Электричество, 2017, № 10, с. 35–46 **DOI:10.24160/0013-5380-2017-10-35-46**

Метод доминантных ограничений для ввода напряжений в допустимую область в задаче режимной надежности электроэнергетических систем

ОБОСКАЛОВ В.П.

Для оценки статической режимной надежности ЭЭС рассматривается упрощенная процедура выбора управляющих воздействий с целью ввода режимных параметров в область допустимых значений. Расчетная процедура разбивается на два этапа – расчет установившегося режима (ограничения типа «равенство») и ввод электрического режима в область допустимых значений (ограничения-неравенства). Математическая модель второго этапа основана на анализе напряжений двух узлов – с максимальным и минимальным относительными значениями модулей напряжений. Модель приемлема как для частичного ограничения, так и для увеличения (коррекция избыточно отключенной на промежуточной итерации) нагрузки. Тестовые расчеты подтверждают эффективность предлагаемого математического метода.

К л ю ч е в ы е с л о в а: *электроэнергетические системы, надежность, ввод режима в допустимую область, доминантные ограничения*

Обеспечение надежного функционирования – задача управления электроэнергетической системой (ЭЭС). В зависимости от принятой системы ограничений и допущений интегральную оценку безотказности, как одного из свойств надежности ЭЭС, можно разделить на три вида: структурную, балансовую и режимную надежность. Первым двум типам надёжности уделено относительно большое число исследований [1–9]. Несколько хуже освещены проблемы режимной надёжности (РН), где анализируются послеаварийные электрические режимы и выбираются оптимальные управляющие воздействия (УВ), направленные на максимально возможное обеспечение потребителей электрической энергией [3, 4, 8, 10–14].

В большей степени это объясняется, во-первых, высокой сложностью и большими временн*ы*ми затратами на расчеты предельных и запредельных электрических режимов, характерных для одновременного отключения нескольких элементов ЭЭС, и, во-вторых, мнением, что связанные с отключением двух и более элементов ЭЭС режимы настолько маловероятны, что их анализ лишен практического смысла. Отсюда на первый план выдвигаются критерии «*n*-1», «*n*-2» [4, 15, 16], а анализ режимной надежности сводится к просмотру наиболее значимых аварийных состояний ЭЭС [11, 12, 14, 17].

Ограничение числа одновременно отключенных элементов ЭЭС позволяет более полно учитывать переходные процессы и действия системной автоматики. В результате анализ РН ЭЭС развивается в двух направлениях – статическая и динамическая РН [4, 5, 8, 19]. В первом случае принимается допущение об идеальной системной автоматике и мгновенной адекватной реакции ЭЭС на принимаемые УВ, а во втором – более полно учитывается направленность (в том числе и вероятностная) действий системной автоматики [10, 14, 17] (в некоторой степени второе направление ближе к анализу живучести ЭЭС [21, 22]). Отсюда статическая РН больше направлена на решение задач перспективного развития, в то время как динамическая РН – на решение задач оперативного управления [18].

Крупные системные аварии 70–80 годов XX в. и последних лет показали, что значимыми являются множественные – (более двух) отказы [22, 23]. Поскольку априори не известна максимально значимая глубина отключения элементов ЭЭС, то при расчетах показателей статической РН следует ориентироваться на анализ систем со всеми возможными комбинациями отключенных элементов. При этом существующие методы и алгоритмы анализа РН реальных ЭЭС, как правило, не обеспечивают расчеты по критерию «*n*-*n*». Вероятно, и не нужно, поскольку значимость многократных отказов в результирующих показателях РН резко снижается по мере увеличения числа одновременно отключенных элементов. Отсюда программные средства должны обеспечить возможность проверки этой значимости с исключением избыточных расчетов. Однако в целом необходимо ориентироваться на полный спектр сочетаний отключенных элементов, что пока проблематично из-за большой размерности ЭЭС и ограниченных возможностей вычислительной техники. Не является решением проблем длительности расчетов и применением параллельных расчетных технологий [18]. Это позволяет говорить о необходимости дальнейших исследований в области режимной надежности ЭЭС. В статье объектом исследования являются статическая РН ЭЭС и ее направленность на обеспечение критерия «*n-n*».

В расчётах РН каждое случайное расчетное состояние ЭЭС проверяется на допустимость режима. Режим считается допустимым, когда выполняются законы Ома и Кирхгофа, а также все режимные ограничения, которые условно подразделяются на узловые и линейные (динамические ограничения характерны для динамической РН).

Узловые ограничения – это ограничения, относящиеся к узлам электрической сети. Чаще всего к ним относятся минимальные и максимальные ограничения по модулям напряжений U_i, а также ограничения на пределы изменения активной P_i и реактивной Q_i мощности генерации $P_{\text{ген}i}$ и потребления $P_{\text{н}i}$ (класс управляющих переменных) при возможном дополнительном ограничении – неизменности коэффициента мощности, $\text{tg}\varphi_i = P_{\text{н}i} / Q_{\text{н}i} = \text{const}$.

Линейные ограничения включают ограничения перетоков мощности по связям по условиям термической стойкости и статической устойчивости:

$$\left|I_{ij}\right| \leqslant \left|I_{ij}^{\max}\right|; \ \left|P_{ij}\right| \leqslant \left|P_{ij}^{\max}\right|,$$

где I_{ij}, P_{ij} – ток и мощность (со стороны начального узла), протекающие по связи, соединяющей узлы i и j, соответственно.

Постановка задачи оценки режимной надежности ЭЭС. К числу основных показателей режимной надежности (ПРН) относятся вероятность q_Σ и параметр потока ω_Σ ограничений мощности электропотребления, связанных с необходимостью поддержания электрического режима в пределах области допустимых значений (ОДЗ); математические ожидания недоотпуска электроэнергии $M(\Delta Э)$ и сопутствующего ущерба $M(\Delta У)$ (затраты на компенсацию ущерба потребителям [19] от ограничения электропотребления на значение $\Delta Э$).

Исходными данными, как правило, служат справочные или уточненные для рассматриваемого объекта паспортные характеристики, а также данные о повреждаемости элементов электрической сети. К числу последних, как правило, относятся параметр потока отказов ω и математическое ожидание длительности восстановления τ, позволяющие определить вероятность состояния отказа элемента $q=\omega\tau$. При оценке статической РН отказы элементов считаются независимыми событиями.

В силу малой вероятности событий, связанных с аварийным отключением элементов ЭЭС

$$q_\Sigma = \sum_{A_i \in S} q_i; \ \omega_\Sigma = \sum_{A_i \in S} \omega_i; \ M(\Delta Э) = \sum_{A_i \in S} q_i \Delta P_i \tau_i;$$

$$M(\Delta У) = \sum_{A_i \in S} q_i \Delta У_i,$$

где q_i – вероятность появления события; S – множество тех состояний системы, где УВ связаны с ограничением ΔP_i электропотребления на время восстановления системы τ_i; $\Delta У_i$ – соответствующие затраты на компенсацию ущерба потребителям при появлении события A_i.

В свою очередь, ПН составного события A_i (одновременный отказ нескольких элементов) определяются по формулам пересечения независимых событий: $q_i = \prod_{j \in A_i} q_j$; $\mu_i = \sum_{j \in A_i} \mu_j$; $\tau_i = 1/\mu_i$, где $\mu_j = 1/\tau_j$ – интенсивность восстановления элемента j.

Отсюда для определения результирующих показателей надежности требуется определить все управляющие воздействия, связанные с вводом электрических режимов в допустимую область.

Ввод режима в допустимую область в задаче РН. Одной из основных проблем, возникающих при оценке статической РН, является идентификация отказа, связанного с отклонением режимных параметров от предельно допустимых. Далее возникает необходимость определения УВ в условиях утяжеленных и несуществующих режимов при одновременном отключении нескольких элементов ЭЭС. Определение оптимального пути ввода режима в допустимую область (ВРДО) – сложный вопрос, непосредственно связанный с определением области предельных режимов [25, 26]. В свою очередь, идентификация предельных режимов и определение оптимальной траектории движения в область существования режима – самостоятельная математическая задача, требующая существенных временных затрат. Ее включение в расчетный процесс РН вызывает затруднение, поскольку число анализируемых состояний ЭЭС чрезвычайно велико, а время, отводимое для анализа одного случайного состояния, должно исчисляться долями секунды.

Наличие потерь и сложная функциональная зависимость от мощности напряжений в узлах делает задачу выбора УВ нелинейной. Оптимальность УВ, как правило, связана с затратами на их реализацию. Отсюда для анализа РН в большей степени подходят методы нелинейного программирования.

