

2. Полученные зависимости позволяют проводить синтез корректирующих устройств системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя.

3. Множество положений равновесия системы управления деформацией электромагнитоупругого преобразователя устойчиво относительно математических ожиданий, если выполняются полученные условия на производную нелинейной гистерезисной характеристики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Копылов И.П. Электромеханика – некоторые проблемы XXI века. – Изв. РАН. Энергетика, 2003, №1.
2. Ультразвуковые преобразователи/Под ред. Е. Кикучи. – М.: Мир, 1972.
3. Афонин С.М. Решение волнового уравнения для задач электроупругости. – Электричество, 2005, №4.
4. Афонин С.М. Критерии устойчивости системы управления деформацией пьезопреобразователя. – Электричество, 2006, №11.
5. Наумов Б.Н. Теория нелинейных автоматических систем. Частотные методы. – М.: Наука, 1972.

6. Барабанов Н.Е., Якубович В.А. Абсолютная устойчивость систем регулирования с одной гистерезисной нелинейностью. – Автоматика и телемеханика, 1979, № 12.

7. Физическая акустика, т. 1. ч. А. Методы и приборы ультразвуковых исследований/Под ред. У. Мэзона. – М.: Мир, 1966.

8. Preisach A. Über die magnetische Nachwirkung. – Zeitschrift für Physik (Berlin: Verlag von Julius Springer), 1935, В. 94, № 5 und 6.

9. Турик А.В. К теории поляризации и гистерезиса сегнетоэлектриков. – Физика твердого тела, 1963, т. 5, № 4.

10. Lynch C.S. The effect of uniaxial stress on the electro-mechanical response of 8/65/35 PLZT. – Acta materialia, 1996, vol. 44, № 10.

11. Афонин С.М. Гармоническая линеаризация обобщенной гистерезисной характеристики пьезоэлектрического привода для нано- и микроперемещений. – Электричество, 2008, №1.

[11.11.10]

Автор: Афонин Сергей Михайлович окончил в 1976 г. факультет «Электронное машиностроение» Московского института электронной техники (МИЭТ). В 1982 г. в МИЭТ защитил кандидатскую диссертацию «Разработка и исследование силовых пьезоэлектрических двигателей для прецизионных следящих систем». Старший научный сотрудник МИЭТ.

* * *

Определение электромагнитных сил в электромеханических системах на основе физических законов

МАЛИНИН Л.И., КОНДРАТЬЕВ В.А., МАЛИНИН В. Л.

Представлены результаты сопоставительного анализа существующих подходов к определению электромагнитных сил в устройствах с электромеханическим преобразованием энергии. Сформулированы основные положения определения электромагнитных сил на основе физических законов.

Ключевые слова: электромагнитная сила, сила инерции, упругая сила, электромагнитная энергия, механическая энергия, обменная энергия

Вопрос определения электромагнитных сил в электромеханических системах является предметом разногласий при описании стационарных и динамических процессов на основе так называемого энергетического подхода с составлением энергетического баланса.

Целью статьи является обоснование подхода к определению электромагнитных сил, разработанного на основе фундаментальных физических законов Кирхгофа, Ньютона, электромагнитной индукции, полного тока и Гаука. Теоретический анализ выполнен применительно к однообмоточному электромагнитному преобразователю энергии источника постоянного тока в усилие (ЭМП). При

Results from a comparative analysis of existing approaches for determining the electromagnetic forces acting in devices with electromechanical conversion of energy are presented. Main principles for determining electromagnetic forces on the basis of physical laws are formulated.

Key words: electromagnetic force, inertia force, elastic force, electromagnetic energy, mechanical energy, exchange energy

этом приняты допущения: магнитная цепь обеспечивает исчезающе малые рассеяние, насыщение, потери на вихревые токи и трение.

