

Идентификация математической модели фильтрокомпенсирующего устройства на основе каткона с учетом нелинейной характеристики магнитопровода

БУТЫРИН П.А., ГУСЕВ Г.Г., МИХЕЕВ Д.В., ШАКИРЗЯНОВ Ф.Н.

Рассмотрена полная схема замещения фильтрокомпенсирующего устройства (ФКУ) на основе нового пассивного элемента электрических цепей — катушки-конденсатора (каткона) с реальными параметрами проводников и диэлектрика, учитывающая слабую нелинейность магнитопровода. Предложен алгоритм идентификации параметров элементов физической модели ФКУ на основе экспериментального исследования частотных характеристик устройства и решения системы нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ) итерационным способом в среде MathCAD. Применение данного алгоритма позволяет использовать минимально допустимое число измерений и измерительных приборов, а также рассчитывать искомые параметры только на основе амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) без рассмотрения фазочастотных. Посредством сравнения экспериментальных и аналитических АЧХ установлена адекватность рассматриваемой математической модели ФКУ на основе каткона и проведена оценка точности идентификации параметров устройства. Абсолютные и относительные погрешности в исследуемом частотном диапазоне (50 Гц — 10 кГц) находятся в допустимых пределах.

Ключевые слова: катушка-конденсатор, фильтрокомпенсирующее устройство, математическая модель, физическая модель, идентификация параметров, система нелинейных алгебраических уравнений

Катушка-конденсатор (каткон) [1] является пассивным элементом электрических цепей с большими возможностями практического применения в электротехнике и электроэнергетике [2–6]. Использование катконов в фильтрокомпенсирующих устройствах (ФКУ) позволяет снизить стоимость таких устройств за счет улучшения массогабаритных показателей и уменьшения расхода материалов (одно устройство обладает одновременно двумя рабочими параметрами: емкостью и индуктивностью).

Авторами публикаций [6, 7] рассматривались вопросы физического и математического моделирования, расчета параметров ФКУ на основе каткона, сравнения с аналогами по технико-экономическим показателям, а также анализировались результаты экспериментального исследования резонансных режимов в катконах. Не менее важной с практической точки зрения является задача идентификации параметров электротехнических устройств для получения объективных данных о структуре и параметрах реально выполненного исследуемого объекта.

Задача исследования. По результатам опытных данных ставится задача идентификации [8, 9] математической модели ФКУ на основе каткона и определения параметров ее элементов. Предполагает-

ся исследовать частотные характеристики физической модели устройства и на основе полученных результатов определить эквивалентные параметры каткона для рассматриваемой схемы замещения, сравнить экспериментальные и аналитические амплитудно-частотные характеристики (АЧХ), оценить точность полученных аналитических выражений и сделать вывод об адекватности математической модели.

Описание физической модели. Конструктивное исполнение исследуемой физической модели ФКУ на основе каткона, соответствующее патенту [7], приведено на рис. 1,а, фотография макета — на рис. 1,б. Источник напряжения подключается к выводам $H1$ и $K2$. Соединение проводов 1 и 2 — согласное, магнитопровод 3 (сечение 20×20 мм²) П-образной формы выполнен из аморфной стали марки 71 КНСР, длина немагнитного зазора $(2 \times 2) = 4$ мм, число витков каждой секции 150. Секция намотана двухзаходно алюминиевой фольгой толщиной 7 мкм, шириной 84 мм. Изоляция выполнена из двух листов полипропилена толщиной 10 мкм, шириной 95 мм.

Математическая модель ФКУ на основе каткона. На рис. 2,а изображена синтезированная по входному сопротивлению относительно зажимов $H1$ и $K2$ (рис. 1,а) параллельная схема замещения ФКУ