В классической постановке задача расчета выбора УВ может быть представлена в виде оптимизационной модели:

$$\min F(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{u}); \tag{1}$$

$$g(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{u})=0; \tag{2}$$

$$h(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{u})\leqslant 0, \tag{3}$$

где $F(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{u})$ – целевая функция (ЦФ), например, суммарный ущерб от недоотпуска электроэнергии; $\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{u}$ – векторы зависимых, независимых и управляющих переменных соответственно.

В качестве зависимых переменных принимаются модули и углы напряжений, модули токов и потоков активной мощности по связям, $\mathbf{x}=\{U_i,\delta_i,|I_s|,|P_s|\}$; независимые переменные – активные и реактивные мощности узлов, $\mathbf{y}=\{P,Q\}$; управляющие переменные – изменения мощностей генерации и нагрузки в узлах $\mathbf{u}=\{\Delta P,\Delta Q\}$.

Ограничения в форме равенства (2) представляют записанные в той или иной форме уравнения узловых напряжений (УУН) [29]. Неравенства (3) определяют узловые и линейные режимные ограничения. К их числу относятся, в основном, ограничения на модули напряжений, токи и потоки мощности по связям, а также простые ограничения на изменения мощностей нагрузки и генерации в узлах электрической сети.

В результате решения задачи (1)–(3) вычисляются оптимальные УВ $\mathbf{u}_{\text{опт}}=\{\Delta P_i,\Delta Q_i\}$ и вектор режимных параметров **x,** удовлетворяющие системе ограничений (2), (3). Ненулевые УВ используются при определении результирующих ПН.

Практика расчетов реальных электрических сетей по математической модели (1)–(3) показывает, что использование стандартных сольверов нелинейного программирования (например «fmincon» в MatLab) требует неприемлемо больших для задачи РН ЭЭС временных затрат, нелинейно зависящих от размерности вектора варьируемых переменных $\mathbf{z}=\{\mathbf{x},\mathbf{u}\}$, что характерно для ЭЭС большой размерности.

Для применения существенно сокращающего суммарную длительность расчетов квадратичного программирования необходимо, чтобы ЦФ имела вид квадратичной, а ограничения – линейной формы. При этом задача (1)–(3) записывается в виде:

$$\min_z\left\{F(\mathbf{z})=\frac{1}{2}\mathbf{z}^t\mathbf{H}\mathbf{z}+\mathbf{v}^t\mathbf{z}\right\}; \tag{4}$$

$$\mathbf{Az}=\mathbf{B};\ \ \mathbf{Cz}\leqslant\mathbf{D}, \tag{5}$$

где **H**, **v**, – параметры квадратичной формы; матрицы **A, C** и векторы **B, D** в процессе итерационных расчетов определяются через линеаризацию ограничений (2), (3) в точке $\mathbf{z}^{(k)}=\{\mathbf{x}^{(k)},\mathbf{u}^{(k)}\}$ относительно переменных $\{\mathbf{x},\mathbf{u}\}$;

$$g(\mathbf{z},\mathbf{y})=g(\mathbf{z}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)})+\frac{\partial g(\mathbf{z}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)})}{\partial z}\Delta\mathbf{z}^{(k)}=0; \tag{6}$$

$$h(\mathbf{z},\mathbf{y})=h(\mathbf{z}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)})+\frac{\partial h(\mathbf{z}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)})}{\partial z}\Delta\mathbf{z}^{(k)}\leqslant 0, \tag{7}$$

где $\Delta\mathbf{z}^{(k)}=\mathbf{z}-\mathbf{z}^{(k)}$.

Отсюда ограничения (5) могут быть представлены матрицами:

$$\left.\begin{aligned}&\mathbf{A}=\left[\frac{\partial g(\mathbf{z}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)})}{\partial z}\right];\ \ \mathbf{B}=-g(\mathbf{z}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)});\\&\mathbf{C}=\left[\frac{\partial h(\mathbf{z}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)})}{\partial z}\right];\ \ \mathbf{D}=-h(\mathbf{z}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)}).\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Одним из подходов ускорения расчетов является декомпозиция задачи ВРДО с разделением расчетной процедуры на два относительно независимых этапа: решения системы нелинейных уравнений установившегося режима (УУР) и выбора оптимальных управляющих воздействий [27, 28]. В свою очередь, второй этап может представлять последовательную совокупность независимых расчетных процедур.

Декомпозиция задачи на два этапа требует организации итерационного процесса последовательного уточнения решения. На каждой итерации k решения оптимизационной задачи (1) для фиксированного текущего вектора УВ $(\mathbf{u}^{(k)},\mathbf{u}^{(0)}=0)$ выполняется расчет УУР $(g(\mathbf{x}^{(k+1)},\mathbf{y}^{(k)})=0)$. Полученные значения режимных параметров $\mathbf{x}^{(k+1)}$ могут не удовлетворять ограничениям (3). Для приведения вектора **x** в допустимую область $(h(\mathbf{x}^{(k+1)},\mathbf{y}^{(k+1)})\leqslant 0)$ требуются УВ $\mathbf{u}^{(k+1)},\mathbf{y}^{(k+1)}=\mathbf{y}^{(k)}+\mathbf{u}^{(k+1)}$. Итерационный процесс коррекции $\mathbf{x}^{(k+1)}$ заканчивается при сходимости итерационного процесса расчета вектора **x** и обеспечения принадлежности его ОДЗ.

Расчетный процесс эквивалентен процедуре Зейделя–Гаусса, где поочередно варьируются группы переменных. Ускорение расчетов ожидается за счет сокращения размерности вектора варьируемых переменных– на первом этапе варьируется только вектор **x**, а на втором – только вектор **u**. При этом для относительно большого числа связанных с отключением элементов электрической схемы расчетных состояний ЭЭС второй этап может не потребоваться, если все режимные параметры (РП) будут принадлежать области допустимых режимов.

Предлагаемая декомпозиция расчетной процедуры обоснована физически – УВ принимаются или не принимаются в зависимости от того, какими будут напряжения в узлах и токи в связях электрической сети.

Декомпозиция дополнительно позволяет либо упростить ЦФ – на каждом этапе рассматривается только та составляющая ЦФ, которая зависит от варьируемых переменных, либо полностью изменить математическую модель. В частности, на первом этапе задача может сводиться к решению систем нелинейных уравнений $g(\mathbf{x,y})$ с возможностью применения достаточно большого числа существующих программных комплексов (RastrWin3 [30], MathPower [32] и др.), а на втором – ЦФ может быть представлена в виде линейной или квадратичной формы, приводящих рассматриваемую задачу выбора УВ к линейному или квадратичному программированию.

В частности, если в качестве УВ рассматриваются представляющие основной интерес в задаче РН активные и реактивные составляющие мощности нагрузки, $\mathbf{u}=\{\Delta P,\Delta Q\}$, то в качестве ЦФ, как правило, принимаются суммарные затраты на компенсацию ущерба от недоотпуска электроэнергии потребителям:

$$F(\Delta P)=\sum У_i=\sum y_i(\Delta P_i)\Delta P_i, \qquad (9)$$

где $y_i(\Delta P_i)$ – удельный ущерб потребителя i при ограничении электропотребления на значение ΔP_i.

При линейности характеристики удельного ущерба $y_i(\Delta P_i)=\beta_i+\alpha_i(\Delta P_i\,/\,P_{\text{н}i})$ целевая функция принимает вид

$$F(\Delta P)=\sum_{i\in L}\left(\beta_i+\alpha_i\frac{\Delta P_i}{P_{\text{н}i}}\right)\Delta P_i=\Delta\mathbf{P}^{\text{T}}\mathbf{H}\Delta P+\beta^{\text{T}}\Delta\mathbf{P}, \qquad (10)$$

где $\mathbf{H}=\text{diag}(\alpha_i(/P_{\text{н}i})$ – диагональная матрица.

В практике расчетов показателей РН часто используется допущение о неизменности удельного ущерба ($\alpha_i=0$), что делает целевую функцию линейной $F(\Delta\mathbf{P})=\beta^{\text{T}}\Delta\mathbf{P}$, а в качестве основного математического инструментария могут быть использованы более эффективные (по длительности расчетов) сольверы линейного программирования.

Ранее было отмечено, что множество управляющих переменных представляет достаточно широкий спектр режимных параметров, которые условно можно разделить на три класса, реализуемых в порядке представленной иерархии:

1) условно не связанные с какими-либо затратами (изменение коэффициентов трансформации, включение или отключение реакторов или батарей статических конденсаторов, коммутационные переключения в электрической сети и др.);

2) перераспределение генерирующей мощности, что может стать результатом решения дополнительной задачи дооптимизации распределения нагрузки между параллельно работающими агрегатами с затратами, связанными с переходом на новый режим;

3) частичное или полное отключение нагрузки с относительно большими затратами на компенсацию ущерба от недоотпуска электроэнергии.

