

*a combined liquid-and-air cooling system, which has certain advantages over other systems that have found applications in the considered field of engineering.*

**Key words:** *traction generator, permanent magnets, closed design version, combined cooling system, hydraulic calculation, thermal calculation, fan, finite elements*

## REFERENCES

1. **Patent of RF No. 2539691.** *Sistema okhlazhdeniya elektricheskoi mashiny* (Cooling system of an electric machine)/ A.M. Rusakov, A.M. Sugrobov, N.A. Velikanova, I.A. Zherdev, V.A. Shatov, 2014.

2. **Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.A., Sandratskii V.L.** *Osnovy konstruirovaniya aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok, t. 2.* (Basics of designing aircraft engines and power plants, vol. 2). Moscow, Publ. «Mashinostroyeniye», 2008, 366 p.

3. **Sipailov G.A., Sannikov D.I., Zhadan V.A.** *Teplovyye, gidravlicheskiye i aerodinamicheskiye raschety v elektricheskikh mashinakh* (Thermal, hydraulic and aerodynamic calculations in electric machines). Moscow, Publ. «Vysshaya Shkola», 1989.

4. **Kopelev S.Z., Slitenko A.F.** *Konstruksii i raschet sistem okhlazhdeniya GTD* (Constructions and calculation of cooling systems for gas turbine engines)/Edit. by A.F. Slitenko. Kharkov, Publ. «Osnova» of Kharkov University, 1994, 240 p.

5. **Shatov V.A.** Certificate of state registration of the computer program VYDRA № 2015616360, June 8, 2015. Federal Service for Intellectual Property, Russia.

6. **Vinogradov V.I.** *Ventilyatory elektricheskikh mashin* (Fans of electric machines). Leningrad, Energoizdat, 1980, 200 p.

[08.11.2017]

\* \* \*

*Электричество, 2018, № 1, с. 48–56*

*DOI:10.24160/0013-5380-2018-1-48-56*

## Аналитическая модель беспазового магнитоэлектрического вентильного двигателя

АФАНАСЬЕВ А.А., ТОКМАКОВ Д.А., ТАМ НГУЕН КОНГ

*Основные и добавочные явления магнитоэлектрического беспазового вентильного двигателя могут рассматриваться в немагнитном зазоре, к которому следует отнести и слой высокоэнергетического магнита. Комплексные периодические потенциальные функции являются математической основой для аналитического решения задачи Дирихле в немагнитном зазоре в виде бесконечной горизонтальной полосы с границами из двух параллельных прямых. Мнимые составляющие комплексных потенциальных функций на границах указанной полосы, представленные тригонометрическими рядами Фурье, являются известными скалярными магнитными потенциалами источников магнитного поля – обмотки статора и постоянных магнитов ротора. Сравнительно большая ширина рассматриваемой полосы из-за наличия в ней постоянных магнитов вызывает двухмерный характер магнитного поля в полосе. При беспазовом исполнении обмотки статора амплитуда переменной составляющей электромагнитного момента составляет менее одного процента номинального момента. Электромагнитный момент беспазового вентильного двигателя с комбинированной обмоткой при прочих равных условиях может быть в 1,6 раз больше аналогичного момента беспазового вентильного двигателя с медной обмоткой.*

**К л ю ч е в ы е с л о в а:** *магнитоэлектрический вентильный двигатель, аналитическая модель, немагнитный зазор, периодические комплексные потенциальные функции, комбинированная обмотка*

Основные физические явления в электрических машинах происходят в воздушном зазоре между статором и ротором. Массив современного высокоэнергетического магнита, имеющего относительную магнитную проницаемость, близкую к единице, также может считаться немагнитным зазором. В статье показано, что с помощью периодических комплексных потенциальных функций можно опи-

сать магнитное поле в воздушном зазоре с гладкими границами беспазового магнитоэлектрического вентильного двигателя с медными и медно-железными проводами.

**Обмоточный провод медный.** *Магнитное поле бесконечной полосы с гладкими границами.* Известно общее решение граничной задачи Дирихле для бесконечной полосы при периодическом изменении

магнитного потенциала  $u(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\alpha x$  на нижней граничной стороне (для которой  $y=0$ ), полученное методом разделения переменных [3]:

$$u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \sin n\alpha x \operatorname{sh}[n\alpha(\delta-y)]}{\operatorname{sh}n\alpha\delta}, \quad (1)$$

где  $\alpha = \pi / \tau$ ;  $\tau$  – полюсное деление;  $\delta$  – ширина полюсы.

Если считать зависимость (1) (после умножения её на мнимую единицу  $j$ ) скалярным магнитным потенциалом и вычислить сопряженную ей гармоническую функцию магнитного потока  $v(x,y)$ , то получим комплексный скалярный магнитный потенциал для бесконечной полосы плоскости  $z$ :

$$w(z) = v(x,y) + ju(x,y).$$

Источником плоскопараллельного магнитного поля призматического магнита с прямоугольным поперечным сечением являются встречные токи  $I_M = 2H_{cB}h_M$  двух параллельных шин, имеющих высоту  $2b = h_M$  ( $h_M$  – высота магнита в направлении его намагниченности), толщину  $a$ , и находящихся на расстоянии ширины магнита  $b_M$  [2].

