

Идентификация линейной модели электроэнергетической системы в пространстве состояний

ГАДЖИЕВ М.Г., ГУЛЕВИЧ Е.А., ШАРОВ Ю.В.

Рассмотрены дискретные алгоритмы идентификации линейной модели электроэнергетической системы в пространстве состояний для случаев системы с одним и множеством входов, а также с одним и множеством выходов. Необходимыми условиями идентифицируемости являются априорные свойства полной наблюдаемости модели системы. В основе алгоритмов идентификации лежит свойство инвариантности сдвига матрицы наблюдаемости. Работа иллюстрируется практическим примером идентификации 25-машинной энергосистемы.

Ключевые слова: электроэнергетические системы, переходные режимы, система мониторинга, модальный подход, пространство состояний, наблюдаемость, идентификация, алгоритмы, значения матрицы, ортогонализация

Современная теория управления базируется на математических моделях и содержит методы решения триединой задачи, включающей наблюдение за динамической системой, идентификацию ее математической модели и собственно синтез управления [1].

В [2] указывается, что «идентификация в настоящее время – обязательный элемент и наиболее сложная стадия процесса решения актуальных прикладных задач. В процессе идентификации создаются адекватные модели, необходимые для практического использования математических методов и сложных наукоемких технологий».

Математические модели обычно содержат неизвестные структуру и параметры, определение которых составляет существо задачи структурной и параметрической идентификации. Точные или приближенные оценки неизвестных параметров определяются в результате обработки наблюдаемых входных и выходных сигналов идентифицируемой динамической системы. В наиболее широкой постановке задачи идентификации предполагается наличие случайных факторов, при которых точные измерения невозможны [3].

Идентификация математических моделей электроэнергетических систем (ЭЭС) рассматривалась в работах отечественных ученых начиная с 1970-х годов (см., например, [4–7]). Так, в [4] анализировалась задача идентификации ЭЭС как объекта управления по частоте и активной мощности в виде простейших передаточных функций. В [5–7] содержатся методы идентификации многомерных динамических систем, обеспечивающие построение матричных передаточных функций ЭЭС.

Из-за отсутствия технических возможностей получения распределенных в пространстве и синхронизированных по времени динамических наблюдений задача идентификации ЭЭС в отличие от других наукоемких отраслей, например авиации и космонавтики [3], до последнего времени не выходила за рамки научно-исследовательских работ. Указанные распределенные в пространстве и синхронизированные по времени векторные измерения в ЭЭС сегодня реализованы за рубежом – в Европе, США, Китае и других странах – в виде системы Wide Area Measurement System (WAMS) [8, 9] и ее российского аналоге – системы мониторинга переходных режимов (СМНР) [10]. Векторные измерения параметров ЭЭС включают набор измерителей (фазоров) и позволяют эффективно дополнить существующую в энергосистеме систему мониторинга. Это дает возможность устранить недостаток информации о протекании переходных процессов и осуществить идентификацию ЭЭС.

Решение задачи идентификации ЭЭС на основе синхронизированных векторных измерений позволяет в реальном масштабе времени формировать адекватные линейные и нелинейные математические модели, пригодные для анализа соответственно статической (по первому – линейному – приближению) и динамической (по полной нелинейной модели) устойчивости, определения их запасов, а также синтеза векторного управления синхронными машинами, системными стабилизаторами, сетевыми накопителями энергии и статическими компенсаторами реактивной мощности, в том числе инвариантного и противоаварийного управления [11–15].

В статье рассматривается задача параметрической идентификации линейной математической модели ЭЭС, решение которой основано на теории реализации линейных динамических систем в пространстве состояний и свойстве инвариантности сдвига матрицы наблюдаемости Калмана. В качестве критерия идентификации используется минимум в среднем специальной целевой функции. Это обеспечивает идентификацию полной и эквивалентной (упрощенной) линейной математической модели ЭЭС и позволяет сформировать соответствующие управляющие воздействия по демпфированию колебаний и формированию заданного запаса статической устойчивости [13].

Электроэнергетическая система как объект идентификации. В наиболее широкой постановке задачи идентификации предполагается наличие случайных факторов, при которых точные измерения невозможны [16–18]. В более простой постановке идентификация системы сводится к определению элементов матриц A , B , C и D в дискретных уравнениях:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t); \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $x(t)$ — n -мерный вектор состояния; $u(t)$ — l -мерный вектор управляющих воздействий (вектор входа); $y(t)$ — m -мерный вектор выходных переменных (вектор выхода).

В (1) матрица C называется «матрицей выходов» и описывает набор безынерционных измерителей (в нашем случае векторных измерителей), наблюдающих линейные комбинации координат состояния ЭЭС. Матрица B называется «матрицей входов системы» и представляет различные управляющие входы системы. Матрица D не имеет специального названия. Такие матрицы вводятся в описание системы, если необходимо учесть параллельные (шунтирующие) связи и контуры.