Динамические свойства ЭМП в приводе могут определяться на основе совместного решения уравнений электрического равновесия (по второму закону Кирхгофа), магнитного равновесия (по закону полного тока) и уравнения механического равновесия (по второму закону Ньютона и в соответствии с принципом Д-Аламбера):

$$e_{и.п} = iR_{ц.п} + \frac{dy}{dt}; \quad (1)$$

$$i w_0^2 = y \frac{\partial}{\partial x} R_{\text{м.м}} + R_{\text{м.з0}} \frac{d_0 - x}{d_0} \ddot{x} \quad (2)$$

$$F_{\text{T}} = F_{\text{с}} + m_{\text{п.ч}} \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (3)$$

где $e_{\text{и.п}}$ – ЭДС источника питания; i – ток обмотки; $R_{\text{ц.п}}$ – электрическое сопротивление цепи питания; t – время; y – потокосцепление обмотки; w_0 – число витков обмотки; $R_{\text{м.м}}$ и $R_{\text{м.з0}}$ – соответственно магнитные сопротивления магнитопровода и рабочего воздушного зазора при начальной его величине d_0 ; x – перемещение якоря, отсчитываемое от d_0 ; F_{T} , $F_{\text{с}}$, $m_{\text{п.ч}}$ – соответственно тяговое усилие ЭМП, сила сопротивления движению, масса подвижных частей электромагнитного механизма.

Для совместного решения уравнений (1)–(3) необходимо выражение электромагнитной силы, развиваемой якорем ЭМП и адекватно соответствующей представлениям о преобразовании электромагнитной энергии в приводе.

Используя выражение (2) и мгновенное значение силы тока, представляемого как

$$i = y / L, \quad (4)$$

индуктивность обмотки ЭМП можно представить в виде

$$L = \frac{a}{1 + b(d_0 - x)/d_0}. \quad (5)$$

Здесь a и b – постоянные коэффициенты, которые с использованием числа витков обмотки w_0 определяются по формулам:

$$a = w_0^2 / R_{\text{м}}; \quad b = R_{\text{з0}} / R_{\text{м}}.$$

В соответствии с (4) и (5) мгновенный ток

$$i = \frac{1+b}{a} y - \frac{b}{a d_0} y x,$$

а его производная по времени t

$$\frac{di}{dt} = \frac{1+b}{a} \frac{dy}{dt} - \frac{b}{a d_0} x \frac{dy}{dt} - \frac{b}{a d_0} y \frac{dx}{dt}. \quad (6)$$

Представим полные производные сложных функций (dy/dt и di/dt), используя частные производные $\partial y/\partial t$, $\partial y/\partial x$, $\partial i/\partial t$, $\partial i/\partial x$. Таким образом, при использовании (6):

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial y}{\partial t} + v \frac{\partial y}{\partial x}; \quad (7)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial i}{\partial t} + v \frac{\partial i}{\partial x}, \quad (8)$$

где v – скорость перемещения якоря; x и t – независимые переменные.

Отметим, что форма полных дифференциалов dy и di не зависит от того, является аргумент x независимой переменной или функцией другого аргумента $x(t)$. Свойство инвариантности формы полного дифференциала позволяет в математической физике осуществлять переход от координат Лагранжа $[x(0), t]$ к координатам Эйлера $[x, t]$ и анализировать процесс как пространственно-временной в явной форме. К этому можно добавить, что система уравнений Максвелла, являющаяся базой для анализа электрофизических процессов, также записана в координатах Эйлера. В координатах Лагранжа при фиксированном начальном положении $x(0) = x_0$ процессы описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями в полных производных вдоль траектории движения. При этом все величины являются функцией только времени. В координатах Эйлера процессы описываются уравнениями в частных производных. Существенно подчеркнуть, что выделение из электромагнитной мощности $dW_{\text{эм}}/dt$ её части, преобразуемой в механическую мощность, корректно только в координатах Эйлера. С учетом инвариантности выражение для электромагнитной мощности представляется в виде

$$\frac{dW_{\text{эм}}(x_0, t)}{dt} = \frac{dW_{\text{эм}}(x, t)}{dt} = \frac{\partial W_{\text{эм}}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial W_{\text{эм}}(x, t)}{\partial x} \frac{dx}{dt}.$$

Часть электромагнитной мощности, преобразуемая в механическую мощность, равна

$$P_{\text{мех}} = \frac{\partial W_{\text{эм}}(x, t)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = F_{\text{эм.д}} v,$$

где $F_{\text{эм.д}}$ – электромагнитная сила в движении.

Для стационарного процесса $\partial W_{\text{эм}}/\partial t = 0$ механическая мощность

$$P_{\text{мех.ст}} = \frac{\partial W_{\text{эм}}(x, t)}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{dW_{\text{эм}}(x_0, t)}{dx} \frac{dx}{dt} = F_{\text{эм.ст}}, \quad (9)$$

где $F_{\text{эм.ст}}$ – электромагнитная сила в стационарном процессе.