В общем случае с учетом характера расположения магнитов на яре ротора распределение потенциала на нижней стороне полосы можно представить тригонометрическими рядами с наличием косинусных и синусных слагаемых:

$$u(x) = \frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\alpha x + b_n \sin n\alpha x). \quad (2)$$

Комплексный скалярный магнитный потенциал в бесконечной горизонтальной полосе плоскости  $z = x + jy$ , вызванный током  $I_M$  магнитных шин ротора, применительно к основной косинусной гармонике выражения (2) будет иметь вид [1]:

$$w_{\cos}(z) = v(x,y) + ju(x,y) = \frac{-a_1 I_M}{2 \operatorname{sh}\alpha\delta} \{ \sin \alpha x \operatorname{ch}[\alpha(y-\delta)] + j \cos \alpha x \operatorname{sh}[\alpha(y-\delta)] \} = -\frac{a_1 I_M}{2 \operatorname{sh}\alpha\delta} \sin[\alpha(z - j\delta)]. \quad (3)$$

Тогда для комплексного скалярного магнитного потенциала, учитывающего весь спектр косинусных гармоник, получим

$$w_{\cos}(z) = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \sin[n\alpha(z - j\delta)]}{\operatorname{sh}n\alpha\delta} =$$

$$= -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n [\sin n\alpha x \operatorname{ch}n\alpha(y-\delta) + j \cos n\alpha x \operatorname{sh}n\alpha(y-\delta)]}{\operatorname{sh}n\alpha\delta}. \quad (4)$$

Аналогично может быть сформирован комплексный скалярный магнитный потенциал, обусловленный синусными гармониками выражения (2):

$$w_{\sin}(z) = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \{ \cos n\alpha x \operatorname{ch}[n\alpha(\delta-y)] - j \sin n\alpha x \operatorname{sh}[n\alpha(\delta-y)] \}}{\operatorname{sh}n\alpha\delta} = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \cos n\alpha(z^* + j\delta)}{\operatorname{sh}n\alpha\delta}, \quad (5)$$

где  $z^* = x - jy$  – комплексно-сопряженный вектор.

Для вектора  $w_{\sin}^*(z)$  выражение (5) можно записать в комплексно-сопряженной форме:

$$w_{\sin}^*(z) = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \{ \cos n\alpha x \operatorname{ch}[n\alpha(\delta-y)] + j \sin n\alpha x \operatorname{sh}[n\alpha(\delta-y)] \}}{\operatorname{sh}n\alpha\delta} = -\frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n \cos n\alpha(z - j\delta)}{\operatorname{sh}n\alpha\delta}. \quad (6)$$

Для комплексно-сопряженного вектора магнитной индукции справедливо [4]:

$$B^*(z) = j\mu_0 \frac{dw(z)}{dz}. \quad (7)$$

Из (7) с учетом (4) можем получить формулу для магнитной индукции, созданной косинусными гармониками скалярного магнитного потенциала магнитов ротора:

$$B_{\cos}^*(z) = -\frac{j\mu_0 \alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{na_n \cos[n\alpha(z - j\delta)]}{\operatorname{sh}n\alpha\delta} = -\frac{\mu_0 \alpha I_M}{2} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{na_n \{ \sin n\alpha x \operatorname{sh}n\alpha(y-\delta) + j \cos n\alpha x \operatorname{ch}n\alpha(y-\delta) \}}{\operatorname{sh}n\alpha\delta}. \quad (8)$$

Поскольку [5]

$$B(z) = -j\mu_0 \frac{dw^*(z)}{dz}, \quad (9)$$

то с помощью (6) можем определить магнитную индукцию, созданную синусными гармониками скалярного магнитного потенциала магнитов ротора:

$$B_{\sin}(z) = -\frac{j\mu_0\alpha I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nb_n \sin[n\alpha(z-j\delta)]}{\operatorname{sh}n\alpha\delta} = -\frac{\mu_0\alpha I_M}{2} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nb_n \{-\cos n\alpha x \operatorname{sh}n\alpha(y-\delta) + j \sin n\alpha x \operatorname{ch}n\alpha(y-\delta)\}}{\operatorname{sh}n\alpha\delta}. \quad (10)$$

Представляя скалярный магнитный потенциал магнитов на поверхности яра ротора синусным рядом

$$u(x, \vartheta) = \frac{I_M}{2} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\alpha x =$$

$$= \frac{4 I_M}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{2n-1} \sin[\alpha(2n-1)(x-\vartheta)], \quad (11)$$

получаем в соответствии с (10) составляющие магнитной индукции по осям  $x$  и  $y$ , вызванной магнитами ротора:

$$B_{px}(x, y, \vartheta) = -\frac{2\mu_0\alpha I_M}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{\operatorname{sh}\alpha(2n-1)\delta} \cos[\alpha(2n-1)(x-\vartheta)] \operatorname{sh}[\alpha(2n-1)(y-\delta)];$$

$$B_{py}(x, y, \vartheta) = -\frac{2\mu_0\alpha I_M}{\pi} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \beta(2n-1)}{\operatorname{sh}\alpha(2n-1)\delta} \sin[\alpha(2n-1)(x-\vartheta)] \operatorname{ch}[\alpha(2n-1)(y-\delta)], \quad (13)$$

где  $\vartheta$  – сдвиг продольной оси ротора относительно магнитной оси фазы  $A$  статора;  $2\beta$  – угловой промежуток между краями соседних магнитов разной полярности.