К дискретным моделям (1) приводятся непрерывные линеаризованные уравнения ЭЭС в нормальном, доаварийном и послеаварийном режимах, состоящей из n генераторов:

$$\begin{cases} \frac{d\Delta\delta_i}{dt} = \Delta\omega_i; \\ \frac{d\Delta\omega_i}{dt} = -\frac{\Delta P_i}{M_i} - \frac{D_i}{M_i} \Delta\omega_i, \end{cases} \quad (2)$$

где δ_i — фазный угол; ω_i — скольжение i -го генератора; $i=1,2,\dots,n$; ΔP_i — изменение активной мощности генератора, определяемое с помощью уравнений электрической сети:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & M \\ N & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Здесь ΔP — вектор приращения активной мощности во всех узлах системы; ΔQ — вектор приращения реактивной мощности; ΔU — вектор приращения амплитуды напряжения.

Элементами блоков матрицы Якоби в (3) являются частные производные:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}; \quad M_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial U_j}; \quad N_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}; \quad K_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_j}.$$

Уравнения (2) и (3) составляют линеаризованную модель ЭЭС, используемую при анализе статической устойчивости и решении некоторых других задач (оценки запасов режимных параметров, выявления доминирующих мод колебаний, оценки демпферных свойств энергосистемы и др.) [12, 13].

В векторном виде уравнения (2):

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\delta} \\ \Delta\dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}_{-1} \\ -M^{-1} & -M^{-1}D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Здесь $\mathbf{1}_{-1}$ — диагональная единичная матрица, дополненная столбцом с элементами, равными (-1) , т.е.

$$\mathbf{1}_{-1} = \begin{bmatrix} 1 & & 0 & -1 \\ & \ddots & & \vdots \\ 0 & & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Непрерывные и дискретные уравнения, описывающие поведение ЭЭС, можно привести к единому виду. Для этого вводится обобщенная переменная ξ , которая для непрерывного случая равна оператору дифференцирования, т.е. $\xi = d/dt$, а для дискретного случая (1) — оператору сдвига, т.е. $\xi = z$. Тогда уравнения (1) и (4) можно записать в едином виде [19–21]:

$$\begin{aligned} \xi x(t) &= Ax(t) + Bu(t); \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t). \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнения (5) называются *реализацией динамической системы в пространстве состояний* [19] для передаточной матрицы

$$C(\xi E_n - A)^{-1}B + D, \quad (6)$$

где E_n — единичная матрица порядка n .

Таким образом, если известна модель ЭЭС в форме (5), тогда, как отмечено ранее, могут быть решены различные актуальные задачи: анализ статической устойчивости (сводится к *полной проблеме собственных значений матрицы A*), оценка доминирующих мод колебаний (сводится к *частичной про-*

блеме собственных значений матрицы A), оценка запасов режимных параметров (сводится к *полной* или *частичной проблеме собственных значений матрицы A*), оценка демпферных свойств ЭЭС (сводится к оценке декрементов затухания мод колебаний на основе собственных значений) [13].

Рассмотрим далее задачу идентификации ЭЭС в форме уравнений (5) для случая одного входа (управления) и одного выхода (измерителя). Полученные решения задачи в виде алгоритмов идентификации распространим на случай многих входов и многих выходов.

Предположим, что входными сигналами системы (5) являются периодические сигналы и наблюдается целое число периодов колебаний ЭЭС. Тогда дискретное преобразование Фурье (ДПФ) для системы (5) дает следующую матричную систему уравнений с комплексными числами [22, 23]:

$$\begin{aligned} \xi_k X(k) &= AY(k) + BU(k); \\ Y(k) &= CX(k) + DU(k). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $X(k)$ – ДПФ вектора состояния $x(t)$; $Y(k)$ – ДПФ выходного сигнала $y(t)$; $U(k)$ – ДПФ входного сигнала $u(t)$.

Использование зависимости второго уравнения от первого в (7) дает следующую рекурсию:

$$W_r(k)Y(k) = O_r X(k) + S_r W_r(k)U(k), \quad (8)$$

где

$$W_r(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ \xi_k \\ \vdots \\ \xi_k^{-1} \end{bmatrix}; \quad O_r = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{r-1} \end{bmatrix};$$

$$S_r = \begin{bmatrix} D & \dots & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{r-2} & CA^{r-3}B & CB & D \end{bmatrix}.$$

В (9) матрица O_r называется матрицей наблюдаемости Калмана, а матрица S_r – матрицей стабилизируемости [21].

Уравнения (8) и (9), записанные для чисел $k=1,2,\dots,F$, можно также объединить в единое матричное уравнение

$$Y = O_r X + S_r U. \quad (10)$$

В данном случае

$$Y = [W_r(1)Y(1) | W_r(2)Y(2) | \dots | W_r(F)Y(F)]; \quad (11)$$

$$U = [W_r(1)U(1) | W_r(2)U(2) | \dots | W_r(F)U(F)]; \quad (12)$$

$$X = [X(1) | X(2) | \dots | X(F)]; \quad (13)$$

$$r > n. \quad (14)$$

Матрицы комплексных данных (11) и (12) имеют r строк и F столбцов. Комплексная матрица X (13) имеет n строк и F столбцов. При этом матрица O_r размером $r \times n$ и матрица S_r размером $r \times r$ – вещественные.

Условие (14) указывает на то, что при идентификации рассматривается длина выборки данных наблюдений больше, чем размерность пространства состояний математической модели.

