

## Многоветвийные мостовые электрические цепи

ПЕРЕДЕЛЬСКИЙ Г.И.

*Исходная четырехплечевая мостовая электрическая цепь содержит две ветви. Многоплечевые (больше четырех) мосты являются существующим фактом. Из него логически вытекают задачи: или обосновать многоветвийные (больше двух) мостовые цепи, или обосновать принципиальную невозможность существования таких мостов. В статье обоснованы многоветвийные мостовые цепи и указаны их особенности. В таких мостах вместо одной из ветвей, содержащей регулируемые элементы уравновешивания, имеются группа ветвей с этими элементами и элементы связи между ветвями. Они могут уравновешиваться только однотипными регулируемыми элементами: резисторами, конденсаторами или индуктивными катушками. При импульсном питании уравновешивание происходит раздельно и его можно осуществлять только посредством заземленных регулируемых элементов уравновешивания. Часть из рассмотренных мостовых цепей имеет расширенные функциональные возможности. Определены структуры групп ветвей и мостовые цепи с их использованием, поэтому теоретически они пригодны для определения параметров двухполюсников, в принципе, с любым требующимся или заданным числом элементов.*

**Ключевые слова:** многоветвийные мостовые цепи, импульсное питание, регулируемые элементы, ветви, функциональные возможности

За более чем столетие мостовые электрические цепи переменного тока прошли в своем развитии путь от мостов Вина, Максвелла, Андерсона и др. [1] до мостовых цепей для определения параметров многоэлементных двухполюсников [2]. Среди вариантов мостовых электрических цепей (четырехплечевых мостов [1], мостов с тесной индуктивной связью [3], с использованием дополняющих электрических цепей [4] и др.) имеются и многоплечевые мосты. Это, в частности, шестиплечевые мостовые цепи в [1] и многоплечевые мосты в [5, 6]. Исходный (классический) мост содержит две ветви и четыре плеча. Если существуют многоплечевые мостовые цепи (больше четырех плеч), то логически возникает задача: или обосновать многоветвийные мостовые электрические цепи (больше двух ветвей), или обосновать принципиальную невозможность их существования.

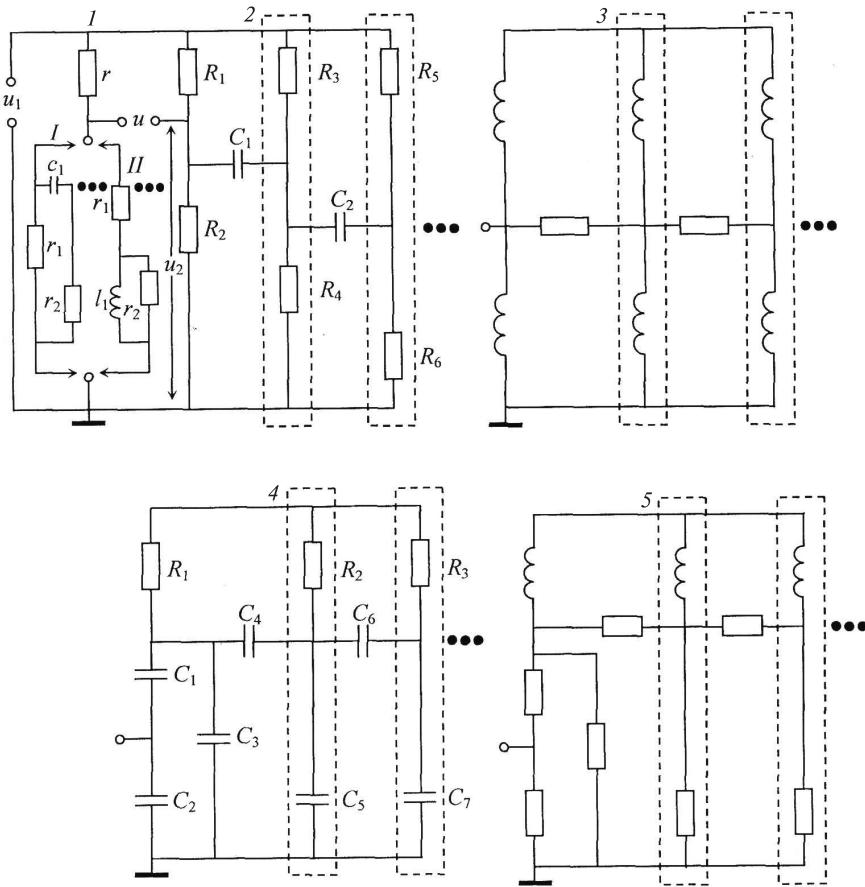
В статье поставлена задача провести обоснование многоветвийных мостовых электрических цепей и рассмотреть их особенности.