На рис. 1 показаны кривые магнитной индукции макетного образца беспазового вентильного двигателя<sup>1</sup> с номинальным моментом 7 Нм, имеющего неодим-железо-боровые магниты высотой 7,3 мм.

Для магнитодвижущей силы (МДС)  $m$ -фазной обмотки статора справедливы выражения бегущих волн основной и высших гармоник [6]:

$$F_{txv} = F_{Atxv} + F_{Btxv} + F_{Ctxv} + \dots = \frac{\tilde{m}}{2} \times$$

<sup>1</sup> Некоторые параметры рассматриваемого двигателя: диаметр расточки статора  $D=75,5$  мм; длина ротора  $l=140$  мм; число полюсов  $2p=6$ ; число виртуальных пазов  $z=36$ ; число виртуальных пазов на полюс и фазу  $q=2$ ; частота тока  $f=50$  Гц; немагнитный зазор  $\delta=15,05$  мм (включает обмоточный слой толщиной 6,25 мм, магниты толщиной 7,3 мм, воздушный зазор размером 1,5 мм); число витков в катушке  $w_k=8$ ; число витков в фазе  $w=96$ ; шаг обмотки  $y=5/6 \tau$ ; диаметр обмоточного провода 0,6 мм; коэрцитивная сила магнитов  $H_{CB}=915$  кА/м;  $I_H=5$  А.

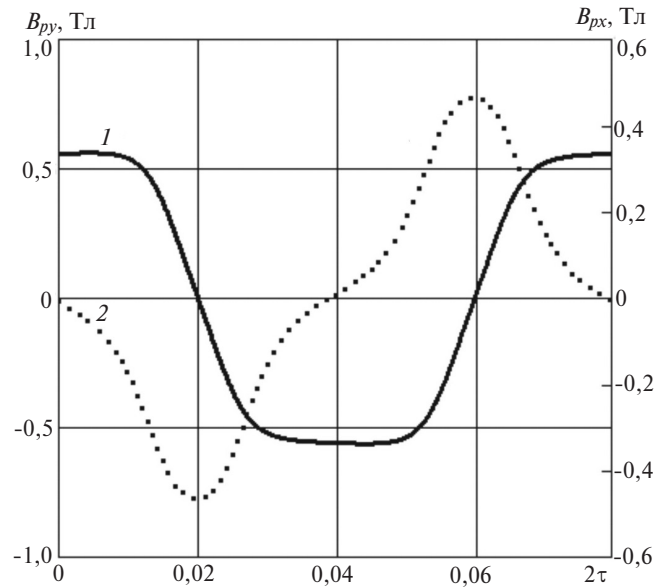


Рис. 1. Составляющие магнитной индукции по осям (кривая 2) и (кривая 1) на поверхности магнитов ( $y=h_M$ ), вызванные МДС магнитов

$$\times \left\{ F_{m1} \sin\left(\omega t - \frac{x\pi}{\tau}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k+1)} \sin\left[\omega t - \frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau}\right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k-1)} \sin\left[\omega t + \frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau}\right] \right\}, \quad (14)$$

где  $F_{m1} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{wk_{w1}}{p}$ ;  $F_{mv} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \frac{wk_{wv}}{vp}$  – амплитуды МДС соответственно основной и высших (обмоточных) гармоник одной фазы обмотки статора;  $k=1,2,\dots$

Для основной бегущей волны координаты  $x$  и  $t$  связаны между собой равенством, вытекающим из (14):

$$x(t) = \frac{\omega\tau}{\pi} t + C = \frac{\omega}{\alpha} t + C, \quad (15)$$

где  $C$  – константа, связанная с фиксацией фазы бегущей волны.

Эта временная зависимость подразумевается для всех предыдущих и последующих формул, содержащих координату  $x$ .

Выражение (14) можно записать и в виде:

$$F_{txv} = \frac{\tilde{m}}{2} F_{m1} \left( \sin\omega t \cos\frac{x\pi}{\tau} - \cos\omega t \sin\frac{x\pi}{\tau} \right) + \frac{\tilde{m}}{2} \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k+1)} \times$$

$$\times \left[ \sin\omega t \cos\frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau} - \cos\omega t \sin\frac{(2\tilde{m}k+1)x\pi}{\tau} \right] +$$

$$+ \frac{\tilde{m}}{2} \sum_{k=1}^{\infty} F_{m(2\tilde{m}k-1)} \times \left[ \sin \omega t \cos \frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau} + \cos \omega t \sin \frac{(2\tilde{m}k-1)x\pi}{\tau} \right]. \quad (16)$$

Для комплексного скалярного магнитного потенциала в немагнитном зазоре, вызванного всем спектром пространственных косинусных гармоник выражения (16), получаем с учетом (4):

$$w_{\cos}(z) = -\frac{\sqrt{2\tilde{m}} w}{\pi p} I \sin(\omega t) \left\{ \frac{k_{w1} \sin[\alpha(z)]}{\text{sh}\alpha\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} \sin[(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} \sin[(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right\} = -\frac{\sqrt{2\tilde{m}} w}{\pi p} I \sin(\omega t) \left\{ \frac{k_{w1} [\sin(\alpha x) \text{ch}(\alpha y) + j \cos(\alpha x) \text{sh}(\alpha y)]}{\text{sh}\alpha\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} \sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right\}, \quad (17)$$

где  $I$  – действующее значение тока обмотки фазы статора.