Подход к идентификации ЭЭС. Хорошо известно, что для матрицы наблюдаемости (1) [21] справедливо следующее свойство инвариантности сдвига [24]:

$$O_{r[1:r-1, :]} A = O_{r[2:r, :]}. \quad (15)$$

Здесь $O_{r[1:r-1, :]}$ – матрица, полученная из матрицы наблюдаемости O_r путем выбора строк от первой до $(r-1)$ -й; $O_{r[2:r, :]}$ – матрица, полученная из O_r путем выбора строк от второй до r -й (на этот факт указывают нижние индексы матриц, расположенные в квадратных скобках; символ «:» означает, что выбираются все столбцы).

Свойство (15) является ключевым и положено в основу приводимых далее дискретных алгоритмов идентификации ЭЭС.

Предположим, что модель ЭЭС в форме (5) полностью наблюдаемая, т.е. для нее выполняется ранговое равенство Калмана [21]:

$$\text{rank} O_r = n \text{ при } r \geq n. \quad (16)$$

Учитывая влияние шумов измерений фазовых и неконтролируемые возмущения, приведенные к входу системы [19], перепишем уравнение (10) в виде

$$Y = O_r X + S_r U + N_Y + S_r N_U, \quad (17)$$

где в дополнение к (12) и (13)

$$N_Y = [W_r(1)N_Y(1) | W_r(2)N_Y(2) | \dots | W_r(F)N_Y(F)] \text{ —} \quad (18)$$

матрица ДФП шума измерения:

$$N_U = [W_r(1)N_U(1) | W_r(2)N_U(2) | \dots | W_r(F)N_U(F)] \text{ —} \quad (19)$$

матрица ДФП неконтролируемых возмущений, приведенных к входу системы.

Алгоритм идентификации дискретной модели ЭЭС. Рассмотрим алгоритм идентификации модели ЭЭС, заданной в дискретной форме (1). Все рассматриваемые далее алгоритмы идентификации имеют *трехшаговую процедуру*.

На первом шаге с использованием модели (17) проводится оценка матрицы наблюдаемости \hat{O}_r . Этот шаг является самым трудным и состоит в основном из операций селекции и исключения данных, позволяющих уменьшить влияние шумов и

неконтролируемых возмущений. На втором шаге с помощью метода наименьших квадратов, примененного к переопределенным уравнениям (15), вычисляются оценки матриц \hat{A} и \hat{C} . Наконец, на третьем шаге с помощью уравнения, связывающего подпространства управляемости и наблюдаемости объекта (5), имеющего вид [19]:

$$V_{sub} = \sum_{k=1}^F W^2(\xi_k) |Y(k) - (\hat{C}(\xi_k E_n - \hat{A})^{-1} B + D)U(k)|^2, \quad (20)$$

вычисляются матрицы \hat{B} и \hat{D} . $W(\xi_k)$ – выбранная подходящим образом действительная весовая функция; $\hat{C}(\xi_k I_n - \hat{A})^{-1} B + D$ – оценка передаточной функции (6).

Алгоритм идентификации состоит из следующих шагов.

Начало алгоритма. Инициализация данных.

Шаг 1. Вычислить оценку матрицы наблюдаемости O_r , на основе данных $Y(k)$, $U(k)$ и дисперсий $\sigma_Y^2(k)$, $\sigma_U^2(k)$, $\sigma_{YU}^2(k)$.

1а) Если $\sigma_U^2(k) \neq 0$, выполнить замену

$$Y(k) \rightarrow Y(k) / U(k),$$

$$U(k) \rightarrow 1,$$

$$\sigma_Y^2(k) \rightarrow \sigma_G^2(k),$$

где

$$\sigma_G^2(k) = G^2 \left(\frac{\sigma_Y^2(k)}{Y(k)^2} + \frac{\sigma_U^2(k)}{U(k)^2} - 2 \operatorname{Re} \frac{\sigma_{YU}^2(k)}{Y(k)U(k)} \right),$$

G^2 – коэффициент, учитывающий отношение «сигнал–шум».

Выбрать число $r > n$ и сформировать вещественные матрицы

$$z = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(U) & \operatorname{Im}(U) \\ \operatorname{Re}(Y) & \operatorname{Im}(Y) \end{bmatrix} \text{ и } C_Y = R w(C C^H),$$

где

$$C = [W_r(1)\sigma_Y(1) | W_r(2)\sigma_Y(2) | \dots | W_r(F)\sigma_Y(F)],$$

«H» – операция эрмитова сопряжения:

$$W_r(k) = \begin{bmatrix} 1 \\ z_k \\ \vdots \\ z_k^{r-1} \end{bmatrix}; \quad \begin{cases} Y = [W_r(1)Y(1) | W_r(2)Y(2) | \dots | W_r(F)Y(F)]; \\ U = [W_r(1)U(1) | W_r(2)U(2) | \dots | W_r(F)U(F)]. \end{cases}$$

1б) Вычислить QR-факторизацию матрицы $z^T = QR$. Тогда $z = R^T Q^T$ и

$$z = \begin{bmatrix} \operatorname{Re}(U) & \operatorname{Im}(U) \\ \operatorname{Re}(Y) & \operatorname{Im}(Y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11}^T & 0 \\ R_{12}^T & R_{22}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix}.$$

