

Псевдомодальное оценивание запасов статической устойчивости электроэнергетических систем

ГАДЖИЕВ М.Г., ШАРОВ Ю.В.

Оценивание запасов статической устойчивости электроэнергетических систем (ЭЭС) относительно предельных режимов является важной практической задачей, успешное решение которой необходимо для обеспечения надежного функционирования энергосистемы. Предельные режимы получаются путем дискретного или непрерывного утяжеления исходных режимов на основе выбранной стратегии. Рассмотрен подход к оцениванию запасов статической устойчивости на основе теории псевдоспектров матриц. Данный подход основан на числовом анализе областей на комплексной плоскости вблизи собственных значений матрицы Якоби. Он обеспечивает независимость получаемых оценок запасов устойчивости относительно выбранной стратегии утяжеления. Приведены методические и практические примеры анализа статической устойчивости электроэнергетических систем.

Ключевые слова: *электроэнергетическая система, статическая устойчивость, матрица Якоби, собственные значения, псевдоспектр, сингулярные значения, норма матрицы*

В практических расчетах фазовых траекторий утяжеления режимов электроэнергетических систем (ЭЭС) наибольшее распространение получили разнообразные модификации итерационного метода Ньютона—Рафсона, с помощью которых определяют семейство утяжеляемых режимов. При этом в зависимости от указанной стратегии могут быть получены существенно различающиеся оценки запасов статической устойчивости ЭЭС.

В статье рассматривается метод оценивания запасов статической устойчивости на основе теории псевдоспектров матриц, являющийся развитием известного модального подхода. В этом методе используется числовой анализ областей на комплексной плоскости вблизи собственных значений матрицы Якоби. Метод обладает свойством, которое можно назвать регулярностью, т.е. в рамках этого метода не существует какой-либо другой стратегии, приводящей к иному результату анализа. Это гарантирует независимость получаемых оценок запасов устойчивости относительно выбранной стратегии утяжеления.

Модальный анализ статической устойчивости ЭЭС. Математическая модель электромеханических переходных процессов представляется системой векторных нелинейных дифференциальных уравнений [1]:

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, t), \quad (1)$$

где \mathbf{y} — вектор состояния размерности; \mathbf{v} — вектор управления размерности m ; $\mathbf{f}(\cdot)$ — нелинейная векторная функция, вид которой определяется мате-

матическими моделями синхронных машин, электрической сети и нагрузок.

Линеаризация системы уравнений (1) в окрестности установившегося положения равновесия \mathbf{y}_0 приводит к векторным линейным дифференциальным уравнениям [2]:

$$\Delta \dot{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{F}_y \Delta \mathbf{y}(t) + \mathbf{F}_v \Delta \mathbf{v}(t), \quad (2)$$

где Δ — соответствующие приращения; $\mathbf{F}_y = d\mathbf{f} / d\mathbf{y}$, $\mathbf{F}_v = d\mathbf{f} / d\mathbf{v}$ — соответствующие матрицы Якоби, вычисленные в точке \mathbf{y}_0 .

Систему линейных уравнений для удобства перепишем в виде

$$\sigma \mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t), \quad (3)$$

где t — время, которое может быть либо непрерывным $t \in R_+ = [0, +\infty]$, либо дискретным $t \in N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$; $\mathbf{x} = \Delta \mathbf{y}$ — вектор состояния; $\mathbf{u} = \Delta \mathbf{v}$ — вектор управления. Оператор σ обозначает либо дифференцирование по времени для непрерывной системы, т.е.

$$\sigma \mathbf{x}(t) = \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t); \quad \mathbf{A} = \mathbf{F}_y, \quad \mathbf{B} = \mathbf{F}_v, \quad (4)$$

либо операцию сдвига во времени для дискретной системы:

$$\sigma \mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t); \quad \mathbf{A} = \mathbf{E} + h\mathbf{F}_y, \quad \mathbf{B} = h\mathbf{F}_v. \quad (5)$$

Здесь \mathbf{E} — единичная матрица порядка n ; h — малый шаг дискретизации.

Множество R обозначает действительные числа (вещественную ось), а R^k — вещественное пространство размерности k соответственно.

Модели занимают центральное место в модальном анализе и синтезе многомерных динамических систем [2–5].

Колебания в линеаризованных моделях ЭЭС непосредственно определяются собственными значениями λ_k матрицы \mathbf{A} — упорядоченными элементами множества

$$\text{eig}(\mathbf{A}) = \{\lambda_i : \det(\lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A}) = 0, i = 1, 2, \dots, n\} = \{\lambda_{\min}, \lambda_{\max}\}. \quad (6)$$

Здесь λ_{\min} и λ_{\max} понимаются в смысле упорядоченности модулей действительных частей этих чисел $|\text{Re} \lambda_{\max}| \geq |\text{Re} \lambda_{\min}|$.