Представленные виды УВ реализуются алгоритмами с отличающимися ЦФ. В частности, регулирование коэффициента трансформации понижающего трансформатора выполняется автоматизированно при недопустимом отклонении напряжения на вторичной обмотке трансформатора, а решение задач второго класса УВ может быть реализовано с применением достаточно эффективных специализированных программных комплексов («Линкор» [31], «MathPower» [32] и др.). Третий класс УВ может быть сведен ко второму, однако большое число дополнительных переменных (варьируемая нагрузка) вызывает резкое увеличение длительности расчетов. Отсюда этот класс УВ требует индивидуального программного обеспечения.

Расчет установившегося режима. Специфика расчета установившегося режима в задаче РН заключается в том, что он выполняется совместно с выбором УВ, в качестве которых рассматриваются изменения мощностей генерации и нагрузки. Отсюда превалирующей формой представления является запись уравнений узловых напряжений в форме баланса мощности [29].

УУН с комплексными переменными в форме баланса мощности с УВ ΔS имеет вид, определяющий вектор зависимых переменных через вектор управляющих переменных:

$$\text{diag}(\mathbf{U}^*)\mathbf{YU}=\mathbf{S}^*+\Delta\mathbf{S}^*, \qquad (11)$$

где $\mathbf{Y}=\mathbf{G}+j\mathbf{B}$ – отражающая топологию и свойства электрической сети матрица узловых проводимостей; $\mathbf{U}=\mathbf{U}e^{j\delta}$ – вектор напряжений в узлах; $\mathbf{U}^*$ – его сопряженное значение; $\text{diag}(\mathbf{U}^*)$ – диагональная матрица с элементами $\{U_i^*\}$; $\mathbf{S}=\mathbf{P}+j\mathbf{Q}$ – вектор исходных инъекций – мощностей нагрузок и генераций в узлах (вектор УВ); $\Delta\mathbf{S}=\Delta\mathbf{P}+j\Delta\mathbf{Q}$ – то же дополнительных инъекций.

Наличие в правой части вектора $\Delta\mathbf{S}$ позволяет отдать предпочтение расчетным процедурам, основанным на методе Ньютона–Рафсона. Известно, что достаточно эффективным в вычислительном отношении подходом является представление УУН в вещественной форме. Это дает возможность использовать методы, основанные на аппроксимации нелинейных УУН с применением производных, что затруднительно в поле комплексных чисел [29]. В вещественной форме УУН имеют вид:

$$\begin{aligned}&\varphi(\mathbf{V},\delta)=\mathrm{Re}(\mathrm{diag}(\mathbf{U}^*)\mathbf{YU})=\mathbf{P}+\Delta\mathbf{P};\\&\psi(\mathbf{V},\delta)=\mathrm{Im}(\mathrm{diag}(\mathbf{U}^*)\mathbf{YU})=-\mathbf{Q}+\Delta\mathbf{Q}.\end{aligned} \quad (12)$$

Линеаризация функций $\varphi(\mathbf{V},\delta)$, $\psi(\mathbf{V},\delta)$ в точке, соответствующей нулевым УВ, приводит систему уравнений (12) к виду:

$$\mathbf{J}\begin{pmatrix}\Delta\delta\\ \Delta\mathbf{V}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\Delta\mathbf{P}\\ -\Delta\mathbf{Q}\end{pmatrix}. \quad (13)$$

Матрица $\mathbf{J}$ является матрицей Якоби для УУН:

$$\mathbf{J}=\begin{pmatrix}\mathbf{J}_{P\delta} & \mathbf{J}_{PV}\\ \mathbf{J}_{Q\delta} & \mathbf{J}_{QV}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{\partial\varphi}{\partial\delta} & \dfrac{\partial\varphi}{\partial V}\\ \dfrac{\partial\psi}{\partial\delta} & \dfrac{\partial\psi}{\partial V}\end{pmatrix}. \quad (14)$$

Из-за слабой функциональной зависимости между активными мощностями и модулями напряжений, а также между реактивными мощностями и углами напряжений вполне уместным являются допущения $\partial\varphi/\partial V\approx 0$, $\partial\psi/\partial\delta\approx 0$ В этом случае система уравнений (13), связывающая зависимые $\mathbf{x}=\{V_i,\delta_i\}$ и управляющие $\mathbf{u}=\{\Delta P_i,\Delta Q_i\}$ переменные, имеет вид:

$$\begin{aligned}&\mathbf{J}_{P\delta}\Delta\delta=\Delta\mathbf{P};\\&\mathbf{J}_{QV}\Delta\mathbf{V}=-\Delta\mathbf{Q}.\end{aligned} \quad (15)$$

Ограничения-неравенства. В итерационном цикле «*расчет УР – выбор УВ*» УВ принимаются с целью выполнения ограничений-неравенств, которые могут оказаться нарушенными при новом векторе $\mathbf{x}^{(k+1)}=\mathbf{x}(\mathbf{y}^{(k)})$, соответствующем на этапе «*расчет УР*» системе ограничений типа «равенство»:

$$h(\mathbf{x}^{(k+1)},\mathbf{y}^{(k)},\mathbf{u})=h(\mathbf{x}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)},\mathbf{u})+$$
$$+\Delta h(\mathbf{x}^{(k+1)},\mathbf{y}^{(k)},\mathbf{u})>0.$$

Отсюда УВ могут быть направлены не столько на выполнение условий (3), сколько на компенсацию величины нарушенных ограничений

$$\Delta h(\mathbf{x}^{(k+1)},\mathbf{y}^{(k)},\mathbf{u})\leqslant 0.$$

При этом новый вектор независимых переменных изменяется на значение УВ:

$$\mathbf{y}^{(k+1)}=\mathbf{y}^{(k)}+\mathbf{u}.$$

Основная функция УВ – ввести параметры, формирующие вектор зависимых переменных $\mathbf{x}=\{\mathbf{V},\delta\}$ в область допустимых значений, т.е. получить неравенство

$$h(\mathbf{x}^{(k+1)}+\Delta\mathbf{x}(\mathbf{u}^{(k+1)},\mathbf{y}^{(k+1)})\leqslant 0.$$

Если в качестве зависимых переменных рассматриваются модули и фазовые углы напряжений, то УВ $\mathbf{u}=\{\Delta P_i,\Delta Q_i\}$ согласно (15) вызывают изменения $\Delta\delta(\mathbf{u})$; $\Delta\mathbf{V}(\mathbf{u})$. Отсюда при линейной аппроксимации $h(\mathbf{x},\mathbf{y})$ в точке $(\mathbf{x}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)})$

$$h(\mathbf{x},\mathbf{y})=h(\mathbf{x}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)})+\frac{\partial h}{\partial\delta}\Delta\delta+\frac{\partial h}{\partial V}\Delta V+$$
$$+\frac{\partial h}{\partial P}\Delta P+\frac{\partial h}{\partial Q}\Delta Q\leqslant 0.$$

Подставляя полученные из уравнений (15) приращения $\Delta\delta(\Delta P)$, $\Delta V(\Delta Q)$ в данное неравенство, получаем

$$\left(\frac{\partial h}{\partial\delta}\mathbf{J}_{P\delta}^{-1}+\frac{\partial h}{\partial P}\right)\Delta\mathbf{P}+\left(\frac{\partial h}{\partial Q}-\frac{\partial h}{\partial V}\mathbf{J}_{QV}^{-1}\right)\Delta\mathbf{Q}\leqslant -h(\mathbf{x}^{(k)},\mathbf{y}^{(k)}). \quad (16)$$

При определенных допущениях представленное выражение аддитивно по параметрам – часть ограничений определяется приращением модулей напряжений (первоначально $\Delta\mathbf{Q}$), а часть – приращением углов (перетоки активной мощности по связям, а следовательно, $\Delta\mathbf{P}$).

Ограничения на модули напряжений, как правило, являются значимыми для всех трех упомянутых выше классов УВ.

П е р в ы й к л а с с УВ. Такие УВ, как изменение коэффициентов трансформации или параметров элементов электрической сети, приводят к пересчету матрицы проводимостей и в общем виде определяются методами комбинаторной математики. Однако учет реальных физических свойств электрической сети, как правило, позволяет построить иерархию УВ и получить решение методом последовательного ввода УВ. Действительно, коэффициенты трансформации целесообразно менять в порядке от центров питания к узлам нагрузки. Это позволяет, во-первых, ограничить число трансформаторов, где проводится регулирование их коэффициентов трансформации и, во-вторых, исключить колебательный характер процесса подбора параметров.