1в) Выполнить редукцию влияния шумов в (17) путем вычисления сингулярного разложения матрицы $C_Y^{-0,5} R_{22}^T$, т.е.

$$C_Y^{-0,5} R_{22}^T = U \sum V^T; \quad U U^T = E; \quad V^T V = E.$$

Здесь $C_Y^{0,5}$ – квадратный корень из матрицы C_Y :

$$C_Y^{0,5} (C_Y^{0,5})^T = C_Y.$$

1г) Вычислить оценку матрицы наблюдаемости \hat{O}_r по формуле

$$\hat{O}_r C_Y^{0,5} U_{[:,1:n]}.$$

Шаг 2. Используя свойство (15), найти оценки матриц \hat{A} и \hat{C} по формулам

$$\hat{A} = \hat{O}_r^{+} \hat{O}_r [1:r-1, :]; \quad \hat{C} = \hat{O}_r [1, :].$$

Здесь \hat{O}_r^{+} – обратная матрица Мура–Пенроуза [25].

Шаг 3. Минимизируя в среднем функцию (20) при $W(z_k) = 1 / \sigma_Y(k)$, найти оценки матриц \hat{B} и \hat{D} .

Многомерный вариант алгоритма идентификации. В случае идентификации системы с многими входами и многими выходами приведенный ранее алгоритм остается в силе, за исключением того, что вместо матриц (11), (12) и (18), (19) необходимо использовать матрицы [25]:

$$Y = [W_r(1) \otimes Y(1) | W_r(2) \otimes Y(2) | \dots | W_r(F) \otimes Y(F)]; \quad (21)$$

$$U = [W_r(1) \otimes U(1) | W_r(2) \otimes U(2) | \dots | W_r(F) \otimes U(F)]; \quad (22)$$

$$N_Y = [W_r(1) \otimes N_Y(1) | W_r(2) \otimes N_Y(2) | \dots | W_r(F) \otimes N_Y(F)]; \quad (23)$$

$$N_U = [W_r(1) \otimes N_U(1) | W_r(2) \otimes N_U(2) | \dots | W_r(F) \otimes N_U(F)], \quad (24)$$

где \otimes – произведение Кронекера, выполняемое для матриц M размером $p \times q$ и N размером $s \times t$ по формуле

$$M \otimes N = \begin{bmatrix} M_{[1,1]}^N & M_{[1,2]}^N & \dots & M_{[1,q]}^N \\ M_{[2,1]}^N & M_{[2,2]}^N & \dots & M_{[2,q]}^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_{[p,1]}^N & M_{[p,2]}^N & \dots & M_{[p,q]}^N \end{bmatrix}. \quad (25)$$

При этом размеры матрицы (25) равны $ps \times qt$.

Как показывает опыт численных исследований, данный алгоритм дает достаточно хорошие оценки матриц системы (5) в дискретном случае (1). Его применение к идентификации непрерывной модели ЭЭС при не очень больших значениях r также оказывается вполне удовлетворительным. Однако с ростом r вычислительный процесс данного алгоритма для непрерывной системы становится плохо обусловленным [25].

Упрощение алгоритмов идентификации. Как следует из предыдущего, свойство сдвига матрицы наблюдаемости (15)

$$O_{r[1:r-1,:]}; A=O_{r[2:r,:]}$$

является фундаментальным основанием приводимых алгоритмов идентификации, а условие полной наблюдаемости (16) – необходимыми условиями идентифицируемости. Отсюда следуют необходимые условия практической идентифицируемости ЭЭС: для идентифицируемости ЭЭС необходимо, чтобы СМПП обеспечивала полную наблюдаемость ЭЭС в смысле (16).

Данный критерий должен обязательно учитываться при формировании СМПП, в том числе при расстановке векторных измерителей.

Рассмотрим вид алгоритмов идентификации ЭЭС, когда доступна некоторая достоверная информация о системе.

1. Обычно вместо модели (1) для описания ЭЭС применяются следующие дискретные уравнения:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t); \\ y(t) &= Cx(t), \end{aligned} \quad (26)$$

т.е. в (1) принимается $D=0$, модель упрощается, а передаточная функция ЭЭС становится равной

$$\hat{C}(\xi_k E_n - A)^{-1} B. \quad (27)$$

В силу этого функция (20) может быть заменена на следующую:

$$V_{sub} = \sum_{k=1}^F W^2(\xi_k) \left| Y(k) - \hat{C}(\xi_k E_n - \hat{A})^{-1} BU(k) \right|^2. \quad (28)$$

2. Поскольку заранее оказывается известной расстановка фазов, то становится известной и матрица наблюдения C . Последнее означает, что матрица данных (11) принимает вид

$$Y = [W_r(1)CX(1) | W_r(2)CX(2) | \dots | W_r(F)CX(F)] \quad (29)$$

и размер $n \times F$, $r > n$.