Как следует из (6), элементы множества также являются корнями характеристического полинома системы

$$\det(\lambda \mathbf{E} - \mathbf{A}) = \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0. \quad (7)$$

Квадратная матрица Якоби \mathbf{A} в (4), имеющая собственные значения λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) только с отрицательными вещественными частями, называется асимптотически устойчивой или гурвицевой. В дискретном случае (5) для устойчивости матрицы \mathbf{A} необходимо и достаточно расположение всех собственных значений внутри единичного круга на комплексной плоскости, т.е. модули чисел λ_i ($i = 1, 2, \dots, n$) должны быть меньше единицы. Притом матрица \mathbf{A} называется шуровской.

Анализ аperiodической устойчивости по хорошо известному критерию смены знака определителя матрицы Якоби \mathbf{A} или, эквивалентно, критерию смены знака свободного члена характеристического полинома a_0 (7) уже для моделей ЭЭС относительно небольшой размерности может терять смысл [5]. При этом анализ расположения собственных значений, используемый при модальном подходе, может оказаться более эффективным способом решения этой задачи [6]. Однако здесь так же существуют определенные проблемы. Для любой устойчивой матрицы Якоби \mathbf{A} непрерывной системы (4) число $\rho > 0$, определенное равенством

$$\rho_{\text{уст}} = |\text{Re} \lambda_{\min}|, \quad (8)$$

называется степенью или *радиусом устойчивости*. В дискретном случае (5) радиус устойчивости отсчитывается по отношению к (8) антисимметрично:

$$\rho_{\text{уст}} = |\text{Re} \lambda_{\max}| < 1. \quad (9)$$

Степень (радиус) устойчивости (8) является чрезвычайно важной характеристикой ЭЭС, рассматриваемой как линейная динамическая система (3), и характеризует скорость затухания переходных процессов в ней. При этом, чем больше $\rho_{\text{уст}}$ (8) и

чем меньше $\rho_{\text{уст}}$ (9), тем ближе переходные колебания в системе к апериодическим быстро затухающим процессам.

Далее рассмотрим непрерывную систему (4). В отношении дискретной системы (5) все приводимые далее результаты справедливы с учетом указанной антисимметрии формул (8) и (9).

Равенство (8) при $\text{Re} \lambda_i < 0$ для всех собственных значений означает существование ненулевого радиуса устойчивости ЭЭС $\rho_{\text{уст}}$, т.е. положительного числа, равного модулю действительной части собственного значения λ_{\min} с наименьшей действительной частью.

Ненулевой радиус устойчивости (8) в [6] условно назван необходимым условием существования запаса статической устойчивости ЭЭС. Другими словами, наличие ненулевого радиуса устойчивости $\rho_{\text{уст}} > 0$ необходимо для существования запаса статической устойчивости ЭЭС, но это не означает, что данное значение соответствует запасу статической устойчивости.

Робастность и жесткость динамических систем. Общая концепция робастности динамических систем была представлена в работе [7], где теория колебаний была рассмотрена в виде анализа изменений фазовых траекторий системы при малых вариациях дифференциальных уравнений. Системы, у которых топологическая структура не менялась при таких вариациях, были названы *грубыми*. В настоящее время это определение заменено на *робастные* (англ. robust) [8, 9].

В противоположность грубым системы, у которых топологическая структура изменяется уже при малых вариациях дифференциальных уравнений, были названы *жесткими*. Сегодня к таким системам применяется также термин *хрупкие* (англ. fragile) [10].

Рассмотрим характерный пример. Пусть матрица Якоби является гурвицевой и имеет следующий вид:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1,0 & 2,0 & 3,0 \\ 0 & -1,0 & 30,0 \\ 0 & 0 & -1,0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Из-за треугольной структуры матрицы (10) множество ее собственных значений очевидно и равно $\{-1,0; -1,0; -1,0\}$. Как следует из (8), радиус устойчивости данной матрицы равен 1 (единице).

Предположим, что один из элементов матрицы Якоби подвергся малому возмущению так, что матрица была преобразована к виду

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1,0 & 2,0 & 3,0 \\ 0 & -1,0 & 30,0 \\ 0,01 & 0 & -1,0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Как видно, элемент (1—3) стал равным 0,01, что составляет 1% модуля собственного значения в невозмущенном случае (10). При вычислении собственных значений матрицы (11) получаем $\{=0,1447; -1,4276 \pm 0,7202\}$, откуда следует, что $\rho_{уст} = 0,1447$, т.е. при столь малом возмущении радиус устойчивости матрицы уменьшился почти в 7 раз.

Если же указанный элемент (1—3) увеличить относительно исходного собственного значения еще на 0,6%, т.е.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1,0 & 2,0 & 3,0 \\ 0 & -1,0 & 30,0 \\ 0,016 & 0 & -1,0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

то в результате будем иметь множество собственных значений $\{0,0027; -1,5014 \pm 0,8403\}$, характеризующее потерю устойчивости матрицы.

Таким образом, весьма малое возмущение матрицы Якоби (10), обладающей относительно большим радиусом устойчивости, вывело ее из класса гурвицевых. Естественно распространить на данную матрицу приведенное ранее определение жесткости.

Заметим, что, хотя анализу робастной устойчивости многомерных систем уделяется большое внимание, оценки грубости и жесткости все еще являются фундаментальной проблемой теории управления, которая на современном этапе полностью не решена. Одним из эффективных подходов здесь является псевдомодальный анализ, основы которого изложены в [11] и опубликованы в отечественных работах [5, 6, 12, 13].