Этот процесс может анализироваться на базе обыкновенных дифференциальных уравнений. Значение $F_{\text{эм.ст}}$ отличается от $F_{\text{эм.д}}$.

Если рассматривается статическое состояние, то энергия электромагнитного поля $W_{\text{эм}}(x_0, t_0)$ практически равна энергии магнитного поля $W_{\text{м.п}}$. Электромагнитная сила в статике

$$F_{\text{эм.с}} = \frac{dW_{\text{эм}}(x_0, t_0)}{dx} \gg \frac{dW_{\text{м.п}}}{dx}. \quad (10)$$

Выражение (10) соответствует традиционному подходу к расчету электромагнитных сил, базирующемуся на использовании магнитной энергии (ко-энергии) при переменных состоянии ЭМП i и x , а также понятии виртуального перемещения dx (обозначение по [1]). При этом реальное в динамических процессах положение $W_{ЭМ} = W_{ЭМ}(i, x, t)$ заменяется на $W_{М.П} = W_{М.П}(i, x)$, что соответствует условию $\partial W_{ЭМ} / \partial t = 0$, т.е. стационарному процессу преобразования энергии. При этом на основе (1) и (4) может быть составлен электромеханический баланс энергий

$$e_{и.п} idt - i^2 R_{ц.п} dt = \frac{i^2}{2} dL + Lidi + \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx} dx,$$

из которого следует, что электромагнитная сила в стационарном движении

$$F_{ЭМ.д} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}. \quad (11)$$

Однако в ЭМП стационарным режимом является только неподвижное состояние.

На основе принципа виртуальной работы выражение для электромагнитной силы в статике ($x = \text{const}$) может быть записано в виде

$$F_{ЭМ.с} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}, \quad (12)$$

что при совпадении виртуального перемещения dx с реальным перемещением dx приводит к форме (11).

Таким образом, при традиционном подходе для всех режимов работы ЭМП используется выражение для магнитной энергии в виде $W_{М.П} = Li^2 / 2$, электромагнитная сила при движении $F_{ЭМ.д}$ отождествляется с электромагнитной силой в статике $F_{ЭМ.с}$, которая рассчитывается по выражению (10) – как базовому, или, например, по (11). Уравнение энергетического баланса, записанное для дифференциалов элементарных энергий источника питания $dW_{и.п}$, тепловых потерь $dW_{т.п}$, магнитного поля $dW_{М.П}$ и механического перемещения $dA_{мех}$ имеет вид

$$dW_{и.п} - dW_{т.п} = dW_{М.П} + dA_{мех} = dW_{М.П} + F_{ЭМ} dx. \quad (13)$$

Вместе с тем, известно [4], что представление плотности электромагнитной энергии $w_{ЭМ}$ в виде суммы электрического $w_{э.п}$ и магнитного $w_{м.п}$ компонентов

$$w_{ЭМ} = w_{э.п} + w_{м.п} = \frac{e_a \bar{E}^2}{2} + \frac{m_a \bar{H}^2}{2}$$

справедливо только для неизменного во времени электромагнитного поля. В нестационарном процессе плотность энергии электромагнитного поля [3]

$$w_{ЭМ} = \frac{\bar{e}}{\bar{e}} e_a \bar{E}^2 + \frac{\bar{D}^2}{2e_a} - \frac{\bar{D} \ddot{\bar{E}}}{\bar{D} \ddot{\bar{E}}} + \frac{\bar{e}}{\bar{e}} m_a \bar{H}^2 + \frac{\bar{B}^2}{2m_a} - \frac{\bar{B} \ddot{\bar{H}}}{\bar{B} \ddot{\bar{H}}} - \bar{v}(e_a [\bar{E}\bar{B}] + m_a [\bar{D}\bar{H}])$$

не может быть разделена на электрическую и магнитную составляющие, которые характеризуются параметрами сред (e_a , m_a) и векторами состояния электрического (\bar{E} , \bar{D}) и магнитного (\bar{H} , \bar{B}) полей. Поэтому использование в энергетическом балансе (13) энергии магнитного поля $W_{М.П}$ в форме, присущей электромагнитным устройствам с неподвижным якорем, является неправомерным.

Раздельное использование энергий электрического и магнитного полей (например, со ссылкой на низкую скорость движения якоря в ЭМП) приводит к противоречию.