Соответственно, в приведенных алгоритмах отпадает надобность выполнять вычисления для

оценки матрицы \hat{C} , а первая строка оценки матрицы наблюдаемости $\hat{O}_{r[1,:]}$ должна удовлетворять равенству

$$\hat{O}_{r[1,:]} = C, \quad (30)$$

что, в свою очередь, можно рассматривать как *контрольное соотношение*, облегчающее процесс верификации результатов работы алгоритма идентификации.

Пример идентификации модели ЭЭС. В качестве примера рассмотрим идентификацию модели ЭЭС (4), содержащую 25 синхронных машин [26]. Вектор состояния модели имеет вид

$$x = [\delta_1 \dots \delta_{25} \ \omega_1 \dots \omega_{25}]^T,$$

где δ_i – фазный угол; ω_i – скольжение i -го генератора.

«Портрет» матрицы A в логарифмическом масштабе $\ln(A) = (\ln(a_{ij}))$ приведен на рис. 1. Здесь ясно видно разбиение матрицы A на блоки размером 25×25 , два из которых являются диагональными, а один – нулевой.

Рассматриваемая модель статически устойчива, при этом собственные значения матрицы A равны: $-1,8744 + j44,3150$, $-1,8587 \pm j38,7106$, $-0,2143 \pm j14,3166$, $-0,1833 \pm j0,6054$, $-0,1832 \pm j3,6364$, $-0,2121 \pm j13,2120$, $-0,1660 \pm j5,2006$, $-0,1896 \pm j5,8082$, $-0,1820 \pm j5,9270$, $-0,2036 \pm j6,5300$, $-0,1554 \pm j7,1809$, $-0,2143 \pm j12,5901$, $-0,2143 \pm j12,5074$, $-0,2140 \pm j12,5272$, $-0,2036 \pm j8,3079$, $-0,1933 \pm j8,8567$, $-0,1988 \pm j9,0764$, $-0,2025 \pm j11,7488$, $-0,1989 \pm j9,7436$, $-0,1359 \pm j9,9271$, $-0,2119 \pm j9,9859$, $-0,1971 \pm j10,8907$, $-0,2089 \pm j11,1342$, $-0,2053 \pm j11,2304$, $-0,2142 \pm j11,4511$.

Псевдоспектр матрицы A в виде десятичного логарифма нормы резольвенты ЭЭС [12] изображен на рис. 2. Здесь «проколы» поверхности соот-

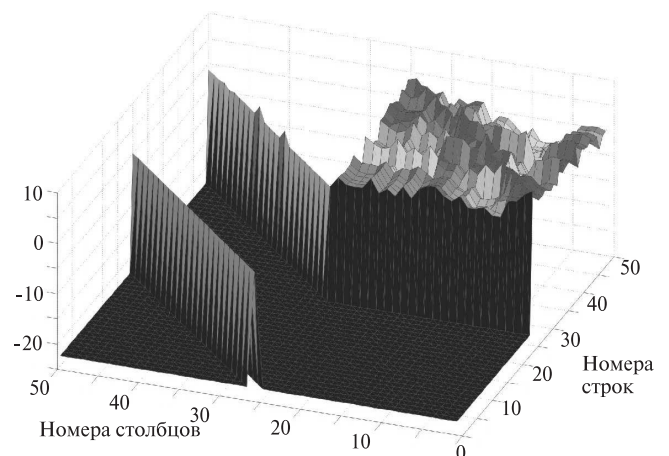


Рис. 1. «Портрет» матрицы $\ln(A)$ модели ЭЭС

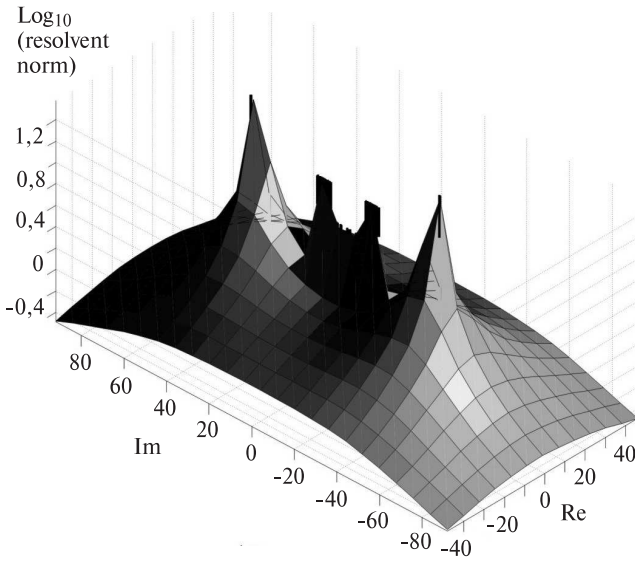


Рис. 2. «Трехмерная» диаграмма псевдоспектра матрицы модели ЭЭС

ветствуют собственным значениям (модам колебаний) матрицы A .

Моды колебаний рассматриваемой модели ЭЭС иллюстрируют графики на рис. 3, где соответственно в линейном и логарифмическом масштабах приведен характер изменения обобщенной переходной функции $\|\exp(At)\|$ [13].