Псевдоспектры динамических систем. Псевдомодальный анализ, как и модальный анализ, оперирует комплексными числами z_j , составляющими множество следующего вида (псевдоспектр, ε -спектр) [11]:

$$\text{eig}_\varepsilon(\mathbf{A}) = \{z_j : \sigma_{\min}(z_j \mathbf{E} - \mathbf{A}) \leq \varepsilon\}. \quad (13)$$

Здесь σ_{\min} — минимальное сингулярное число [15] матрицы $z_j \mathbf{E} - \mathbf{A}$; ε — заданное положительное число (допуск).

Другими словами, псевдоспектром называется множество комплексных чисел z , при которых все матрицы $z_j \mathbf{E} - \mathbf{A}$ имеют минимальные сингулярные числа, не превосходящие некоторого конечного числа (допуска) ε , характеризующего эти матрицы как «близкие к вырожденным вырожденные».

Другое определение псевдоспектра состоит в том, что $\text{eig}_\varepsilon(\mathbf{A})$ — семейство областей на комплексной плоскости, ограниченных значениями $\det(z \mathbf{E}_n - \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A})$, где $\Delta \mathbf{A}$ — матрица возмущений элементов \mathbf{A} .

Данные определения справедливы как для гурвицевых, так и шуровских матриц.

Введем понятия устойчивого и неустойчивого псевдоспектра применительно к ЭЭС.

Устойчивый псевдоспектр $\text{eig}_\varepsilon(\mathbf{A})$ определяет запас статической устойчивости параметрически возмущенной ЭЭС:

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})\mathbf{x}(t); \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (14)$$

где матрица возмущений $\Delta \mathbf{A}$ ограничена условием $\|\Delta \mathbf{A}\| < \varepsilon$, а матрица $\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}$ обладает устойчивыми собственными значениями, т.е. все элементы множества

$$\text{eig}_\varepsilon(\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}) = \{\lambda_i : \det(\lambda_i \mathbf{E}_n - \mathbf{A} - \Delta \mathbf{A}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n\} \quad (15)$$

имеют отрицательные действительные части $\text{Re} \lambda_i < 0$.

Неустойчивость псевдоспектра $\text{eig}_\varepsilon(\mathbf{A})$ означает, что в параметрически возмущаемой модели ЭЭС (14), где матрица $\Delta \mathbf{A}$, как и прежде, ограничена неравенством спектральной нормы $\|\Delta \mathbf{A}\| < \varepsilon$, по крайней мере, один из элементов множества имеет положительную действительную часть, т.е. $\text{Re} \lambda_i > 0$.

Таким образом, в дополнение к существованию запаса статической устойчивости в виде ненулевого радиуса устойчивости $\rho_{уст}$ устойчивый псевдоспектр определяет достаточные условия существования запаса статической устойчивости в смысле ненулевой спектральной нормы возмущений параметров системы.

Во всех случаях рассматриваемая норма $\|\Delta \mathbf{A}\|$ может быть любой индуцированной нормой [15], а не только спектральной [11, 12]. В последнем случае имеет место равенство

$$\|\Delta \mathbf{A}\| = \sigma_{\max}(\Delta \mathbf{A}), \quad (16)$$

где $\sigma_{\max}(\cdot)$ — максимальное сингулярное число квадратной матрицы.

Практические алгоритмы вычисления псевдоспектра числовых матриц основаны на алгоритмах SVD и QR разложениях, а также алгоритмах Ланцоша и Арнольди, используемых при решении задач на собственные значения [14]. Последние представляют собой итеративные процедуры на основе подпространств А.Н. Крылова.

Псевдомодальный анализ дает гарантированную оценку запаса устойчивости ввиду того, что при построении псевдоспектра (13) путем последовательного «утяжеления» учитываются все возможные возмущения элементов матрицы Якоби \mathbf{A} с заданной нормой.

Отметим, что для вычисления псевдоспектра (13) можно использовать адаптированный под Matlab программный модуль eigtool.

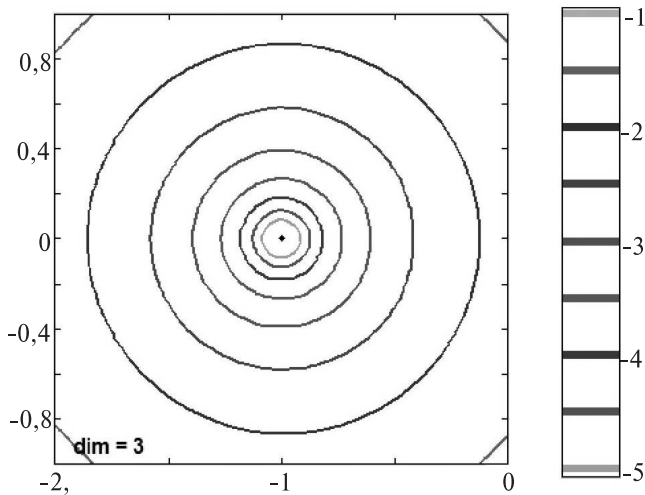


Рис. 1. Диаграмма псевдоспектра $eig_\epsilon(A)$ матрицы Якоби

Вернемся к матрице (10) и с помощью модуля eigtool вычислим ее псевдоспектр. Получим диаграмму, приведенную на рис. 1 в виде дисплея модуля.