Для решения задачи выбраны мостовые электрические цепи с импульсным питанием, так как наличие в этой области большого числа мостов с таким важным свойством, как раздельное уравновешивание, исключает необходимость в мостах с отсутствием такого свойства. В многоплечевых мостовых цепях в одной из ветвей находится двухполюсник объекта контроля, измерения или исследования, в другой ветви (преимущественно в дополнительных плечах) располагаются элементы

уравновешивания, тем самым обеспечивается одно из условий получения раздельного уравновешивания только однотипными регулируемыми элементами: либо резисторами, либо конденсаторами, либо индуктивными катушками в мостах с участием указанных ветвей [5, 6]. По аналогии можно предполагать, что преимущественно в дополнительных ветвях многоветвийных мостовых цепей включены элементы уравновешивания, что обеспечивает раздельное уравновешивание моста только однотипными регулируемыми элементами; предположение в дальнейшем подтвердилось.

Учитывая данное предположение, на рисунке приведена только одна многоветвийная мостовая цепь 1, у остальных мостов для краткости показаны только группы ветвей, дополнительные ветви выделены штриховыми линиями. В группе 2 дополнительные ветви содержат два последовательно соединенных резистора, например резисторы  $R_3$  и  $R_4$ . В группе ветвей 3 каждая дополнительная ветвь состоит из двух последовательно соединенных индуктивных катушек, в группе 4 каждая дополнительная ветвь содержит последовательно соединенные конденсатор и резистор и, наконец, в группе 5 – последовательно соединенные резистор и индуктивную катушку.

В каждой группе ветвей имеется элемент связи между отдельными ветвями. В группе 2 элемент связи – конденсатор, в частности,  $C_1$  и  $C_2$ , в группе 4 – тоже конденсатор. В группах ветвей 3 и 5 элементом связи между ветвями является резистор.



Группы ветвей для мостовых электрических цепей

При питании мостовой цепи импульсными сигналами с изменением напряжения в течение их длительности по закону степенных функций выходное напряжение (напряжение неравновесия) в обобщенном виде определяется известным выражением:

$$u = \frac{U_1 h!}{t_u^h} \left[ \frac{F(0)}{f(0)} \frac{t^h}{h!} - \frac{t^{h-1}}{(h-1)!} \sum_{i=1}^k \frac{F(p_i)}{p_i^2 f'(p_i)} - \dots - \sum_{i=1}^k \frac{F(p_i)}{p_i^{h+1} f'(p_i)} (1 - e^{-p_i t}) \right], \quad (1)$$

где  $U_1$  – амплитуда питающего импульса;  $t_u$  – длительность импульса;  $t$  – текущее время;  $h$  – последовательно принимает целочисленные значения 0, 1, 2, ...;

$$F(p) = A_1 B_1 + p(A_1 B_2 + A_2 B_3) + p^2 (A_1 B_4 + A_2 B_5 + A_3 B_6 + \dots);$$

$$f(p) = [\psi(p)][\varphi(p)];$$

$$\psi(p) = b_0 + pb_0 + p^2 b_2 + \dots;$$

$$\varphi(p) = d_0 + pd_1 + p^2 d_2 + \dots;$$

$A_i$  – представляют собой условия равновесия;  $B_i$ ,  $b_i$ ,  $d_i$  – обобщенные коэффициенты;  $p_i$  – корни уравнения  $f(p)=0$ ;  $k$  – число этих корней.