С одной стороны, используя представления о дифференциалах энергии источника питания $dW_{и.п}$, тепловых потерь $dW_{т.п}$ и электрического поля $dW_{э.п}$, имеем

$$dW_{и.п} - dW_{т.п} = dW_{ЭМ} = dW_{э.п} + dW_{м.п},$$

а с другой, –

$$dW_{и.п} - dW_{т.п} = dW_{М.П} + dA_{мех}.$$

Из сопоставления представленных выражений следует, что $dA_{мех} = dW_{э.п}$. Это соответствует фундаментальному положению электродинамики [4], установленному в рамках возможного разделения электромагнитного поля на электрический и магнитный компоненты: механическая работа определяется «как работа, совершаемая электродвижущей силой индукции при прохождении по проводнику тока». Анализировать процесс преобразования энергии магнитного поля в механическую энергию без рассмотрения стадии образования электромагнитного поля (появления индуцированного вихревого электрического поля) недопустимо. Таким образом, форма энергетического баланса (13) справедлива только для определения сил при неподвижном состоянии электромеханического устройства в соответствии с принципом виртуальной работы. Формула (12) не вызывает сомнения, а формула (11) может рассматриваться как грубое приближение при медленных движениях и неприемлема для расчета ЭМП с форсированными электродинамическими свойствами.

Из баланса энергий, составленного в соответствии с положениями электродинамики в координатах Эйлера, учитывается, что в общем случае элек-

ромагнитная энергия частично востребуется процессом движения, а оставшаяся часть характеризует изменение энергии электромагнитного поля, приобретая характер обменной энергии $dW_{\text{ЭМ}}$ между источником питания и механической подсистемой привода [3]. Электромагнитная энергия движения определяет величину $F_{\text{ЭМ.д}}$. Это предопределяет баланс энергий в следующем виде:

$$dW_{\text{и.п}} - dW_{\text{т.п}} = dW_{\text{ЭМ}} = dW_{\text{ЭМ}} + dA_{\text{мех}}.$$

Преобразование электромагнитной энергии — это пространственно-временной процесс и электромагнитная мощность устройства:

$$p_{\text{ЭМ}} = \frac{dW_{\text{ЭМ}}}{dt} = \frac{\partial W_{\text{ЭМ}}}{\partial t} + v \frac{\partial W_{\text{ЭМ}}}{\partial x} = p_{\text{ЭМ.о}} + p_{\text{ЭМ.д}}. \quad (14)$$

Первое слагаемое электромагнитной мощности представляет скорость преобразования энергии в фиксированной точке положения якоря и соответствует понятию электромагнитной обменной мощности ($p_{\text{ЭМ.о}}$). Это временной компонент. Второе слагаемое соответствует понятию электромагнитной мощности движения ($p_{\text{ЭМ.д}}$). Это пространственный компонент.

Оперируя представлением электромагнитной мощности через ток и потокосцепление, её компоненты можно представить в виде

$$p_{\text{ЭМ}} = i \frac{dy}{dt} = i \frac{\partial y}{\partial t} + i \frac{\partial y}{\partial x} = p_{\text{ЭМ.о}} + p_{\text{ЭМ.д}}.$$

Механическая мощность обеспечивается пространственным компонентом $p_{\text{ЭМ.д}}$. Обменная мощность характеризует изменение энергии электромагнитного поля. Благодаря этой мощности в установившемся режиме при достижении тока I энергия магнитного поля

$$W_{\text{м.п}} = \int_0^I i \frac{\partial y}{\partial t} dt = \int_0^I Li \frac{di}{dt} dt = \frac{LI^2}{2},$$

и только в этом случае возможно корректное выделение магнитной составляющей электромагнитного поля.

С учетом (7) баланс мощностей в электромагнитном приводе можно представить в виде

$$e_{\text{и.п}} i - i^2 R_{\text{ц.п}} = i \frac{dy}{dt} = i \frac{\partial y}{\partial t} + vi \frac{\partial y}{\partial x}.$$

Отсюда электромагнитная мощность движения

$$p_{\text{ЭМ.д}} = vi \frac{\partial y}{\partial x};$$

развиваемая при этом электромагнитная сила

$$F_{\text{ЭМ.д}} = \frac{p_{\text{ЭМ.д}}}{v} = i \frac{\partial y}{\partial x}. \quad (15)$$