Собственные значения A показываются на графике псевдоспектра $eig_\epsilon(A)$ (топографии) черными точками (в данном случае все значения совпадают). Наряду с этим на графике также изображаются границы для различных значений допуска ϵ . «Линейка» справа на рис. 1 показывает значение ϵ в логарифмическом масштабе.

Из графика на рис. 1 следует, что возмущения матрицы A с нормой 10^{-2} могут перемещать собственные значения внутри области, ограниченной самой большой из вписанных в квадрат дисплея окружностей. В то же время, возмущения с нормой 10^{-5} могут приводить к перемещению собственных значений внутри самой малой окружности.

На рис. 2 для упрощения определения запаса устойчивости матрицы (10) не указаны собственные значения матрицы, но учтена собственно граница в виде плоскости, образованной мнимой осью и перпендикуляром к вещественной оси. Из диаграммы следует, что минимальная по интенсивности (норме возмущений) точка на линии пересечения поверхности псевдоспектра матрицы и указанной плоскости соответствует значению

$$\|\Delta A\| = 10^{-1,8386} = 0,0145. \quad (17)$$

Это значение является гарантированной в смысле определения (13) оценкой того, что собственные значения возмущенной матрицы не переместятся в правую полуплоскость комплексной плоскости при любых возмущениях элементов матрицы, норма которых не превосходит (17). Это и составляет введенный в рассмотрение устойчивый псевдоспектр матрицы (15).

Ранее было показано [см. (12)], что возмущение элемента (1–3) матрицы (10), равное 0,016, приводит к нарушению устойчивости заданной матрицы. В противоположность этому значение (17) справедливо в отношении любых возмущений в матрице (10), которые гарантированно не нарушат условие устойчивости.

Целесообразно ввести отношение, характеризующее степень допустимых возмущений, не выводящих матрицу из классов гурвицевых или шуровских,

$$\alpha = \frac{\|\Delta A\|}{\|A\|} = \frac{\sigma_{\max}(\Delta A)}{\sigma_{\max}(A)}. \quad (18)$$

В рассмотренном случае отношение (18) равно $4,8 \cdot 10^{-4}$, т.е., не строго говоря, значение допусти-

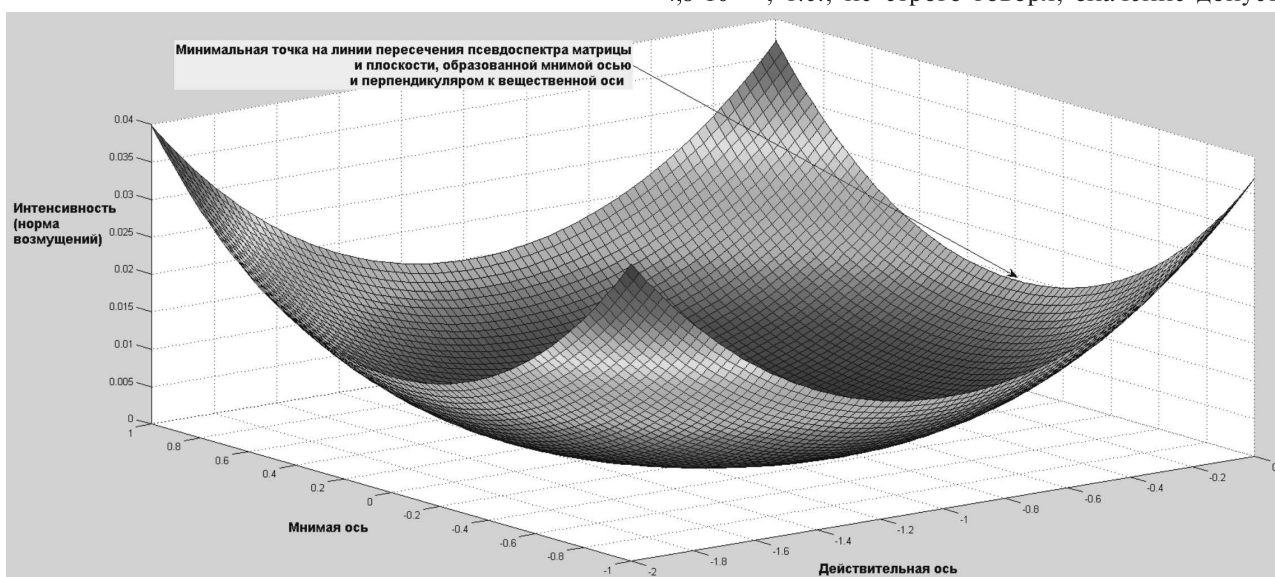


Рис. 2. Диаграмма псевдоспектра $eig_\epsilon(A)$ матрицы Якоби (10) без учета собственных значений

мых возмущений почти на четыре порядка меньше «больших» элементов матрицы.