Как частный пример выбрана мостовая электрическая цепь с использованием ветвей 1, 2 (рисунок) и двухполюсника объекта контроля, измерения или исследования I. Для нее условия равновесия с учетом параметров моста находятся из выражений:

$$\left. \begin{aligned} A_i &= 0; \\ A_1 &= rR_2 - r_1R_1; \\ A_2 &= r[C_1R_1R_4 + c_1r_1(R_3 + R_4)] - C_1r_1R_1R_3; \\ A_3 &= rR_4 \{C_2R_3[C_1R_1R_6 + c_1r_1(R_5 + R_6)] + \\ &+ c_1C_1(R_5 + R_6)[R_1r_2 + r_1(R_1 + R_3)]\} - \\ &- C_1r_1R_1R_3[c_1r_2(R_5 + R_6) + C_2R_4R_5], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

а обобщенные коэффициенты:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= (R_3 + R_4)(R_5 + R_6); \\ B_2 &= (R_5 + R_6)[C_1R_3R_4 + c_1r_1(R_3 + R_4)] + C_2\gamma; \\ B_3 &= R_2(R_5 + R_6); \\ B_4 &= C_1R_3R_4[C_2R_5R_6 + c_1r_2(R_5 + R_6)] + c_1C_2r_2\gamma; \\ &\Downarrow \end{aligned} \right\}$$

(2)

$$\left. \begin{aligned} & \Downarrow \\ & B_5 = C_2 R_2 R_5 R_6; \quad B_6 = R_2; \quad b_0 = r + r_1; \\ & b_1 = c_1 (r r_1 + r r_2 + r_1 r_3); \\ & d_0 = (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)(R_5 + R_6); \\ & d_1 = C_1 (R_5 + R_6)[R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)] + \\ & \quad + C_2 (R_1 + R_2) \gamma; \\ & d_2 = C_1 C_2 [R_3 R_4 R_5 R_6 (R_1 + R_2) + R_1 R_2 \gamma]; \\ & \gamma = R_3 (R_4 R_5 + R_4 R_6 + R_5 R_6) + R_4 R_5 R_6, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $\gamma$  — фрагмент, повторяющийся четыре раза.

Рассматриваемая на рисунке мостовая цепь (1 и 2) уравновешивается в течение трех этапов. На каждом из них питание моста осуществляется импульсными сигналами с изменением напряжения по закону степенных функций в последовательности: прямоугольные импульсы, линейно изменяющиеся и квадратичные; выполняется также одно из условий равновесия (3). На каждом этапе импульс напряжения в измерительной диагонали мостовой цепи имеет плоскую вершину [4–6] на интервале времени от окончания переходного процесса до окончания питающего импульса. Каждый раз напряжение плоской вершины приводится к нулю однократным регулированием соответствующего уравновешивающего элемента, тем самым выполняется очередное условие равновесия (3).

При прочих равных условиях предпочтение отдается, как известно, заземленным уравновешивающим элементам [7], а также использованию в качестве уравновешивающих элементов регулируемых резисторов [5]. На первом этапе уравновешивания (используются прямоугольные питающие импульсы) первое условие равновесия можно выполнить посредством регулирования резисторов  $r$ ,  $R_1$  или  $R_2$  (3). Предпочтение следует отдавать резистору  $R_2$ , так как один из его выводов заземлен.

На втором этапе уравновешивания (используются питающие импульсы линейно изменяющегося напряжения) не следует изменять значения сопротивлений резисторов  $r$  или  $R_1$ , так как это приведет к невыполнению первого условия равновесия ( $A_1 \neq 0$ ). Для выполнения второго условия равновесия можно регулировать элементы  $C_1$ ,  $R_1$ ,  $R_4$ . Два предпочтительных положения, приведенные выше, выполняются для резистора  $R_4$ , оно не входит в первое условие равновесия (3).