Без уменьшения общности будем считать, что управление синхронными машинами осуществляется посредством следующей матрицы входов:

$$B = \begin{bmatrix} E_{25} \\ 0_{25 \times 25} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

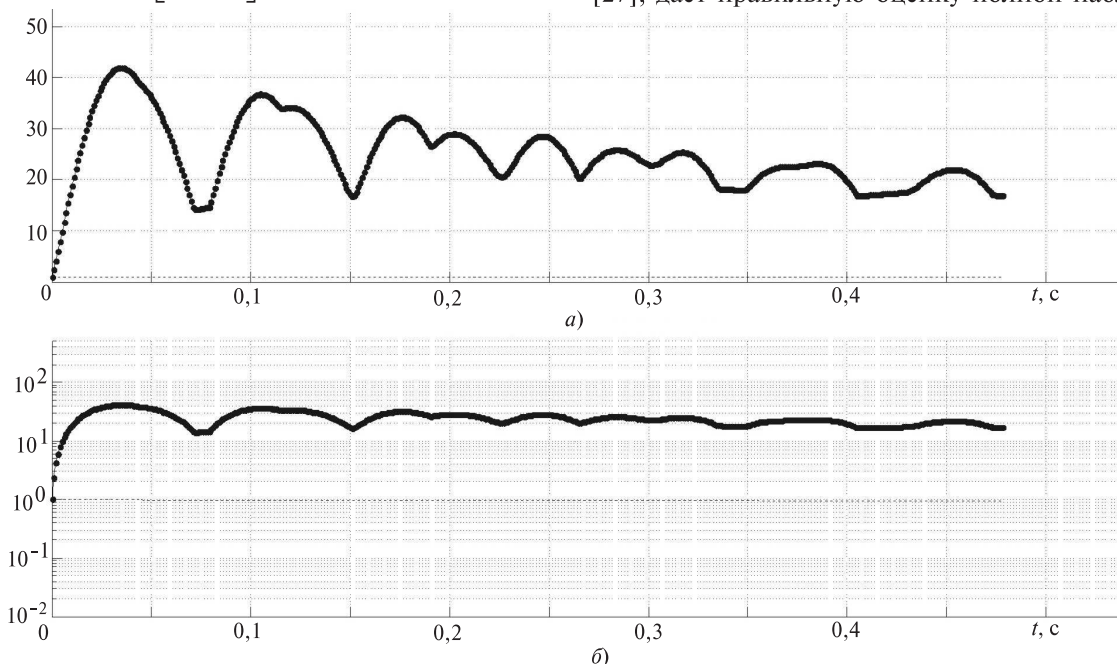


Рис. 3. Обобщенная переходная функция $\|\exp(At)\|$ модели ЭЭС в линейном (а) и логарифмическом (б) масштабах

В данном случае матрица D является нулевой, а векторные измерители установлены таким образом, что наблюдаются фазные углы пяти синхронных машин $\delta_1, \dots, \delta_5$, т.е. матрица выходов имеет вид

$$C = [0_{5 \times 25} | E_5 | 0_{5 \times 20}]. \quad (32)$$

В (31) и (32) $0_{n_1 \times n_2}$ – нулевая матрица размером $n_1 \times n_2$.

Будем решать задачу идентификации модели ЭЭС в предположении, что неизвестной является только матрица Φ , т.е. будем считать, что матрицы (31) и (32) в идентифицируемой системе точно известны.

Проведем сначала проверку выполнения необходимого условия идентификации – полной наблюдаемости модели ЭЭС.

Использование критерия Калмана, когда вычисляется ранг матрицы наблюдаемости вида

$$O_n = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-m} \end{bmatrix}, \quad n - m = 50 - 20 = 30, \quad (33)$$

дает отрицательный результат:

$$\text{rank } O_n |_{\text{Kalman}} = 4 \ll n = 50$$

(напомним, при выполнении условия полной наблюдаемости должно выполняться равенство $\text{rank } O_n |_{\text{Kalman}} = n = 50$). Однако применение более эффективного рекурсивного теста, полученного в [27], дает правильную оценку полной наблюдаемо-

сти рассматриваемой системы и, следовательно, разрешимости рассматриваемой задачи идентификации.

Воспользуемся многомерным вариантом дискретного алгоритма идентификации, для чего преобразуем модель (4) к виду (1) простейшим способом, используя метод Эйлера с шагом $\Delta\tau=10^{-2}$ с. Собственные значения и псевдоспектр преобразованной по методу Эйлера матрицы $\tilde{A}=E_{50}-A\Delta\tau$ и диффеоморфно совпадают с собственными значениями и полем значений исходной матрицы (см. рис. 2).

Для наблюдения выберем интервалы времени 10 и 30 с, в течение которых накапливаются необходимые для идентификации данные. При этом для простоты будем считать, что шумы измерений и неконтролируемые возмущения несущественны.

При выполнении шага 2 дискретного алгоритма идентификации возникла указанная ранее проблема плохой обусловленности матриц данных (в данном случае число обусловленности лежит в диапазоне $10^{17}, \dots, 10^{18}$). Эта проблема в работе была при использовании процедуры ортогонализации матриц данных, что позволило получить числа обусловленности в диапазоне $10^7, \dots, 10^8$. В результате точность идентификации матрицы A модели ЭЭС при выборке данных на интервале 10 с составляет 4,75%, а при выборке данных на интервале 30 с – 2,25%.