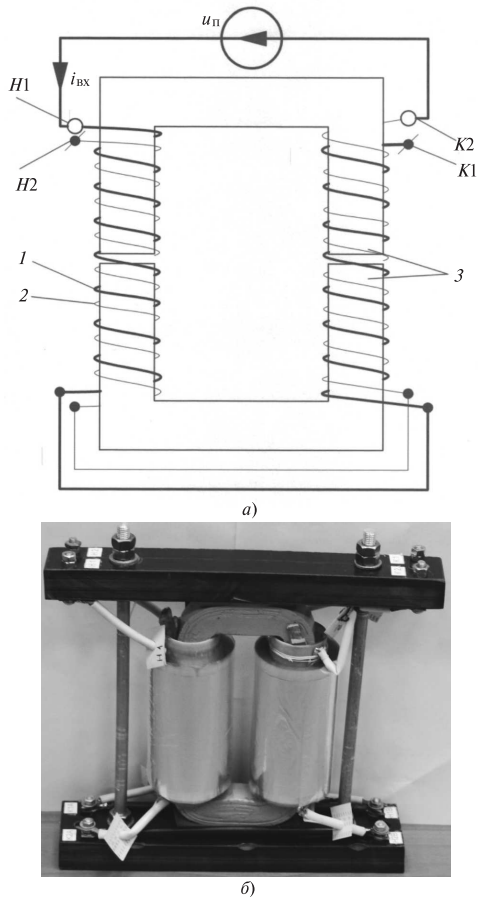


Рис. 1. Конструктивное исполнение физической модели ФКУ(а); фотография макета (б)

на основе каткона. В ней учитываются исходные элементы цепи: резистивное сопротивление R_L , соответствующее потерям в проводниках и магнитопроводе; эквивалентная индуктивность каткона с учетом нелинейной характеристики магнитопровода L [6]; емкость между проводами $C_{пар}$. Учитываются также ранее не рассматривавшиеся необратимые потери в конденсаторе $G_{Спар}$ и межвитковая емкость C_{RL} . Стоит отметить, что эквивалентная индуктивность магнитопровода L каткона (рис. 2,а) представлена на схеме замещения как элемент со слабо проявляющейся нелинейностью. В расчётах с учётом наличия немагнитных зазоров значение L определяется методом гармонической линеаризации [6].

На рис. 2,б изображена последовательная схема замещения рассматриваемого ФКУ (емкость между проводами $C_{посл}$, активное сопротивление, определяющее необратимые потери в конденсаторе $R_{Спосл}$). Решение системы нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ) выполняется на основе последовательной схемы рис. 2,б.

До реализации алгоритма решения поставленной задачи рассматривается выражение эквивалентного входного сопротивления $Z_{вх,э}$, которое

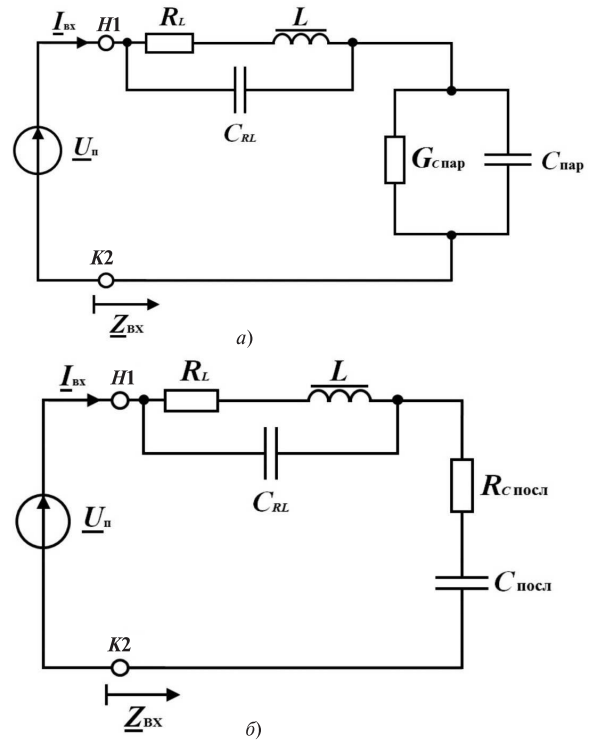


Рис. 2. Схема замещения ФКУ на основе каткона: а – параллельная; б – последовательная

