

5. Smelkov G.I. *Pozharnaya bezopasnost' elektroprovodok* (Fire safety of electric wiring). Moscow. Publ. «Kabel'», 2009, 328 p.
6. Tikhonov V.I., Mironov M.A. *Markovskiye protsessy* (Markov processes). Moscow. Publ. «Sovetskoye Radio», 1977, 486 p.
7. Kemeni J., Skel J. *Konechnye tsepi Markova* (Finite Markov chains). Moscow. Publ. «Nauka», 1966, 271 p.
8. Rozanov Yu.A. *Sluchainyye protsessy* (Stochastic processes). Moscow. Publ. «Nauka», 1979, 184 p.
9. Sandler J. *Technika nadezhnosti sistem* (Technique reliability of systems). Moscow. Publ. «Nauka», 1966, 300 p.
10. Barzilovich Ye.Yu., Belyayev Yu.K., Kashtanov V.A. *Voprosy matematicheskoi teorii nadezhnosti/Pod redaktsiyey B.V. Gnedenko* (Questions of the mathematical theory of reliability). Moscow. Publ. «Radio i svyaz'», 1983, 376 p.
11. Karlin S. *Osnovy teorii sluchainykh protsessov* (Fundamentals of theory of stochastic processes). Moscow. Publ. «Mir», 1971, 536 p.
12. Kovalev A.P. *Elektrichestvo (Electricity)*, 1991, No. 7, pp. 50–55.
13. Kovalev A.P., Shevchenko A.V., Belousenko I.V. *Promyshlennaya energetika* (Industrial Energy), 1991, No. 6, pp. 28–31.

Authors: Kovalev Aleksandr Petrovich (Donetsk, Ukraine) – Doctor Techn. Sci. He is a Professor of the Donetsk National Technical University (DNTU).

Solenaya Oksana Yaroslavovna (Donetsk, Ukraine) – Ph. D. Student at the DNTU.

* * *

Вероятностное моделирование выпуска продукции и электропотребления дуговыми сталеплавильными печами

КУРЕННЫЙ Э.Г., ДМИТРИЕВА Е.Н., ЛЮТЫЙ А.П., БУЛГАКОВ А.А.

Рассматриваются вероятностные распределения параметров режима плавки в дуговых сталеплавильных печах (ДСП). В стационарном режиме для объема выпуска продукции и расхода электроэнергии приняты нормальные законы распределения. Получено общее решение для распределения удельного расхода электроэнергии. Показано, что для ДСП это распределение можно считать нормальным. Числовые характеристики нормальных распределений параметров режима предложено определять по массиву опытных данных с корректировкой значений с недовыпуском продукции и перерасходом электроэнергии. В общем случае корректировка осуществляется путем симметрирования массива опытных значений выпуска продукции и расхода электроэнергии. Для ДСП рекомендуется симметрировать статистическую функцию распределения удельных расходов электроэнергии. Найдены области практически достоверных параметров режима: в общем случае в виде эллипса равной плотности вероятностей системы «выпуск продукции – расход электроэнергии», для ДСП – диапазона расчетных значений удельных расходов электроэнергии. Полученные результаты позволяют решать задачи нормирования удельных расходов электроэнергии и энергосбережения.

Ключевые слова: сталеплавильная печь, выпуск продукции, расход электроэнергии, вероятностное распределение, опытные данные, корректировка незакономерных отклонений

Для решения задач нормирования удельных расходов электроэнергии и электросбережения надо знать вероятностные распределения параметров режима плавки в дуговой сталеплавильной печи (ДСП): выпуск продукции V , расход A_a и удельный расход ρ_a активной электроэнергии, а также расход реактивной электроэнергии A_p .

Числовые характеристики вероятностных моделей находятся из опыта. Будем различать два вида массивов опытных значений: И – исходный и С – стационарный (названия условные). В массиве И (отмечены значком \sim) могут присутствовать значения, обусловленные нерациональной загрузкой ДСП, форсировкой режимов, недостаточно высокой квалификацией бригады сталеваров, ведущих плавку¹.

Идея формирования С-массива путем симметрирования гистограммы И-массива предложена в

[1]. Однако, как всякая дифференциальная характеристика, гистограмма имеет большие случайные отклонения, что приводит к большой погрешности в определении числовых характеристик гипотетического теоретического распределения и даже к худшему результату, чем до симметрирования.

В статье используется устойчивая интегральная характеристика – функция распределения, а метод симметрирования обобщается на систему двух случайных величин. Также решается задача о вероятностном распределении удельного расхода электроэнергии и находятся области практически достоверных значений (ПДЗ) параметров режима.

Для определенности изложение ведется на примере П-режима из $\tilde{N}=37$ наблюдений, приведенного в Приложении 1 (где опытные данные выражены в отн. ед. по отношению к нормам V_n , $A_{a,n}$, $\rho_{a,n}$ и др., принятым на предприятии после введения автоматизированной системы лимитирования расходов активной электроэнергии).

¹ Анормальные значения, вызванные нарушениями технологического процесса (простой и др.), в И-массив не включаются.

Исходные положения. На случайные величины V , A_a и A_p влияет большое число факторов, что позволяет считать их вероятностные распределения нормальными. Теоретически нормальные случайные величины могут принимать сколь угодно большие отрицательные значения. Однако в практике их средние значения намного превышают среднеквадратические отклонения (стандарты), поэтому вероятностью появления отрицательных значений можно пренебречь.