На третьем этапе уравновешивания (используются питающие квадратичные импульсы) не следует регулировать элементы  $r$ ,  $R_1$ ,  $C_1$ ,  $R_3$  и  $R_4$ , чтобы не нарушить выполнение первого и второго условий равновесия. Имеется возможность регулировать элементы  $C_2$ ,  $R_5$  и  $R_6$ . Два предпочтительных

положения выполняются для резистора  $R_6$ , оно не входит в первое и второе условия равновесия (3).

Из приведенного видно, что раздельное зависимое уравновешивание мостовой цепи обеспечивается питанием моста импульсами с изменением напряжения по закону степенных функций, а также составом и включением между собой элементов дополнительных ветвей и элементов связи между ветвями.

Если в двухполюснике объекта контроля измерения или исследования больше трех элементов, то на последующих этапах уравновешивания моста (четвертом, пятом и т.д.) используются последующие питающие импульсы из ряда степенных функций, а для уравновешивания — резисторы последующей дополнительной ветви и последующего элемента связи между ветвями. При необходимости можно регулировать резистор последующей дополнительной ветви с чётным индексом, например  $R_8$ , так как один из выводов его заземлен, а это не конденсатор переменной емкости и не катушка переменной индуктивности.

Для мостовой цепи на рисунке (1 и 2) отсчет искомых параметров двухполюсника I объекта контроля, измерения или исследования берется из условий равновесия (3), по сути из трех уравнений определяются значения трех неизвестных параметров. Такая мостовая цепь является квазиуравновешенной. После трех этапов уравновешивания напряжение плоской вершины импульса в измерительной диагонали моста равно нулю, но в начале импульса и после его окончания появляются всплески, напряжение которых определяется суммой затухающих экспоненциальных слагаемых. При этом в условиях равновесия (3) содержатся параметры всех элементов мостовой цепи, поэтому, в принципе, отсутствует возможность привести всплески напряжения к нулю, так как изменение значения любого параметра приводит к нарушению выполнения предыдущих одного или нескольких условий равновесия, что недопустимо.

Все элементы уравновешивания мостовой цепи на рисунке (1 и 2) включены в группу ветвей 2. В [8] обосновано: если в цепи с регулируемыми элементами принужденные составляющие с плоскими вершинами в выходном напряжении могут принимать положительное, нулевое и отрицательное значения при питающих импульсах линейно изменяющейся, квадратичной, кубичной и др. форм, то мостовая цепь на основе такой цепи обладает расширенными функциональными возможностями. Роль цепи с регулируемыми элементами выполняет в данном случае группа ветвей 2. Поэтому можно проверить, обладает ли мостовая цепь с использо-

ванием такой группы ветвей расширенными функциональными возможностями?

Для группы ветвей 2 при линейно изменяющемся питающем импульсе принужденная составляющая с плоской вершиной в выходном напряжении определяется выражением

$$U_{21} = \frac{U_1}{t_i} \frac{C_1 R_1 R_2 (R_1 R_4 - R_2 R_3)}{(R_1 + R_2)^2 (R_3 + R_4)}. \quad (5)$$

Из разности в круглых скобках в числителе следует, что напряжение принужденной составляющей при изменении значения, например сопротивления  $R_4$ , и при конечных значениях остальных сопротивлений разности может принимать приведенные выше три варианта значений. Следует учитывать, что все параметры в ветвях, показанных на рисунке, являются пассивными и имеют только положительные знаки.