В т о р о й к л а с с УВ. В этом случае целесообразно использование специализированных ПК (оптимальное потокораспределение). Ограничение по напряжению здесь является одним из множества ограничений, формирующих ОДЗ.

Т р е т и й к л а с с УВ характеризуется ограничением электропотребления. Это связано не только со снижением активной мощности, но и пропорциональным снижением реактивной мощности. Поэтому в качестве УВ здесь следует рассматривать изменение не столько активной $\{\Delta P_i\}$, сколько реактивной $\Delta Q_i = \Delta P_i \operatorname{tg}(\varphi_i)$ мощности. При этом, как правило, принимается допущение о неизменности коэффициента мощности $\{\operatorname{tg}(\varphi_i) = Q_{\text{н}i} / P_{\text{н}i} = \text{const}\}$. Представляющая затраты на компенсацию ущерба от недоотпуска электроэнергии потребителям ЦФ может быть представлена в квадратичном виде, выраженном через УВ $\{\Delta Q_i\}$, которые при регулировании напряжения являются основными:

$$F(\Delta\mathbf{Q}) = \frac{1}{2}\sum_{i\in L}\gamma_i \Delta Q_i^2 + \sum_{i\in L}\varsigma_i \Delta Q_i\ , \tag{17}$$

где $\gamma_i = \alpha_i \operatorname{ctg}\varphi_i / Q_{\text{н}i}$; $\varsigma_i = \beta_i \operatorname{ctg}\varphi_i$.

Ограничение по модулю напряжений представляется в упрощенном виде:

$$\mathbf{V}_{\min} \leqslant \mathbf{V}^{(k+1)} + \Delta\mathbf{V}(\Delta\mathbf{Q}) \leqslant \mathbf{V}_{\max}.$$

При упрощенном подходе соотношение (15) позволяет представить данные неравенства в явном виде через ΔQ:

$$\mathbf{V}^{(k+1)} - \mathbf{V}_{\max} \leqslant \mathbf{J}_{QV}^{-1}\Delta\mathbf{Q}^{(k+1)} \leqslant \mathbf{V}^{(k+1)} - \mathbf{V}_{\min}. \tag{18}$$

Решение оптимизационной задачи (17) совместно с ограничением (18) позволяет определить оптимальное УВ по вводу напряжений в область допустимых значений. Линейная форма (18) позволяет использовать для этой цели сольверы квадратичного (при квадратичной форме ЦФ) или линейного (при линейной форме ЦФ) программирования.

Второй этап (выбор УВ) основан на оценке изменений режимных параметров $\mathbf{x} = \{\mathbf{V}, \delta\}$ при варьировании УВ $\{\Delta\mathbf{P}, \Delta\mathbf{Q}\}$. Для выявления взаимосвязи зависимых $(\mathbf{x})$ и управляющих $(\mathbf{u})$ переменных может быть использована линейная аппроксимация (6) уравнений узловых напряжений, определяющих ограничения типа «равенство». При этом в точке решения справедливо соотношение

$$\left(\frac{\partial g(x,y,u)}{\partial x}\right)\Delta x + \left(\frac{\partial g(x,y,u)}{\partial u}\right)\Delta u = 0, \tag{19}$$

которое определяет функциональную связь $\Delta x(\Delta u)$:

$$\Delta x(\Delta u) = -\left(\frac{\partial g(x,y,u)}{\partial x}\right)^{-1}\left(\frac{\partial g(x,y,u)}{\partial u}\right)\Delta u.$$

При выборе оптимальных УВ внутри итерационной процедуры (микродекомпозиция), когда уже определено значение вектора $\mathbf{x}^{(k)}$, это позволяет использовать оптимизационную модель:

$$\begin{aligned} &\min\nolimits_u f(\mathbf{x}^{(k)}, \mathbf{y}^{(k)}, \mathbf{u}); \\ &h(\mathbf{x}(\mathbf{u}), \mathbf{y}, \mathbf{u}) \leqslant 0, \end{aligned} \tag{20}$$

в результате которой определяется оптимизирующий ЦФ вектор $\mathbf{u}$, а следовательно, и новый вектор независимых переменных $\mathbf{y}^{(k+1)} = \mathbf{y}^{(k)} + \mathbf{u}$.

Метод доминантных ограничений. В ограничениях фигурируют матрицы $(\partial\psi / \partial V)^{-1}$, $(\partial\varphi / \partial\delta)^{-1}$, обратные от диагональных блочных подматриц матрицы Якоби. Если сама матрица Якоби является разреженной и при работе с ней можно применять математический аппарат разреженных матриц, то обратные матрицы являются полностью заполненными, что требует большого объема памяти ЭВМ и оперирование с ними резко увеличивает длительность расчетов. Предлагаемый ниже метод учета активных (доминантных) ограничений позволяет избежать необходимости работы с полными матрицами большой размерности.

Принимаемые для приведения отдельных параметров в область допустимых значений УВ, как правило, приемлемы и для других параметров. В частности, увеличение реактивной генерации, направленное на увеличение недопустимо низкого напряжения в некотором узле нагрузки, приводит к тому, что и в других узлах напряжение также увеличивается. Отсюда приведение минимально низкого напряжения в область допустимых с большой степенью вероятности будет достаточным и для остальных узлов ЭЭС с недопустимо низким напряжением. Аналогично УВ, принимаемые для снижения максимально высокого напряжения, приводят к снижению напряжения во всех остальных узлах. В результате, если ограничения имеют однотипный характер (напряжения всех узлов электрической сети имеют относительно низкий уровень), то более эффективной может стать процедура учета одного ограничения, в общем случае повторенная несколько раз (если одного шага недостаточно).

В то же время реально могут наблюдаться альтернативные нарушения режимных ограничений: в ЭЭС имеются узлы как с недопустимо низким, так и недопустимо высоким уровнями напряжений. В этом случае УВ, принимаемые для учета одного ограничения, могут стать не приемлемыми для другого. Решением задачи в данном случае может стать процедура (условно называемая как метод активного диполя) выбора УВ для обеспечения двух (максимально) альтернативных ограничений, например, введение в область допустимых минимально низкого и максимально высокого напряжений.

Ограничение числа одновременно учитываемых ограничений может открыть возможность использования более эффективных расчетных процедур, например, метода Лагранжа. Классы ограничений (напряжений в узлах, токов и мощностей в связях) также имеют свою иерархию учета – приведение напряжений к допустимым уровням приводит к снижению диапазона варьирования напряжений, а следовательно, и к снижению разницы модулей напряжений смежных узлов связи и, в конечном итоге, к снижению тока по связи. Направленные на снижение недопустимо больших токов УВ приводят и к снижению потоков мощности по связям. В результате УВ, направленные на ввод напряжений в область допустимых значений, должны предшествовать УВ по токам, а УВ по мощностям должны рассматриваться в последнюю очередь.

Основная идея декомпозиции процедуры выбора УВ заключается в сокращении размерности и структурировании вектора варьируемых параметров и связанном с этим упрощением ЦФ, что дает возможность использовать более быстрые сольверы.

Ввод напряжений в область допустимых значений. В качестве превалирующих УВ для ввода напряжений в область допустимых значений, как правило, рассматриваются изменения реактивной мощности узлов электрической схемы. Изменения активной мощности пусть в меньшей степени, но также влияют на распределение модулей напряжений. Отсюда процедура оптимального распределения нагрузки между параллельно работающими генераторами (второй класс УВ) должна предшествовать отключению нагрузки. И только в том случае, когда резервов генерирующей мощности окажется недостаточно, управляющими воздействиями должны стать изменения активной мощности нагрузки (отключение части электроприемников, третий класс УВ). Здесь происходит снижение потребления как активной, так и реактивной мощности нагрузки (пропорциональное снижение). При этом реактивная мощность является превалирующей, но ЦФ определяется, в основном, изменением активной мощности (затраты на компенсацию ущерба от недоотпуска электроэнергии потребителям).

Модель двух активных ограничений (активный диполь). Ранее было отмечено, что УВ, связанные с ограничением потребления реактивной мощности и направленные на повышение напряжения одного узла, как правило, приводят к увеличению напряжений других узлов. Однако увеличение напряжений может стать недопустимым для узлов с повышенным напряжением. Отсюда задача ввода напряжений в область допустимых значений может быть представлена как процедура последовательных УВ по критерию напряжений двух узлов.