В общем случае система случайных величин V , A_a и A_p характеризуется трехмерной плотностью нормального распределения. Однако, как показывает опыт, коэффициенты корреляции между расходами активной и реактивной электроэнергии довольно велики (более 0,8), что позволяет рассматривать двумерные системы (V, A_a) и (V, A_p) раздельно.

Удельный расход активной электроэнергии представляет собой нелинейное преобразование нормально распределенных величин, а потому его распределение отличается от нормального:

$$\rho_a = A_a / V. \quad (1)$$

Если обе величины V и A_a изменяются в небольших пределах, становится возможной линеаризация нелинейной функции (1), которую естественно выполнить в точке $(V_c, A_{a,c})$, координаты которой равны средним значениям случайных величин. Отбрасывая в ряде Тейлора для функции двух аргументов производные выше первого порядка, получим

$$\begin{aligned} \rho_a &\approx A_{a,c} / V_c - A_{a,c}(V - V_c) / V_c^2 + (A_a - A_{a,c}) / V_c = \\ &= A_{a,c}(1 - V / V_c + A_a / A_{a,c}) / V_c. \end{aligned} \quad (2)$$

По удельному расходу электроэнергии оценивается эффективность плавки с точки зрения энергосбережения. При этом неявно предполагается, что V и A_a имеют примерно одинаковую значимость. В самом деле, если в нелинейном выражении (1) при $A = A_{a,c}$ значение V будет меньше V_c на 10%, то удельный расход превысит среднее значение ρ_c в $1/0,9=1,111$ раза. Наоборот, если при $V=V_c$ расход энергии будет больше на 10%, то удельный расход увеличится в 1,1 раза, т.е. почти так же, как и в предыдущем случае. При использовании же линейного выражения (2) параметры $A / A_{a,c}$ и V / V_c в точности будут одинаково значимы.

Для учета разных стоимостных соотношений может использоваться критерий эффективности k_{Σ} в виде линейной комбинации показателей ре-

жима. Например, для системы (V, A_a, A_p) в отн. ед.*

$$k_{\Sigma} = aV / V_H + bA_a / A_{a,H} + cA_p / A_{p,H}, \quad (3)$$

где a , b и c — парциальные коэффициенты, которые выбираются путем экспертных оценок (при $V=V_H$, $A_a=A_{a,H}$ и $A_p=A_{p,H}$ критерий должен быть равен единице, поэтому $a+b+c=1$; обычно $a > b > c$).

Нормальные распределения. Нормально распределенные величины характеризуются средними значениями $V_c, A_{a,c}, A_{p,c}$, стандартами $\sigma_V, \sigma_a, \sigma_p$, а также коэффициентами корреляции $r_{Va}, r_{Vp}, r_{a,p}$.

Двумерная плотность случайных величин V и A_a

$$\begin{aligned} f_{Va}(V, A_a) &= \frac{1}{2\pi\sigma_V\sigma_a\Delta_{Va}} \times \\ &\times \exp\left\{-\frac{1}{2\Delta_{Va}^2}(u^2 - 2r_{Va}uv_a + v_a^2)\right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\Delta_{Va} = \sqrt{1 - r_{Va}^2}; u = (V - V_c) / \sigma_V; v_a = (A_a - A_{a,c}) / \sigma_a.$$

Функции распределения каждой из случайных величин выражаются через табулированную функцию $\Phi(x)$ стандартного нормального распределения с нулевым средним значением и единичным стандартом [2] или вычисляются с использованием встроенной функции `pnorm` в системе MathCAD:

$$F(V) = \Phi(u); F(A_a) = \Phi(v_a). \quad (5)$$

Линейная функция (3) также имеет нормальное распределение со средним значением

$$k_{\Sigma,c} = aV_c / V_H + bA_{a,c} / A_{a,H} + cA_{p,c} / A_{p,H} \quad (6)$$

и стандартом

$$\begin{aligned} \sigma_{k_{\Sigma}} &= (a^2\sigma_V^2 / V_H^2 + b^2\sigma_a^2 / A_{a,H}^2 + c^2\sigma_p^2 / A_{p,H}^2 + \\ &+ 2abr_{Va}\sigma_V\sigma_a / V_H A_{a,H} + 2acr_{Vp}\sigma_V\sigma_p / V_H A_{p,H} + \\ &+ 2bcr_{a,p}\sigma_a\sigma_p / A_{a,H} A_{p,H})^{0,5}. \end{aligned} \quad (7)$$

Удельные расходы. Плотность распределения удельного расхода активной электроэнергии определим по общей формуле частного двух случайных величин [3] (индекс «а» в ρ опущен)

* Если ДСП создает существенные кондуктивные помехи, то в (2) добавляются слагаемые, пропорциональные ущербу от нарушения ЭМС.

$$f_a(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} |V| f_{V_a}(V, \rho V) dV. \quad (8)$$

Введем обозначения:

$$z_1^2(\rho) = \frac{\sigma_a^2 - 2r_{V_a} \sigma_V \sigma_a \rho + \sigma_V^2 \rho^2}{2\Delta_{V_a}^2 \sigma_V^2 \sigma_a^2};$$

$$z_2 = \frac{V_c^2 \sigma_a^2 - 2r_{V_a} V_c A_{a.c} \sigma_V \sigma_a + A_{a.c}^2 \sigma_V^2}{2\Delta_{V_a}^2 \sigma_V^2 \sigma_a^2};$$

$$z_3(\rho) = \frac{V_c^2 \sigma_a^2 - r_{V_a} (A_{a.c} + V_c \rho) \sigma_V \sigma_a + A_{a.c} \sigma_V^2 \rho}{\sqrt{2} \Delta_{V_a} \sigma_V \sigma_a \sqrt{\sigma_a^2 - 2r_{V_a} \sigma_V \sigma_a \rho + \sigma_V^2 \rho^2}};$$

$$z_4(\rho) = z_3^2(\rho) - z_2; \quad z_5(\rho) = 1 + 2\Phi[\sqrt{2}z_3(\rho)].$$