Псевдомодальное оценивание запасов статической устойчивости ЭЭС. Рассмотрим практические примеры псевдомодального анализа непрерывной линеаризованной модели ЭЭС, состоящей из n генераторов, в нормальном, доаварийном и послеаварийном режимах:

$$\frac{d^2 \Delta \delta_i}{dt^2} = -\frac{\Delta P_i}{M_i} = \frac{D_i}{M_i} \frac{d \Delta \delta_i}{dt}. \quad (19)$$

Здесь δ_i – фазный угол i -го генератора, $i=1,2,\dots,n$; ΔP_i – изменение активной мощности генератора, определяемое с помощью уравнений электрической сети:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{M} \\ \mathbf{N} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{bmatrix}, \quad (20)$$

где ΔP – вектор приращения активной мощности во всех узлах системы; ΔQ – вектор приращений реактивной мощности; ΔU – вектор приращения амплитуды напряжения.

Элементами блоков матрицы Якоби в (20) являются частные производные:

$$H_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j}; \quad M_{ij} = \frac{\partial P_i}{\partial U_j}; \quad N_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j}; \quad K_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_j}.$$

В векторном представлении уравнения (19) и (20) имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{H} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \omega \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Здесь $\Delta \omega$ – вектор скольжений генераторов.

В качестве числового примера рассмотрим схему реальной энергосистемы с сетями 220–750 кВ [5, 6]. Модель данной ЭЭС включает в себя восемь концентрированных подсистем, соединенных относительно слабыми связями. Схема ЭЭС содержит 286 узлов, 531 ветвь, 129 генераторов. Эквивалентные генераторы в данной модели представлялись постоянной ЭДС за сопротивлением. Для описания генераторов реальных станций использовались модели динамических звеньев 4-го порядка с учетом переходных процессов в обмотке возбуждения и поперечном демпферном контуре; АРВ генераторов представлялись динамическими звеньями также 4-го порядка.

Матрица Якоби \mathbf{A} данной ЭЭС имеет размеры 258×258, является гурвицевой и, следовательно, ЭЭС статически устойчива.

Вектор состояния модели имеет вид $\mathbf{x} = [\delta_1 \dots \delta_{129} \quad \omega_1 \dots \omega_{129}]^T$.

«Портрет» матрицы Якоби \mathbf{A} 129-машинной ЭЭС, точнее «портрет» транспонированной матрицы \mathbf{A}^T , приведен на рис. 3. Как видно, в силу структуры векторного уравнения (21) две из четырех подматриц размером 129×129 представляют собой диагональные матрицы, одна – нулевую и одна – разреженную матрицу.

Собственные значения рассматриваемой матрицы представлены на рис. 4. Здесь они разделены на две относительно компактные области.

Радиус устойчивости (8) ЭЭС равен $\rho_{уст} = 0,1132$, т.е. именно на этом расстоянии от мнимой оси находятся ближайшие к ней собственные значения матрицы Якоби. Как это связано с запасом статической устойчивости ЭЭС, много это или мало? Как следует из предыдущего, пока определенно ответить на эти вопросы не представляется возможным.

На рис. 5 показана топография псевдоспектра $\text{eig}_\varepsilon(\mathbf{A})$ матрицы \mathbf{A} Якоби ЭЭС с такой же классификацией областей, как на рис. 4. На рис. 6 представлены укрупненные детализации этих областей. Как следует из анализа данных диаграмм, наиболее чувствительными к возмущениям являются собственные значения (и соответствующие моды колебаний), локализованные в области 2 псевдоспектра

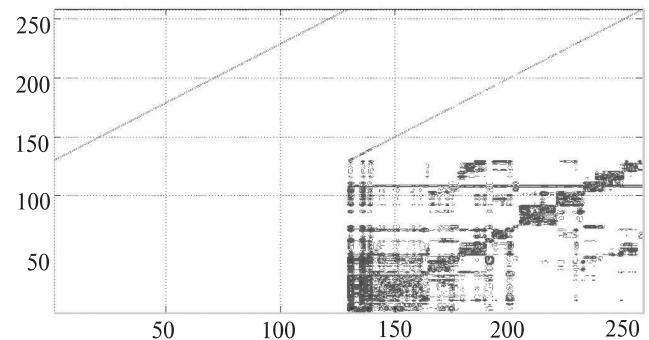


Рис. 3. «Портрет» матрицы \mathbf{A}^T 129-машинной ЭЭС (по оси абсцисс – номера столбцов, по оси ординат – номера строк)