Принужденная составляющая с плоской вершиной при квадратичном питающем импульсе находится по формуле

$$U_{22} = \frac{2U_1 C_1 R_1 R_2}{t_i^2 (R_1 + R_2)^2 (R_3 + R_4)} \left\{ \frac{(R_1 R_6 - R_2 R_5) C_2 R_3 R_4}{R_5 + R_6} - \right. \\ \left. - \frac{(R_1 R_4 - R_2 R_3) [C_1 R_1 R_2 (R_3 + R_4) +]}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \rightarrow \right. \\ \left. \rightarrow \frac{+R_3 R_4 (R_1 + R_2) (C_1 + C_2)]}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right\}. \quad (6)$$

Вначале можно полагать, что разность в числителе во втором слагаемом в фигурных скобках настолько мала, что практически не влияет на результат. Тогда в соответствии с первым слагаемым в фигурных скобках при изменении значения, например сопротивления  $R_6$ , напряжение принужденной составляющей с плоской вершиной может иметь три варианта значений. Возрастание значения разности во втором слагаемом и самого второго слагаемого в фигурных скобках не изменяет приведенного положения с тремя вариантами значений, а только увеличивает диапазон изменения значений сопротивления  $R_6$ .

Для подтверждения расширения функциональных возможностей в мостовых электрических цепях достаточно использовать в объектах контроля, измерения или исследования обратные (инверсные) двухполюсники. В частности, обратными являются двухполюсники I и II на рисунке. При использовании двухполюсника II мостовая цепь на

рисунке (1 и 2) имеет следующие условия равновесия:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= rR_2 - r_1R_1; \\ A_2 &= C_1rR_2R_4 - l(R_3 + R_4) - C_1r_1R_2R_3; \\ A_3 &= C_1rR_2R_4[C_2r_2R_3R_6 + l_1(R_5 + R_6)] - \\ &- C_1r_2R_3[C_2r_1R_2R_4R_5 + l_1(R_2 + R_4)(R_5 + R_6)] - \\ &- l_1C_2[R_3R_4(r_1 + r_2)(R_5 + R_6) + r_1R_5R_6(R_3 + R_4)]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Здесь уравновешивание происходит тоже в три этапа, сохраняются те же питающие импульсные сигналы, прежние регулируемые уравновешивающие элементы и последовательность их регулирования, а также сохраняются расширенные функциональные возможности и раздельное уравновешивание.

Группу ветвей 3 (на рисунке) можно включать в мостовые электрические цепи, в частности, вместо группы ветвей 2. Все свойства такого моста совпадают со свойствами мостовой цепи из ветвей 1 и 2, кроме одного — он может уравновешиваться не регулируемыми резисторами, а только катушками переменной индуктивности. Но такой мост имеет существенные недостатки. Он требует весьма малого значения (стремящегося к нулю) выходного сопротивления генератора питающих импульсов с изменением напряжения по закону степенных функций. Нежелательно использовать катушки переменной индуктивности в качестве регулируемых элементов уравновешивания мостовых цепей, так как отрицательное влияние оказывают их резистивное сопротивление провода витков обмотки, а также межвитковые и межслойные электрические емкости. Кроме того, эти два параметра нестабильны, их значения изменяются с течением времени и изменением температуры. Перспективы применения регулируемых индуктивностей в будущем можно связывать с развитием негатроники [9], где обоснованы и рассмотрены полупроводниковые аналоги индуктивности.

Мостовые электрические цепи с участием групп ветвей 4 и 5 (см. рисунок) уравновешиваются раздельно. В первом случае уравновешивание можно провести посредством только конденсаторов переменной емкости, а во втором — только посредством резисторов переменного сопротивления. В обоих случаях один из выводов всех однотипных регулируемых элементов уравновешивания заземлен. Параситные емкости относительно «земли» незаземленных образцовых регулируемых элементов гораздо больше, чем элементов с постоянным значением параметра, так как габаритные размеры у первых существенно больше, чем у вторых.