Для определения электромагнитной силы при неподвижном якоре ЭМП необходимо исходить из третьего закона Ньютона и закона Гука, так как в статике действие электромагнитных сил проявляется в упругих деформациях элементов электромагнитного механизма. Согласно третьему закону Ньютона на якорь и упор, конструктивно связанный с ярмом магнитопровода ЭМП, действуют одинаковые силы $F_{\text{ЭМ.с}}$, обусловленные притяжением намагниченных элементов. Под влиянием этих сил возникают упругие деформации упора y и якоря z , происходит уменьшение зазора относительно состояния d_0 при обесточенной обмотке:

$$d = d_0 - y - z.$$

Развиваемая при этом механическая мощность определяется суммой мощностей, затрачиваемых на упругую деформацию упора и якоря под действием упругих сил F_y , которые равны по величине и противоположно направлены силам $F_{\text{ЭМ.с}}$:

$$p_{\text{мех}} = -F_y \frac{dy}{dt} - F_y \frac{dz}{dt} = F_{\text{ЭМ.с}} \frac{dy}{dt} + F_{\text{ЭМ.с}} \frac{dz}{dt}.$$

Из равенства $p_{\text{мех}} = p_{\text{ЭМ.д}}$ можно записать

$$F_{\text{ЭМ.с}} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{dz}{dt} \frac{\partial y}{\partial z} = F_{\text{ЭМ.с}} \frac{dd}{dt} = i \frac{\partial y}{\partial d} \frac{dd}{dt}$$

и получить выражение для определения силы $F_{\text{ЭМ.с}}$ через изменение зазора вследствие упругой суммарной деформации в упоре и якоре ЭМП:

$$F_{\text{ЭМ.с}} = -i \frac{\partial y}{\partial d} = i \frac{\partial y}{\partial (y+z)}. \quad (16)$$

В соответствии с законом Гука, оперируя коэффициентами жесткости упора c_y и якоря c_y , для $F_{\text{ЭМ.с}}$ можно записать

$$F_{\text{ЭМ.с}} = c_y y = c_y z; \quad \frac{z}{y} = \frac{c_y}{c_y} = g = \text{const}$$

и придать выражению (16) вид

$$F_{\text{ЭМ.с}} = i \frac{g}{g+1} \frac{\partial y}{\partial z}. \quad (17)$$

Если жесткости элементов велики ($c_y \gg \text{и}$, $c_y \gg \text{и}$), то, применяя правило Лопиталья для раскрытия неопределенности, получаем предельное значение коэффициента $g=1$. Следовательно, для жестких конструкций

$$F_{\text{ЭМ.с}} = \frac{i}{2} \frac{\partial y}{\partial z}, \quad (18)$$

что согласуется с результатом традиционного подхода для неподвижного якоря.

Рассматривая статическое равновесие якоря ЭМП после окончания движения с учетом упругой деформации в упоре и ограничиваясь позиционным характером силы сопротивления движению (деформацией пружины жесткостью $c_{пр}$), в соответствии с третьим законом Ньютона и законом Гука можно получить

$$F_{ЭМ.с} = c_y y = c_{пр} x \text{ и } x/y = c_y / c_{пр} = g = \text{const.}$$

Формально этот случай ничем не отличается от рассмотренного выше описания состояния неподвижного якоря при упругих деформациях в якоря и упоре, но соответствует реальному исполнению электромагнитного механизма. Поэтому на основе фундаментальных законов механики формула для электромагнитной силы при неподвижном якоря имеет вид

$$F_{ЭМ.с} = i \frac{g}{g+1} \frac{dy}{dx}. \quad (19)$$

Только при отсутствии упругой деформации в конструкции электромагнитного механизма обеспечивается $g=1$ и справедливо $g/(g+1)=1/2$.

Сравнение электромагнитных сил движения (15) и неподвижного состояния при учете упругих деформаций в упоре (19) так же, как сравнение (15) с (18) для абсолютно жестких конструкций, должно проводиться корректно. Например, ошибочно утверждать, что в случае жестких конструкций электромагнитная сила движения в 2 раза превышает силу при неподвижном состоянии. Такой вывод может быть сделан при формальном сравнении (15) с (18). В связи с этим обращается внимание на следующие обстоятельства.

Формула (18) характеризует неподвижное состояние якоря, и в ней

$$\frac{dy}{dz} = i \frac{\partial L}{\partial z}.$$

Формула (15) характеризует движение якоря, и в ней

$$\frac{dy}{dx} = i \frac{\partial L}{\partial x} + L \frac{di}{dx},$$

где di/dx определяется выражением (6).