определяется суммой эквивалентного сопротивления конденсатора с учетом потерь в диэлектрике $Z_C = R_{Cэ} - jX_{Cэ}$ и индуктивной катушки $Z_L = R_{Lэ} + jX_{Lэ}$ на i -й частоте. Таким образом, для эквивалентной электрической цепи, содержащей эквивалентные активные ($R_{Lэ}$ и $R_{Cэ}$) и реактивные ($X_{Lэ}$, $X_{Cэ}$) сопротивления, получаем следующие выражения в зависимости от i -й частоты:

$$Z_{Ci} = R_{Спосл} - j \frac{1}{\omega_i C} = R_{Cэi} - jX_{Cэi}, \text{ Ом}; \quad (1)$$

$$Z_{Li} = \frac{R_L}{(1 - \omega_i^2 (C_{RL} L)^2 + \omega_i^2 C_{RL}^2 R_L^2)} + j \frac{\omega_i (L - C_{RL} R_L^2 - C_{RL} \omega_i^2 L^2)}{(1 - \omega_i^2 C_{RL} L)^2 + \omega_i^2 C_{RL}^2 R_L^2} = R_{Lэi} + jX_{Lэi}, \text{ Ом}; \quad (2)$$

$$Z_{вх,эi} = Z_{Li} + Z_{Ci} = R_{э} + jX_{э} = (R_{Lэi} + R_{Cэi}) + j(X_{Lэi} - X_{Cэi}) = Z_{вх,эi} e^{j\varphi_i}, \text{ Ом}; \quad (3)$$

Модуль комплексного эквивалентного входного сопротивления $Z_{вх,эi}$ и его аргумент φ_i определяются по выражениям:

$$Z_{вх,эi} = \sqrt{R_{эi}^2 + X_{эi}^2} = \sqrt{(R_{Lэi} + R_{Cэi})^2 + (X_{Lэi} - X_{Cэi})^2}, \text{ Ом}; \quad (4)$$

$$\varphi_i = \frac{360}{2\pi} \arctg \left[\frac{(X_{L\Delta i} - X_{C\Delta i})}{(R_{L\Delta 0} + R_{C\Delta 0})} \right], \quad (5)$$

где $R_{L\Delta 0}$ и $R_{C\Delta 0}$, Ом, – эквивалентные активные сопротивления цепи в режиме резонанса напряжений ($f_i = f_0$).

Алгоритм идентификации параметров математической модели ФКУ на основе каткона. Для определения параметров элементов схемы замещения ФКУ на основе каткона (рис. 2,б) предлагается следующий алгоритм:

1. К входу физической модели ФКУ (зажимы $H1$ и $K2$) подключаются источник напряжения U_{Π} (значение которого в течение всего эксперимента неизменно) и необходимые измерительные приборы. В режиме резонанса напряжений фиксируются действующее значение входного тока ($I_{\text{вх}i} = I_{\text{вх}0} \rightarrow \max$) и резонансная частота f_0 . По показаниям приборов определяется модуль эквивалентного входного сопротивления $Z_{\text{вх.}\Delta 0}$ при $f_i = f_0$.

2. Устанавливаются действующие значения входного тока, определяющие полосу пропускания $I_{\text{вх}1} = I_{\text{вх}2} = I_{\text{вх}0} / \sqrt{2}$. В результате изменения частоты источника питания фиксируются значения граничных значений частот $f_1 < f_0$ и $f_2 > f_0$ для действующих значений входного тока $I_{\text{вх}1}$ и $I_{\text{вх}2}$. Вычисляются значения модулей эквивалентных входных сопротивлений $Z_{\text{вх.}\Delta 1}$ и $Z_{\text{вх.}\Delta 2}$ на частотах f_1 и f_2 .

3. Дополнительно измеряются значения входного тока $I_{\text{вх}i}$ в частотном диапазоне: $f_i > f_2$, $f_2 > f_i > f_0$, $f_0 > f_i > f_1$ и $f_i < f_1$. Вычисляются модули эквивалентных входных сопротивлений $Z_{\text{вх.}\Delta i}$ для каждой i -й частоты. Строятся экспериментальные АЧХ $I_{\text{вх}}(f)$ и $Z_{\text{вх.}\Delta}(f)$. Выбираются дополнительные данные для двух измерений на двух i -х частотах.

Таким образом, число опытов соответствует числу идентифицируемых параметров математической модели ФКУ.

4. Для эквивалентной схемы замещения ($R' - L' - C'$), в которой не учитываются межвитковая емкость и активное сопротивление конденсатора ($C_{RL} = 0$, $R_{\text{Спосл}} = 0$), определяются значения добротности Q и эквивалентных параметров физической модели ФКУ:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}, \text{ отн. ед.}; \quad R' = \frac{U_{\Pi}}{I_{\text{вх}}} \Big|_{f=f_0}, \text{ Ом};$$

$$L' = \frac{QR'_L}{2\pi f_0}, \text{ Гн}; \quad C' = \frac{1}{2\pi f_0 QR'_L}, \text{ Ф}. \quad (6)$$

Значения эквивалентных параметров R'_L , L' , C' необходимы для задания исходных данных при решении системы нелинейных алгебраических урав-

нений (СНАУ) итерационным способом (см. п. 5 алгоритма).