Дальнейший учет структурных особенностей матрицы A (см. уравнение и «портрет» матрицы на рис. 1) дает возможность, по крайней мере, в 2–3 раза улучшить точность идентификации.

Вывод. Существующая практика установки измерителей СМНР, исходя из пороговых значений технических параметров электроустановок (к примеру, уровень напряжения 220 или 500 кВ и выше, мощность агрегата 500 МВт и более и др.), является избыточной и не опирается на теорию и практику идентификации многомерных динамических систем. В частности, в приведенном тестовом примере 25-машинной системы по критерию полной наблюдаемости по Калману оказывается достаточным получать синхронизированные измерения по фазным углам лишь от пяти генераторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Справочник** по теории автоматического управления под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука, 1987, 712 с.
2. **Гинсберг К.С.** Системные закономерности и теория идентификации. I. – Автоматика и Телемеханика, 2002, № 5, с. 156–170.
3. **Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Рябченко В.Н.** Матричные методы в теории и практике систем автоматического управления летательных аппаратов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016, 666 с.
4. **Алексеев С.В., Федорова Т.Л.** Идентификация характеристик энергосистем как объектов управления по частоте и активной мощности. – Электричество, 1981, № 12, с. 1–8.
5. **Гамм А.З.** Статистические методы оценивания состояния электроэнергетических систем. – М.: Наука, 1976, 220 с.
6. **Гончаков В.В., Горнштейн В.М., Крумм Л.А., Портной М.Г., Совалов С.А.** Автоматизация управления мощными энергообъединениями/Под ред. С.А. Совалова – М.: Энергия, 1979, 432 с.
7. **Войтов О.Н., Воронин В.Н., Гамм А.З. и др.** Автоматизированная система оперативно-диспетчерского управления электроэнергетическими системами. – Новосибирск: Наука, 1986, 205 с.
8. **Phadke A.G., Thorp J.S.** Synchronized Phasor Measurements and Their Applications. – Springer, 2008, 254 p.
9. **Terzija V., Valverde G., Deyu C., Regulski P., Madani V., Fitch J., Skok S., Begovic M.M., Phadke A.** Wide-area monitoring, protection, and control of future electric power networks. – Proc. IEEE, 2011, vol. 99, No. 1, pp. 80–93.
10. **Жуков А.В., Дубинин Д.М., Уткин Д.Н., Гайдамакин Ф.Н., Данилин А.В., Топорков Д.Н.** Разработка и внедрение автоматической системы сбора информации с регистраторов системы мониторинга переходных режимов в ЕЭС России. – Релейщик, 2013, № 3, с. 18–23.
11. **Чусовитин П.В., Паздерин А.В.** Мониторинг устойчивости энергосистемы на основе динамического эквивалента, определенного по векторным измерениям. – Электричество, 2013, №2, с. 2–11.
12. **Шаров Ю.В.** Нелинейное модальное взаимодействие в электроэнергетических системах. – Электричество, 2016, № 12, с. 13–20.
13. **Шаров Ю.В.** О развитии методов анализа статической устойчивости электроэнергетических систем. – Электричество, 2017, № 1, с. 12–17.
14. **Мисриханов М.Ш.** Инвариантное управление многомерными системами. Алгебраический подход. – М.: Наука, 2007, 284 с.
15. **Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н.** Условия инвариантности динамической системы на основе регуляризации. – Доклады Академии наук, 2015, т. 465, № 1, с. 20–22.
16. **Гроп Д.** Методы идентификации систем. – М.: Мир, 1979, 302 с.
17. **Льюнг Л.** Идентификация систем. Теория для пользователя. – М.: Гл. ред. физ.-мат. лит, 1991, 432 с.
18. **Цыпкин Я.З.** Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984, 248 с.
19. **Pintelon R., Schoukens J.** System Identification: A Frequency Domain Approach, Wiley, 2012, 788 p.
20. **Дорф Р., Бишоп Р.** Современные системы управления. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002, 832 с.
21. **Kailath T.** Linear Systems. Prentice Hall. Englewood Cliffs. NJ, 1980, 682 p.
22. **Pintelon R., Schoukens J.** Box-Jenkins identification revisited. Part I: Theory. – Automatica, 2005, vol. 42, No. 1, pp. 63–75.
23. **Pintelon R., Schoukens J.** Box-Jenkins identification revisited. Part II: Applications. – Automatica, 2005, vol. 42, No. 1, pp. 77–84.
24. **Современные методы идентификации/Под ред. П. Эйкхофа.** – М.: Мир, 1983, 402 с.
25. **Голуб Дж., Ван Лоун Ч.** Матричные вычисления. – М.: Мир, 1999, 548 с.

26. Тузлукова Е.В. Развитие методов анализа динамических свойств энергосистем на основе решения частичной проблемы собственных значений. — Диссертация на соискание уч. ст. канд. техн. наук. — М.: МЭИ, 2004, 195 с.

27. Зыбин Е.Ю., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. Рекурсивные тесты на управляемость и наблюдаемость больших динамических систем. — Автоматика и Телемеханика, 2006, № 5, с. 119–132.