Поэтому при микроперемещениях, сопоставимых с упругими деформациями, справедливо

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial L}{\partial z} \text{ и } \frac{\partial y}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial z} = L \frac{di}{dx}.$$

Последние выражения отражают очевидную разницу в темпах изменения потокосцепления по

геометрической координате для случаев движения и неподвижного состояния.

При произвольной силе сопротивления движению и учете сил инерции $F_{ЭМ.д} = F_{ЭМ.д}(x, v, t)$ закон Гука и третий закон Ньютона определяют упругую деформацию упора: $y = F_{ЭМ.д} / c_y$, и, следовательно, электромагнитная сила движения определяется выражением

$$F_{ЭМ.д} = i \frac{dy}{\partial [x(1 + F_{ЭМ.д} / c_y x)]}.$$

Вводя понятие жесткости $c(x) = F_{ЭМ.д} / x$ и обозначая $g(x) = c_y / c(x)$, получаем выражение

$$F_{ЭМ.д} = i \frac{dy}{\frac{1}{\dot{x}} \frac{d}{dt} \left(\frac{g(x) + 1}{g(x)} \dot{y} \right)},$$

что в случае абсолютно жесткого упора приводит к выражению (15).

Учитывая, что $y(x, t) = L(x)i(x, t)$ и принимая за базовое значение энергии

$$W(x, t) = \frac{L(x)i^2(x, t)}{2}$$

(которое удобно при сопоставительном анализе традиционного и предлагаемого подходов), балансу мощности и выражению для электромагнитной силы движения можно придать форму записи с использованием понятия энергии:

$$\begin{aligned} e_{и.п} i - i^2 R_{ц.п} &= i \frac{dy}{dt} + i \frac{dy}{dx} v = \\ &= \frac{1}{2} L \frac{\partial i^2}{\partial t} + \frac{1}{2} L \frac{\partial i^2}{\partial t} v + i^2 \frac{\partial L}{\partial t} v = \\ &= \frac{\partial W}{\partial t} \Big|_L + v \frac{\partial W}{\partial x} \Big|_L + v \frac{\partial (2W)}{\partial x} \Big|_i; \\ F_{ЭМ.д} &= \frac{\partial W}{\partial x} \Big|_L + \frac{\partial (2W)}{\partial x} \Big|_i. \end{aligned}$$

Здесь и далее при выражениях частных производных дополнительно указываются те величины, которые фиксируются при анализе.

При традиционном подходе для определения электромагнитной силы в движении используется выражение

$$F_{М.д} = \frac{\partial W}{\partial x} \Big|_i.$$

Для иллюстрации возможностей предлагаемого подхода к анализу электромеханических процессов и расчета электромагнитных сил представляется целесообразным рассмотреть режим питания ЭМП стабилизированным током I . Описание этого про-

процесса приводит к правилу «джоуль за джоуль», которое гласит, что совершаемая системой механическая работа равна половине энергии, отдаваемой источниками; вторая половина увеличивает энергию системы [5]. Традиционный подход к описанию процесса электромеханического преобразования энергии не объясняет причину энергетических соотношений представленного правилом. Согласно [6] это соотношение «скорее должно вызывать удивление, чем казаться естественным». Целесообразно показать, что ничего неестественного в правиле «джоуль за джоуль» нет, выявив причину соотношения.

Для рассматриваемого режима ($i = I = \text{const}$ в координатах Лагранжа) выражения для баланса мощности и электромагнитной силы в движении имеют вид:

$$\begin{aligned} e_{\text{и.п}} I - I^2 R_{\text{ц.п}} &= \left. \frac{\partial W}{\partial t} \right|_L + v \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_L + v \frac{\partial(2W)}{\partial x} = \\ &= 0 + v I^2 \frac{\partial L}{\partial x}; \\ F_{\text{м.д}} &= \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_L + I^2 \frac{\partial L}{\partial x}. \end{aligned}$$

Из баланса мощностей следует, что источник питания (за вычетом тепловых потерь) отдает энергию, дифференциал которой равен

$$dW_{\text{и.п}} = I^2 \frac{\partial L}{\partial x} dx,$$

и при этом в ЭМП происходит процесс, описываемый уравнением

$$\left. \frac{\partial W}{\partial t} \right|_L + v \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_L = 0.$$

Известно, что решением данного уравнения является прямая бегущая волна, представляющая собой движение начального профиля волны без изменения формы, т.е.