Выполнив интегрирование в (8), получим

$$f(\rho) = \frac{1}{2\pi \Delta_{V_a} \sigma_V \sigma_a z_1(\rho)} \times$$

$$\times \{ \exp\{-z_1(\rho)\} - \sqrt{\pi} z_3(\rho) z_5(\rho) \exp\{z_4(\rho)\} \}. \quad (9)$$

По плотности распределения вычисляются среднее значение и стандарт:

$$\rho_c = \int_{-\infty}^{\infty} \rho f(\rho) d\rho; \quad \sigma_p = \left[\int_{-\infty}^{\infty} \rho^2 f(\rho) d\rho - \rho_c^2 \right]^{0,5}, \quad (10)$$

а также функция распределения

$$F(\rho) = \int_{-\infty}^{\rho} f(\rho) d\rho. \quad (11)$$

В практических расчетах минимальные и максимальные значения случайных величин определяются по правилу трех сигм [2]:

$$V_{m.M} = V_c \mp 3\sigma_V; \quad A_{a.m.M} = A_{a.c} \mp 3\sigma_a.$$

Обычно эти значения больше нуля, что позволяет заменить бесконечные пределы интегрирования на $\rho_{aM} = A_{aM} / V_{aM}$ и $\rho_{aM} = A_{aM} / V_{aM}$.

Вследствие нелинейности функции (1) среднее значение $\rho_{a.c} \neq A_{a.c} / V_c$. В тех случаях, когда возможна линеаризация, анализ существенно упрощается, так как распределение удельных расходов является нормальным. С учетом (2) его параметры

$$\rho_{a.c} \approx A_{a.c} / V;$$

$$\sigma_{p.a} \approx A_{a.c} (\sigma_V^2 / V_c^2 + \sigma_a^2 / A_{a.c}^2 - 2r_{V_a} \sigma_V \sigma_a / V_c A_{a.c})^{0,5} / V_c \quad (12)$$

вычисляются по числовым характеристикам системы (V, A_a) . Функция распределения при $v_{p.a} = (\rho_a - \rho_{a.c}) / \sigma_{p.a}$ определяется сразу без интегрирования по формулам (10) и (11):

$$F(\rho_a) \approx \Phi(v_{p.a}). \quad (13)$$

Допустимость линеаризации оценивается при сопоставлении числовых характеристик С-массива с приближенными значениями (12). Расчеты показали, что при коэффициенте вариации $\hat{\sigma}_{p.a} / \hat{\rho}_{a.c} \leq 0,2$ можно принимать нормальное распределение без проверки по критерию согласия.

Полученные формулы очевидным образом распространяются на удельные расходы реактивной электроэнергии, а также на любые другие частные двух нормальных величин: «тангенс фи» — отношение A_p и A_a , производительность плавки — отношение V и длительности плавки и др.

Формирование С-массива. Рассчитанные по данным таблицы Приложения 1 опытные значения параметров режима приведены далее:

| Параметр | Значение параметра | |
|--------------|--------------------|------------|
| | в режиме И | в режиме С |
| V_c | 0,9492 | 0,9491 |
| σ_V | 0,0748 | 0,0748 |
| $A_{a.c}$ | 0,8364 | — |
| σ_a | 0,1043 | — |
| r_{V_a} | 0,4763 | — |
| $\rho_{a.c}$ | 0,8827 | 0,8810 |
| $\rho_{p.a}$ | 0,0972 | 0,0944 |

По И-массиву была найдена функция распределения объема выпуска продукции $F(\hat{V})$ — рис. 1,а кривая 1. Проверка по критерию Пирсона показала, что здесь может быть принята гипотеза о нормальном распределении² с параметрами $V_c = \hat{V}_c$, $\sigma_V = \hat{\sigma}_V$, функция распределения которого — кривая 2 рис. 1,а.

Иначе обстоит дело с распределением расхода активной электроэнергии, статистическая функция распределения $F(\tilde{A}_a)$ которого показана на рис. 1,б, кривая 1. В этом случае гипотеза о нормальном распределении (рис. 1,б кривая 2) не подтвердилась, поэтому среднее значение $\tilde{A}_{a.c}$ и стандарт $\tilde{\sigma}_a$ не могут быть приняты в качестве параметров теоретического распределения. Аналогичный вывод справедлив и для расхода реактивной электроэнергии.

Статистическая функция распределения $F(\tilde{\rho}_a)$ удельных расходов активной электроэнергии (кривая 1 на рис. 1,б) также не может быть аппроксимирована кривой нормального распределения.

² Если статистическое распределение асимметрично, то требуется выполнить симметрирование, но не для больших, а малых значений \hat{V} .