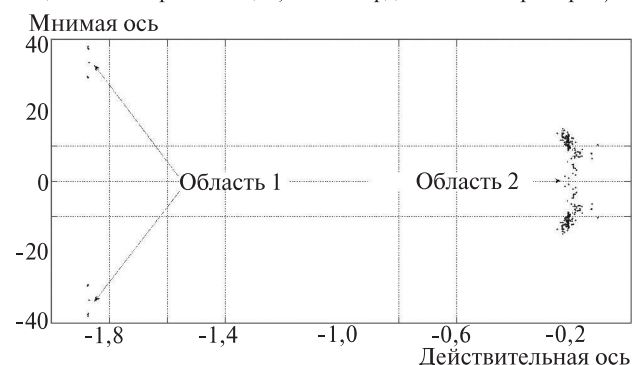


Рис. 4. Собственные значения матрицы Якоби \mathbf{A} 129-машинной ЭЭС

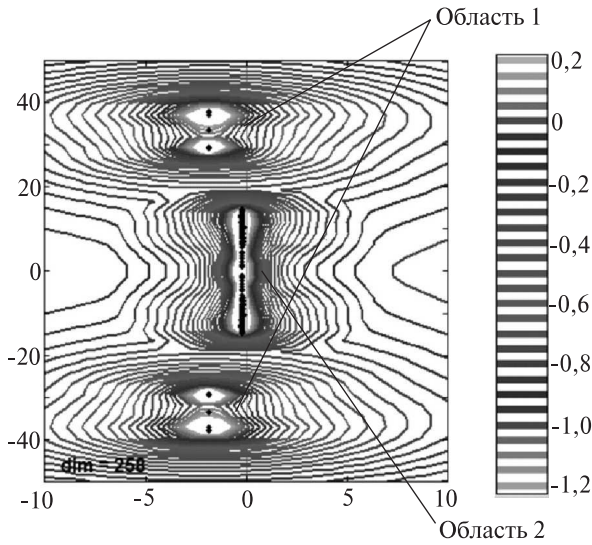


Рис. 5. Топография псевдоспектра $eig_{\epsilon}(A)$ матрицы Якоби 129-машинной ЭЭС

ЭЭС и расположенные в непосредственной близости от мнимой оси комплексной плоскости S . Они располагаются в «замкнутых» подобластях, наличие которых определяется слабостью межсистемных связей и невысокими значениями демпферных моментов.

Анализ псевдоспектра без учета собственных значений (см. рис. 7) дает возможность определить запас статической устойчивости ЭЭС. Минимальная по интенсивности (норме возмущения) точка на линии пересечения поверхности псевдоспектра матрицы Якоби ЭЭС и плоскости, образованной мнимой осью и перпендикуляром к вещественной оси, имеет значение

$$\|\Delta A\| = 10^{-1,4} \approx 0,04. \quad (22)$$

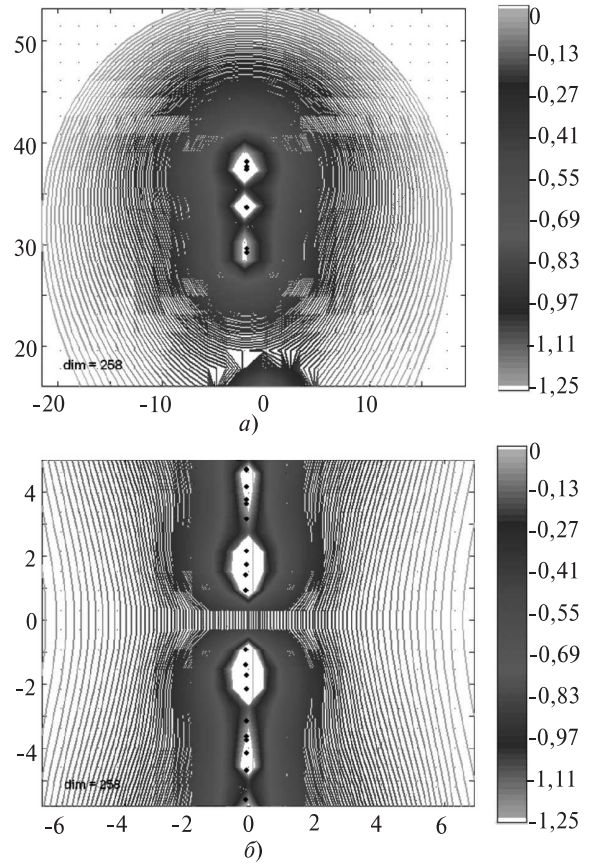


Рис. 6. Детализация области 1 (а) и области 2 (б) псевдоспектра $eig_{\epsilon}(A)$ 129-машинной ЭЭС

Как и ранее в случае (17), значение (22) является оценкой того, что собственные значения матрицы Якоби не переместятся в правую полуплоскость комплексной плоскости при возмущениях элементов матрицы и таким образом ЭЭС не потеряет свойство статической устойчивости.