5. Согласно (4) для эквивалентной схемы замещения (рис. 2,б) формируется и решается СНАУ [10]:

$$\begin{aligned} \sqrt{(R_{L\Delta p} + R_{C\Delta p})^2 + (X_{L\Delta p} - X_{C\Delta p})^2} &= Z_{\text{вх.}\Delta 0}; \\ \sqrt{(R_{L\Delta 1} + R_{C\Delta 1})^2 + (X_{L\Delta 1} - X_{C\Delta 1})^2} &= Z_{\text{вх.}\Delta 1}; \\ \sqrt{(R_{L\Delta 2} + R_{C\Delta 2})^2 + (X_{L\Delta 2} - X_{C\Delta 2})^2} &= Z_{\text{вх.}\Delta 2}; \\ \sqrt{(R_{L\Delta 3} + R_{C\Delta 3})^2 + (X_{L\Delta 3} - X_{C\Delta 3})^2} &= Z_{\text{вх.}\Delta 3}; \\ \sqrt{(R_{L\Delta 4} + R_{C\Delta 4})^2 + (X_{L\Delta 4} - X_{C\Delta 4})^2} &= Z_{\text{вх.}\Delta 4}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подлежащие определению значения параметров элементов R_L , L , $C_{\text{посл}}$, C_{RL} , $R_{\text{Спосл}}$ физической модели ФКУ в системе (7) представляются выражениями активных и реактивных составляющих сопротивлений согласно (1)–(4). Начальные значения искомых параметров в итерационном процессе решения (7) задаются на основе эквивалентных параметров, идентифицированных в п. 4 алгоритма (6). Задача решения СНАУ вызывает затруднения ввиду существования множества решений, поэтому учитываются условия физической реализуемости элементов модели – прежде всего значения всех элементов должны быть положительными. Из априорных соображений применяются два ограничения на задание начальных параметров в решении СНАУ: $LC_{\text{посл}} = 4\pi f_0^2$ и $R_L + R_{\text{Спосл}} = Z_{\text{вх.}\Delta 0}$. Заданные ограничения с начальными параметрами в результате решения СНАУ определяют искомые значения элементов последовательной схемы замещения каткона (рис. 2,б). Корректность решения СНАУ проверяется подстановкой полученных результатов в исходное уравнение и сопоставлением с экспериментальными данными для выбранных пяти измерений. Кроме того, строятся экспериментальная и аналитическая АЧХ (п. 6 алгоритма) и оцениваются абсолютная и относительная погрешности (п. 7 алгоритма).

6. Строятся аналитические резонансные кривые с учетом найденных параметров элементов и частотных характеристик по результатам экспериментального исследования: $I_{\text{вх}}(f)$, $Z_{\text{вх.}\Delta}(f)$, $X_{\Delta}(f)$, $\varphi(f)$.

7. Сравняются экспериментальные и аналитические зависимости и оценивается точность полученных результатов, определяются абсолютная и относительная погрешности.

Идентификация параметров физической модели ФКУ на основе каткона. Параметры физической модели ФКУ определялись в соответствии с вышеописанным алгоритмом, частотные характеристики

снимались в диапазоне 50÷10000 Гц при $U_{\Pi} = 1$ В, решение СНАУ выполнялось в среде MathCAD (через функцию MinErr) по критерию «Минимальная относительная погрешность АЧХ» (см. таблицу). Результаты построения АЧХ $I_{ВХ}(f)$, $Z_{ВХ.Э}(f)$ и ФЧХ $\varphi(f)$ представлены на рис. 3–5, на рис. 6 – оценка относительных погрешностей $\delta_{отн}$ (%) для каждой i -й частоты. Для входного тока $I_{ВХ}(f)$ АЧХ определялась как отношение напряжения питания к $Z_{ВХ.Э}(f)$ в рассматриваемом частотном диапазоне.