[05.04.2017]

Авторы: Гаджиев Магомед Гаджиевич окончил электроэнергетический факультет (ЭЭФ) Московского энергетического института (МЭИ) — ныне «Национальный исследовательский университет» Московский энергетический институт «НИУ «МЭИ» в 2006 г. В 2012 г. защитил кандидатскую диссертацию «Повышение точности учета потерь мощности на корону при оперативной оптимизации

режима ЭЭС в МЭИ. Заведующий научно-исследовательской лаборатории кафедры электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Гулевич Евгения Александровна окончила Кузбасский государственный технический университет в 2010 г. по специальности «Электропривод и автоматика промышленных установок и технологических комплексов». Соискатель кафедры электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Шаров Юрий Владимирович окончил ЭЭФ МЭИ в 1986 г. В 1994 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка методов и средств оценки эффективности управления электроэнергетическими системами при больших возмущениях режима» в МЭИ. Заведующий кафедрой электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 7, pp. 30–38

DOI:10.24160/0013-5380-2017-7-30-38

Discrete and Continuous Identification Algorithms of the Power Electric System in the State Space

GADZHIYEV Magomed G. («National Research University «Moscow Power Engineering Institute» — «NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Head of the Research Laboratory, Cand. Sci. (Eng.)

GULEVICH Eugeniya A. («NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Competitor of a scientific degree

SHAROV Jury V. («NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Head of the Department, Cand. Sci. (Eng.)

Discrete algorithms for identifying a linear model of the electric power system in the state space for cases of a system with one and a number of inputs, as well as with one and multiple outputs, are developed and investigated. The necessary conditions for identifiability are the a priori properties of the complete observability of the model of the system. The basis of the identification algorithms is the invariance property of the shift property of the observability matrix. The work is illustrated by a practical example of identification of a 25-machine power system.

Key words: electric power systems, transients, system of monitoring, modal approach, state space, algorithms, eigenvalues, orthogonalization

REFERENCES

1. **Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya/Pod red. A.A. Krasovskogo** (Handbook on the theory of automatic control/Edit. by A.A. Krasovskii). Moscow, Publ. «Nauka», 1987, 712 p.
2. **Grinsberg K.S.** *Avtomatika i Telemekhanika — in Russ. (Automation and Telemechanics)*, 2002, No. 5, pp. 156–170.
3. **Zubov N.Ye., Mikrin Ye.A., Ryabchenko V.N.** *Matrichnye metody v teorii i praktike sistem avtomaticheskogo upravleniya letatel'nykh apparatov* (Matrix methods in the theory and practice of automatic control systems for aircraft). Publ. Moscow state Technical University named N.E. Bauman, 2016, 666 p.
4. **Alekseyev S.V., Fedorova T.L.** *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 1981, No. 12, pp. 1–8.
5. **Gamm A.Z.** *Statisticheskiye metody otsenivaniya sostoyaniya elektroenergeticheskikh sistem* (Statistical methods for estimating the state of electric power systems). Moscow, Publ. «Nauka», 1976, 220 p.
6. **Gonchukov V.V., Gornstein V.M., Krumm L.A., Portnoi M.G., Sovalov S.A.** *Avtomatizatsiya upravleniya moshchnymi energoob'yedineniyami/Pod red. S.A. Sovalova* (Automation of powerful energy management/Edit by S.A. Sovalov). Moscow, Publ. «Energiya», 1979, 432 p.
7. **Voitov O.N., Voronin V.N., Gamm A.Z. et al.** *Avtomatizirovannaya sistema operativno-dispatcherskogo upravleniya*

elektroenergeticheskimi sistemami (Automated system of operational and dispatch control of electric power systems). Novosibirsk, Publ. «Nauka», 1986, 205 p.

8. **Phadke A.G., Thorp J.S.** *Synchronized Phasor Measurements and Their Applications*. — Springer, 2008, 254 p.

9. **Terzija V., Valverde G., Deyu C., Regulski P., Madani V., Fitch J., Skok S., Begovic M.M., Phadke A.** Wide-area monitoring, protection, and control of future electric power networks. — Proc. IEEE, 2011, vol. 99, No. 1, pp. 80–93.

10. **Zhukov A.V., Dubinin D.M., Utkin D.N., Gaidamakin F.N., Danilin A.V., Toporkov D.N.** *Releishchik — in Russ. (Relay Operator)*, 2013, No. 3, pp. 18–23.

11. **Chusovitin P.V., Pazderin A.V.** *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2013, No. 2, pp. 2–11.

12. **Sharov Yu.V.** *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2016, No. 12, pp. 13–20.

13. **Sharov Yu.V.** *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 1, pp. 12 – 17.

14. **Misrikanov M.Sh.** *Invariantnoye upravleniye mnogomernymi sistemami Relay operator Algebraicheskiy podkhod* (Invariant control of multidimensional systems. The algebraic approach). Moscow, Publ. «Nauka», 2007, 284 p.

15. **Zubov N.Ye., Mikrin Ye.A., Misrikanov M.Sh., Ryabchenko V.N.** — *Doklady Akademii nauk — in Russ. (Reports of the Russian Academy of Sciences)*, 2015, vol. 465, No. 1, pp. 20–22.