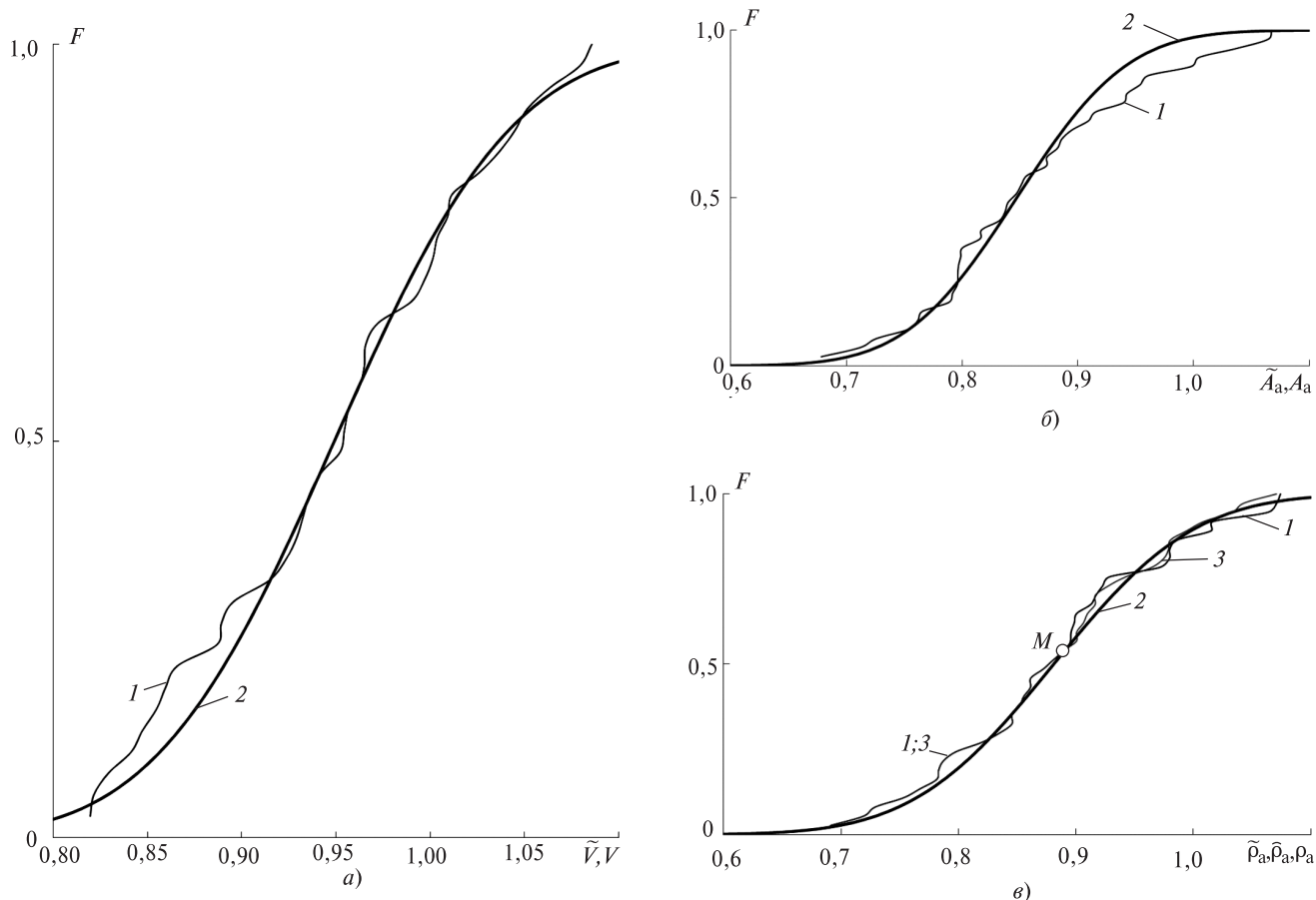


Рис. 1. Функции распределения объема выпуска продукции (а), расхода и удельного расхода активной электроэнергии (б и в): 1 – статистические; 2 – теоретические; 3 – симметрированная

Отличие распределений от нормальных свидетельствует о нарушении стационарности. В силу симметрии нормального распределения при выделении С-массива из И-массива естественно потребовать, чтобы и статистические распределения С-массива также были бы симметричными. В общем случае симметрирование должно выполняться для системы случайных величин V и A_a (см. Приложение 2). Однако для ДСП характерна малая вариация удельных расходов: по приведенным ранее параметрам получим $0,0944 / 0,881 = 0,107 < 0,2$. В этом случае распределение можно считать нормальным, что позволяет выполнить симметрирование именно для этой случайной величины.

Так как среднее значение $\hat{\rho}_{a,c}$ не известно, для его определения будем считать, что по меньшей мере половина наблюдений с меньшими расходами электроэнергии относится к С-режиму. Это позволяет определить среднее значение разыскиваемого распределения как абсциссу статистической функции распределения при ее значении 0,5:

$$\hat{\rho}_{a,c} = \text{arc}F(0,5). \tag{14}$$

Для получения статистической функции распределения данные о расходе электроэнергии из табл. 2 (приложение) располагают в порядке воз-

растания (столбец $\tilde{\rho}_a$ в табл. 1). При этом номер строки l не совпадает с номером строки i в табл. 2 (приложение). Для абсциссы $\tilde{\rho}_{al}$ с номером l функция распределения $F(\tilde{\rho}_a)$ равна l / N . Она является ступенчатой, с вертикальными скачками размером $1/N$. В связи с этим при определении среднего значения С-массива необходимо различать два случая: является N нечетным или четным числом.