Параметр	Эксперимент	Математическая модель (рис. 2,б)
$f_0 = 555$ Гц		
$I_{ВХ0}$, мА	285	289,79
$Z_{ВХ.Э0}$, Ом	3,509	3,451
$f_1 = 537$ Гц		
$I_{ВХ1}$, мА	202	191,04
$Z_{ВХ.Э1}$, Ом	4,950	5,234
$f_2 = 579$ Гц		
$I_{ВХ2}$, мА	202	217,42
$Z_{ВХ.Э2}$, Ом	4,950	4,599
Δf , Гц	42	
Q , отн. ед.	13,21	
L , Гн	–	0,013585
$C_{Посл}$, Ф	–	$5,948624 \cdot 10^{-6}$
R_L , Ом	–	3,091801
$R_{C_{Посл}}$, Ом	–	0,244658
C_{RL} , Ф	–	0

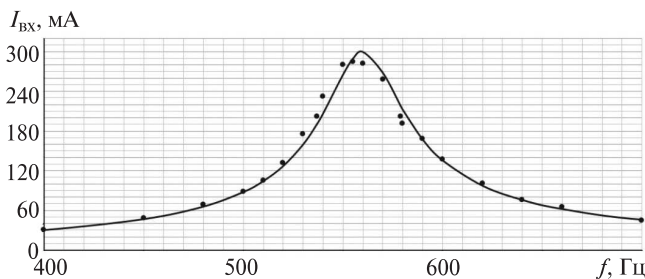


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика $I_{ВХ}(f)$: — — расчет; • — эксперимент

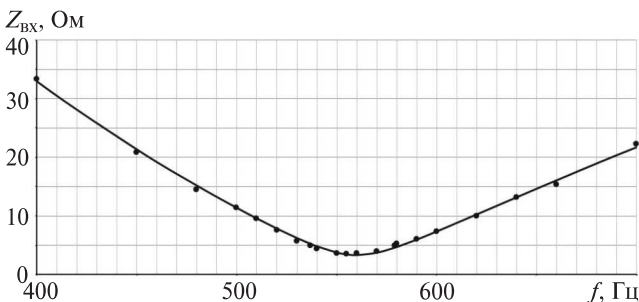


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика $Z_{ВХ}(f)$: — — расчет; • — эксперимент

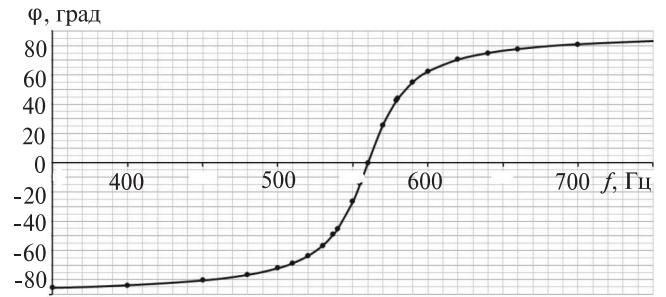


Рис. 5. Фазочастотная характеристика $\varphi(f)$

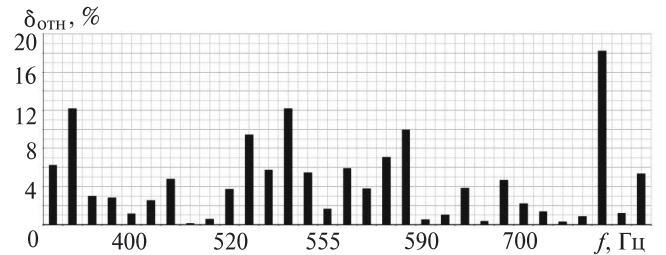


Рис. 6. Относительная погрешность при построении аналитических ФЧХ

Как видно из результатов, представленных в таблице, значение межвитковой емкости C_{RL} при рассмотрении последовательной схемы замещения равно нулю. Таким образом, это значение в математической модели ФКУ на основе каткона [1, 6] приемлемо в практических расчетах.

Параметры исходной [1] синтезированной параллельной схемы замещения ФКУ (рис. 1,а) определяются в результате эквивалентного преобразования найденных значений последовательной схемы: $R_L, L, C_{Посл}, R_{C_{Посл}}, C_{RL}$. Параметры параллельной схемы замещения каткона: $R_L = 3,091801$ Ом, $L = 0,013585$ Гн, $C_{Пар} = 5,95 \cdot 10^{-6}$ Ф, $G_{C_{Пар}} = 107,1995 \cdot 10^{-6}$ См, $C_{RL} = 0$ Ф.