Аналогично для комплексного скалярного магнитного потенциала в немагнитном зазоре, вызванного всем спектром пространственных синусных гармоник выражения (16), имеем:

$$w_{\sin}(z) = -\frac{\sqrt{2\tilde{m}} w}{\pi p} I \cos(\omega t) \left\{ \frac{k_{w1} \cos[\alpha(z)]}{\text{sh}\alpha\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} \cos[(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} \cos[(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right\} = -\frac{\sqrt{2\tilde{m}} w}{\pi p} I \cos(\omega t) \left\{ \frac{k_{w1} \cos(\alpha x) \text{ch}(\alpha y) + j \sin(\alpha x) \text{sh}(\alpha y)}{\text{sh}\alpha\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} \right\}$$

$$\rightarrow \frac{-j \sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y}{\text{sh}(\alpha\delta)} \left. \right\}. \quad (18)$$

Тогда согласно (16) комплексный скалярный магнитный потенциал всей обмотки статора будет равен

$$w_{\text{статор}}(x, y) = [w_{\cos}(x, y) + w_{\sin}(x, y)] = -\frac{\sqrt{2\tilde{m}} w}{\pi p} I \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin \alpha x \text{ch}(\alpha y) + j \cos \alpha x \text{sh}(\alpha y)]}{\text{sh}\alpha\delta} - \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos \alpha x \text{ch}(\alpha y) - j \sin \alpha x \text{sh}(\alpha y)]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y + j \cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y - j \sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \right\}. \quad (19)$$

Этой формуле можно придать более компактный вид:

$$w_{\text{статор}}(z) = [w_{\cos}(z) + w_{\sin}(z)] = -\frac{\sqrt{2\tilde{m}} w}{\pi p} I \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin \alpha z]}{\text{sh}(\alpha\delta)} - \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos \alpha z]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k-1)\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \right\}$$

$$-\cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{(2\tilde{m}k+1)\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \} \quad (20)$$

На рис. 2 показаны составляющие скалярного магнитного потенциала обмотки статора на наружной поверхности магнитов рассматриваемого макета беспазового вентильного двигателя, рассчитанные по (20) для момента времени  $t=0$ . Кривые 1 и 3 соответствуют поверхности статора ( $y=\delta$ ), кривые 2 и 4 – поверхности магнитов ( $y=h_M$ ).

Видим, что кривая 1 является классической характеристикой МДС трёхфазной обмотки статора, имеющей  $q=2$ .

Для комплексно-сопряжённого вектора магнитной индукции, вызванной током обмотки статора, в соответствии с (20) справедливо

$$B^*(z) = j\mu_0 \frac{dw_{\text{статор}}(z)}{dz} = -j \frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha}{\pi} \frac{w}{p} I \times$$

$$\times \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos\alpha z]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin\alpha z]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right.$$

$$+ \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} -$$

$$- \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} +$$

$$+ \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} +$$

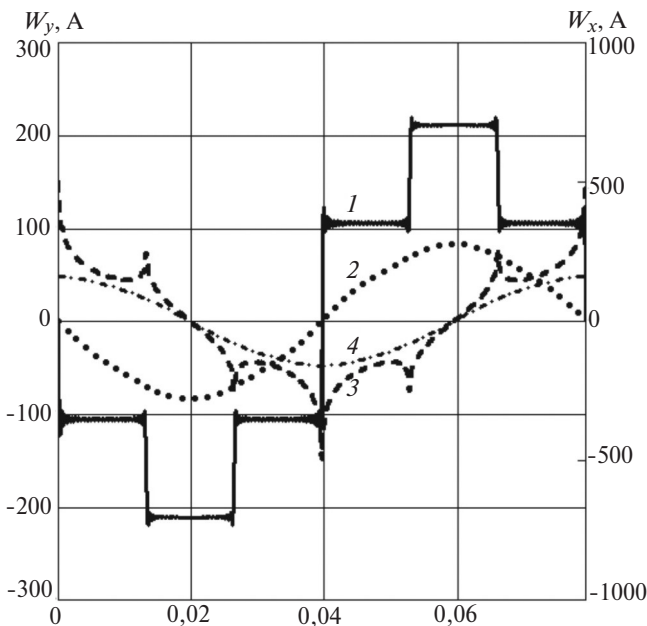


Рис. 2. Составляющие скалярного магнитного потенциала по осям  $x$  (3 и 4) и  $y$  (1 и 2), вызванные МДС обмотки статора

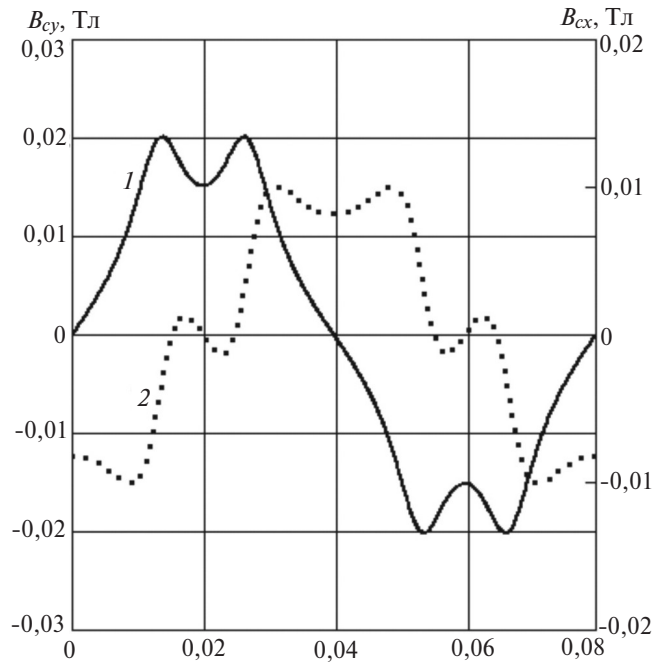


Рис. 3. Составляющие магнитной индукции по осям  $x$  (кривая 2) и  $y$  (1) на поверхности магнитов ( $y=h_M$ ), вызванные током обмотки статора

$$+ \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha z]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \} \quad (21)$$