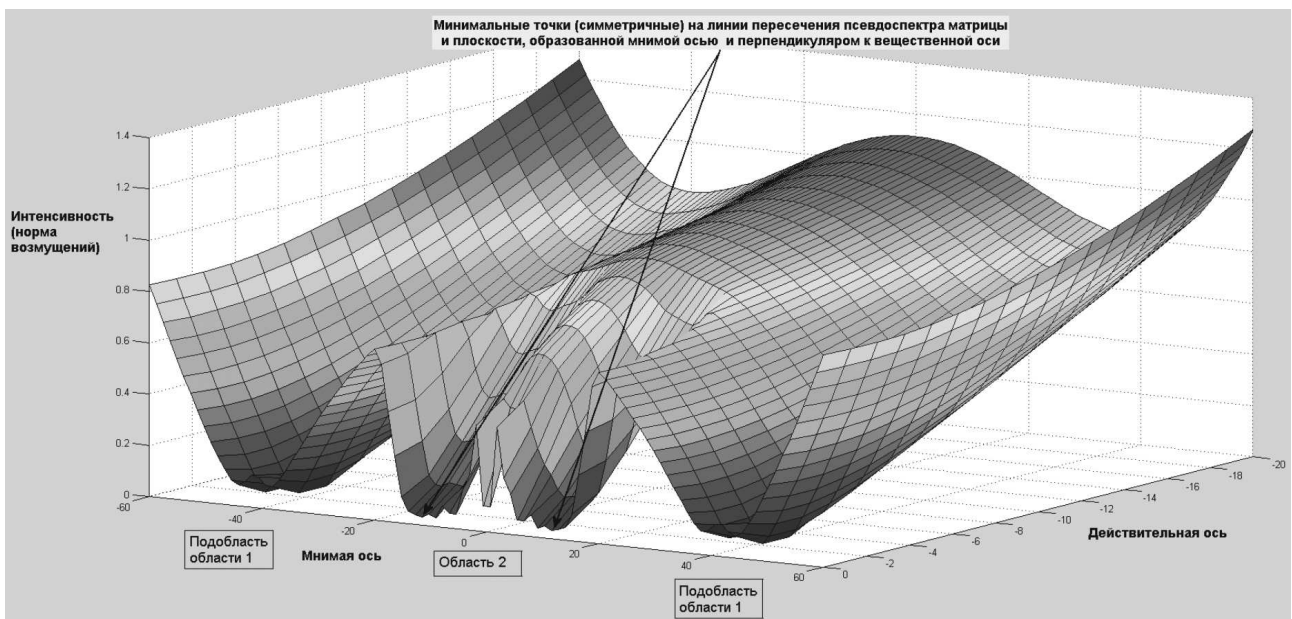


Рис. 7. Диаграмма псевдоспектра $eig_{\epsilon}(A)$ матрицы Якоби 129-машинной ЭЭС без учета собственных значений

В этом случае вычисление по (18) дает $2,7 \cdot 10^{-5}$ и показывает, что значение допустимых возмущений в ЭЭС почти на пять порядков меньше нормы невозмущенной матрицы Якоби, т.е. режим данной ЭЭС находится вблизи границ статической устойчивости, а ее запас чрезвычайно мал.

Заключение. Для оценивания запасов статической устойчивости ЭЭС в настоящее время широко применяется утяжеление режимов на основе метода Ньютона—Рафсона и какой-либо выбранной стратегии утяжеления. Поскольку область устойчивости является многомерным пространством с практически неограниченным числом областей существования, невозможности существования, а также переходов из состояния в состояние (точки бифуркаций), выбор начальных приближений приводит к существенно различающимся оценкам режима ЭЭС. В рассмотренном псевдомодальном методе выполняется численный анализ областей на комплексной плоскости, в которых локализованы собственные значения всех матриц Якоби, получаемых при относительно близких, но различающихся начальных приближениях. Поэтому метод является регулярным относительно используемой стратегии утяжеления. Это гарантирует независимость получаемых оценок запасов статической устойчивости ЭЭС от выбора начальных приближений и стратегии утяжеления режимов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Веников В.А.** Переходные электромеханические процессы в электрических системах. — М.: Высшая школа, 1985, 536 с.
2. **Баринов В.А., Совалов С.А.** Модальное управление режимами энергетических систем. — Электричество, 1986, № 8, с. 1–6.
3. **Gibbard M.J., Pourbeik P., Vowles D.J.** Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems. — Univ. of Adelaide Press, 2015, 658 p.
4. **Шаров Ю.В.** Нелинейное модальное взаимодействие в электроэнергетических системах. — Электричество, 2016, № 12, с. 13–20.

5. **Шаров Ю.В.** О развитии методов анализа статической устойчивости электроэнергетических систем. — Электричество, 2017, № 1, с. 12–17.

6. **Шаров Ю.В.** Применение модального подхода для решения проблемы обеспечения статической устойчивости электроэнергетических систем. — Известия РАН. Энергетика, 2017, № 2, с. 13–29.

7. **Андронов А.А., Понтрягин Л.С.** Грубые системы. — Доклады Академии наук СССР, 1937, т. 14, № 5, с. 247 – 250.

8. **Essentials of robust control/К. Zhou.** Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1998, 593 p.

9. **Поляк Б.Т., Щербаков П.С.** Робастная устойчивость и управление. — М.: Наука, 2002, 273 с.

10. **Kell L.H., Bhattacharyya S.P.** Robust, fragile or optimal? — IEEE Trans. Automat. Contr., 1997, vol. 42, No. 8, pp. 1098–1105.

11. **Trefethen L.N., Embree M.** Spectra and pseudospectra. — Princeton Univ. Press, 2005, 624 p.

12. **Мисриханов М.Ш., Рябенко В.Н.** Квадратическая проблема собственных значений в электроэнергетике. — Автоматика и телемеханика, 2006, № 5, с. 24–47.

13. **Мисриханов М.Ш., Шаров Ю.В.** Оценивание влияния возмущений на устойчивость электроэнергетической системы. — Вестник ИГЭУ, 2004, вып. 4, с. 21–26.