Таблица 1

| l | i | Параметр | | | |
|-----|-----|------------------|---------------------|-----|----------------|
| | | $\tilde{\rho}_a$ | $F(\tilde{\rho}_a)$ | m | $\hat{\rho}_a$ |
| 1 | 21 | 0,6913 | 0,0270 | — | 0,6913 |
| 2 | 23 | 0,7190 | 0,0541 | — | 0,7190 |
| : | : | : | : | : | : |
| 18 | 33 | 0,8724 | 0,4865 | — | 0,8724 |
| 19 | 10 | 0,8810 | 0,5135 | — | 0,8810 |
| 20 | 18 | 0,8920 | 0,5405 | 18 | 0,8896 |
| : | : | : | : | : | : |
| 36 | 37 | 1,0709 | 0,9730 | 2 | 1,0430 |
| 37 | 28 | 1,0742 | 1 | 1 | 1,0708 |

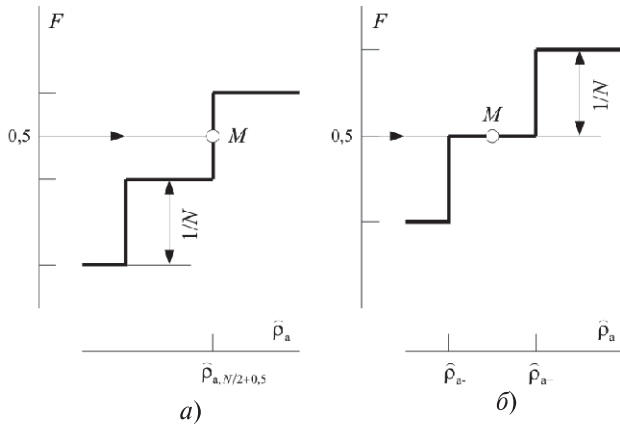


Рис. 2. Фрагменты функции распределения удельных расходов электроэнергии при нечетном (а) и четном (б) числе наблюдений

Геометрически равенство (14) означает, что на графике функции распределения проводится горизонталь 0,5 до пересечения с кривой $F(\tilde{\rho}_a)$. При нечетном N точка пересечения M приходится на скачок функции распределения при абсциссе $\tilde{\rho}_{aN/2+0,5}$ с номером $l_c = N/2 + 0,5$ (рис. 2,а). Эта абсцисса и является искомым средним значением. При четном N горизонталь попадает на «полочку» между абсциссами $\tilde{\rho}_{a-} = \tilde{\rho}_{aN/2}$ и $\tilde{\rho}_{a+} = \tilde{\rho}_{aN/2+1}$ (рис. 2,б). Для определенности примем, что точка M находится посередине. Таким образом

$$\hat{\rho}_{a,c} = \begin{cases} \tilde{\rho}_{aN/2+0,5} & \text{при нечетном } N; \\ (\tilde{\rho}_{aN/2} + \tilde{\rho}_{aN/2+1})/2 & \text{при четном } N. \end{cases} \quad (15)$$

Симметрирование проводится следующим образом. Левая часть кривой $F(\tilde{\rho}_a)$ сохраняется, а правая часть строится симметричным отображением левой части относительно точки M с координатами $(\hat{\rho}_{a,c}; 0,5)$. При этом абсцисса $\tilde{\rho}_{am}$ в правой части должна находиться на таком же расстоянии от вертикали $\hat{\rho}_{a,c}$, как и абсцисса в левой части с номером $m = N + 1 - l$. Отсюда

$$\tilde{\rho}_{am} = 2\hat{\rho}_{a,c} - \tilde{\rho}_{al}. \quad (16)$$

При нечетном N сохраняются ординаты с номерами $l \leq l_c$. Поэтому в левой части $\tilde{\rho}_{al} = \tilde{\rho}_{al}$, а среднее значение попадает в массив с номером l_c . Абсциссы в правой части вычисляются по (16) при $l > l_c$. В случае четного N сохраняются абсциссы с $l=1$ до $N/2+1$, а при больших l абсциссы также рассчитываются по формуле (16). Значение $\hat{\rho}_{a,c}$ в массиве отсутствует, но среднее значение массива равно $\hat{\rho}_{a,c}$.

Вследствие случайности опытных данных может оказаться, что при симметрировании будут значения, превышающие значения из И-массива.

В рассматриваемом случае $N=37$ – нечетное. Значение $l_c = 37/2 + 0,5 = 19$, поэтому $\hat{\rho}_{a,c}$ равно значению 0,8810 из строки 19 (табл. 1). Номера m

вычисляются для $l > 19$ и заносятся в соответствующий столбец табл. 1. Значения $\tilde{\rho}_a$ с номерами от 1 до 19 переносятся без изменения в столбец симметрированных значений удельных расходов электроэнергии. Последующие значения вычисляются по формуле (16). Например, при $l=20$, когда $m=18$ и $\tilde{\rho}_{a18} = 0,8724$, получим

$$\hat{\rho}_{a20} = 2 \cdot 0,881 - 0,8724 = 0,8896$$

вместо 0,8920 в И-массиве.

При этом среднее значение и стандарт удельного расхода активной электроэнергии уменьшились: $\tilde{\rho}_{a,c}$ на 0,19%, а $\tilde{\sigma}_{p,a}$ на 2,88%. Наибольшее значение 1,0708 (при $i=37$) уменьшилось до значения 1,043. Напротив, можно показать, что, если, следуя [1], выполнить симметрирование по наибольшей ступеньке гистограммы, то наибольшее значение не уменьшится, а возрастет до 1,14. Это свидетельствует о некорректности такого симметрирования.