Результаты расчета относительной погрешности в целом свидетельствуют о допустимых отклонениях аналитических значений от экспериментальных.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 17-08-00842 А.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демирчян К.С., Гусев Г.Г. Синтез схем замещения катушки индуктивности с самокомпенсацией реактивной мощности. – Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1987, № 2, с. 3–10.
2. Волков И.В., Закревский С.И. Преобразователь с распределенными параметрами для стабилизации тока в переменной нагрузке. – Электричество, 1984, № 10, с. 40–43.
3. Кувалдин А.Б., Андрушин Н.Ф., Захаров И.В. Расчет электрических и энергетических параметров многослойного индуктора с самокомпенсацией реактивной мощности. – Электричество, 1995, № 7, с. 47–53.
4. Захаров И.В. Развитие теории, разработка методов и средств повышения эффективности индукторов с самокомпенсацией реактивной мощности: Автореф. дисс. докт. техн. наук. Алматы: Алматинский институт энергетики и связи, 2007, 41 с.

5. Кувалдин А.Б., Утегулов Б.Б., Захаров И.В., Ижикова А.Д. Анализ потерь активной мощности в многослойном индукторе с самокомпенсацией реактивной мощности. — *Электричество*, 2005, № 2, с. 53–56.

6. Бутырин П.А., Гусев Г.Г., Кужман В.В., Михеев Д.В., Шакирзянов Ф.Н. Математическая модель фильтрокомпенсирующих устройств на основе гармонической линеаризации характеристики магнитопровода каткона. — *Вестник МЭИ*, 2015, № 5, с. 79–84.

7. Патент 128033 (РФ). Фильтрокомпенсирующее устройство / П.А. Бутырин, Г.Г. Гусев, В.В. Кужман, О.В. Толчеев. — *БИ*, 2013, № 13, 5 с.

8. Щербаков А.Г. Идентификация параметров математических моделей электротехнических комплексов каноническими методами: Автореф. дисс.... канд. техн. наук. Омск: Омский государственный технический университет, 2002, 39 с.

9. Сытник А.А., Ключка К.Н., Протасов С.Ю. Применение интегральных динамических моделей при решении задачи идентификации параметров электрических цепей. — *Изв. Томского политехнического университета*, 2013, т. 322, № 4, с. 103–106.

10. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях / Под ред. В.А. Садовниченко. — М.: Высшая школа, 2000, 190 с.

[22.06.2017]

А в т о р ы: Бутырин Павел Анфимович окончил Челябинский политехнический институт в 1974 г. В 1994 г. защитил докторскую диссертацию «Разработка аналитических и численно-аналитических методов решения уравнений состояния электрических цепей» в Московском энергетическом институте (МЭИ). Заведующий кафедрой теоретических основ электротехники (ТОЭ) Национального исследовательского университета «МЭИ» («НИУ «МЭИ»), член-корреспондент РАН.

Гусев Геннадий Григорьевич окончил МЭИ в 1962 г. В 1996 г. защитил докторскую диссертацию «Исследование и моделирование электромагнитных процессов в специальных системах с малыми параметрами». Профессор кафедры ТОЭ «НИУ «МЭИ».

Михеев Дмитрий Владимирович окончил «НИУ «МЭИ» в 2014 г. Аспирант кафедры ТОЭ «НИУ «МЭИ».

Шакирзянов Феликс Нигматзянович окончил Уральский политехнический институт в 1963 г. В 1970 г. защитил кандидатскую диссертацию «Исследование ферритового преобразователя в режиме нелинейного ферромагнитного резонанса». Профессор кафедры ТОЭ «НИУ «МЭИ».

Elektrichestvo (Electricity), 2017, No. 10, pp. 55–60

DOI:10.24160/0013-5380-2017-10-55-60

Identifying the Mathematical Model of a Katkon-Based Harmonic Filtration and Power Factor Correction Device Taking the Magnetic Core Nonlinearity into Account

BUTYRIN Pavel A. (*National Research University «Moscow Power Engineering Institute» — «NRU «MPEI», Moscow, Russia*) — Head of the Department, Corresponding member of the Russian Academy of Sciences

GUSEV Gennadii G. (*«NRU «MPEI», Moscow, Russia*) — Professor of the Department, Dr. Sci. (Eng.)