14. **Saad Y.** Numerical methods for large eigenvalue problems. — Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011, 276 p.

15. **Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.** Матрицы и вычисления. — М.: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 1984, 320 с.

16. **Мисриханов М.Ш., Шаров Ю.В.** Оценка влияния возмущений на устойчивость электроэнергетической системы. — Вестник МЭИ, 2009, № 5, с. 42–48.

[22.05.2017]

А в т о р ы: Гаджиев Магомед Гаджиевич окончил электроэнергетический факультет (ЭЭФ) Московского энергетического института (МЭИ — ныне Национальный исследовательский университет («НИУ «МЭИ»)) в 2006 г. В 2012 г. защитил кандидатскую диссертацию «Повышение точности учета потерь мощности на корону при оперативной оптимизации режима ЭЭС в МЭИ. Заведующий научно-исследовательской лабораторией кафедры электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Шаров Юрий Владимирович окончил ЭЭФ МЭИ в 1986 г. В 1994 г. защитил кандидатскую диссертацию «Разработка методов и средств оценки эффективности управления электроэнергетическими системами при больших возмущениях режима» в МЭИ. Заведующий кафедрой электроэнергетических систем «НИУ «МЭИ».

Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 8, pp. 14–21

DOI:10.24160/0013-5380-2017-8-14-21

A Pseudomodal Approach to Evaluating Steady-State Stability Margins of Electric Power Systems

GADZHIYEV Magomed G. (National Research University «Moscow Power Engineering Institute «NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Head of the Research Laboratory, Cand. Sci. (Eng.)

SHAROV Jury V. («NRU «MPEI», Moscow, Russia) — Head of the Department, Cand. Sci. (Eng.)

Evaluation of steady-state stability margins of electric power systems (EPS) with respect to their limiting modes is an important engineering task a successful solution of which is a necessary condition for securing reliable operation of the power system. The parameters of limiting modes are obtained by discretely or continuously aggravating the initial modes in accordance with the selected strategy. An approach to

evaluating the steady-state stability margins based on using the matrix pseudospectra theory is considered. The approach involves a numerical analysis of domains lying on a complex plane near the Jacobian eigenvalues. A distinctive feature of the used approach is that the obtained assessments of stability margins do not depend on the selected aggravation strategy. Methodical and practical examples illustrating an analysis of EPS steady-state stability are given.

Key words: electric power system, steady-state stability, Jacobian, eigenvalues, pseudospectrum, singular values, norm of matrix

REFERENCES

1. **Venikov V.A.** *Perekhodnye elektromekhanicheskiye protsessy v elektricheskikh sistemakh* (Transient electromechanical processes in electrical systems). Moscow, Publ. «Vusshaya shkola», 1985, 536 p.
2. **Barinov V.A., Sovalov S.A.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 1986, No. 8, pp. 1–6.
3. **Gibbard M.J., Pourbeik P., Vowles D.J.** Small-signal stability, control and dynamic performance of power systems. – Univ. of Adelaide Press, 2015, 658 p.
4. **Sharov Yu.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2016, No. 12, pp. 13–20.
5. **Sharov Yu.V.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2017, No. 1, pp. 12–17.
6. **Sharov Yu.V.** *Izvestiya RAN. Energetika – in Russ. (News of Russian Academy of Sciences. Power Engineering)*, 2017, No. 2, pp. 13–29.
7. **Andronov A.A., Pontryagin L.S.** *Doklady Akademii nauk SSSR – in Russ. (Reports of the Academy of Sciences of the USSR)*, 1937, vol. 14, No. 5, pp. 247–250.
8. **Essentials of robust control/K. Zhou.** Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1998, 593 p.
9. **Polyak B.T., Shcherbakov P.S.** *Robastnaya ustoychivost' i upravleniye – in Russ. (Robust Stability and Management)*, Moscow, Publ. «Nauka», 2002, 273 p.
10. **Kell L.H., Bhattacharyya S.P.** Robust, fragile or optimal? – IEEE Trans. Automat. Contr., 1997, vol. 42, No. 8, pp. 1098–1105.
11. **Trefethen L.N., Embree M.** Spectra and pseudospectra. – Princeton Univ. Press, 2005, 624 p.
12. **Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N.** *Avtomatika i telemekhanika – in Russ. (Avtomatika i telemekhanika – in Russ. (Automation and telemechanics)*, 2006, No. 5, pp. 24–47.
13. **Misrikhanov M.Sh., Sharov Yu.V.** *Vestnik IGEU – in Russ. (Bulletin of Uvanovo State Power Engineering University)*, 2004, iss. 4, pp. 21–26.
14. **Saad Y.** Numerical methods for large eigenvalue problems. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011, 276 p.
15. **Voyevodin V.V., Kuznetsov Yu.A.** *Matritsy i vychisleniya* (Matrices and calculations), Moscow, Publ. «Nauka», 1984, 320 p.
16. **Misrikhanov M.Sh., Sharov Yu.V.** *Vestnik MEI – in Russ. (Bulletin of Moscow Power Engineering Institute)*, 2009, No. 5, pp. 42–48.

[22.05.2017]