На текущей итерации наблюдаются два узла: α – с максимальным (относительно максимально допустимого для рассматриваемого узла) и β – с минимальным (относительно минимально допустимого) напряжениями. Необходимо определить УВ $\{\Delta Q_i\,\forall i\}$, обеспечивающих выполнение неравенств:

$$\begin{aligned} V_\alpha + \Delta V_\alpha &\leqslant V_{\alpha\,\max}; \\ V_\beta + \Delta V_\beta &\leqslant V_{\beta\max}; \end{aligned} \tag{21}$$

$$\Delta Q_{i\,\min} \leqslant \Delta Q_i \leqslant \Delta Q_{i\,\max}. \tag{22}$$

Изменения напряжений ΔV_α, ΔV_β определяются УВ (22) и функционально могут быть получены из выражения (15):

$$\begin{aligned} \Delta V_\alpha &= \sum_{\forall i} Z_{\alpha i}\,\Delta Q_i = \mathbf{Z}^t_\alpha \Delta\mathbf{Q}; \\ \Delta V_\beta &= \sum_{\forall i} Z_{\beta i}\,\Delta Q_i = \mathbf{Z}^t_\beta \Delta\mathbf{Q}, \end{aligned} \tag{23}$$

где $\mathbf{Z}'_\alpha$, $\mathbf{Z}'_\beta$ – α и β строки матрицы $\mathbf{Z}=\mathbf{J}^{-1}_{QV}$, обратной соответствующему блоку матрицы Якоби (14). Для получения этих строк не нужно получать всю матрицу $\mathbf{Z}$, после чего выделять требуемые строки. Данные строки могут быть получены решением системы уравнений со слабо заполненной матрицей коэффициентов $\mathbf{J}_{QV}$:

$$\mathbf{J}^{\mathrm{T}}_{QV}\mathbf{Z}_\alpha = e_\alpha;\ \mathbf{J}^{\mathrm{T}}_{QV}\mathbf{Z}_\beta = e_\beta,$$

где e_α, e_β – векторы-столбцы из нулей с единственной единицей в строке соответственно α или β.

В результате система неравенств (21) преобразуется к виду двух неравенств:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Z}^t_\alpha \\ \mathbf{Z}^t_\beta \end{pmatrix} \Delta\mathbf{Q} \leqslant \begin{pmatrix} V_{\alpha\max} - V_\alpha \\ V_{\beta\min} - V_\beta \end{pmatrix}. \tag{24}$$

Данная система неравенств имеет множественное решение, поскольку она избыточна по числу управляющих переменных. Для получения единственности решения предлагается привести задачу отыскания УВ к оптимизационному виду (1)–(3). В рассматриваемой задаче ЦФ имеет вид квадратичной формы (4). В случае активных ограничений условия (24) преобразуются в равенства.

Для изменения напряжений в узлах ЭЭС в качестве управляющих переменных принимаются изменения реактивной мощности нагрузки ΔQ (генерация учитывается автоматизированно в модулях расчета установившихся режимов). Сопутствующее этому изменение активной мощности нагрузки

$$\Delta P_i = \Delta Q_i \operatorname{ctg}(\varphi_i) = \Delta Q_i P^{\mathrm{н}}_i / Q^{\mathrm{н}}_i,\ i \in L.$$

При этом связанные с УВ ($\mathbf{u}=\Delta\mathbf{Q}$) затраты могут быть представлены в квадратичном виде (17). В матричной записи, приемлемой для сольвера квадратичного программирования, ЦФ (17) имеет вид

$$F=\min\left(\frac{1}{2}\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{H}\mathbf{u}+\zeta^{\mathrm{T}}\mathbf{u}\right), \tag{25}$$

где $\mathbf{H}=\mathrm{diag}(\gamma_i)$.

Ограничения типа «равенство» заключаются в том, что вводимые УВ должны быть такими, чтобы вывести напряжения всех узлов в допустимые пределы. В частности, в модели двух активных узлов

$$\begin{aligned}\Delta V_\alpha&=V_{\alpha\max}-V_\alpha;\\ \Delta V_\beta&=V_{\beta\min}-V_\beta.\end{aligned} \tag{26}$$

Связь данных ограничений с УВ может быть представлена уравнением

$$\begin{bmatrix}\mathbf{Z}^t_\alpha\\ \mathbf{Z}^t_\beta\end{bmatrix}\mathbf{u}=-\begin{pmatrix}\Delta V_\alpha\\ \Delta V_\beta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}V_\alpha-V_{\alpha\max}\\ V_\beta-V_{\beta\min}\end{pmatrix}, \tag{27}$$

где $\mathbf{Z}^t_\alpha$, $\mathbf{Z}^t_\beta$ – соответственно α и β строки обратной матрицы Якоби $\mathbf{Z}=\mathbf{J}^{-1}_{QV}$.

Функция Лагранжа для ЦФ при ограничениях (27):

$$L=\frac{1}{2}\sum_{i\in L}\gamma_i u_i^2+\sum_{i\in L}\zeta_i u_i-\lambda_\alpha\left(\sum_{i\in L}Z_{\alpha i}u_i+\Delta V_\alpha\right)-$$

$$-\lambda_\beta\left(\sum_{i\in L}Z_{\beta i}u_i+\Delta V_\beta\right). \tag{28}$$

Условия оптимальности имеют вид:

$$\frac{\partial L}{\partial u_i}=\begin{cases}\gamma_i u_i+\zeta_i-\lambda_\alpha Z_{\alpha i}-\lambda_\beta Z_{\beta i}=0, & i\in L;\\ -\lambda_\alpha Z_{\alpha i}-\lambda_\beta Z_{\beta i}=0, & i\in G;\end{cases}$$

$$-\frac{\partial L}{\partial\lambda_\alpha}=\sum_{\forall i}Z_{\alpha i}u_i+\Delta V_\alpha=0;$$

$$-\frac{\partial L}{\partial\lambda_\beta}=\sum_{\forall i}Z_{\beta i}u_i+\Delta V_\beta=0.$$

В матричном представлении эти уравнения имеют вид:

$$\mathbf{H}\mathbf{u}+\zeta-\lambda_\alpha\mathbf{Z}_\alpha-\lambda_\beta\mathbf{Z}_\beta=0;$$

$$\mathbf{Z}^{\mathrm{T}}_\alpha\mathbf{u}=-\Delta V_\alpha=V_\alpha-V_{\alpha\max};$$

$$\mathbf{Z}^{\mathrm{T}}_\beta\mathbf{u}=-\Delta V_\beta=V_\beta-V_{\beta\min}.$$

Из первого уравнения

$$\mathbf{u}=\mathbf{H}^{-1}(\lambda_\alpha\mathbf{Z}_\alpha+\lambda_\beta\mathbf{Z}_\beta-\zeta). \tag{29}$$

Подставляя это выражение во второе и третье уравнения, получаем соотношения для определения множителей Лагранжа:

$$(\mathbf{Z}^t_\alpha\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\alpha)\lambda_\alpha+(\mathbf{Z}^t_\alpha\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\beta)\lambda_\beta=\Delta V_\alpha+\mathbf{Z}^t_\alpha\mathbf{H}^{-1}\zeta;$$

$$(\mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\alpha)\lambda_\alpha+(\mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\beta)\lambda_\beta=\Delta V_\beta+\mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{H}^{-1}\zeta.$$

Отсюда множители Лагранжа

$$\begin{pmatrix}\lambda_\alpha\\ \lambda_\beta\end{pmatrix}=C^{-1}\left[\begin{pmatrix}\Delta V_\alpha\\ \Delta V_\beta\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{Z}^t_\alpha\\ \mathbf{Z}^t_\beta\end{pmatrix}\mathbf{H}^{-1}\zeta\right], \tag{30}$$

где

$$C=\begin{pmatrix}\mathbf{Z}^t_\alpha\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\alpha & \mathbf{Z}^t_\alpha\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\beta\\ \mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\alpha & \mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{Z}^t_\alpha\\ \mathbf{Z}^t_\beta\end{pmatrix}\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{Z}_\alpha\mathbf{Z}_\beta).$$

Подстановка решения (30) в (29) позволяет получить искомое УВ. Следует заметить, что $\mathbf{H}^{-1}=\mathrm{diag}(1/\gamma_i)$ не требует процедуры обращения матрицы.

Рассмотрим частный случай, когда вес нагрузок и генерации одинаковы, а квадратичная форма не содержит линейной составляющей, $\mathbf{H}=\mathbf{E}$, $\zeta=0$. Здесь

$$C=\begin{pmatrix}\mathbf{Z}^t_\alpha\\ \mathbf{Z}^t_\beta\end{pmatrix}\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{Z}_\alpha\mathbf{Z}_\beta)=\begin{pmatrix}\langle\mathbf{Z}_\alpha,\mathbf{Z}_\alpha\rangle & \langle\mathbf{Z}_\alpha,\mathbf{Z}_\beta\rangle\\ \langle\mathbf{Z}_\alpha,\mathbf{Z}_\beta\rangle & \langle\mathbf{Z}_\beta,\mathbf{Z}_\beta\rangle\end{pmatrix}, \tag{31}$$

где $\langle\mathbf{x},\mathbf{y}\rangle$ – скалярное произведение векторов $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$.