$$\left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_L = v \left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_{L-vt}.$$

Начальный профиль волны формируется во временном процессе при заторможенном якоре, поэтому

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial W_{\text{на}}}{\partial x} \right|_L &= - \left. \frac{dt}{dx} \frac{dW}{dt} \right|_{t_0} = - \left. \frac{dW}{dt} \right|_{t_0} = \\ &= - \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{L(x) I^2}{2} \right)}{v} = - \frac{I^2}{2} \frac{\partial L(x)}{\partial x}. \end{aligned}$$

В результате электромагнитная сила в движении

$$F_{\text{эм.д}} = - \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial x} + I^2 \frac{\partial L}{\partial x} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial x},$$

а дифференциал механической работы

$$dA_{\text{мех}} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial x} dx$$

равен изменению энергии электромагнитного поля

$$dW_{\text{эм}} = \left. \frac{\partial W}{\partial t} \right|_L = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial x} dx.$$

Таким образом, энергетические соотношения, присущие правилу «джоуль за джоуль», адекватно описывают режим бегущей волны, распространяющейся в пространстве со скоростью механического перемещения.

На основе проведенного анализа, по мнению авторов, следует более корректно формулировать правило «джоуль за джоуль». В [5] не указывается, каким элементом системы совершается механическая работа. Формулировка [6] «Когда силы поля совершают работу в 1 Дж, то на 1 Дж увеличивается энергия поля; очевидно, что при этом источник питания должен отдать 2 Дж» предлагает читателю признать тот факт, что поле успевает совершить работу в 1 Дж и одновременно на 1 Дж увеличить свою энергию.

Можно предложить следующую формулировку: в электромеханической системе с постоянными токами механическая работа, совершаемая за счет энергии источника питания, равна половине энергии, отдаваемой источником, а вторая половина изменяет энергию электромагнитного поля.

Выводы. 1. На основе фундаментальных положений электродинамики и механики установлено различие форм определения электромагнитных сил в статике и динамике.

2. Использование аппарата частных производных при анализе процессов энергопреобразования в электромеханических системах позволяет корректно выделить электромагнитную мощность, преобразуемую в механическую как в динамических, так и в стационарных режимах работы.

3. Традиционный подход к определению электромагнитных сил, использующий при движении якоря только энергию магнитного поля, не отражает физическую суть процесса электромеханического преобразования энергии.

4. Для корректного определения статических электромагнитных сил необходим учет упругих деформаций в устройстве.

5. Энергетические соотношения, присущие правилу «джоуль за джоуль», связаны с образованием режима бегущей волны, распространяющейся в электромагнитном механизме со скоростью механического перемещения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уайт Д.С., Вудсон Г.Х. Электромеханическое преобразование энергии. — М.; Л.: Энергия, 1964.
2. **Малинин Л.И., Малинин В.И., Макельский В.Д., Тюков В.А.** Электромагнитные силы в динамических процессах электромеханических систем. — Электротехника, 1998, № 12.
3. **Малинин Л.И., Малинин В.И., Макельский В.Д., Тюков В.А.** Энергетические соотношения и электромагнитные силы в медленно движущихся средах. — Электричество, 2001, №11.
4. **Тамм И.Е.** Основы теории электричества. — М.: Гостехиздат, 1976.
5. **Каплянский А.Е., Лысенко А.П., Полотовский Л.С.** Теоретические основы электротехники. — М.;Л.: Госэнергоиздат, 1961.
6. **Поливанов К.М.** Теория электромагнитного поля. — М.: Энергия, 1975.

[13.12.09]

Авторы: Малинин Леонид Иванович окончил электромеханический факультет Новосибирского электротехнического института (НЭТИ), ныне НГТУ (НЭТИ). Докторскую диссертацию «Энергетика сервоприводов постоянного тока» защитил в 1993 г. Профессор кафедры ТОЭ (НГТУ).

Кондратьев Владимир Александрович окончил электромеханический факультет НЭТИ в 1968 г. Кандидатскую диссертацию «Моделирование и расчет электродвигателей с полым якорем и внутри-якорным возбуждением» защитил в 1976 г. Доцент кафедры автоматики НГТУ.

Малинин Вячеслав Леонидович окончил электромеханический факультет НГТУ в 2007 г. Преподаватель по направлению «Автоматизированные информационные системы» НТГК.