Выделяя в этой формуле вещественные и мнимые части, получаем выражения для составляющих магнитной индукции по осям  $x$  и  $y$ , вызванной током обмотки статора:

$$B_{cx}(x, y, t) = -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha}{\pi} \frac{w}{p} I \times$$

$$\times \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin\alpha x \text{sh}\alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} - \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos\alpha x \text{sh}\alpha y]}{\text{sh}(\alpha\delta)} + \right.$$

$$+ \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} +$$

$$+ \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} +$$

$$+ \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} -$$

$$\left. - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\text{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \right\}; \quad (22)$$



$$\begin{aligned}
B_{cy}(x, y, t) = & -\frac{\sqrt{2}\tilde{m}\mu_0\alpha w}{\pi p} I \times \\
& \times \left\{ \sin(\omega t) \frac{k_{w1} [\cos\alpha x \operatorname{ch}\alpha y]}{\operatorname{sh}(\alpha\delta)} + \cos(\omega t) \frac{k_{w1} [\sin\alpha x \operatorname{ch}\alpha y]}{\operatorname{sh}(\alpha\delta)} + \right. \\
& + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\cos(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} - \\
& - \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k-1)} [\sin(2\tilde{m}k-1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k-1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k-1)\alpha\delta} + \\
& + \sin(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\cos(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} + \\
& \left. + \cos(\omega t) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k_{w(2\tilde{m}k+1)} [\sin(2\tilde{m}k+1)\alpha x \operatorname{ch}(2\tilde{m}k+1)\alpha y]}{\operatorname{sh}(2\tilde{m}k+1)\alpha\delta} \right\}. \quad (23)
\end{aligned}$$

На рис. 3 показаны составляющие магнитной индукции на поверхности магнитов рассматриваемого беспазового вентильного двигателя, вычисленные по (22), (23) для момента времени  $t=0$ .

**Электромагнитный момент.** Определим результирующие составляющие магнитной индукции на поверхности магнитов при сдвиге полей статора и ротора на половину полюсного деления ( $\vartheta = \tau/2$ ):

$$B_x(x, h_M, t, \tau/2) = B_{px}(x, h_M, \tau/2) + B_{cx}(x, h_M, t); \quad (24)$$

$$B_y(x, h_M, t, \tau/2) = B_{py}(x, h_M, \tau/2) + B_{cy}(x, h_M, t). \quad (25)$$

На рис. 4 по этим формулам построены составляющие по осям  $x$  (кривая 2) и  $y$  (1) результирующей магнитной индукции на поверхности магнитов беспазового вентильного двигателя для времени  $t=0$ .

Тогда электромагнитный момент можно определить по формуле метода натяжений [5]:

$$M(t) = \frac{pD}{2\mu_0} \int_0^{2\tau} B_y(x, h_M, t, \tau/2) B_x(x, h_M, t, \tau/2) dx, \quad (26)$$

где  $p$  — число пар полюсов;  $l, D$  — активная длина статора и диаметр наружной поверхности магнитов ротора. Найденное по (26) значение момента будет соответствовать сдвигу основных гармоник МДС статора и ротора на половину полюсного деления.

Возможен другой способ определения электромагнитного момента — через среднее значение за период изменения электромагнитной мощности.

Мгновенные значения ЭДС фазы обмотки статора, наведенной результирующим потоком маг-

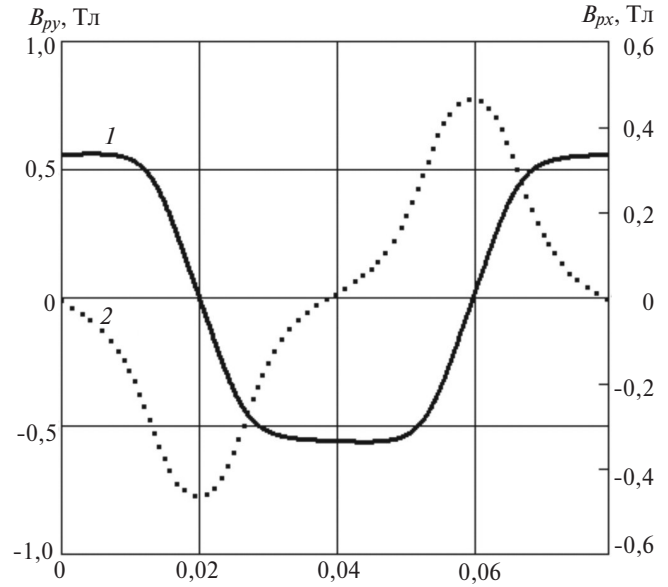


Рис. 4. Составляющие по осям (кривая 2) и (1) результирующей магнитной индукции в воздушном зазоре на поверхности магнитов