Функция распределения $F(\hat{\rho}_a)$ симметрированного массива представлена на рис. 1, в кривой 3. В левой части она совпадает с кривой 1 (рис. 1, в), а в правой части располагается левее этой кривой. Проверка по критерию Пирсона подтвердила возможность принятия нормального закона распределения (кривая 2, рис. 1, в) с $\rho_{a,c} = 0,881$ и $\sigma_a = 0,0944$.

Области практически достоверных значений. В соответствии с принципом практической уверенности [2, 4] в практических приложениях учитывается не вся область возможных значений случайной величины (теоретически от $-\infty$ до $+\infty$), а только практически достоверных.

При раздельном рассмотрении случайных параметров режима для каждой случайной величины (например ρ) область ПДЗ геометрически представляется отрезком $(\rho_{\min}, \rho_{\max})$ на оси ρ . Его границы выбираются из условий малости граничных вероятностей $E_{x \min}$ и $E_{x \max}$ попадания случайной величины в диапазоны $\rho \leq \rho_{\min}$ и $\rho \geq \rho_{\max}$. Обычно принимают $E_{x \min} = E_{x \max} = E_x = 0,05$. Эти условия дают два уравнения:

$$F(\rho_{\min}) = E_x; \quad F(\rho_{\max}) = 1 - E_x, \quad (17)$$

которые решаются относительно ρ_{\min} и ρ_{\max} . Решение записывают в виде

$$\rho_{\min} = \rho_c - \beta \sigma_p; \quad \rho_{\max} = \rho_c + \beta \sigma_p, \quad (18)$$

где статистический коэффициент β однозначно связан с граничной вероятностью.

Для нормального распределения при $E_x = 0,05$ коэффициент $\beta = 1,647 \approx 1,65$. В этом случае вероятность попадания случайной величины в область ПДЗ $E_1 = 1 - 2E_x = 0,9$. Отметим, что правило «трех сигм» относится к $E_x = 0,00125 \approx 0,001$. Норма удель-

ных расходов принимается в диапазоне $(\rho_{a \min}, \rho_{a \max})$.

В рассмотренном случае симметрирования расчетные значения составляют: $\rho_{a \min} = 0,881 - 1,65 \cdot 0,0944 = 0,7252$, $\rho_{a \max} = 1,0320$.

Области ПДЗ можно определить по симметрированному массиву лишь при больших N (более 100), когда скачки $1/N$ функции распределения малы (менее 0,01), что обеспечивает достаточную плавность изменения этой функции на границах областей. При $N=37$ скачок равен 0,027, поэтому условия (18) выполняются уже на втором и предпоследнем скачках. Соответствующие расчетные значения $\hat{\rho}_{a \min} = 0,719$ и $\hat{\rho}_{a \max} = 1,043$ расширяют область ПДЗ на 4,6%.

Если две нормально распределенные случайные величины V и A_a рассматриваются совместно, то областью ПДЗ является эллипс. В известное его уравнение [5]

$$u_a^2 - 2r_{Va}uv_a + v_a^2 = \lambda^2 \Delta_{Va}^2$$

входит постоянная величина λ . Можно показать, что при заданной граничной вероятности она равна β . Это позволяет записать уравнение эллипса в виде

$$v = r_{uv}u \pm \sqrt{(1-r^2)(\beta^2 - u^2)} \text{ при } -\beta \leq u \leq \beta. \quad (20)$$

Переходя от u и v к V и A_a , получим

$$A_a = A_{a.c} + \frac{\sigma_a}{\sigma_V} [r_{Va}(V - V_c) \pm \Delta_{Va} \sqrt{\beta^2 \sigma_V^2 - (V - V_c)^2}] \quad (21)$$

в пределах значений абсцисс от $V_{\min} = V_c - \beta \sigma_V$ до $V_{\max} = V_c + \beta \sigma_V$.

Вероятность попадания в эллипс [2]

$$E_2 = 1 - \exp\{-\beta^2 / 2\} \quad (22)$$

меньше E_1 . Если для каждой случайной величины принять $E_1 = 0,9$, когда $\beta = 1,65$ и $E_x = 0,05$, то $E_2 = 0,744$. Если же принять $E_2 = 0,9$, то из (22) найдем, что в этом случае $E_1 = 0,968$, $\beta_2 = 2,15$ а $E_x = 0,016$. При этом область ПДЗ значительно расширяется. Для единообразия будем исходить из $E_x = 0,05$.

Оси ξ и η эллипса относительно оси V повернуты на угол α . Формула (9.2.2) из [2] для $\text{tg}2\alpha$ не может быть использована, так как величины V и A_a имеют разные размерности. В связи с этим используется уравнение (20), в которое входят относительные величины u и v со средними значениями $u_c = v_c = 0$ и стандартами $\sigma_u = \sigma_v = 1$. Масштабы координатных осей должны быть одинаковыми. Коэффициент корреляции $r_{uv} = r_{Va}$.

Центр эллипса располагается в начале координат, а его оси при $r_{uv} > 0$ повернуты на угол

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{arctg} \frac{2r_{uv}\sigma_u\sigma_v}{\sigma_u^2 - \sigma_v^2} = 45^\circ.$$

При отрицательной корреляции угол равен -45° , а при её отсутствии принимается равным нулю.

Уравнения оси эллипса определяются выражениями:

$$\xi = (u + v) / \sqrt{2}; \quad \eta = (u - v) / \sqrt{2}. \quad (23)$$

Приложение 1. Значения наблюдаемых параметров режима (\tilde{V} , \tilde{A}_a и \tilde{A}_p) приведены в табл. 2. По ним рассчитаны значения удельных расходов активной электроэнергии. В целом данные табл. 2 представляют П-массив.