MIKHEYEV Dmitrii V. (*«NRU «MPEI», Moscow, Russia*) — Ph. D. Student

SHAKIRZYANOV Felix N. (*«NRU «MPEI», Moscow, Russia*) — Professor, Cand. Sci. (Eng.)

The article considers the complete equivalent circuit of a harmonic filtration and power factor correction (HFPFC) device constructed on the basis of a coil capacitor (in the Russian terminology, katkon), a new passive component of electric circuits. The proposed equivalent circuit takes into account the real parameters of the conductors and dielectric, as well as the magnetic core's weak nonlinearity. An algorithm for identifying the parameters of the HFPFC physical model's elements is suggested. The algorithm involves an experimentally study of the device's frequency responses and solution of the system of nonlinear algebraic equations using the iteration method in the MathCAD environment. Application of the proposed algorithm makes it possible to use the minimal admissible number of measurements and measurement instruments, and calculate the sought parameters solely on the basis of amplitude-frequency responses (AFRs) without considering phase-frequency responses. Adequacy of the considered katkon-based HFPFC device model has been demonstrated from a comparison between the experimental and analytically calculated AFRs, and the accuracy of identifying the device parameters is estimated. The absolute and relative errors in the studied frequency band (50 Hz–10 kHz) have been shown to be within the permissible limits.

Key words: coil capacitor, harmonic filtration and power factor correction device, mathematical model, physical model, identification of parameters, system of nonlinear algebraic equations

REFERENCES

1. Demirchyan K.S., Gusev G.G. *Izv. AN SSSR. Energetika i transport — in Russ. (News of the USSR Academy of Sciences. Energetics and Transport)*, 1987, No. 2, pp. 3–10.

2. Volkov I.V., Zakrevskii S.I. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 1984, No. 10, pp. 40–43.

3. Kuvaldin A.B., Andryushin N.F., Zakharov I.V. *Elektrichestvo — in Russ. (Electricity)*, 1995, No. 7, pp. 47–53.

4. **Zakharov I.V.** *Razvitiye teorii, razrabotka metodov i sredstv povysheniya effektivnosti induktorov s samokompensatsiyei reaktivnoi moshchnosti: Avtofef. Diss. ... dokt. tekhn. nauk* (Development of the theory, development of methods and means for increasing the efficiency of inductors with self-compensation of reactive power: Aftoref. diss. ... Dr. Sci. (Eng.)). Almaty: Almatinskii institute energetiki i svyazi, 2007, 41 p.

5. **Kuvaldin A.B., Utegulov B.B., Zakharov I.V., Izhikova A.D.** *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2005, No. 2, pp. 53–56.

6. **Butyrin P.A., Gusev G.G., Kuzhman V.V., Mikheyev D.V., Shakirzyaniv F.N.** *Vestnik MEI – in Russ. (Bulletin of MPEI)*, 2015, No. 5, pp. 79–84.

7. **Patent RF No. 128033.** *Fil'trokompensiruyushcheye ustroystvo* (Patent of the Russian Federation No. 128033. Filter-compensating device/P.A. Butyrin, G.G. Gusev, Kuzhman V.V., Tolcheyev O.B.). Bulletin of inventions, 2013, No. 13, 5 p.

8. **Shcherbakov A.G.** *Identifikatsiya parametrov matematicheskikh modelei elektrotekhnicheskikh kompleksov kanonicheskimi metodami: Avtofef. diss. ... cand. Tekhn. nauk* (Identification of parameters of mathematical models of electrotechnical complexes by canonical methods: Author's abstract. diss ... Cand. Sci. (Eng.)). Omsk: Omsk State Technical University 2002, 39 p.

9. **Sytnik A.A., Klyuchka K.N., Protasov S.Yu.** *Izv. Tomskogo politekhnicheskogo universiteta – in Russ. (News of the Tomsk Polytechnic University)*, 2013, vol. 322, No. 4, pp. 103–106.

10. **Bakhvalov N.S., Lapin A.V., Chizhonkov E.V.** *Chislennyye metody v zadakhakh I uprazhneniyakh/Pod red. V.A. Sadovnichogo* (Numerical methods in problems and exercises/ Edit. by V.A. Sadovnichii). Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 2000, 190 p.

[22.06.2017]