Паразитные емкости предопределяют соответствующую составляющую погрешности измерения. Нестабильность паразитных емкостей и изменение их с течением времени и изменением температуры обусловливают также дополнительную составляющую погрешности измерения. На незаземленные уравновешивающие элементы значительно сильнее влияют электрические помехи и наводки. Введение экранов для ослабления этого влияния предпочтительнее для заземленных регулируемых уравновешивающих элементов. Уравновешивание посредством только заземленных регулируемых элементов мостовых электрических цепей с использованием групп ветвей 4 и 5 является их положительным показателем.

В противоположность мостам с участием групп ветвей 2 и 3 мостовые цепи с использованием групп ветвей 4 и 5 не имеют расширенных функциональных возможностей. Например, для группы ветвей 4 при линейно изменяющемся питающем импульсе принужденная составляющая с плоской вершиной в выходном напряжении определяется формулой

$$U_{21} = \frac{U_1}{t_i} \frac{R_1 C_1 (C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3)}{(C_1 + C_2)^2}. \quad (8)$$

Видно, что эта составляющая при конечных значениях параметров может иметь только отрицательные значения и не может иметь два других варианта значений, что исключает расширение функциональных возможностей в мостовой цепи с участием группы ветвей 4.

Из рассмотренных мостовых цепей можно выделить мост из ветвей 1 и 2 на рисунке, так как он обладает наибольшим числом рассмотренных положительных показателей. Прежде всего он уравновешивается раздельно, может уравновешиваться только регулируемыми резисторами. Известно, что изготовление образцовых регулируемых резисторов проще и дешевле, чем образцовых регулируемых реактивных элементов. У них выше класс точности, меньше габаритные размеры и масса. На резисторы меньшее влияние оказывают электрические и магнитные поля, а также атмосферные условия. В переменных резистивных сопротивлениях проще обеспечить требуемый или заданный закон изменения параметра в зависимости от положения подвижной механической части. Известно использование полевых транзисторов в качестве регулируемых резистивных сопротивлений посредством изменения значения управляющего напряжения, что можно использовать в мостовых электрических цепях, в том числе в мостовой цепи из ветвей 1 и 2. Признание и распространение получили матрицы резисторов, выполненных по микротехнологии с изме-

нением значения сопротивления посредством коммутации резисторов с помощью управляемых ключей. Это позволило получать значения сопротивлений в цифровом коде, что удобно для последующей обработки информации. Таким образом, с технической точки зрения рациональнее иметь в качестве регулируемых элементов резистивные сопротивления. Сравнительная характеристика различных регулируемых элементов также говорит в их пользу.

Мостовая электрическая цепь из ветвей 1 и 2 (на рисунке) обладает таким положительным качеством, отмеченным выше, как уравновешивание только заземленными регулируемыми элементами (резисторами). И, наконец, эта мостовая цепь, как обосновано выше, имеет расширенные функциональные возможности. Кроме того, в ней отсутствуют недостатки, связанные с группой ветвей 3 (рисунок) и мостовыми цепями, использующими эту группу.

Варианты обсуждаемых групп ветвей и мостовых электрических цепей с их использованием моделировались на ЭВМ с помощью программы Multisim 9 и проверялись на лабораторных макетах. Испытания подтвердили результаты решенных в статье задач.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кольцов А.А. Электрические схемы уравновешивания.—М.: Энергия, 1976, 272 с.
2. Кнеллер В.Ю., Боровских Л.П. Определение параметров многоэлементных двухполюсников. — М.: Энергоатомиздат, 1986, 144 с.
3. Гриневич Ф.Б., Грохольский А.Л., Соболевский К.М., Цапенко М.П. Трансформаторные измерительные мосты.— М.: Энергия, 1970, 280 с.
4. Передельский Г.И. О свойстве потенциально частотно-независимых двухполюсников. — Электричество, 2000, № 11, с. 54–58.
5. Патент 2141762 (РФ). Мостовой измеритель параметров  $n$ -элементных двухполюсников/Г.И. Передельский. — БИ, 1999, № 32.
6. Патент 2581404 (РФ). Мостовой измеритель параметров  $n$ -элементных двухполюсников/ Г.И. Передельский. — БИ, 2016, № 11.
7. Передельский Г.И. О свойстве многоэлементных двухполюсников трех структур. — Электричество, 2012, № 10, с. 59–65.
8. Захаров И.С., Иванов В.И., Передельский Г.И. Мостовые электрические цепи с расширенными функциональными возможностями. — Электричество, 2009, № 9, с. 26–31.
9. Серебренов А.Н., Степанова Л.Н., Горяинов С.А. и др. Негатроника.— Новосибирск: Наука (Сибирская издательская фирма РАН), 1995, 315 с.