Приложение 2. При больших коэффициентах вариации симметризовать массив удельных расходов принципиально недопустимо, так как вероятностное распределение (9) не является нормальным. Здесь требуется рассматривать систему случайных величин (V, A_a) , подчиняющихся нормальному распределению. Задача заключается в выделении подмассива больших значений V и малых A_a с последующим симметрированием.

Для определения средних значений \hat{V}_c и $\hat{A}_{a.c}$ С-массива необходимо по отдельности выполнить симметрирование случайных величин V и A_a по половине их числа.

Относительные значения u и v вычисляются по \hat{V}_c , $\hat{A}_{a.c}$ и стандартам $\tilde{\sigma}_V$, $\tilde{\sigma}_a$. Оси ξ и η делят И-массив значений u и v на четыре квадранта. Четвертый квадрант относится к С-массиву. Попавшие в него точки (V, A_a) симметрируются: в первый и третий квадранты – относительно осей ξ и η , а во второй – относительно начала координат. От величин \hat{u} и \hat{v} возвращаемся к массиву \tilde{V} , \tilde{A}_a , по значениям которого вычисляются стандарты $\tilde{\sigma}_V$, $\tilde{\sigma}_a$, коэффициент корреляции \hat{r}_{Va} и значения удельных расходов.

Область ПДЗ представляет собой эллипс (21). Попадающие в него точки позволяют рассчитать ПДЗ удельных расходов. При нулевом коэффициенте корреляции (практически при $|\hat{r}_{Va}| < 0,2$) эллипс вырождается в окружность радиусом β . В этом случае можно симметризовать \tilde{V} , \tilde{A}_a по отдельности. При коэффициентах корреляции, близких к ± 1 (практически при $|\hat{r}_{Va}| > 0,8$), область ПДЗ вырождается в отрезки прямой длиной β . В этом случае достаточно симметризовать только И-мас-

Таблица 2

| Номер строки i | Значения параметров (опыт) | | | |
|------------------|----------------------------|---------------|---------------|----------------|
| | \tilde{V} | \tilde{A}_a | \tilde{A}_p | $\tilde{\rho}$ |
| 1 | 0,8196 | 0,7957 | 0,8568 | 0,9708 |
| 2 | 0,8216 | 0,7239 | 0,8185 | 0,8810 |
| 3 | 0,8293 | 0,7452 | 0,7988 | 0,8986 |
| 4 | 0,8415 | 0,7199 | 0,7115 | 0,8556 |
| 5 | 0,8475 | 0,7300 | 0,7588 | 0,8614 |
| 6 | 0,8549 | 0,9183 | 0,9911 | 1,0742 |
| 7 | 0,8596 | 0,8422 | 0,8526 | 0,9797 |
| 8 | 0,8658 | 0,9272 | 0,8954 | 1,0709 |
| 9 | 0,8869 | 0,7498 | 0,7991 | 0,8455 |
| 10 | 0,8893 | 0,7967 | 0,8272 | 0,8959 |
| 11 | 0,8956 | 0,7146 | 0,8343 | 0,7979 |
| 12 | 0,9147 | 0,8440 | 0,8854 | 0,9227 |
| 13 | 0,9236 | 0,8239 | 0,7604 | 0,8920 |
| 14 | 0,9293 | 0,9106 | 0,9858 | 0,9799 |
| 15 | 0,9327 | 0,8036 | 0,9183 | 0,8616 |
| 16 | 0,9360 | 0,9231 | 0,9525 | 0,9862 |
| 17 | 0,9420 | 0,8598 | 0,9087 | 0,9127 |
| 18 | 0,9524 | 0,8308 | 0,8563 | 0,8724 |
| 19 | 0,9545 | 0,7966 | 0,8273 | 0,8346 |
| 20 | 0,9569 | 0,7494 | 0,7184 | 0,7831 |
| 21 | 0,9624 | 0,6653 | 0,7203 | 0,6913 |
| 22 | 0,9651 | 0,8224 | 0,8466 | 0,8521 |
| 23 | 0,9658 | 0,6945 | 0,7264 | 0,7190 |
| 24 | 0,9724 | 0,7089 | 0,7362 | 0,7291 |
| 25 | 0,9900 | 0,8864 | 0,9512 | 0,8954 |
| 26 | 0,9969 | 0,7509 | 0,8978 | 0,7532 |
| 27 | 1,0015 | 0,7883 | 0,7709 | 0,7871 |
| 28 | 1,0038 | 1,0675 | 1,0391 | 1,0634 |
| 29 | 1,0095 | 0,9091 | 0,9671 | 0,9006 |
| 30 | 1,0116 | 0,9395 | 0,9731 | 0,9287 |
| 31 | 1,0258 | 0,8017 | 0,8817 | 0,7815 |
| 32 | 1,0367 | 1,0526 | 1,0570 | 1,0153 |
| 33 | 1,0451 | 0,8564 | 0,9422 | 0,8195 |
| 34 | 1,0516 | 0,8892 | 0,9237 | 0,8456 |
| 35 | 1,0638 | 0,8166 | 0,8796 | 0,7676 |
| 36 | 1,0795 | 1,0972 | 1,1759 | 1,0165 |
| 37 | 1,0858 | 0,9957 | 1,0875 | 0,9170 |

сив \tilde{V} . Значения расходов электроэнергии вычисляются по формуле линейной связи между \tilde{A}_a и \tilde{V} , а удельных расходов – по (1).