нитной индукции в воздушном зазоре по оси  $y$ , и электромагнитного момента с учётом (15) равны:

$$\begin{aligned}
e(t) = & -\frac{d\Psi(t)}{dt} = -2plw_k \times \\
& \times \frac{d}{dt} \left\{ \int_{x(t)}^{x(t)+y_k} B_y[x(t), h_M, \tau/2] dx + \int_{x(t)+t_z}^{x(t)+y_k+t_z} B_y[x(t), h_M, \tau/2] dx \right\} = \\
& = -2plw_k \left\{ \int_{x(t)}^{x(t)+y_k} \frac{\partial B_y[x(t), h_M, \tau/2]}{\partial t} dx + \right. \\
& \left. + \int_{x(t)+t_z}^{x(t)+y_k+t_z} \frac{\partial B_y[x(t), h_M, \tau/2]}{\partial t} dx \right\} - \\
& - 2pw_k l \frac{\omega}{\alpha} \{ B_y[x(t)+y_k, h_M, \tau/2] - B_y[x(t), h_M, \tau/2] + \\
& + B_y[x(t)+y_k+t_z, h_M, \tau/2] - B_y[x(t)+t_z, h_M, \tau/2] \}, \quad (27)
\end{aligned}$$

$$M(t) = \frac{1}{\Omega} \sum_{j=1}^m e \left[ t - \frac{(j-1)T}{\tilde{m}} \right] i \left[ t - \frac{(j-1)T}{\tilde{m}} \right]. \quad (28)$$

где  $y_k \leq \tau$  — шаг катушек обмотки статора;  $t_z$  — зубцовый шаг;  $w_k$  — число витков в катушке;  $T$  — период переменного тока. Тогда для средних значений электромагнитной мощности и момента справедливо:

$$P_{cp} = \frac{\tilde{m} T}{T} \int_0^T e(t) i(t) dt; \quad M_{cp} = P_{cp} / \Omega, \quad (29)$$

где  $i(t) = \sqrt{2}I \cos \omega t$  – ток статора, мгновенное значение которого является основной гармоникой благодаря ШИМ – модуляции преобразователя частоты, а его фаза с помощью резольвера будет совпадать с фазой основной гармоники ЭДС холостого хода  $e_0(t)$ .

Для рассматриваемого беспазового вентильного двигателя с медными проводами значения электромагнитного момента для номинального тока  $I = 5$  А, подсчитанные с помощью математической программы Mathcad 15 по (26) для  $t=0$  и (29), оказались соответственно равными 5,48 и 6,51 Н·м.

По результатам опытных исследований макетного образца с неодим-железо-боровыми магнитами высотой 7,3 мм допустимый ток<sup>2</sup> при неподвижном роторе равен 5 А. При таком токе электромагнитный момент для «холодного» двигателя составляет 6,25 Н·м, а для «горячего» – 5,75 Н·м.

Отметим, что серийный вентильный двигатель (5ДВМ 115) с пазовым статором и неодим-железо-боровыми магнитами высотой 4,3 мм, на базе которого изготовлен макетный образец беспазового двигателя, развивает момент 7 Н·м при заторможенном роторе.

На рис. 5 показаны мгновенные значения электромагнитного момента и результирующей ЭДС вентильного двигателя, построенные по (28), (27).

Видим, что амплитуда переменной составляющей электромагнитного момента  $\Delta M = \frac{6,99 - 6,91}{2 \cdot 6,95} 100 = 0,58\%$ .

**Обмоточный провод комбинированный (медно-железный). Магнитное поле и электромагнитный момент беспазового двигателя с обмоткой из комбинированного провода.** Комбинированный провод имеет медную сердцевину и ферромагнитную оболочку [7–9]. Наиболее оптимальным будет комбинированный провод, у которого ферромагнитная часть поперечного сечения составит примерно 40% [7]. В этом случае эквивалентная относительная магнитная проницаемость, находящаяся по формуле

$$\mu_r = \frac{\text{магнитный поток с комбинированной обмоткой}}{\text{магнитный поток с медной обмоткой}}, \quad (30)$$

может достигнуть значения примерно 3,5. При наращивании ферромагнитной части сечения свыше 40% значение относительной магнитной проницаемости  $\mu_r$  остаётся неизменным (рис. 6). Это указывает на то, что магнитное сопротивление слоя обмотки из комбинированного провода будет в  $\mu_r$

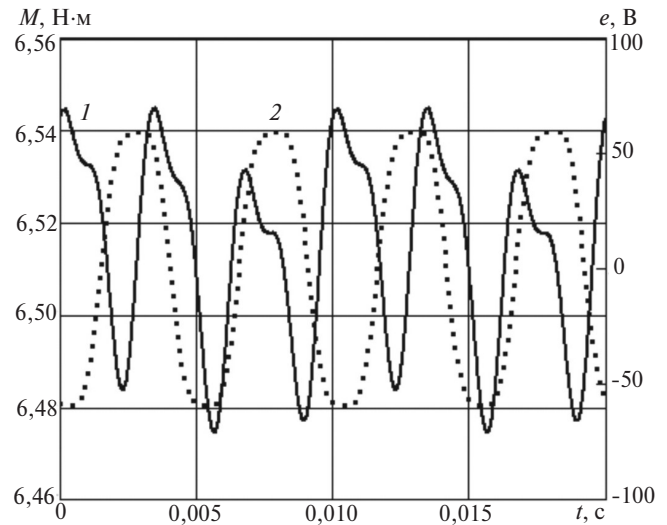


Рис. 5. Электромагнитный момент и результирующая ЭДС обмотки статора (кривые 1 и 2)