[25.01.2017]

*Автор: Передельский Геннадий Иванович окончил в 1960 г. радиотехнический факультет Томского политехнического института. В 1989 г. защитил докторскую диссертацию в Московском энергетическом институте по теории мостовых цепей с питанием импульсами сложной формы для измерения параметров двухполюсников. Профессор Юго-Западного государственного университета (г. Курск).*

## Multibranch Bridge Electric Circuits

PEREDEL'SKII Gennadii I. (*Southwest State University, Kursk, Russia*) — Professor, Dr. Sci. (Eng.)

*The initial four-arm bridge electric circuit contains two branches. In view of the fact that multiarm (i.e., containing more than four arms) bridges exist in reality, the following tasks are logically stemming from it: either to substantiate multibranch (containing more than two branches) bridge circuits or to show that such bridges cannot exist in principle. The article substantiates the existence of multibranch bridge circuits and points out their specific features. A distinctive feature of such bridges is that instead of one of the branches that contains adjustable balancing elements, there is a group of branches with these elements and elements of links between the branches. Such bridges can only be balanced by means of adjustable elements of the same type: resistors, capacitors, or inductive coils. If the bridge has an impulse power supply, the balancing is done separately, and only by means of grounded adjustable balancing elements. A part of the considered bridge circuits has an extended functionality. The structures of branch groups and the bridge circuits involving the use of these groups have been defined, due to which they are theoretically suitable for determining the parameters of two-poles containing, in principle, any required or specified number of elements.*

**Key words:** *multibranch bridge circuits, impulse power supply, adjustable elements, branches, functional capacities*

### REFERENCES

1. Kol'tsov A.A. *Elektricheskiye skhemy uravnoveshivaniya* (Electric balancing circuits). Moscow, Publ. «Energiya», 1972, 272 p.
2. Kneller V.Yu., Borovskikh L.P. *Opredeleniye parametrov mnogoelementnykh dvukhpolyusnikov* (Definition of parameters of multiple-element two-terminal networks). Moscow, Energoatomizdat, 1986, 144 p.
3. Grinevich F.B., Grokholskii A.L., Sobolevskii K.M., Tsapenko M.P. *Transformatornye izmeritel'nye mosty* (Transformer measuring bridges).
4. Peredel'skii G.I. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2000. No. 11, pp. 54–58.
5. Patent RF No. 2141762. *Mostovoi izmeritel' parametrov n-elementnykh dvukhpolyusnikov* (Bridge parameter meter-elementary two-terminal network)/G.I. Peredel'skii. Bulletin of inventions, 1999, No. 32.
6. Patent RF No. 2581404. *Mostovoi izmeritel' parametrov n-elementnykh dvukhpolyusnikov* (Bridge parameter meter-elementary two-terminal network)/G.I. Peredel'skii. Bulletin of inventions, 2016, No. 11.
7. Peredel'skii G.I. *Elektrichestwo — in Russ. (Electricity)*, 2012, No. 10, pp. 59–65.
8. Zakharov I.S., Ivanov V.I., Peredel'skii G.I. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 2009, No. 9, pp. 26–31.
9. Ser'yeznov A.N., Stepanova L.N., Goryainov S.A. et. al. *Negatronika* (Negatronic). Novosibirsk, Publ. «Nauka» (Siberian publ. firm of the Russian Academy of Sciences), 1995, 315 p.

[25.01.2017]