В рассматриваемом частном случае множители Лагранжа

$$\begin{pmatrix}\lambda_\alpha\\ \lambda_\beta\end{pmatrix}=C^{-1}\begin{pmatrix}\Delta V_\alpha\\ \Delta V_\beta\end{pmatrix}.$$

Вектор УВ

$$\mathbf{u}=\lambda_\alpha\mathbf{Z}_\alpha-\lambda_\beta\mathbf{Z}_\beta=(\mathbf{Z}_\alpha\mathbf{Z}_\beta)\begin{pmatrix}\lambda_\alpha\\ \lambda_\beta\end{pmatrix}=(\mathbf{Z}_\alpha\mathbf{Z}_\beta)\mathbf{C}^{-1}\begin{pmatrix}\Delta V_\alpha\\ \Delta V_\beta\end{pmatrix}. \tag{32}$$

Модель одного активного ограничения. Чаще всего при отключении элементов ЭЭС наблюдается одностороннее нарушение ограничений по напряжению – имеются либо только положительные, либо только отрицательные недопустимые отклонения напряжений. Безусловно, в процессе выбора УВ могут возникнуть двухсторонние ограничения, но при начальном одностороннем ограничении имеет смысл включить в расчетный процесс процедуру, ориентированную на учет только одного активного ограничения. Пусть это будет узел β, в котором необходимо установить заданное минимальное напряжение, т.е. увеличить напряжение на $\Delta V_\beta = V_{\beta\min} - V_\beta$.

В рассматриваемом случае функция Лагранжа (28) принимает вид

$$L = \frac{1}{2}\mathbf{u}^t\mathbf{H}\mathbf{u} + \zeta^t\mathbf{u} - \lambda_\beta(\mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{u} + \Delta V_\beta).$$

При этом условия оптимальности:

$$\frac{\partial L}{\partial u} = \mathbf{H}\mathbf{u} + \zeta - \lambda\mathbf{Z}_\beta = 0;$$

$$-\frac{\partial L}{\partial u} = \mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{u} + \Delta V_\beta = 0.$$

Выражая вектор УВ из первого уравнения

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}^{-1}(\lambda\mathbf{Z}_\beta - \zeta) \tag{33}$$

и подставляя его во второе, получаем неопределенный множитель Лагранжа (НМЛ):

$$\lambda = C^{-1}(\mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{H}^{-1}\zeta - \Delta V_\beta), \tag{34}$$

где $\mathbf{C} = \mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{H}^{-1}\mathbf{Z}_\beta$.

Нетрудно видеть, что (34) является частым случаем (30).

Подстановка (34) в (33) позволяет получить искомое решение:

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}^{-1}[C^{-1}(\mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{H}^{-1}\zeta - \Delta V_\beta)\mathbf{Z}_\beta - \zeta].$$

В частном случае $\mathbf{H}=\mathbf{E}$, $\zeta=0$ матрица преобразуется в квадрат длины вектора $\mathbf{Z}_\beta$: $C = \mathbf{Z}^t_\beta\mathbf{Z}_\beta = \left|\mathbf{Z}_\beta\right|^2$. При этом НМЛ $\lambda = \Delta V_\beta / \left|\mathbf{Z}_\beta\right|^2$, а УВ принимают вид

$$\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{Z}_\beta}{\left|\mathbf{Z}_\beta\right|^2}\Delta V_\beta.$$

Мягкие ограничения. В задаче выбора УВ по критерию активности двух узлов ограничения типа «равенство» являются достаточно «жесткими» и не гарантируют оптимальности решения. Более «мягкими» ограничениями с большей степенью свободы варьирования переменных обладают ограничения типа «неравенство».

Режимные ограничения типа «неравенство» имеют вид (21). Неравенства могут быть преобразованы в равенства введением дополнительных переменных s_1, s_2, которые также учитываются в ЦФ, например, квадратично с соответствующими коэффициентами (c_1, c_2). При этом вектор управляющих переменных увеличивается на вводимые переменные, а матрица $\mathbf{H}$ в (25) расширяется на два диагональных элемента c_1, c_2. Задача приводится к виду (25) и (26) и может быть решена нелинейным программированием. В то же время представленное выше решение с линеаризацией (15) требует разделения переменных s_1, s_2 и $\Delta\mathbf{Q}$.

Применительно к рассматриваемой задаче матрицы в (25) имеют вид:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathrm{diag}(\gamma_i) & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{pmatrix};\; u = \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{Q} \\ s_1 \\ s_2 \end{pmatrix};\; f = \begin{pmatrix} \zeta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Ограничения

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}^t_\alpha & 1 & 0 \\ \mathbf{Z}^t_\beta & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} \Delta\mathbf{Q} \\ s_\alpha \\ s_\beta \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta V_\alpha \\ \Delta V_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{\alpha\max} - V_\alpha \\ V_{\beta\min} - V_\beta \end{bmatrix}. \tag{35}$$

Функция Лагранжа для ЦФ и при ограничениях (35)

$$L = \frac{1}{2}(c_\alpha s_\alpha^2 + c_\beta s_\beta^2 + \sum\gamma_i\Delta Q_i^2) + \sum\zeta\Delta Q_i -$$

$$-\lambda_\alpha(\sum Z_{\alpha i}\Delta Q_i + s_\alpha - \Delta V_{\alpha\max}) -$$

$$-\lambda_\beta(\sum Z_{\beta i}\Delta Q_i - s_\beta - \Delta V_{\beta\min}).$$

Условия оптимальности имеют вид:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial L}{\partial s_\alpha} = c_\alpha s_\alpha - \lambda_\alpha = 0; \\ &\frac{\partial L}{\partial s_\beta} = c_\beta s_\beta + \lambda_\beta = 0; \\ &\frac{\partial L}{\partial \Delta Q_i} = \gamma_i\Delta Q_i + \zeta_i - \lambda_\alpha Z_{\alpha i} - \lambda_\beta Z_{\beta i} = 0; \\ &-\frac{\partial L}{\partial \lambda_\alpha} = \sum_{i\in L} Z_{\alpha i}\Delta Q_i + s_\alpha - \Delta V_\alpha = 0; \\ &-\frac{\partial L}{\partial \lambda_\beta} = \sum_{i\in L} Z_{\beta i}\Delta Q_i - s_\beta - \Delta V_\beta = 0. \end{aligned} \tag{36}$$

Отсюда $\lambda_\alpha = c_\alpha s_\alpha$; $\lambda_\beta = -c_\beta s_\beta$.

Используя подстановку λ через s, получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned} &\gamma_i\Delta Q_i - c_\alpha s_\alpha Z_{\alpha i} + c_\beta s_\beta Z_{\beta i} = -\zeta_i; \\ &\sum_{i\in L} Z_{\alpha i}\Delta Q_i + s_\alpha = \Delta V_\alpha; \\ &\sum_{i\in L} Z_{\beta i}\Delta Q_i - s_\beta = \Delta V_\beta, \end{aligned}$$

или, в матричном виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & -c_\alpha \mathbf{Z}_\alpha & c_\beta \mathbf{Z}_\beta \\ \mathbf{Z}_\alpha^{\mathrm{T}} & 1 & 0 \\ \mathbf{Z}_\beta^{\mathrm{T}} & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\zeta \\ \Delta V_\alpha \\ \Delta V_\beta \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{H}=\mathrm{diag}(\gamma_i)$.

Из первого матричного уравнения получаем

$$\Delta Q = \mathbf{H}^{-1}(c_\alpha \mathbf{Z}_\alpha s_\alpha - c_\beta \mathbf{Z}_\beta s_\beta - \zeta). \qquad (37)$$

Подставляя вектор ΔQ в два последующих матричных уравнения, получаем уравнения относительно дополнительных переменных s_1, s_2:

$$\begin{pmatrix} c_\alpha \mathbf{Z}_\alpha^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{Z}_\alpha + 1 & -c_\beta \mathbf{Z}_\alpha^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{Z}_\beta \\ c_\alpha \mathbf{Z}_\beta^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{Z}_\alpha & -(c_\beta \mathbf{Z}_\beta^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{Z}_\beta + 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_\alpha \\ s_\beta \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \mathbf{Z}_\alpha^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{-1} \zeta + \Delta V_\alpha \\ \mathbf{Z}_\beta^{\mathrm{T}} \mathbf{H}^{-1} \zeta + V_\beta \end{pmatrix}. \qquad (38)$$

Подстановка решения системы (38) в (37) позволяет получить искомые УВ.