$\mu_r$  раз меньше сопротивления слоя той же толщины из медной обмотки. Следовательно, при расчёте магнитного поля в немагнитном зазоре можно обмоточный слой из комбинированного провода как элемент магнитной цепи заменить эквивалентным медным слоем, имеющим в  $\mu_r$  раз меньшую толщину по сравнению с комбинированным слоем. В этом случае магнитную проницаемость всей расчётной полосы можно принять равной магнитной проницаемости воздуха, т.е. магнитная среда полосы будет однородной. Электромагнитные расчёты рассматриваемым методом будут справедливы именно для однородного по магнитной проницаемости немагнитного зазора.

Если принять за эквивалентную толщину обмотки с комбинированным проводом

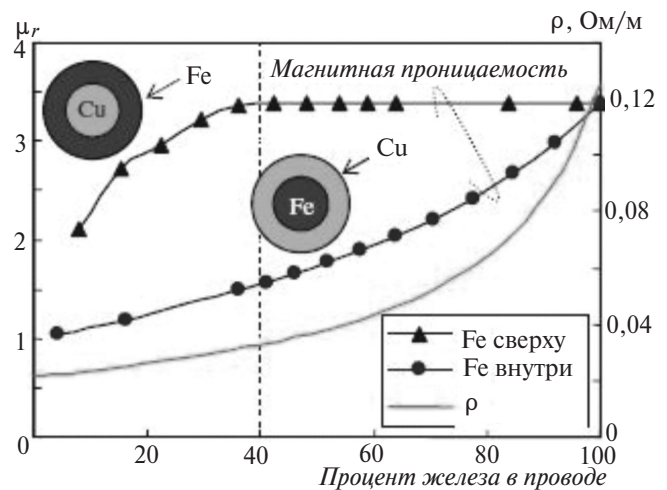


Рис. 6. Эквивалентная относительная магнитная проницаемость  $\mu_r$  и удельное сопротивление комбинированного провода  $\rho$

<sup>2</sup> При таком значении тока температура обмотки статора по результатам измерения ее омического сопротивления составляет 100 °С.

$$\tilde{\delta}_{об} = \delta_{об} / \mu_r, \quad (31)$$

где  $\delta_{об}$  — реальная толщина этой обмотки, то высота немагнитной полосы у двигателя с комбинированной обмоткой составит

$$\delta = \tilde{\delta}_{об} + h_M + \delta_B, \quad (32)$$

где  $h_M, \delta_B$  — высота магнитов и размер воздушного зазора.

При  $\mu_r = 3,5$  получим по (31), (32) расчётное значение немагнитного промежутка (ширины бесконечной полосы)  $\delta = 10,59$  мм вместо 15,05 мм при медной обмотке. Тогда для этой меньшей ширины немагнитной полосы найдём по (26), (29) значения электромагнитного момента вентильного двигателя с комбинированной обмоткой. Они оказались соответственно равными 8,67 и 8,95 Н·м.

**Выводы.** 1. Комплексные периодические потенциальные функции являются математической основой для аналитического решения задачи Дирихле в немагнитном зазоре в виде бесконечной горизонтальной полосы с границами из двух параллельных прямых.

2. Мнимые составляющие комплексных потенциальных функций на границах указанной полосы, представленные тригонометрическими рядами Фурье, являются известными скалярными магнитными потенциалами источников магнитного поля — обмотки статора и постоянных магнитов ротора.

3. Сравнительно большая ширина рассматриваемой полосы из-за наличия в ней постоянных магнитов вызывает двухмерный характер магнитного поля в полосе.

4. Макетный образец беспазового вентильного двигателя, изготовленного на базе серийного вентильного двигателя 5ДВМ 115, развивает, как показали тепловые испытания, практически одинаковый с ним электромагнитный момент, если высоту магнитов увеличить на 70%.

5. При беспазовом исполнении обмотки статора амплитуда переменной составляющей электромагнитного момента составляет менее 1% номинального момента. У серийного двигателя при скосе пазов этот показатель обычно менее 5%.

6. Электромагнитный момент вентильного двигателя с комбинированной обмоткой при прочих равных условиях может быть в 1,6 раз больше аналогичного момента вентильного двигателя с медной обмоткой.