Выводы. 1. Вероятностные распределения объема выплавки стали и расхода электроэнергии следует считать нормальными. Асимметричность статистических распределений свидетельствует о недовыпуске стали и перерасходе электроэнергии. Для определения числовых характеристик вероятностных распределений для массива опытных данных необходимо выполнить симметрирование статистических распределений.

2. В общем случае распределение удельного расхода электроэнергии определяется формулами (9) и (11), но при коэффициентах вариации, не превышающих 0,2, оно является близким к нормальному.

3. При малых коэффициентах вариации симметрирование целесообразно выполнять по статистической функции распределения удельных расходов электроэнергии. В общем случае симметрируется система случайных величин объема выпуска продукции и расхода электроэнергии.

4. Области практически достоверных параметров режима определяются по заданной граничной вероятности выхода опытных значений за границы областей, что позволяет установить допустимые отклонения параметров режима от принятой нормы удельного расхода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брусенцов Л.В. Вычисление осредненного цикла случайного процесса. – Изв. вузов. Электромеханика, 1965, № 5, с. 601–603.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969, 576 с.
3. Заездный А.М. Основы расчетов по статистической радиотехнике. – М.: Связь, 1969, 447 с.
4. Дмитриева Е.Н. Принцип практической уверенности в задачах электроэнергетики. – Электричество, 2008, № 6, с. 15–21.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и радиоинженеров. – М.: Наука, 1970, 720 с.

[18.06.14]

Авторы: Куренный Эдуард Григорьевич в 1961 г. окончил электромеханический факультет Новочеркасского политехнического института (НПИ). В 1974 г. защитил докторскую диссертацию «Основы общей теории вероятностных процессов в заводских электрических сетях» в НПИ. Профессор кафедры электроснабжения промышленных предприятий и городов Донецкого национального технического университета (ДонНТУ).

Дмитриева Елена Николаевна в 1968 г. окончила электромеханический факультет Донецкого политехнического института. В 1976 г. защитила кандидатскую диссертацию «Вопросы теории и методы расчета пиков, выбросов и колебаний негауссовых

процессов в сетях электроснабжения промышленных предприятий» в НПИ. Скончалась в 2013 г.

Лютый Александр Павлович окончил электротехнический факультет Запорожского машиностроительного института в 1978 г. В 2003 г. защитил кандидатскую диссертацию «Методы оценивания

параметров несимметрии и несинусоидальности режимов в системах с резкочастотной нагрузкой». Директор по энергетике ОАО «Днепрспецсталь».

Булгаков Александр Александрович окончил электротехнический факультет ДонНТУ в 2011 г. Ассистент кафедры электрических систем ДонНТУ.

Elektrichestvo (Electricity), 2014, No. 11, pp. 45–52.

Probabilistic Modeling of Production Output and Power Consumption by Arc Steel Melting Furnaces

E.G. KURENNYI, E.N. DMITRIEVA, A.P. LYUTYI AND A.A. BULGAKOV

Probabilistic distributions of melt operating parameters in arc steel melting furnaces (ASMFs) are considered. Gaussian distribution laws are adopted for the amount of released product and electric energy expenditure in a steady mode of operation. A general solution for the distribution of specific electric energy expenditure is obtained. It is shown that for an ASMF this distribution can be regarded to be a Gaussian one. A proposal is given to determine the numerical characteristics of Gaussian distributions of operating parameters from the array of experimental data with correcting the values involving underproduction of goods and overexpenditure of electric energy. In the general case, correction is carried out by balancing the array of experimentally obtained values of production release and expenditure of electric energy. For ASMFs it is recommended to balance the statistical distribution function of specific electric energy expenditures. Regions of practically trustworthy operating parameters are found: in the general case in the form of ellipsis of equally dense probabilities of the “production release - electric energy expenditure” system, and for an ASMF as a range of calculated values of specific expenditures of electric energy. By using the obtained results one can solve matters concerned with standardizing specific expenditures of electric energy and energy conservation.

Key words: steel melting furnace, production release, expenditure of electric energy, probabilistic distribution, experimental data, correction of irregular deviations

REFERENCES

1. **Brusentsov L.V.** *Izvestiya vuzov. Elektromekhanika (News of Higher Education Institutions. Electromechanics)*, 1965, No. 5, pp. 601–603.
2. **Venttsel' Ye.S.** *Teoriya veroyatnosti (Probability theory)*. Moscow. Publ. «Nauka», 1969, 576 p.
3. **Zayezdnyi A.M.** *Osnovy raschetov po statisticheskoi radiotekhnike (Fundamentals of statistical calculations on radio)*. Moscow. Publ. «Svyaz'», 1969, 447 p.
4. **Dmitriyeva Ye.N.** *Elektrichestvo (Electricity)*, 2008, No. 6, pp. 15–21.
5. **Korn G., Korn T.** *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i radioinzhenerov (Mathematical handbook for scientists and radioengineers)*. Moscow. Publ. «Nauka», 1970, 720 p.

Authors: Kurenniy Eduard Grigor'yevich (Donetsk, Ukraine) – Doctor Techn. Sci., Professor in the Department of the Donetsk National Technical University (DNTU).

Dmitriyeva Elena Nikolayevna – Cand. Techn. Sci. She died in 2013.

Lyutyi Aleksandr Pavlovich (Donetsk, Ukraine) – Cand. Techn. Sci. He is Chief Power Engineer in the JSC «Dneprspetsstal'».

Bulgakov Aleksandr Aleksandrovich (Donetsk, Ukraine) – Assistant in the Department of the DNTU.