Тестовые расчеты. С целью проверки предлагаемых алгоритмов в среде ПК MathPower [32] на компьютере с процессором Intel(R) Core(TM) i3-2100 CPU @ 3.10GHz был выполнен расчет 14-узловой схемы IEEE (case-14). Длительность расчета по критерию «$n-3$» предлагаемым методом составила 71 с, в то время как расчет этой схемы процедурой «OPF» (Optimal Power Flow, Dispatchable Load) с оптимизацией методом внутренней точки составил 230 с, что подтверждает эффективность предлагаемого метода.

Заключение. Объектом представленного анализа является статическая РН ЭЭС. Показано, что наиболее трудоемкой здесь является операция определения УВ, представляющая в общем случае задачу нелинейного программирования. С целью снижения достаточно больших в общем случае временн*ы*х затрат на выбор управляющих воздействий предлагается декомпозиция задачи по учету ограничений. Расчетная процедура разбивается на два этапа – расчет установившегося режима (ограничения типа «равенство») и ввод электрического режима в область допустимых значений (ограничения-неравенства). В свою очередь, режимные ограничения дифференцируются по функциональному признаку и учитываются раздельно. Принятые допущения позволяют линеаризовать систему ограничений, привести задачу к виду квадратичного программирования и, в конечном итоге, ускорить расчеты.

Поэтапный итерационный учет ограничений позволяет ускорить расчеты применением алгоритма выбора УВ по методу доминантных ограничений. Совместно с методом Лагранжа это позволяет свести задачу выбора УВ к решению упрощенной линейной системы, что качественно меняет расчетный процесс.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Руденко Ю.Н., Чельцов М.Б.** Надежность и резервирование в энергосистемах. – Новосибирск: Наука, 1974.

2. **Эндрэни Дж.** Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах/Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1983, 336 с.

3. **Биллинтон Р.** Оценка надежности электроэнергетических систем/Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1988, 288 с.

4. **Надежность** систем энергетики и их оборудования. Справочник в 4 т./Под общей ред. Ю.Н. Руденко. Т.2. Надежность электроэнергетических систем/Под ред. М.Н. Розанова. – М.: Энергоатомиздат, 2000, 568 с.

5. **Воропай Н.И., Ковалёв Г.Ф., Кучеров Ю.Н. и др.** Концепция обеспечения надёжности в электроэнергетике.– М.: ООО ИД «ЭНЕРГИЯ», 2013, 212 с.

6. **Зоркальцев В.И., Ковалев Г.Ф., Лебедева Л.М.** Исследование моделей дефицита мощности электроэнергетических систем. – Изв. РАН. Энергетика, 2002, № 5, с. 76–87.

7. **Обоскалов В.П.** Надежность обеспечения баланса мощности электроэнергетических систем. – Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2002, 210 с.

8. **Манов Н.А., Хохлов М.В., Чукреев Ю.Я. и др.** Методы и модели исследования надежности электроэнергетических систем. – Сыктывкар: Изд. Коми НЦ УрО РАН, 2010, 292 с.

9. **Обоскалов В.П.** Структурная надежность электроэнергетических систем. – Екатеринбург: Изд. УрФУ, 2012, 196 с.

10. **Розанов М.Н**. Управление надежностью электроэнергетических систем. – Новосибирск: Наука, 1991.

11. **Кучеров Ю.Н., Кучерова О.М., Касимов Н.Г. и др.** Состояние и направление развития ПВК анализа режима и надежности ЭЭС переменного/постоянного тока для IBM PC – АНАРЕС. – Изв. РАН. Энергетика, 1992, № 4, с. 24–44.

12. **Кучеров Ю.Н, Федоров Ю.Г.** Анализ условий и тенденций в обеспечении надежности сложных электротехнических систем и объединений. – ЭЛЕКТРО, 2010, № 5, с. 8–16.

13. **Фам Чунг Шон, Воропай Н.И.** Исследование режимной надежности систем электроснабжения с распределенной генерацией и учетом каскадных аварий. – Электричество, 2013, № 12, с. 13–21.

14. **Домышев А.В., Крупенев Д.С.** Оценка режимной надежности электроэнергетических систем на основе метода Монте-Карло. – Электричество, 2015, № 2, с. 4–12.

15. **Ковалев Г.Ф., Лебедева П.М.** Области использования и пределы применимости критерия *N*-1 при формировании структуры и выборе параметров элементов ЭЭС. – Иркутск: Изд. ИСЭМ, 1999, 69 с.

16. **Морошкин Ю.В., Наровлянский В.Г., Федоров Ю.Г.** Надежность электроэнергетической системы и критерий *n-i*. – Электросетевой сервис, 2008, № 2, с. 40–50.

17. **Осак А.Б., Шалагинов А.И., Панасецкий Д.А., Бузина Е.Я.** Анализ режимной надежности работы энергосистемы с учетом прогнозирования изменения режимных параметров и оценки ее управляемости в режиме реального времени. – Труды конф. «Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем», Сочи 1–5 июня 2015 г., № С.2. 1–2.

18. **Полуботко Д.В., Чукреев Ю.Я.** Методические подходы к анализу статической режимной надежности региональных ЭЭС

с использованием средств параллельных вычислений. — ЭЛЕКТРО, 2010, № 2, с. 9–13.

19. **Непомнящий В.А.** Учет надежности при проектировании энергосистем. — М.: Энергия, 1978, 200 с.

20. **Новиков Н.Л.** Повышение режимной надежности и управляемости объединённых энергосистем с помощью новых средств и систем управления: Автореф. дис.... докт. техн. наук. — Новосибирск: Сибирский НИИэнергетики, 2001, 44 с.

21. **Воропай Н.И.** Живучесть электроэнергетических систем: Методические принципы и методы исследования. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1991, № 6, с. 52–59.

22. **Снижение** рисков каскадных аварий в электроэнергетических системах/ Отв. ред. Н.И. Воропай. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2011, 303 с.

23. **Кучеров Ю.Н., Кучерова О.М., Капойи Л., Руденко Ю.Н.** Надёжность и эффективность функционирования больших транснациональных ЭЭС. — Новосибирск: Наука, 1996, 423 с.

24. **Полуботко Д.В.** Повышение эффективности решения режимных задач оперативного управления региональной ЭЭС на базе алгоритмов параллельных вычислений и визуализации информации: Автореф. дисс.... канд. техн. наук. — Ставрополь, 2011, 24 с.

25. **Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М.** Оптимизационные вычислительные модели предельных режимов электрических систем для заданного направления утяжеления. — Электричество, 2010, № 12, с. 2–7.

26. **Паздерин А.В., Чусовитин П.В., Шабалин Г.С., Юферев С.В.** Определение запасов устойчивости и управляющих воздействий для обеспечения статической устойчивости в задаче противоаварийного управления на основе обобщенного метода Ньютона. — Труды конф. «Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем», Сочи, 1–5 июня 2015 г., № С2. 1–9.

27. **Горнштейн В.М., Мирошниченко Б.П., Пономарев А.В. и др.** Методы оптимизации режимов энергосистем/Под ред. В.М. Горнштейна. — М.: Энергия, 1981, 336 с.

28. **Мурашко Н.А., Охорзин Л.А., Крумм Л.А.** Анализ и управление состояниями электроэнергетических систем — Новосибирск: Наука, 1987, 239 с.

29. **Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М., Неуймин В.Г.** Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах. — М.: Флинта, 2008, 256 с.

30. **«RastrWin3»** Software Complex. User Manual [Online]: http://www.rastrwin.ru

31. **Бартоломей П.И., Грудинин Н.И.** Оптимизация режимов энергосистем методами аппроксимирующего и сепарабельного программирования. — Изв. АН СССР. Энергетика, 1993, № 1, с. 72–80.

32. http://www.pserc.cornell.edu/matpower/

[13.06.2017]

А в т о р : ***Обоскалов Владислав Петрович*** *окончил в 1963 г. электротехнический факультет Уральского политехнического института (Уральский Федеральный университет — УрФУ, Екатеринбург). В 1999 г. защитил докторскую диссертацию «Вероятностное эквивалентирование в задачах надежности электроэнергетических систем» в Новосибирском государственном техническом университете. Профессор УрФУ.*

Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 10, pp. 35–46 ***DOI:10.24160/0013-5380-2017-10-35-46***

Method of Dominant Constraints for Inputting Voltages into the Allowable Range in the Power System Security Problem

OBOSKALOV Vladislav P. *(Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia) — Professor, Dr. Sci. (Eng.)*

With the purpose of entering the regime parameters into the range of admissible values, in the static analysis of electric power systems security a simplified procedure for selecting control actions is considered. The calculation procedure is divided into two stages - calculating the steady-state regime (constraints of the «equality» type) and introducing the electric mode into the range of admissible values (constraints-inequalities). The mathematical model of the second stage is based on the analysis of the voltages of the two nodes - with the maximum and minimum relative values ??of the stress modules. The model is acceptable both for partial limitation and for increase (correction of excessively disconnected at the intermediate iteration) load. Test calculations confirm the effectiveness of the proposed mathematical method.