7. Электромагнитный момент беспазового магнитоэлектрического вентильного двигателя с комбинированной обмоткой при прочих равных условиях будет не меньше электромагнитного момента аналогичного двигателя с зубчатым статором. В рассмотренном примере этот перевес составит  $8,96/7 = 1,28$  раз.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Афанасьев А.А.** Расчёт магнитного поля магнитоэлектрических машин на основе комплексной потенциальной функции. — *Электричество*, 2014, № 1, с. 41–47.
2. **Афанасьев А.А.** Математическая модель постоянного магнита в воздушном зазоре электрической машины. — *Электричество*, 2013, № 10, с. 42–47.
3. **Домбровский В.В.** Справочное пособие по расчёту электромагнитного поля в электрических машинах. — Л.: Энергоатомиздат, 1983, 256 с.
4. **Иванов-Смоленский А.В., Абрамкин Ю.В.** Применение конформного преобразования в электромагнитных расчётах электрических машин. Аналитические методы. — М.: Изд-во Московского энергетического института, 1980, 85 с.
5. **Иванов-Смоленский А.В.** Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. — М.: Высшая школа, 1989, 312 с.
6. **Сергеев П.С.** Электрические машины. — М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962, 280 с.
7. **Sanada M., Ogawa T., Morimoto S. and Takeda Y.** Thrust Improvement of Linear Electromagnetic Actuator using Compound Wire with Copper and Iron. — Proc. of 2005 International Power Electronics Conference Niigata, pp. 431–434 (2005).
8. **Sanada M., Morimoto S.** Efficiency Improvement in High Speed Operation using Slot-less Configuration for Permanent Magnet Synchronous Motor. — IEEE PES 2007 General Meeting 24–28 June 2007, pp. 3–27.
9. **Афанасьев А.А., Нгуен Конг Там.** Беспазовый магнитоэлектрический вентильный двигатель с комбинированным проводом. — *Вестник Чувашского университета*, 2016, № 3, с. 5–12.

[13.09.2017]

*А в т о р ы: Афанасьев Александр Александрович окончил электромеханический факультет Московского энергетического института (МЭИ) в 1962 г. Докторскую диссертацию «Совместная работа синхронной машины со статическим преобразователем частоты (теория и приложения)» защитил в МЭИ в 1991 г. Профессор кафедры автоматики и управления в технических системах Чувашского государственного университета (ЧГУ).*

*Токмаков Дмитрий Анатольевич окончил Казанский авиационный институт в 1989 г. Технический директор ЗАО «ЧЭАЗ» (Россия, г. Чебоксары).*

*Нгуен Конг Там — аспирант кафедры автоматики и управления в технических системах Чувашского государственного университета (Россия, г. Чебоксары).*



# The Analytical Model of a Slotless Switched Permanent Magnet Motor

**AFANAS'YEV Aleksandr A.** (Chuvash State University (ChSU), Cheboksary, Russia) – Professor, Dr. Sci. (Eng.)

**TOKMAKOV Dmitrii A.** (JSC, Cheboksary Electroapparatus Plant, Cheboksary, Russia) – Technical Director

**NGUYEN Kong Tam** (ChSU, Cheboksary, Russia) – Ph. D. Student

The main and additional phenomena pertinent to operation of a slotless switched permanent magnet motor can be considered in its nonmagnetic gap (the high-energy magnet's layer should also be considered as part of this gap). Complex periodic potential function serve as the mathematical basis for analytically solving the Dirichlet problem in a nonmagnetic gap represented in the form of an infinite horizontal band with boundaries delineated by two parallel straight lines. The imaginary components of the complex potential functions at the band boundaries, which are represented by the trigonometric Fourier series, are the well-known scalar magnetic potentials of the stator winding and permanent magnets on the rotor, which serve as the magnetic field sources. In view of a comparatively large width of the considered band due to the availability of permanent magnets in it, the magnetic field in the band is two-dimensional in nature. With the stator winding made in a slotless design version, the amplitude of the electromagnetic torque's AC component makes no more than 1% of the motor nominal torque. With all other things being equal, the electromagnetic torque of a switched slotless motor having a combined winding can be a factor of 1.6 higher than that of a switched slotless motor equipped with a copper winding.

**Key words:** switched permanent magnet motor, analytical model, nonmagnetic gap, periodic complex potential functions, combined winding

## REFERENCES

1. Afanas'yev A.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2014, No. 1, pp. 41–47.
2. Afanas'yev A.A. *Elektrichestvo – in Russ. (Electricity)*, 2013, No. 10, pp. 42–47.
3. Dombrovskii V.V. *Spravochnoye posobiye po raschetu elektromagnitnogo polya v elektricheskikh mashinakh* (Handbook on the calculation of the electromagnetic field in electrical machines). Leningrad, Energoatomizdat, 1983, 256 p.
4. Ivanov-Smolenskii A.V., Abramkin Yu.V. *Primeneniye konformnogo preobrazovaniya v elektromagnitnykh raschetakh elektricheskikh mashin. Analiticheskiye metody* (Application of conformal transformations in electromagnetic calculations of the electrical machines. Analytical methods). Moscow, Publ. of the Moscow Power Engineering Institute, 1980, 85 p.
5. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovaniye energii v elektricheskikh mashinakh* (Electromagnetic forces and

energy conversion in electrical machines). Moscow, Publ. «Vysshaya shkola», 1989, 312 p.

6. Sergeev P.S. *Elektricheskiye mashiny* (Electrical machines). Moscow; Leningrad, Gosenergoizdat, 1962, 280 p.

7. Sanada M., Ogawa T., Morimoto S. and Takeda Y. Thrust Improvement of Linear Electromagnetic Actuator using Compound Wire with Copper and Iron. – Proc. of 2005 International Power Electronics Conference Niigata, pp. 431–434 (2005).

8. Sanada M., Morimoto S. Efficiency Improvement in High Speed Operation using Slot-less Configuration for Permanent Magnet Synchronous Motor. – IEEE PES 2007 General Meeting 24–28 June 2007, pp. 3–27.

9. Afanas'yev A.A., Nguyen Kong Tam. *Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo universiteta* (Bulletin of the Chuvash State University), 2016, No. 3, p. 5–12.

[13.09.2017]