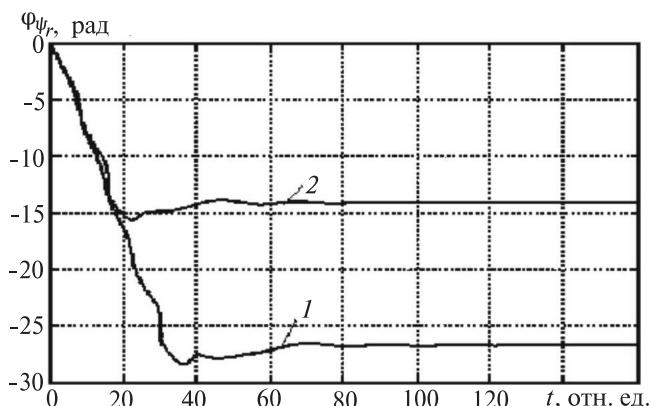


Рис. 9. Графики изменения аргумента вектора потокосцепления ротора

2. Механические характеристики при больших значениях скольжения  $s > s_k$ , рассчитанные на моделях с постоянными параметрами, весьма существенно отличаются от рассчитанных по справочным данным.

Так, рассчитанные на моделях с постоянными параметрами значения установившегося пускового момента отличаются от каталожных более чем в два раза. Столь существенные погрешности расчетов обусловлены тем, что почти все современные серийные асинхронные машины с короткозамкнутым ротором имеют глубину паза обмотки ротора, превышающую базисную эквивалентную глубину проникновения потока  $H_{пр.б} \approx 1,41$  см.

3. Учет влияния вытеснения тока ротора существенно приближает результаты расчета механической характеристики к реальным значениям. Кратность пускового момента, рассчитанного с учетом вытеснения тока ротора, отличается от каталожного значения всего на 14%.

**Выводы.** 1. Разработанные математические модели асинхронной машины в полярных координатах, учитывающие вытеснение тока ротора, при обеспечении условий их работоспособности воспроизводят установившиеся и динамические режимы асинхронной машины с той же точностью, что и аналогичные математические модели в декартовых координатах.

2. Математические модели, учитывающие эффект вытеснения тока ротора, описывают режимы работы асинхронной машины при больших значениях скольжения ротора значительно точнее моделей с постоянными параметрами. Поэтому с учётом их большей сложности относительно моделей с постоянными параметрами область их rationalного применения — исследование динамических и установившихся режимов АМ, характеризуемых большим диапазоном изменения скольжения ротора.

3. Математические модели в полярных координатах характеризуют асинхронную машину совокупностью переменных состояния, некоторые из которых в математических моделях в декартовых координатах не наблюдаются. Это позволяет рекомендовать их для использования в инженерной практике наряду с моделями в декартовых координатах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Усольцев А.А. Частотное управление асинхронными двигателями: Учебное пос. для вузов. — Санкт Петербург: Санкт-Петербургский институт точной механики и оптики, 2006, 94 с.

2. Шрейнер Р.Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразо-

вателями частоты. — Екатеринбург: Уральское отделение РАН, 2000, 654 с.

3. Лазовский Э.Н. Математические модели асинхронной машины как компонента электропривода в полярных координатах: Автореф. дис.... канд. техн. наук: 05.09.03, Красноярск, 2016, 30 с.

4. Panasjuk A.I., Panasjuk V.I., Jakubovich L.O. Differential equations of asynchronous machine, «22 Int. Wis. Kollog. Techn. Hochsch. Ilmenau, 1977. Ht2», s.a. 111–114.

5. Федоренко А.А., Лазовский Э.Н. Математические модели асинхронной машины с короткозамкнутым ротором в цилиндрической (полярной) системе координат. — Изв. вузов. Электромеханика, 2012, № 5, с. 29–35.

6. Федоренко А.А., Лазовский Э.Н., Печатнов М.А. Уравнения динамики асинхронной машины, инвариантные к скорости вращения системы координат. — Изв. Томского политехнического университета, 2012, т. 320, № 4, с. 142–146.

7. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции (формулы, графики, таблицы)/ Пер. с нем. под ред. Л.И. Седова. — М.: Наука, 1964, 344 с.

8. Копылов И.П. Электрические машины: Учебник для вузов, 4-е изд., испр. — М.: Высшая школа, 2004, 607 с.

9. Беспалов В.Я., Мошинский Ю.А., Анфиногенов О.Н. Расчет переходных процессов в глубокопазных асинхронных двигателях. — М.: Московский энергетический институт, 1990, 70 с.

10. Асинхронные двигатели серии 4A: Справочник. — М.: Энергоиздат, 1982, 504 с.

[16.01.2017]

*Авторы: Лазовский Эдуард Николаевич окончил в 1995 г. Красноярский государственный технический*

*Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 5, pp. 28–34*

*DOI:10.24160/0013-5380-2017-5-28-34*

университет. В 2016 г. защитил кандидатскую диссертацию «Математические модели асинхронной машины как компонента электропривода в полярных координатах». Старший преподаватель кафедры «Электротехнология и электротехника» Сибирского федерального университета.

Пантелейев Василий Иванович окончил Томский политехнический институт в 1970 г. Докторскую диссертацию «Электроприводы переменного тока в прецизионных следящих системах» защитил в 1993 г. Заведующий кафедрой «Электротехнические комплексы и системы» Сибирского федерального университета.

Пахомов Александр Николаевич окончил Красноярский государственный технический университет в 1999 г. Кандидатскую диссертацию «Модальные регуляторы цифровых электроприводов постоянного тока» защитил в 2004 г. Доцент кафедры «Электротехнические комплексы и системы» Сибирского федерального университета.