K e y w o r d s: *electric power systems, reliability, security, inputting the mode into the allowable area; dominant constraints*

REFERENCES

1. **Rudenko Yu.N., Chel'tsov M.B.** *Nadezhnost' i rezervirovaniye v energosistemakh* (Reliability and redundancy in power systems). Novosibirsk, Publ. «Nauka», 1974,

2. **Endreni Dzh.** *Modelirovaniye pri raschetakh nadezhnosti v elektroyenergeticheskikh sistemakh/Per. s angl.* (Modeling in calculations of reliability in electric power systems / Trans. with the English). Moscow, Energoatomizdat, 1983, 336 p.

3. **Billinton R.** *Otsenka nadezhnosti elektroyenergeticheskikh sistem/Per. s angl.* (Evaluation of the reliability of electric power systems / Trans. with the English). Moscow, Energoatomizdat, 1988, 288 p.

4. **Nadezhnost'** *sistem energetiki i ikh oborudovaniya: Spravochnik v 4-kh tomakh/Pod obshchei red. Yu.N. Rudenko. T. 2. Nadezhnost' elektroyenergeticheskikh sistem/Pod red. M.N. Rozanova* (Reliability of energy systems and their equipment: A Handbook in 4 volumes / Under the general ed. Yu.N. Rudenko. Vol. 2. Reliability of electric power systems / Ed. M.N. Rozanova). Moscow, Energoatomizdat, 2000, 568 p.

5. **Voropai N.I., Kovalev G.F., Kucherov Yu.N.** *Kontseptsiya obespecheniya nadezhnosti v elektroyenergetike* (The concept of ensuring reliability in the electric power industry). Moscow, Publ. House «Energiya», 2013, 212 p.

6. **Zorkal'tsev V.I., Kovalev G.F., Lebedeva L.M.** *Izv. RAN. Energetika — in Russ. (News of the Russian Academy of Sciences. Energetics)*, 2002, No. 5, pp. 76–87.

7. **Oboskalov V.P.** *Nadezhnost' obespecheniya balansa moshchnosti elektroyenergeticheskikh sistem* (Reliability of power balance of power

systems). Ekaterinburg, Publ. Ural State Tekhnical University «Ural Polytechnical Institute», 2002, 210 p.

8. **Manov N.A., Khokhlov M.V., Chukreyev Yu.Ya.** *Metody i modeli issledovaniya nadezhnosti elektroyenergeticheskikh sistem* (Methods and models for the investigation of the reliability of electric power systems). Syktyvkar, Publ. Komi Scientific Sentre of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2010, 292 p.

9. **Oboskalov V.P.** *Strukturnaya nadezhnost' elektroyenergeticheskikh sistem* (Structural reliability of electric power systems). Ekaterinburg, Ural Federal University, 2012, 196 p.

10. **Rozanov M.N.** *Upravleniye nadezhnostyu elektroyenergeticheskikh sistem* (Management of reliability of electric power systems). Novosibirsk, Publ. «Nauka, 1991.

11. **Kucherov Yu.N., Kucherova O.M., Kasimov N.G.** I*zv. RAN. Energetika – in Russ. (News of the Russian Academy of Sciences. Energetics),* 1992, No. 4, pp. 24–44.

12. **Kucherov Yu.N., Fedorov Yu.G.** *ELEKTRO – in Russ. (ELECTRO)*, 2010, No. 5, pp. 8–16.

13. **Fam Chung Shon, Voropai N.I.** *Elrktrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2013, No. 12, pp. 13–21.

14. **Domyshev A.V., Krupenev D.S.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2015, No. 2, pp. 4–12.

15. **Kovalev G.F., Lebedeva P.M.** *Oblasti ispol'zovaniya i predely primenimosti kriteriya N-1 pri formirovanii struktury i vybore parametrov elementov EES* (Areas of use and the limits of applicability of the N-1 criterion in the formation of the structure and the selection of the parameters of the EES elements). Irkutsk, L.A. Melent'yev Institute of Power Systems, 1999, 69 p.

16. **Moroshkin Yu.V., Narovlyanskii V.G., Fedorov Yu.G.** *Elektrosetevoi servis (Electric Network Service)* «Modern trends in the development of relay protection and automation systems of power systems». 2008, No. 2, pp. 4–50.

17. **Osak A.B., Shalaginov A.I., Panasetskii D.A., Buzina E.Ya.** *Trudy konf. «Sovremennye napravleniya razvitiya sistem releinoi zashchity i avtomatiki energosistem»* (Proc. of conf. Sochi, 1–5 June 2015, No. 2, S.2.1-2.

18. **Polubotko D.V., Chukreyev Yu.Ya.** *ELERTRO – in Russ. (ELECTRO)*, 2010, No. 2, pp. 9 –13.

19. **Nepomnyashchii V.A.** *Uchet nadezhnosti pri proyektirovanii energosistem* (Accounting for reliability in the design of power systems). Moscow, Publ. «Energiya», 1978, 200 p.

20. **Novikov N.L.** *Povysheniye rezhimnoi nadezhnosti i upravlyayemosti ob''yedinennykh energosistem s pomoshch'yu novykh sredstv i sistem upravleniya: Avtoref. dis. ... dr. tekhn. nauk* (Increase of regime reliability and controllability of the united power systems with the help of new means and control systems: Author's abstract of Dr. Sci. (Eng.)). Novosibirsk, Siberian Scientific and Research Institute of Energy, 2001, 44 p.

21. **Voropai N.I.** *Izv. AN SSSR. Energetika i transport – in Russ. (News of the USSR Academy of Sciences. Energetics and Transport)*, 1991, No. 6, pp. 52–59.

22. **Snizheniye** *riskov kaskadnykh avarii v elektroyenergeticheskikh sistemakh/Otv. red. N.I. Voropai* (Reducing the risks of cascading accidents in electric power systems / Ed. N.I. Voropai). Novosibirsk, Publ. Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, 2011, 303 p.

23. **Kucherov Yu.N., Kucherova O.M., Kapoii L., Rudenko Yu.N.** *Nadezhnost' i effektivnost' funkstionirovaniya bol'shikh transnatsional'nykh EES* (Reliability and effectiveness of the operation of large transnational EES). Novosibirsk, Publ. «Nauka», 1996, 423 p.

24. **Polubotko D.V.** *Povysheniye effektivnosti resheniya rezhimnykh zadach operativnogo upravleniya regional'noi EES na baze algoritmov parallel'nykh vychislenii i vizualizatsii: Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk* (Increase of efficiency of the decision of the regime tasks of operational management of the regional EES on the basis of algorithms of parallel computations and visualization: Author's abstract of Cand. Sci. (Eng.)). Stavropol', 2011, 24 p.

25. **Ayuyev B.I., Davydov V.V., Erokhin P.M.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2010, No. 12, pp. 2 – 7.

26. **Pazderin A.V., Chusovitin P.V., Shabalin G.S., Yuferev S.V.** *Trudy konf. «Sovremennye napravleniya razvitiya sistem releinoi zashchity i avtomatiki energosistem»* (Proc of the conf. «Modern trends in the development of relay protection and automation systems of power systems»). Sochi, 01–05 June 2015, No. S.2. 1-9.

27. **Gornshtein V.M., Miroshnichenko B.P., Ponomarev A.V.** *Metody optimizatsii rezhimov energosistem/Pod red. V.M. Gornshteina* (Methods for optimizing the modes of power systems / Ed. V.M. Gornstein). Moscow, Publ. «Energiya», 1981, 336 p.

28. **Murashko N.A., Okhorzin L.A., Krumm L.A.** *Analiz i upravleniye sostoyaniyami elektroyenergeticheskikh sistem* (Analysis and management of the state of electric power systems). Novosibirsk, Publ. «Nauka», 1987, 239 p.

29. **Ayuyev B.I., Davydov V.V., Erokhin P.M., Neuimin V.G.** *Vychislitel'nye modeli potokoraspredeleniya v elektricheskikh sistemakh* (Computational models of the distribution flow in electrical systems). Moscow, Publ. «Flinta», 2008, 256 p.

30. «**RastrWin3**» Software Complex. User Manual [Online]: http://www.rastrwin.ru

31. **Bartolomei P.I., Grudinin N.I.** *Izv. AN SSSR. Energetika – in Russ. (News of the USSR. Energetics),* 1993, No. 1, pp. 72–80.

32. http://www.pserc.cornell.edu/matpower/

[13.06.2017]