Федоренко Александр Александрович окончил Красноярский политехнический институт в 1970 г. Кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование системы автоматического управления асинхронным электроприводом с автономным инвертором напряжения» защитил в 1978 г. Доцент кафедры «Электротехнические комплексы и системы» Сибирского федерального университета.

## Mathematical Models of an Induction Machine in Polar Coordinates Taking into Account the Rotor Current Displacement Effect

LAZOVSKY Eduard N. (*The Polytechnic Institute Siberian Federal University (PI SFU), Krasnoyarsk, Russia*) — Senior Lecturer, Cand. Sci. (Eng.)

PANTELEYEV Vasilii I. (*PI SFU, Krasnoyarsk, Russia*) — Director of the Polytechnic Institute, Dr. Sci. (Eng.)

PAKHOMOV Aleksandr N. (*PI SFU, Krasnoyarsk, Russia*) — Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

FEDORENKO Aleksandr A. (*PI SFU, Krasnoyarsk, Russia*) — Associate Professor, Cand. Sci. (Eng.)

*The article is devoted to developing the mathematical model of an induction machine in polar coordinates, a task that has not been studied to a sufficient detail for being used in engineering applications. The above-mentioned task was solved using the methods of automated control theory, electromechanics, and electrical engineering. The software implementations of the proposed mathematical models and numerical investigations of the processes simulated by these models were carried out in the MATLAB computation environment (the SIMULINK application software package). Three versions of induction machine mathematical models written in polar coordinates and taking into account the rotor current displacement effect are presented. The specific features of implementing such models by means of software are determined. It is found that these models satisfactorily describe the processes in an induction machine both in the working part of its mechanical characteristics and at high rotor slip values. It is shown that the mathematical models written in polar coordinates replicate the processes in an induction machine with the same accuracy as the widely used similar models written in the Cartesian system of coordinates.*

**Key words:** induction machine, mathematical model, polar coordinates, displacement of rotor current

## REFERENCES

1. Usol'tsev A.A. *Chastotnoye upravleniye asinkhronnymi dvigateleyami* (Frequency control of asynchronous motors). St. Petersburg, St. Petersburg State University «Precision Mechanics and Optics Institute», 2006, 94 p.
2. Shreiner R.T. *Matematicheskoye modelirovaniye elektroprivodov peremennogo toka s poluprovodnikovymi preobrazovatelyami chastoty* (Mathematical simulation of AC drives with semiconductor frequency converters). Ekaterinburg, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, 2000, 654 p.
3. Lazovskii E.N. *Matematicheskiye modeli asinkhronnoi mashiny kak komponenta elektroprivoda v polarynykh koordinatakh: Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk* (Mathematical models of asynchronous machine as components of the electric drive in polar coordinates. Authors abstract of Cand. Sci. (Eng.). 05.09.03. Krasnoyarsk, 2016, 30 p.
4. Panasjuk A.I., Panasjuk V.I., Jakubovich L.O. Differential equations of asynchronous maschine, «22 Int. Wis. Kollog. Techn. Hochsch. Ilmenau, 1977. Ht2», s.a. 111–114.
5. Fedorenko A.A., Lazovskii E.N. *Izv. vuzov. Elektromekhanika – in Russ. (News of Higher Education Institutions. Electrical Mechanics)*, 2012, No 5. 29–35.
6. Fedorenko A.A., Lazovskii E.N., Pechatnov M.A. *Izv. Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – in Russ. (News of Tomsk Polytechnical University)*, 2012, vol. 320, No. 4, pp. 142–146.
7. Yanke E., Emde F., Lesh F. *Spetsial'nye funktsii (formuly, grafiki, tablitsy)/Per. s nem. pod red. L.I. Sedova (Special functions (formulas, graphs, tables)/Transl. from German. Edit. by L.I. Sedov)*. Moscow, Publ. «Nauka»1964, 344 p.
8. Kopylov I.P. *Elektricheskiye mashiny. 4-ye izd.* (Electrical machines. Publ. 4th), Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 2004, 607 p.
9. Bespalov V.Ya., Moshchinskii Yu.A., Afinogenov O.N. *Raschet perekhodnykh protsessov v glubokikh asinkhronnykh dvigateleyakh* (Transients calculation in profound asynchronous motors). Moscow, Moscow Power Engineering Institute, 1990, 70 p.
10. Asinkhronnye dvigateli serii 4A: Spravichnik (Asynchronous motors series 4A. Handbook). Moscow, Energoizdat, 1982, 504 p.

[16.01.2017]

\* \* \*

**Зарубежная подписка**

на журнал «Электричество»

оформляется через фирмы-партнеры ЗАО «МК-Периодика» или непосредственно

в ЗАО «МК-Периодика» по адресу:

Россия, 111524 Москва, Электродная ул., 10, стр. 3

ЗАО «МК-Периодика»;

тел. (495) 672-70-12; факс (495) 306-37-57

E-mail: [info@periodicals.ru](mailto:info@periodicals.ru)Internet: <http://www.periodicals.ru>

To effect subscription it is necessary to address to one of the partners of JSC «MK-Periodica» in your country or to JSC «MK-Periodica» directly.

Address: Russia, 111524 Moscow; 10, str.3, Elektrodnaya ul.

JSC «MK-Periodica»

Tel.: (495) 672-70-12; fax (495) 306-37-57

E-mail: [info@periodicals.ru](mailto:info@periodicals.ru)Internet: <http://www.periodicals.org>